

STUDIO FOTOMETRICO DEL POTERE RISOLUTIVO DELL'ASTROSPETTROGRAFO DELL'OSSERVATORIO DI ASIAGO

Nota di GUGLIELMO RIGHINI e GIUSEPPE MANNINO (*)

(*Centro di Astrofisica del C.N.R.*)

RIASSUNTO — Si determina la larghezza del profilo di righe sottili del Cd e del Fe negli spettri presi con le quattro camere dello spettrografo attaccato al riflettore di 120 cm. dell'Osservatorio di Asiago. Dalle larghezze si deduce il potere risolutivo effettivo del complesso costituito dallo spettrografo, dalla lastra e dal microfotometro. Risulta che il potere risolutivo determinato è talvolta superiore a quello teorico. Si determina pure la variazione del potere risolutivo al variare della larghezza della fenditura. I risultati, ottenuti con righe di emissione, vengono confermati dallo studio dei profili di righe di assorbimento stellari.

ABSTRACT — Halfwidths of some sharp emission lines of iron and cadmium are measured on spectra taken with the four cameras of the stellar spectrograph attached to the Cassegrain focus of the 120 cm. reflector.

The total resolving power of the spectrograph, including the resolving power of the photographic plate and of the recording microphotometer, obtained from the measured halfwidths is sometime higher than the theoretical one. This results are checked measuring the halfwidths of absorption lines in the spectra of some stars.

Lo studio e l'interpretazione delle atmosfere stellari è principalmente basato sulla determinazione delle *larghezze equivalenti* e del *profilo* delle righe spettrali. La larghezza equivalente, che dà una misura dell'energia dello spettro continuo scomparso per assorbimento nella riga, è, in teoria, indipendente dallo strumento impiegato per ottenere lo spettro; il profilo invece è determinato in gran parte dallo strumento, in particolar modo esso dipende dal *potere risolutivo effettivo* dello spettrografo impiegato.

Ricerche in questi ultimi anni però (1) hanno mostrato che gli effetti strumentali si fanno sentire anche nelle determinazioni delle larghezze equivalenti poichè al crescere della dispersione dello spettrografo la larghezza equivalente diminuisce e tende al suo vero valore. Si vede quindi che per poter valutare i risultati ottenuti con un dato spettrografo è

(*) Pervenuta il 14 novembre 1951.

necessario conoscere a fondo le prestazioni sperimentali dello strumento stesso e non è sufficiente agli scopi pratici la deduzione di esse dalle caratteristiche ottiche fornite dalla casa costruttrice. Per questo ci siamo proposti di studiare fotometricamente il *potere risolutivo effettivo* dello spettrografo dell'osservatorio di Asiago nelle quattro combinazioni ottiche di cui dispone.

1) TEORIA ELEMENTARE DEL POTERE RISOLUTIVO.

Supponiamo di illuminare la fenditura di uno spettrografo con una radiazione rigorosamente monocromatica di lunghezza d'onda λ ; lo spettrografo darà allora in una posizione determinata del piano focale della camera una « riga spettrale » che in realtà è un'immagine di diffrazione della fenditura. Se x è la coordinata contata nel senso della dispersione dello spettro nel piano della lastra e $I(x)$ è il flusso incidente sulla lastra nella posizione x , la funzione $I(x)$ rappresenta il profilo della riga spettrale. Introducendo la variabile v espressa dalla :

$$v = \pi \frac{\Delta y}{\lambda} \Omega, \quad [1]$$

nella quale $\Delta y = \Delta x \cos \alpha$ è la distanza dal centro della riga contata in un piano normale all'asse ottico ($\alpha =$ inclinazione della lastra) ed Ω è l'apertura lineare del collimatore cioè il rapporto fra il diametro e la distanza focale, si ha che la figura di diffrazione, ossia la distribuzione del flusso nella riga, è data dall'espressione (2) :

$$I(v) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\text{sen } v}{v} \right)^2 \quad [2]$$

La [2] ha un primo minimo per $v = \pi$. Secondo la regola di Rayleigh due righe sono ancora separabili quando il massimo dell'una cade sul primo minimo dell'altra, ossia quando nel piano focale esse sono separate da una distanza $\Delta v = \pi$. Dall'esperienza risulta però che anche in condizioni più restrittive due righe appaiono ancora separate, per cui si adotta oggi il criterio che il limite di separazione nel caso citato non deve essere più $\Delta v = \pi$, ma Δv deve essere uguale alla *larghezza della riga* (cioè del profilo dell'immagine di diffrazione) presa nel punto in cui l'ordinata è la metà del massimo, cioè nel punto per cui $I(v) = 0.5 I(0)$. Risulta dalla [2] che questa condizione si ha quando $v = 1,40 = 0,445 \pi$ e quindi la distanza minima delle due righe affinché esse appaiano ancora separate sarà $\Delta v = 0,890 \pi$.

Nelle considerazioni fatte fino ad ora non abbiamo tenuto conto della larghezza della fenditura; abbiamo cioè tacitamente ammesso che tale larghezza s sia trascurabile rispetto alla lunghezza d'onda. In pratica invece siamo proprio nel caso opposto e cioè il rapporto $s/\lambda \gg 1$ specie per gli spettrografi stellari. Esprimendo allora la larghezza della fenditura con la variabile

$$\sigma = \pi \frac{s}{\lambda} \Omega \quad [3]$$

del tutto analoga alla variabile v già introdotta, si ha che la forma assunta dalla riga sarà rappresentata da una nuova funzione $I(w)$ data dalla (4) :

$$I(w) = \frac{1}{\pi} \int_{v = w - \frac{\sigma}{2}}^{v = w + \frac{\sigma}{2}} \frac{\text{sen}^2 v}{v^2} d v \quad [4]$$

Ciascun punto della funzione $I(w)$ sarà cioè dovuto al contributo dei punti della funzione $I(v)$ compresi entro la larghezza della fenditura σ ; od anche la funzione $I(w)$ è la risultante della sovrapposizione di una funzione $I(v)$ e di una funzione rettangolare $f(v)$, avente ordinata uguale ad uno entro l'intervallo $\pm \sigma/2$ e nulla all'esterno, conformemente alla nota equazione integrale dei profili :

$$I(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(v) f(v-w) d v .$$

La [4] si riferisce ad una illuminazione incoerente della fenditura che si ha quando i diversi punti della fenditura danno una vibrazione le

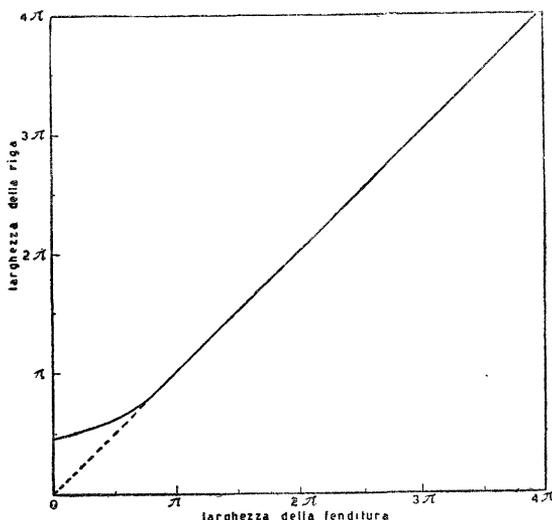


Fig. 1. — Relazione teorica fra larghezza della fenditura di uno spettrografo e larghezza della riga.

cui fasi sono distribuite a caso. Questo si verifica in generale quando si fotografa lo spettro di una stella o di una sorgente estesa posta vicino alla fenditura. La massima risoluzione compatibile con un buon illuminamento del collimatore si ha quando $\sigma \approx \pi$; per $\sigma < \pi$ si ha perdita di luce senza guadagno sensibile nella risoluzione.

