

CONTRIBUTI  
DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE

a cura del Direttore  
Prof. FRANCESCO ZAGAR

NUOVA SERIE

N. 240

EDOARDO PROVERBIO

Sulla determinazione delle variazioni  
della curvatura media di una livella e delle  
irregolarità di curvatura

Estratto dalle « Memorie della Società Astronomica Italiana »  
vol. XXXVI, fasc. 1-2 - 1965

CATANIA  
SCUOLA SALESIANA DEL LIBRO  
1965

CONTRIBUTI  
DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICICO DI MILANO-MERATE  
a cura del Direttore  
Prof. FRANCESCO ZAGAR

**NUOVA SERIE**

**N. 240**

**EDOARDO PROVERBIO**

---

**Sulla determinazione delle variazioni  
della curvatura media di una livella e delle  
irregolarità di curvatura**

Estratto dalle « Memorie della Società Astronomica Italiana »  
vol. XXXVI, fasc. 1-2 - 1965

CATANIA  
SCUOLA SALESIANA DEL LIBRO  
1965

# SULLA DETERMINAZIONE DELLE VARIAZIONI DELLA CURVATURA MEDIA DI UNA LIVELLA E DELLE IRREGOLARITÀ DI CURVATURA

Nota di EDOARDO PROVERBIO (\*)  
(*Osservatorio Astronomico di Brera - Milano*)

RIASSUNTO. — L'impiego di livelle di elevata sensibilità riveste la più grande importanza per ricerche astrometriche, in particolare per lo studio della variazione e del moto del polo.

Tra le varie cause che introducono errori sistematici o accidentali nelle misure di inclinazione le più importanti sono:

- a) variazioni termiche della curvatura media della livella;
- b) deformazioni elastiche causate dalle pressioni di appoggio sulle livelle;
- c) irregolarità di curvatura della livella;
- d) variazioni apparenti della curvatura media.

Tutte queste cause vengono prese in esame e sono indicati i procedimenti analitici capaci di determinare i vari coefficienti di correzione.

In particolare le irregolarità di curvatura delle livelle vengono messe in evidenza per mezzo di misure effettuate mediante un esaminatore di livelle.

Questi risultati sono utilizzati per lo studio di due livelle principali di inclinazione e di una coppia di livelle di Talcott.

Le misure effettuate mettono in evidenza l'ampiezza notevole delle irregolarità di curvatura in funzione della lunghezza della bolla e l'importanza che sulle livelle di piccola lunghezza (livelle di Talcott) assumono le deformazioni elastiche dovute agli involucri in cui le livelle sono poste.

ABSTRACT. — The use of levels of very high sensibility is of the most importance for the astrometric researchs, in particular for the study of the polar motion.

Among the different causes introducing sistematic or accidental errors in the measures very important are:

- a) thermic variations of the mean curvature of the level;
- b) elastic deformations caused by bearing pressure on the level;

---

(\*) Ricevuta il 16 Dicembre 1964.

- c) curvature irregularity of the level;
- d) apparent variations of the mean curvature.

All these causes are examined and analytical process for to determine the coefficients of correction are given.

In particular the curvature irregularity of the level are put in evidence by measures carried by means of a classic level meter.

These results are utilized for the study of levels of inclination and Talcott's levels.

The results of this research put in evidence remarkable curvature irregularities function of the bubble length and the importance that the elastic deformations caused by bearing pressure have on the Talcott's levels.

#### CONSIDERAZIONI GENERALI

1. - Come è noto la livella rappresenta uno strumento di misura di fondamentale importanza per buona parte delle ricerche di carattere astro-metrico, in particolare nelle determinazioni di latitudine e nello studio del moto del polo. In questi impieghi si presuppone generalmente:

*a)* che la curvatura della livella (sezione geometrica del piano di simmetria della canna con la superficie superiore interna della canna stessa) sia costante, e quindi si assimila detta sezione ad un arco di circonferenza di raggio  $\rho$  (\*).

*b)* che il valore  $x$  in secondi d'arco di una graduazione  $g$  nella quale è suddivisa la sezione della livella sia rigorosamente noto e costante, di valore

$$x = \frac{206265'' g}{\rho} .$$

Come è noto, queste due condizioni sono però verificate nella pratica solo con una certa approssimazione, il che costituisce un elemento di incertezza ed una grave limitazione per quanto riguarda l'interpretazione da attribuire ai dati di osservazione.

Le principali cause che a prescindere dagli errori accidentali di osservazione determinano errori di carattere sistematico ed accidentale nella

---

(\*) Nel seguito, convenzionalmente, ove non sia meglio specificato, col termine *livella* si intenderà sempre indicare la sua sezione geometrica.

determinazione del valore di una graduazione delle livelle di grande sensibilità sono dovute:

- a) a variazioni della curvatura media della livella in funzione della temperatura;
- b) a deformazioni elastiche della canna causate dalle pressioni che su di essa esercitano l'involucro ed i dispositivi di bloccaggio;
- c) a irregolarità della curvatura delle livelle dovute a difetti di costruzione;
- d) a variazioni apparenti della curvatura delle livelle in funzione della lunghezza della bolla.

Gli effetti della prima di dette cause, che vengono generalmente considerati come preponderanti rispetto alle altre, sono facilmente misurabili attraverso la determinazione di un coefficiente termico caratteristico della livella.

Gli effetti provocati dalle deformazioni elastiche della canna non sono stati invece sinora, perlomeno a quanto mi risulta, oggetto di ricerche particolari e ciò è tanto più stupefacente se si considera, come mostrano i risultati delle misure effettuate e qui riportate, che il loro importo può risultare, soprattutto per le livelle di piccole dimensioni, veramente notevole.