La teoria qui riassunta sommariamente è stata sviluppata da Van Citter (4) il quale ha pure calcolato il profilo assunto da una riga per

diversi valori della fenditura σ . La larghezza dei profili è proporzionale a σ per $\sigma > \pi$ e tende invece ad un valore costante per $\sigma \rightarrow 0$ come si vede dalla fig. 1.

Da quanto si è detto risulta che la regola di Rayleigh è insufficiente per definire la capacità di uno spettrografo nel separare due righe vicine poichè la larghezza delle righe dipende dalla larghezza della fenditura. La regola di Rayleigh deve essere quindi generalizzata assumendo che: « due righe appaiono separate quando la loro distanza è uguale o maggiore della larghezza del profilo ». In pratica la larghezza h del profilo viene misurata in millimetri sul piano focale per cui se D è la dispersione in Å/mm dello spettrografo il *potere risolutivo* P è dato dall'espressione:

$$P = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = \frac{\lambda}{h D} \quad [5]$$

2) POTERE RISOLUTIVO EFFETTIVO DI UNO SPETTROGRAFO.

In pratica quando si applicano le formule precedenti ad uno spettrografo si ottengono dei risultati che non rappresentano le effettive prestazioni dello strumento. Poichè, in ogni ricerca spettrofotometrica che sia diretta alla determinazione di profili di righe, gli spettri debbono essere fotografati su di una lastra e poi analizzati con un microfotometro registratore, oppure registrati direttamente mediante dispositivi termo o fotoelettrici, non si può prescindere dalle prestazioni del rivelatore nella determinazione del potere risolutivo dello spettrografo. Inoltre le eventuali aberrazioni ed irregolarità delle parti ottiche dello spettrografo portano ad una diminuzione di P cioè ad un aumento di h . Perciò è necessario determinare sperimentalmente il potere risolutivo « effettivo » mediante lo studio del profilo strumentale cioè del profilo assunto da una riga rigorosamente monocromatica. E poichè in natura non esistono tali righe si sceglieranno opportunamente le righe più sottili nello spettro di un elemento adatto.

Tutte le righe hanno una *larghezza naturale* dovuta al fatto che la vita media dei livelli atomici è finita e dell'ordine 10^{-8} sec. e questa larghezza è in media dell'ordine di 10^{-4} Å; essa rappresenta quindi nel piano focale di uno spettrografo capace di dare 10 Å/mm una larghezza di 10^{-5} mm cioè 0,01 μ che come vedremo è completamente trascurabile. Più importante è invece la larghezza termica o larghezza Doppler della riga che è data dalla nota formula:

$$\Delta \lambda_D = \frac{\lambda}{c} \sqrt{\frac{2 R T}{\mu}}$$

R = costante dei gas, T = temperatura assoluta, μ = peso atomico ($0 = 16$). Per le righe prodotte da un arco fra elettrodi di Fe posto $T = 6000^\circ K$, $\mu = 56$, si ha $\Delta \lambda = 20$ m Å per $\lambda = 4500$ Å. Con dispersione 10 Å/mm si avrebbero quindi righe larghe 4 μ , essendo la larghezza della riga $h = 2 \Delta \lambda$.

Condizioni migliori si hanno impiegando righe emesse da una lampada a Cd. In tale caso la temperatura del gas è $\approx 300^\circ K$ e $\mu = 112$ e si ha, a pari condizioni, una larghezza $h = 0,6 \mu$.

In uno spettrografo che abbia il collimatore e la lente di camera con la stessa distanza focale, per esempio 1 m., si ha che la larghezza di una riga è dell'ordine della larghezza s della fenditura. Nella spettroscopia astronomica in generale si impiega una fenditura $s \approx 50 \mu$; ne segue che la larghezza termica delle righe del Fe nelle condizioni citate rappresenta l'8% della larghezza totale mentre quella delle righe del Cd soltanto 1,2%. Agli effetti pratici quindi anche le righe del Fe, per uno spettrografo che dia una dispersione di $10 \text{ \AA}/\text{mm}$, possono considerarsi monocromatiche e quindi atte alla determinazione del potere risolutivo effettivo dello spettrografo stesso.

3) DETERMINAZIONE FOTOMETRICA DEL POTERE RISOLUTIVO EFFETTIVO.

Lo spettrografo del riflettore di 120 cm. dell'osservatorio di Asiago è stato dettagliatamente descritto in altra nota (5); riassumiamo qui le caratteristiche principali delle quattro combinazioni ottiche da noi studiate:

Fenditura: regolabile con vite micrometrica portante una testa divisa in 50 parti. Ogni rivoluzione 100μ ; una divisione 2μ .

Collimatore: specchio parabolico tagliato fuori asse: focale 1000 mm; diametro 66 mm; apertura $f/15,2$.

Prismi: n. 2 prismi in flint di 60° .

Camere: n. 2 camere di 287 mm di focale; una di apertura $f/4,8$, l'altra di apertura $f/4,1$. N. 2 camere di 1000 mm di focale; una di apertura $f/15,2$, l'altra di apertura $f/12,8$.

Le combinazioni ottiche dello spettrografo sono le seguenti:

camera I	1 prisma; obiettivo $f = 287$; apertura utile $f/4,8$; dispersione = $74 \text{ \AA}/\text{mm}$
camera II	1 prisma; obiettivo $f = 1000$; apertura utile $f/15,2$; dispersione = 22 »
camera III	2 prismi; obiettivo $f = 287$; apertura utile $f/14,1$; dispersione = 42 »
camera IV	2 prismi; obiettivo $f = 1000$; apertura utile $f/12,8$; dispersione = 13 »

ove le dispersioni si intendono per $\lambda = 4350 \text{ \AA}$.

Prima di tutto abbiamo eseguito uno studio della fenditura onde assicurarci dell'errore di zero che nel caso nostro era importante conoscere con una certa precisione. Per questo abbiamo smontata la fenditura col piatto di supporto dallo spettrografo e dopo aver tolto il sistema di prismi che serve per gli spettri di confronto abbiamo montato il tutto sul misuratore di lastre « Mioni ». Col filo del microscopio misuratore abbiamo quindi cercato di puntare i due labbri della fenditura illuminata sia anteriormente che dal basso per determinare la larghezza della fenditura stessa. Le puntate non sono molto precise perchè accostando il filo all'immagine del bordo si hanno degli effetti di diffrazione che rendono difficile l'esatta collimazione. L'errore per la media di quattro puntate si aggira su $\pm 3 \mu$, per cui si può ritenere che la larghezza della fenditura si è potuta misurare con un errore di $\pm 4 \mu$. Con larghezze della fenditura inferiori a 50μ la misura risulta estremamente difficile causa il citato effetto di diffrazione; abbiamo perciò misurate larghezze da 50 a 300μ ottenendo in media un errore di zero di 7μ .

Questo errore dipende dal fatto che la normale alla fenditura è inclinata di un angolo β di circa 7° sull'asse ottico dello spettrografo allo scopo di facilitare la guida mediante la luce riflessa della stella. Infatti se si assume che lo spessore z dei labbri della fenditura è di 0,1 mm circa si vede che si avrà il passaggio del fascio luminoso quando la distanza fra i labbri della fenditura sarà maggiore di $z \operatorname{tang} \beta = 0,012$ mm. che dà appunto l'ordine di grandezza dell'errore di zero misurato.

Abbiamo quindi presi, con ciascuna delle quattro camere, numerosi spettri dell'arco del Fe e della lampada a Cd illuminando la fenditura sia direttamente sia mediante i prismetti ed il dispositivo ottico che serve per lo spettro di confronto. Nel primo caso la lampada a Cd è stata posta a soli 20 mm dalla fenditura e poichè il corpo luminoso della medesima ha un diametro di circa 5 mm, visto dalla fenditura esso sottende un angolo tale da ricoprire abbondantemente il collimatore. Anche l'ottica per la presa degli spettri di confronto è studiata in modo da dare un fascio che riempie completamente il collimatore e sfrutta al massimo le possibilità dello spettrografo.

Ogni presa di spettri era preceduta da una serie di tre lastre (ciascuna contenente 14 spettri) per la messa a fuoco della camera. Poichè il giudizio visuale del migliore fuoco non ci è sembrato abbastanza rigoroso, abbiamo proceduto alla registrazione degli spettri di fuocamento col microfotometro di Moll. Dai microfotogrammi si rileva in maniera molto sicura in quale spettro si ha la migliore risoluzione di gruppi di righe vicine, se necessario qualche volta abbiamo fatta una rappresentazione grafica dei risultati onde ottenere più esattamente la posizione del fuoco. Questa cura nel fuocamento è necessaria sia perchè gli obiettivi a fuoco corto hanno una profondità di fuoco minima, sia perchè qualsiasi errore nel fuoco altera sensibilmente la larghezza delle righe.

Per esempio nella camera III, che ha un rapporto focale $f/4,1$, una differenza di 0,1 mm porta già ad un errore apprezzabile.

La calibrazione fotometrica delle lastre è stata fatta illuminando la fenditura con una lampada da 24 watt alimentata dalle batterie di accumulatori del telescopio. Un blocco di MgO posto a 5 cm dalla fenditura provvedeva a dare una illuminazione uniforme al collimatore; il flusso luminoso veniva quindi attenuato inserendo successivamente sul fascio parallelo fra il collimatore e i prismi 4 diaframmi aventi tutti la stessa base ma altezze decrescenti in proporzione geometrica. Si potevano così ottenere degli spettri le cui intensità stavano tra loro come i numeri

$$1 : 4 : 16 : 64.$$

L'esattezza di questi rapporti è stata controllata prendendo degli spettri attraverso vetri neutri preventivamente tarati con monocromatore a fotocella. Abbiamo sempre impiegate in questo lavoro lastre Ferrania normali non ortocromatizzate (etichetta bleu), sviluppate in metolo-idrochinone a 18° e fissate con fissaggio acido. Si è riscontrato che nonostante le lastre usate appartenessero a scatole diverse la curva di calibrazione è sempre risultata sovrapponibile, cosicchè per le riduzioni abbiamo potuto impiegare una unica curva di calibrazione. Anche le variazioni del contrasto con λ sono tanto piccole da rientrare negli errori ordinari del procedimento.

In totale sono stati presi n. 288 spettri del Fe e del Cd; di questi n. 34 sono stati ridotti fotometricamente per determinare il profilo strumentale.

4) RIDUZIONE DEGLI SPETTRI.

Gli spettri del Fe e del Cd sono stati registrati al microfotometro termoelettrico di Moll col rapporto 1:50. Su ogni microfotogramma sono state impresse le righe di distanza che rappresentano intervalli equidistanti sulla lastra di 0,1 mm di larghezza. Questo serve a controllare le eventuali deformazioni della carta sensibile dei microfotogrammi ed a tenerne il debito conto nelle misure.

La larghezza della fenditura del microfotometro è sempre stata 0,1 mm; proiettata sulla lastra essa si riduce a 17 μ . Un controllo di questo è stato fatto fotometrando una lama da rasoio posta sul piano della lastra. Si ottiene così la curva integrale dell'immagine di diffrazione della fenditura dalla quale mediante derivazione si ricava il profilo fotometrico dell'immagine luminosa sul piano della lastra (6). Se indichiamo con $M(x)$ questo profilo e $R(x)$ il profilo di una riga qualsiasi registrata dal microfotometro si ha

$$R(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} M(y-x) V(x) dx \quad [6]$$

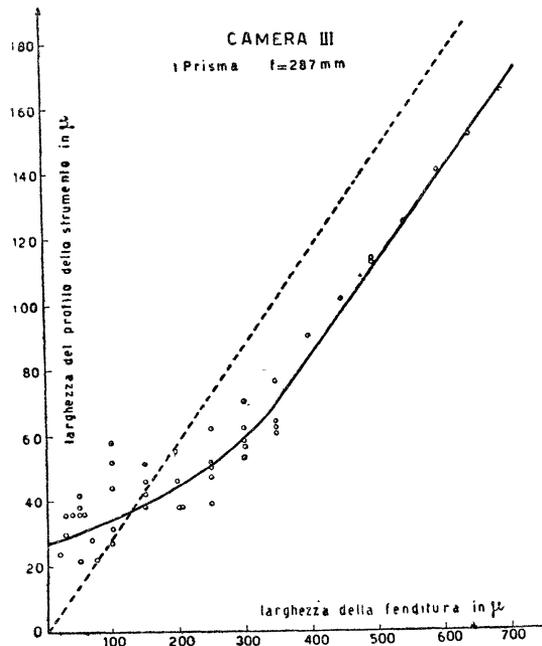
dove $V(x)$ sarebbe il profilo registrato con un microfotometro avente sul piano della lastra una immagine luminosa infinitamente sottile. Determinare $V(x)$ dalla $R(y)$ è sempre possibile con uno dei metodi usati per risolvere l'equazione [6], noi però abbiamo preferito ignorare l'effetto di deformazione del microfotometro poichè le condizioni strumentali da noi adottate in queste riduzioni sono quelle che vengono correntemente impiegate nei lavori di spettrofotometria eseguiti con lo spettrografo e col microfotometro dell'osservatorio di Asiago.

Per le righe del Cd abbiamo eseguita la riduzione completa dei profili tracciando per ciascuna riga un grafico avente in ascissa le x espresse in μ sulla lastra ed in ordinata il $\log i$ in unità arbitraria. Così procedendo abbiamo potuto facilmente fare una media grafica dei profili di una stessa riga ottenuti da spettri diversi; da questi profili logaritmici si è poi passati al profilo naturale dal quale si è dedotta la larghezza h . Le righe del Fe sono state ridotte invece con un metodo abbreviato e cioè determinando per mezzo della curva di calibrazione l'ordinata del microfotogramma alla quale corrispondeva una intensità uguale alla metà dell'intensità centrale, tenuto conto dell'eventuale spettro continuo degli elettrodi.

Il metodo abbreviato essendo assai più rapido ci ha permesso di determinare la larghezza di numerose righe del Fe bene isolate. Soltanto per un piccolo numero di righe del Fe accuratamente scelte è stato determinato il profilo completo che è risultato in buono accordo con quello dedotto dalle righe del Cd.

TABELLA I. — *Larghezza h del profilo strumentale in micron.*

Camera	N.° prismi	f	larghezza fend. in μ		larghezza fend. in μ		larghezza fend. in μ		larghezza fend. in μ				
			h	h	h	h	h						
I	1	287	50	(32)	6 righe Cd	—	—	—	100	(46)	6 righe Cd		
				24	2 » Cd					(38)	2 » Cd		
				24	38 » Fe					29	29 » Fe		
				media 24						media 29			
II	1	1000	50	42	6 » Cd	70	48	6 righe Cd	100	61	17 » Fe		
				39	17 » Fe					media 48		media 61	
				media 41						media 61			
III	2	287	50	22	6 » Cd	—	—	—	100	26	6 » Cd		
					—					—	—	27	8 » Cd
					—					—	—	26	16 » Fe
					media 22					media 26			
IV	2	1000	50	40	6 » Cd	70	43	6 » Cd	100	58	13 » Fe		
				36	67 » Fe					media 43		media 58	
				media 38						media 58			

Fig. 2. - *Relazione tra larghezza del profilo strumentale della camera III e larghezza della fenditura.*

Limitatamente alla sola camera III abbiamo pure estesa la ricerca per vedere come varia la larghezza del profilo strumentale. Spettri della lampada a Cd sono stati presi con fenditure variabili fra 20 e 700 μ . I risultati relativi sono rappresentati graficamente in fig. 2. La retta tratteggiata rappresenta la relazione che si dovrebbe avere secondo la teoria fra larghezza del profilo e larghezza della fenditura tenuto conto che il rapporto fra la distanza focale del collimatore e quella della camera è 3,5.

5) DISCUSSIONE DEI RISULTATI.

La maggior parte di incertezza nella determinazione del profilo strumentale è l'imperfetto focamento che è sensibile soprattutto nelle camere a fuoco corto. Qualsiasi lieve sfocamento porta ad un aumento della larghezza del profilo strumentale. Per questa ragione nel tracciare la curva in fig. 2 si è dato un peso maggiore ai punti più bassi che certamente sono più vicini al vero valore; per la stessa ragione nella tabella I si sono eliminati nella formazione delle medie i valori troppo forti. La tabella I dà quindi i valori più rappresentativi per le quattro camere, e tali larghezze medie includono come si è detto l'effetto di allargamento dovuto al microfotometro e l'influenza del potere risolutivo finito della lastra.

Dalla tabella I si rileva subito quale sia l'importanza della larghezza della fenditura e della distanza focale sulla larghezza del profilo. Si ha cioè:

a) A parità di focale e di larghezza della fenditura la h del profilo strumentale è praticamente la stessa, indipendentemente dal numero dei prismi;

b) Aumentando la focale, la larghezza del profilo non cresce in proporzione ma più lentamente. Infatti prendendo la media per le camere a corto fuoco e la media per le camere a lungo fuoco si ha il quadro seguente:

TABELLA II. — *Larghezza del profilo e distanza focale*

	fend. 50	rapporto	fend. 100	rapporto	rapporto focali
Corto fuoco	23		28		
Lungo fuoco	40	1,74	60	2,14	3,50

c) Moltiplicando i valori h della tabella I per la dispersione a $\lambda = 4350$ data a pag. 7 si ha la differenza minima $\Delta \lambda$ che devono avere due righe nello spettro per essere distintamente separate sul microfotogramma. Nella terza e quinta colonna di tabella III sono elencate le separazioni minime date dalla teoria che si ottengono dai profili strumentali teorici calcolati secondo la [4]. Nel caso presente abbiamo però

$\sigma > \pi$ poichè:

$$\sigma = \pi \frac{s}{\lambda} \Omega = \pi \frac{50}{0.4350} \cdot \frac{1}{16} = 7,3 \pi$$

e quindi dalla fig. 1 si vede che ci troviamo nella parte lineare della curva di Van Cittert. Ne segue che $h = \sigma$ e, tenuto conto dell'errore di zero, della dispersione e del rapporto di ingrandimento della camera si ottengono i valori sopra citati.

TABELLA III. — Separazione minima $\Delta \lambda$ in \AA di due righe che si registrano come distinte sul microfotogramma

	fend. 50		fend. 100	
	oss.	teor.	oss.	teor.
camera I	1,8	0,9	2,2	1,9
camera II	0,9	0,9	1,3	2,0
camera III	0,9	0,5	1,0	1,0
camera IV	0,5	0,5	0,8	1,2

I valori di tabella III sono indipendenti dalla distanza focale e sono quindi direttamente confrontabili. Risulta come per le camere a corto fuoco sia conveniente usare una fenditura 100 anzichè 50 μ perchè la lieve perdita del potere risolutivo viene largamente compensata dal guadagno nel tempo di esposizione. Non altrettanto si può dire per le camere a lungo fuoco perchè la separazione minima $\Delta \lambda$ aumenta per un fattore 1,5 al crescere della larghezza della fenditura. Dalla $P = \lambda / \Delta \lambda$ con i valori di tabella III si ha subito il potere risolutivo contenuto in tabella IV.

TABELLA IV. — Potere risolutivo sperimentale e teorico per $\lambda = 4350 \text{ \AA}$.

	fend. 50		fend. 100	
	P oss.	P teor.	P oss.	P teor.
camera I	2420	4830	1980	2290
camera II	4830	4830	3350	2180
camera III	4830	8700	4350	4350
camera IV	8700	8700	5430	3630

Con fenditura 50 μ le camere I e III raggiungono la metà del potere risolutivo teorico, mentre le II e IV funzionano proprio come vorrebbe la teoria. Con fenditura 100 μ invece, la III camera raggiunge il valore teorico, la I si mantiene poco al di sotto, mentre le II e IV lo superano. Questo risultato sorprendente è d'altronde confermato dalla fig. 2, nella quale è rappresentata la variazione della larghezza del profilo al variare della larghezza della fenditura. Fino a che la larghezza della

fenditura non raggiunge 150 μ circa la larghezza osservata è maggiore di quella teorica, essa diventa invece e si mantiene inferiore a quella teorica per larghezze superiori al limite detto. E' probabile d'altronde che questo fenomeno si verifichi anche per le camere I e III e per le fenditure 50 e 100 μ qualora la larghezza dei profili strumentali fossero corretti per l'effetto di allargamento dovuto al microfotometro e per il potere risolutivo finito della lastra. Un dubbio che si presenta subito e che potrebbe spiegare l'anomalia osservata è che la larghezza effettiva della fenditura non sia quella che si legge sul tamburo, cioè che l'apertura della stessa non sia proporzionalmente alla lettura fatta al tamburo diminuita dell'errore di zero. Per chiarire questo punto abbiamo presi diversi spettri del diffusore bianco usato per la calibrazione variando la larghezza della fenditura fra 50 e 400 μ . Riducendo col solito procedimento fotometrico abbiamo ottenuto i seguenti valori per l'illuminamento e della lastra.

TABELLA V. — *Illuminamento sulla lastra in funzione della larghezza della fenditura (camera III)*

fend.	E	Δ m
50 μ	0,21	- 1,7
100	1,00	0,0
150	1,66	+ 0,55
200	2,40	+ 0,95
400	5,40	+ 0,82

Nell'ultima colonna abbiamo riportato il guadagno in grandezza che si ha allargando la fenditura a parità delle altre condizioni. Si vede facilmente che E soddisfa alla relazione

$$E = k (s - a)$$

dove s è la larghezza della fenditura letta sul tamburo ed a è l'errore di zero. Sostituendo i valori numerici si ha $a = 20 \mu$, $k = 0,0142$; cioè l'errore di zero risulta doppio di quello determinato dalle misure dirette. E' ovvio che questo metodo non può dare valori molto esatti di a ; d'altronde anche raddoppiando l'errore di zero da noi precedentemente trovato le conclusioni tratte dalle tabelle III e IV e dal grafico di fig. 2 non vengono sensibilmente modificate. Si vede chiaramente dalla tabella V che l'illuminamento della lastra cresce regolarmente al crescere della larghezza della fenditura. Abbiamo cercato di confermare sugli spettri di assorbimento i risultati ottenuti con spettri di emissione. A questo scopo abbiamo preso alcuni spettri della stella β Andromedae (Sp. Mo) e γ Draconis (K5) con la camera III e misurata su microfotogrammi la distanza minima di coppie di righe di uguale intensità che appaiono ben risolte oppure al limite di risoluzione. Analoga ricerca è stata eseguita sullo spettro di β Canis Min. preso con la camera IV e fenditura 70 μ . I risultati sono raccolti nella tabella seguente.

TABELLA VI. — *Separazione minima (espressa in μ) di due righe che appaiono distinte in microfotogrammi di spettri stellari*

	fend. 70	fend. 100	fend. 200	
Camera III	—	28 μ	30 μ	β Andr. e γ Drac.
	—	26	38	Spettri del Fe e Cd
Camera IV	45 μ	—	—	β Canis Min.
	43	—	—	Spettri del Fe e Cd

Come si vede le separazioni dedotte dagli spettri stellari sono in ottimo accordo con i risultati precedenti.

Una determinazione indiretta del potere risolutivo della camera IV è stata inoltre eseguita mediante lo studio dei profili di 43 righe dello spettro di Sirio fra $\lambda = 4045$ e $\lambda = 4588$ preso con fenditura 70μ . Dalle curve fotometriche si è dedotta la larghezza h per ciascuna riga; la media di queste risulta

$$h \text{ media} = 63 \pm 1 \mu \quad (\text{Asiago})$$

Le medesime righe sono contenute nell'atlante fotometrico di Hiltner e Williams (7); gli spettri relativi sono stati presi al Coudé dell'osservatorio di Mac Donald. La media larghezza dei profili risulta

$$h \text{ media} = 124 \pm 8 \mu \quad (\text{Mac Donald})$$

Però il Coudé di Mac Donald ha una focale di 2130 mm per cui riducendo alla focale dello spettrografo di Asiago si avrebbe:

$$h \text{ media} = 58 \mu \quad (\text{Mac Donald ridotto a } f = 1000 \text{ mm})$$

Questa riduzione è lecita poichè essendo la larghezza delle righe notevolmente superiore all'intervallo minimo che la lastra è capace di separare, questa non influisce col suo potere risolutivo.

La larghezza del profilo strumentale per lo spettrografo di Mac Donald è dato dall'atlante stesso; ridotto alla focale 1000 esso risulta $h_{sp} = 33 \mu$.

Nei limiti della precisione che interessa in questa ricerca possiamo supporre che il profilo delle righe ed il profilo strumentale siano rappresentabili con una gaussiana; l'equazione integrale dei profili

$$S(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(x) A(x-y) dx$$

(S profilo osservato; W profilo vero; A profilo strumentale) allora ci dà subito (8):

$$h_s^2 = h_w^2 + h_A^2.$$

Nel nostro caso abbiamo per lo spettrografo coudé ridotto alla focale 1000 mm

$$h_w = \sqrt{58^2 - 33^2} = 48 \mu$$

Con questo valore della larghezza del profilo vero per le righe metalliche di Sirio possiamo ora dedurre la larghezza del profilo strumentale per lo spettrografo di Asiago (camera IV). Abbiamo in questo caso $h_s = 63$, $h = 48$, per ne segue

$$h_A = 41 \mu$$

Questo valore è in ottimo accordo con quello determinato dalla righe di emissione del Fe e del Cd che è di 43 μ . E' quindi confermato per via diversa che *il potere risolutivo effettivo dello spettrografo supera in certi casi il potere risolutivo teorico.*

In fig. 3 sono riportati i profili strumentali completi dedotti dalle righe del Fe e del Cd. Si vede che essi hanno delle ali assai sviluppate ed un nucleo piuttosto sottile. Questo comportamento può essere paragonato all'analogo fenomeno che si riscontra quando un obiettivo venga diaframmato da un disco opaco sull'asse. Si ha allora che la « centrica » data dall'obiettivo presenta un disco di diffrazione di dimensioni ridotte mentre parte della luce viene sparpagliata sugli anelli che vengono così rinforzati (10). Anche in questo caso il potere risolutivo aumenta e può diventare superiore a quello teorico. Altri artifici per provocare una riduzione del diametro della centrica sono stati escogitati negli ultimi anni grazie al progresso della tecnica delle lamine sottili, ricoprendo un obiettivo con una sottile lamina di materiale avente un indice di rifrazione adatto (11). L'ottenere quindi un potere risolutivo superiore a quello teorico rientra fra le possibilità pratiche dei sistemi ottici. La teoria non può contemplare questo caso poichè essa parte dal presupposto della regola di Rayleigh che per quanto verificata sperimentalmente non ha nessun fondamento teorico.

Gli autori ringraziano vivamente il prof. G. Abetti ed il prof. G. Silva per il costante interessamento a questa ricerca e le agevolazioni concesse per lo svolgimento del presente lavoro. Un ringraziamento pure al prof. S. Taffara ed alla dott.essa G. De Strobel per aver messo a loro disposizione, prima della pubblicazione, i dati relativi ai profili delle righe stellari.

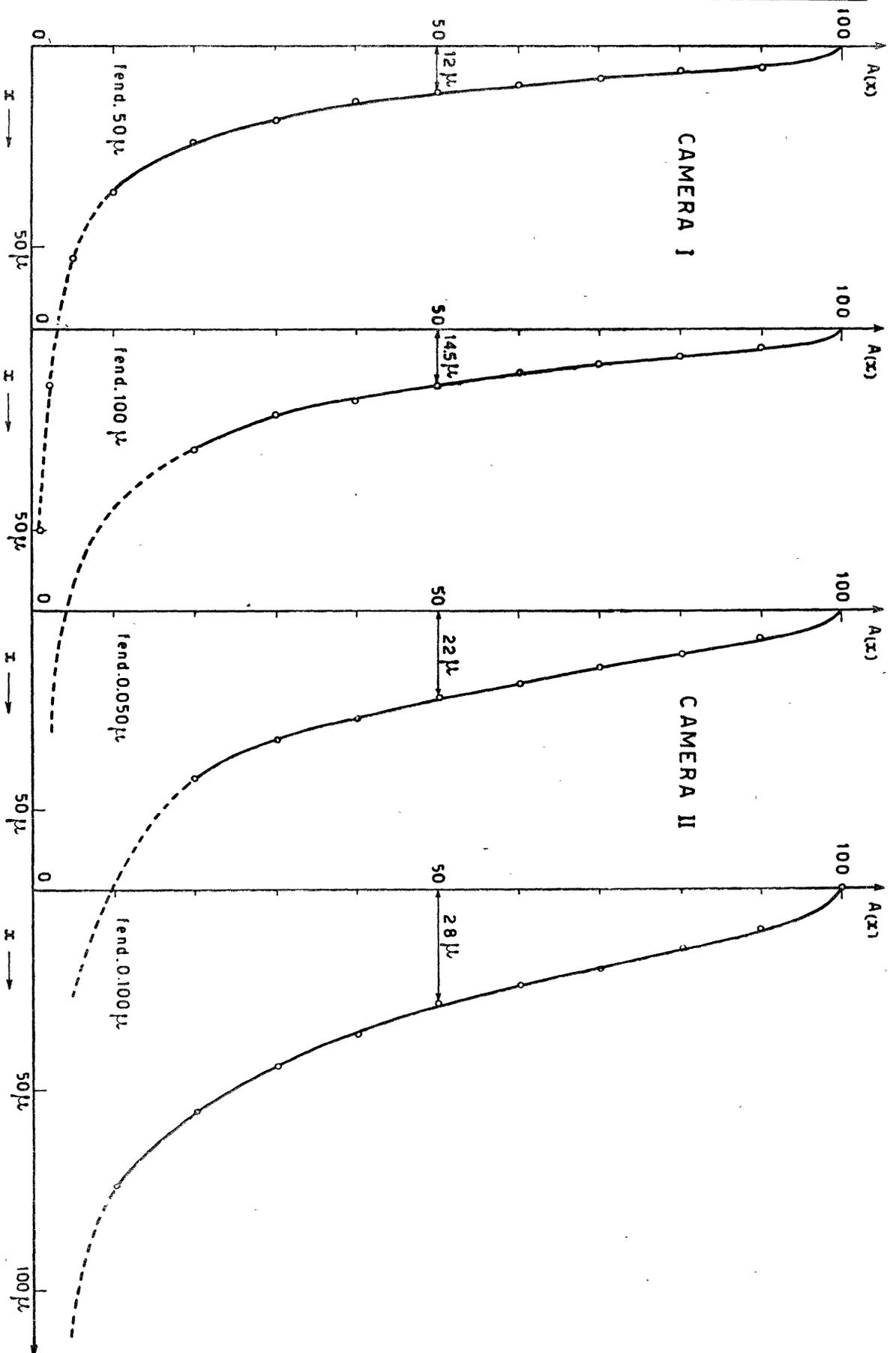


Fig. 3 a - Profili strumentali delle camere I e II dedotti da righe del Fe e del Ca.

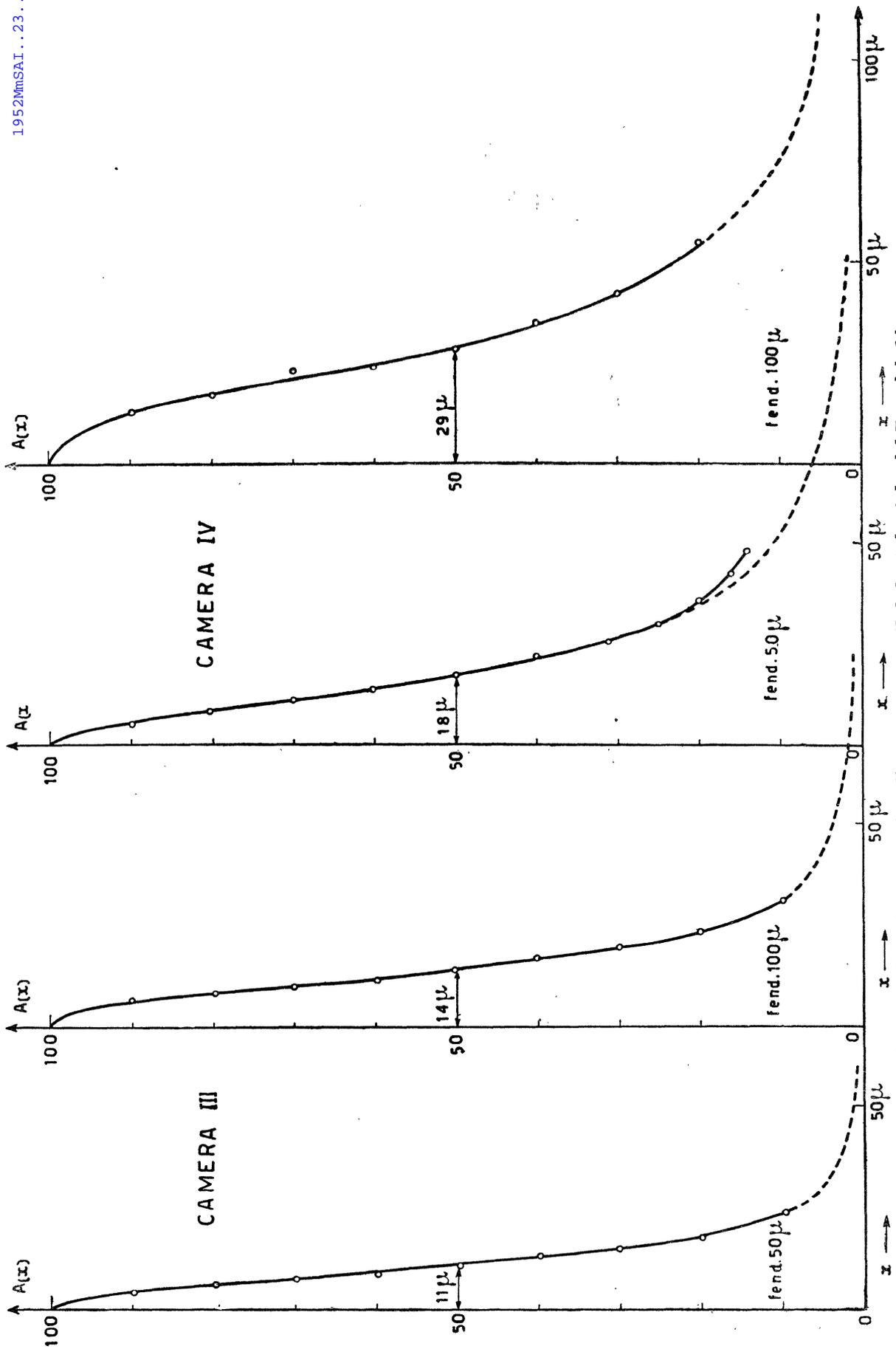


Fig. 3 b - Profili strumentali delle camere III e IV dedotti da righe del Fe e del Cd.

APPENDICE

G. MANNINO — *Aberrazione cromatica degli obiettivi; tabelle della dispersione lineare; tabelle della curvatura delle righe spettrali.*

Il cromatismo residuo degli obiettivi. — E' noto come l'indice di rifrazione e quindi anche la distanza focale di un obiettivo siano funzione della lunghezza d'onda. Ne segue che in uno spettrografo, pur adoperando degli obiettivi composti e perfettamente lavorati, non è possibile ottenere, sia pure in un intervallo di lunghezze d'onda di un migliaio di Angstrom, che tutto lo spettro sia perfettamente focato su di un piano. Se in un sistema di assi cartesiani rettangolari si portano le distanze focali contro le relative lunghezze d'onda si ottiene una curva, ed allo aumentare del raggio di curvatura di essa aumenta la bontà dell'obiettivo adoperato. Ne segue che, adoperando lastre fotografiche piane, solo due punti (in casi particolari tre) dello spettro potranno essere esattamente a fuoco.

E' allora opportuno che l'impiego di uno strumento sia fatto precedere da uno studio delle curve dei fuochi allo scopo di assicurarsi se si può trascurare il cromatismo residuo e cioè vedere entro quali limiti si può essere certi di lavorare con lo spettro in fuoco od almeno sfocato di quantità sufficientemente piccole da non danneggiare i risultati delle osservazioni.

A tale scopo una serie di osservazioni è stata eseguita per ciascuna delle quattro camere fotografiche dello spettrografo cui la presente nota è dedicata. Ciascuna serie di osservazioni consisteva nel prendere un certo numero di spettri dell'arco del ferro con l'inclinazione della lastra spostata di una diecina di gradi dalla sua giusta posizione, e variando opportunamente la distanza focale per ogni singolo spettro. In questo modo si ottennero un certo numero di spettri aventi ciascuno a fuoco solo una limitatissima gamma di lunghezze d'onda, giacchè solo un punto del piano della lastra tagliava la curva dei fuochi mentre le rimanenti parti si discostavano da essa molto rapidamente. Si è quindi proceduto a determinare, mediante stime visuali, per ciascuno spettro quale fosse la zona di lunghezze d'onda in fuoco (ciascuna zona comprendeva di solito una cinquantina di Å) ed a costruire i quattro grafici in figura 4.

In ciascuno di essi sono riportati in ordinate gli spostamenti effettivi della lastra in mm ed in ascissa le lunghezze d'onda. La scala delle ordinate è 10 volte la vera e quella delle ascisse: 10 per la camera prima, 5 per la camera terza, 2 per le camere seconda e quarta; in ciascun grafico, oltre la camera cui esso si riferisce, è indicato il valore della inclinazione della lastra con cui sono state effettuate le osservazioni. Il numero degli spettri usati è di 27 per la camera prima, 18 per la camera seconda, 17 per la camera terza, e 23 per la camera quarta. Alcune determinazioni delle zone in fuoco degli spettri a mezzo di microfotogrammi hanno dimostrato che le stime visuali concordano con quelle fatte sulle registrazioni sufficientemente bene.

Un esame dei quattro grafici in fig. 4 mostra che mentre per la prima camera i fuochi si dispongono praticamente su di una retta, non altrettanto si può dire per le altre camere ed in particolare per la quarta. Se però si osserva che la zona di spettro normalmente usata va all'incirca dai 3800 ai 4500 Å si vede subito che praticamente i fuochi possono considerarsi disposti su una retta anche per la camera terza, mentre per le camere seconda e quarta gli scostamenti sono molto piccoli. E' tuttavia possibile servirsi di tutta la zona spettrale disponibile sulla lastra giacchè tagliando col piano della gelatina le curve dei fuochi in punti opportuni gli scostamenti possono al massimo essere di quantità pari a cinque decimillesimi della distanza focale dell'obbiettivo, valore ancora nei limiti delle tolleranze.

Con l'aiuto delle curve dei fuochi si sarebbe potuto procedere ad una determinazione della migliore distanza focale ed inclinazione della lastra, ma ciò è stato sconsigliato dal fatto che tra obiettivo e camera fotografica è sempre interposto uno specchio piano la cui inclinazione va cambiata quando si effettuano cambiamenti di camera. La mancanza di graduazione di precisione ai comandi degli specchi piani non permette di riprendere esattamente posizioni precedentemente assunte, per cui ad ogni cambiamento di camera è necessario far seguire accurate operazioni di fuocamento.

Le dispersioni lineari osservate. — Spesso, nel procedere alla riduzione di spettri, è necessario conoscere i valori effettivi della dispersione lineare $d\lambda/ds$ in determinati punti dello spettro. Ad evitare che ogni volta si debba ripetere il calcolo si è provveduto a determinare detti valori di 50 in 50 Å per tutte e quattro le camere fotografiche in modo che la dispersione lineare in qualsiasi punto dello spettro possa essere trovata per semplice interpolazione.

A tale scopo sono state effettuate misure su quattro spettri del ferro (uno per ciascuna camera) e dopo avere calcolate le costanti λ_0 , h , s_0 della nota formula di Hartmann :

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{s - s_0}$$

si è proceduto al calcolo delle dispersioni lineari che sono riportate nella tabella VII. Infatti derivando la formula precedente rispetto ad s si ha subito :

$$\frac{d\lambda}{ds} = \frac{-h}{(s - s_0)^2}$$

La curvatura delle righe spettrali. — E' noto che in uno spettrografo solo i fasci di luce provenienti da un solo punto della fenditura, il centro ottico di essa, incidono sul prisma parallelamente ad una sezione normale allo spigolo, mentre i fasci provenienti da tutti gli altri punti formano con detta sezione normale un angolo β , essendo $tg\beta = z'/f'$ ove f' è la distanza focale del collimatore. Allora se un fascio di luce monocromatica

TABELLA VII. — *Le dispersioni lineari osservate in A/mm*

λ	Cam. I	Cam. II	Cam. III	Cam. IV
3700	37.9	11.3	20.3	—
3750	40.2	12.0	21.7	—
3800	42.6	12.7	23.2	6.9
3850	45.0	13.4	24.7	7.3
3900	47.6	14.1	26.2	7.8
3950	50.2	14.9	27.8	8.3
4000	52.8	15.6	29.4	8.8
4050	55.6	16.4	31.1	9.4
4100	58.4	17.2	32.8	9.9
4150	61.3	18.0	34.6	10.5
4200	64.2	18.9	36.4	11.1
4250	67.2	19.8	38.3	11.7
4300	70.3	20.6	40.2	12.3
4350	73.5	21.5	42.2	12.9
4400	76.7	22.5	44.2	13.6
4450	80.0	23.4	46.2	14.3
4500	83.3	24.4	48.3	14.9
4550	86.7	25.3	50.5	15.6
4600	90.3	26.3	52.6	16.3
4650	93.8	27.4	54.9	17.1
4700	97.5	28.4	57.2	17.8
4750	101.2	29.5	59.5	18.6
4800	105.0	30.5	61.9	19.3
4850	108.8	31.6	64.3	20.1
4900	112.7	32.8	66.8	20.9
4950	116.7	33.9	69.3	21.8

TABELLA VIII. — *La curvatura delle righe spettrali in mm.*

Z in mm	Cam. I	Cam. II	Cam. III	Cam. IV
0.2	0.0001	0.0000	0.0003	0.0001
0.3	0.0003	0.0001	0.0006	0.0002
0.4	0.0005	0.0001	0.0010	0.0003
0.5	0.0008	0.0002	0.0016	0.0004
1.0	0.0031	0.0009	0.0062	0.0018
1.5	0.0070	0.0020	0.0139	0.0040
2.0	0.0124	0.0036	0.0247	0.0071
2.5	0.0193	0.0055	0.0386	0.0111
3.0	0.0278	0.0080	0.0556	0.0160

proveniente dal centro della fenditura ha un indice di rifrazione n rispetto al prisma, raggi di luce della medesima lunghezza d'onda ma provenienti da punti diversi della fenditura dovranno essere considerati come aventi indici di rifrazione n' (12) tali che

$$n' = \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \beta}$$

Giacchè evidentemente risulta $n' > n$ le immagini della fenditura (e quindi le righe spettrali) non saranno diritte ma incurvate, con la con-

CAMERA I $i=30^\circ$

3700

4000

4500

4900

λ in A

CAMERA II $i=40^\circ$

spostamento in mm.

10

5

0

3800

4000

4500

5000

λ in A

CAMERA III $i=40^\circ$

spostamento in mm.

5

0

3700

4000

4500

4900

λ in A

CAMERA IV $i=0^\circ$

spostamento in mm.

5

0

3900

4000

4500

5000

λ in A

Fig. 4. - Rappresentazione grafica del cromatismo degli obiettivi

delle quattro camere dello spettrografo.

vessità volta verso il violetto. La deviazione x dalla linea retta è una quantità che cresce rapidamente al crescere della distanza dall'immagine del centro della fenditura. E' questo un effetto di cui bisogna tener conto nelle misure per velocità radiali.

I valori della curvatura per le quattro camere dello spettrografo in questione sono stati calcolati per alcuni valori Z della distanza dal centro della riga spettrale. Il calcolo è stato effettuato a mezzo della formula approssimata di Ditscheiner (13)

$$Z' = \frac{n f \sqrt{1 + n^2 \operatorname{sen}^2 \frac{A}{2}}}{(n^2 - 1) \operatorname{sen} \frac{A}{1}} \cdot x$$

ove n è l'indice di rifrazione, f la distanza focale dell'obiettivo, A l'angolo del prisma, x il valore della curvatura. Nel nostro caso è $f = 287$ per le camere prima e terza, $f = 1000$ per le camere seconda e quarta, $A = 60^\circ$, e per n si è assunto il valore 1,63431 relativo alla riga g del mercurio ($\lambda = 4358$) per la quale i prismi sono in deviazione minima.

La formula precedente è relativa ad un prisma; nel caso di più prismi il valore di x va moltiplicato per il numero di essi.

Evidentemente al variare della lunghezza d'onda, e quindi di n , variano anche i valori della curvatura; ma in un intervallo di $\pm 500 \text{ \AA}$, quale è quello di solito usato, tali variazioni sono molto piccole e si usa trascurarle.

Il calcolo dei valori della curvatura con una formula esatta [quale p. es. quella di Adams (14)] è stato reputato inutile perchè già più volte è stato mostrato che la formula di Ditscheiner si approssima bene alla realtà, almeno in un intorno del centro delle righe così piccolo come quello che si usa nella spettroscopia stellare.

BIBLIOGRAFIA

- (1) *I.U.A. Draft Reports*; pag. 306 (1952).
- (2) BOUASSE, *Diffraction*, Paris, 1923.
UNSOLD, *Physik der Sternatmosphaern*, pag. 210. Springer, Berlin, 1938.
- (3) UNSOLD, Op. cit.
- (4) *Zsf. f. Phys.*, **65**, 547 (1930); **69**, 298 (1931).
- (5) *Contributi dell'osservatorio astrof. di Asiago*, n. 15.
Mem. S.A.I., vol. XXI-2-3 (1950).
- (6) *Ottica*, vol. I, 200 (1936).
- (7) *Photometric Atlas of Stellar Spectra* - Ann. Arbor. Univ. of Michigan Press, 194
- (8) VAN DER HULST, *B.A.N.*, X, 79 (1946).
- (9) VAN DER HULTS, *Ap. J.*, **106**, 121, 19
- (10) V. RONCHI, *Ottica ondulatoria*.
- (11) Atti della fondazione Ronchi, vol. VI (1951).
- (12) GINO GIOTTI, *Lezioni di ottica geometrica*, pag. 47 (1931).
- (13) SCHEINER, *Astronomical Spectroscopy*, pag. 15,
- (14) *Ap. J.*, **11**, 309 (1900).