Per quanto riguarda al contrario la determinazione delle irregolarità della curvatura delle livelle e della loro influenza, si può dire che questa questione abbia preoccupato da quasi un secolo gli astronomi ed i geodetti.

D'altra parte, come giustamente fa notare G. Silva in una delle sue ultime pubblicazioni dedicata proprio allo studio di questo problema, non risulta che esso, *di data tanto lontana, abbia avuto sinora una soluzione soddisfacente e definitiva* <sup>(1)</sup>, anche se in passato ma soprattutto in questi ultimi anni ad esso si è rivolta l'attenzione di diversi studiosi <sup>(2)</sup> <sup>(3)</sup>.

A proposito infine della variazione del valore medio della graduazione di una livella in funzione della lunghezza della bolla, problema già preso in esame da qualche ricercatore con risultati però molto incerti <sup>(2)</sup>, sembra che le sue cause debbano essere attribuite da una parte, soprattutto alle eventuali irregolarità della curvatura della livella, dall'altra alle variazioni d'inerzia della bolla collegate alla variazione delle forze di adesione che si esercitano sulla superficie di separazione tra il liquido contenuto nella canna e la canna stessa, in funzione della diversa superficie di contatto.

Per uno studio rigoroso di questi problemi è necessario, in primo luogo, disporre di procedimenti di misura capaci di ridurre gli errori accidentali di osservazione a valori inferiori a quelli delle quantità che si vogliono mettere in evidenza, in particolare per gli errori dovuti a imperfezioni nella costruzione della livella. A questo proposito particolarmente indicati sono i metodi

di misura interferenziali (4) (5), che, come osserva il Brein, permettono per la loro elevata precisione, di considerare gli scarti rispetto al valore medio di una graduazione come vere e proprie correzioni attribuibili ad imperfezioni delle livelle. Tuttavia, sia pure con maggiore incertezza, anche lo ordinario procedimento di determinazione del valore angolare di una parte di livella, utilizzando precisi esaminatori e considerando i valori medi relativi a più prove, può fornire interessanti ed utili risultati.

In secondo luogo, utilizzare procedimenti analitici capaci di mettere in evidenza con metodi indiretti, sulla base dei risultati delle osservazioni, le quantità ed i parametri suscettibili di correggere, in un secondo tempo, i valori delle inclinazioni determinate per mezzo delle livelle in esame.

Per questa ricerca ho utilizzato la seguente relazione rigorosa:

$$(1) \quad l_u - l_o - \bar{a}_u p = b_u \quad , \quad (u = 1, 2, \dots, n)$$

nella quale

$$\bar{a}_u = -e_u + e_U + y(u - U) = -e_u + e_U + a_u \quad ,$$

mentre le quantità  $l_u$  ed  $l_o$  rappresentano il punto centrale della bolla della livella corrispondente alla posizione  $o$  (inizio delle misure) ed  $u$  dell'esaminatore,  $e_u$  ed  $e_U$  sono gli errori periodici noti dall'esaminatore stesso nelle posizioni  $u$  ed  $U = \sum_{u=1}^n u/n$  (media aritmetica di tutte le  $u$  o baricentro delle  $u$ ) ed infine  $y$  e  $p$  rispettivamente il valore noto di una parte del tamburo dell'esaminatore ed il valore approssimato di una parte di graduazione della livella.

Se da ogni singola equazione di condizione (1) sottraiamo ora la loro media aritmetica, ponendo:

$$\sum_{u=1}^n a_u/n = 0, \quad \sum_{u=1}^n l_u/n = l_U \quad ,$$

ed ammettendo con sufficiente attendibilità che,

$$\sum_{u=1}^n e_u/n = e_U \quad ,$$

il che equivale ad ammettere che nell'intervallo considerato gli errori periodici dell'esaminatore varino linearmente con  $u$ , si avrà

$$(2) \quad e_u = l_u - l_U - py(u - U) + p(e_u - e_U) \quad , \quad (u = 1, 2, \dots, n)$$

dalla quale come è stato già dimostrato <sup>(6)</sup>, si ottiene per la correzione  $\Delta x = \frac{1}{p}x - p$  del valore esatto  $x$  di una parte di graduazione della livella,

$$(2'') \quad \Delta x = \frac{[c \bar{a}]}{[a \bar{a}]} .$$

Ora dalla (2), nell'ipotesi che  $\frac{1}{p} = x$  e che la livella risulti perfettamente sferica, si dovrà avere:

$$(l_u - l_U) x - y(u - U) + e_u - e_U = 0 ,$$

da cui

$$c_u = 0 .$$

Viceversa nel caso in cui pur essendo la livella perfettamente sferica risultasse  $\frac{1}{p} \neq x$ , chiamando  $E_u$  la differenza tra il valore angolare approssimato dell'inclinazione della livella corrispondente alle due posizioni  $u$  e  $U$  dell'esaminatore ed il suo valore esatto, sarà:

$$E_u = (l_u - l_U) \frac{1}{p} - (l_u - l_U) x ,$$

da cui

$$E_u = x (l_u - l_U) \frac{\Delta x}{p} .$$

Infine dalla (2), nell'ipotesi che anche la curvatura della livella non risulti costante nelle varie posizioni e nei vari intervalli corrispondenti alla posizione  $u$  ed agli intervalli  $u - U$  dell'esaminatore, l'errore complessivo sarà dato dai residui:

$$\frac{c_u}{p} = (l_u - l_U) \frac{1}{p} - y(u - U) + (e_u - e_U) .$$

Ne consegue che l'errore nell'inclinazione dovuto alla sola variazione nella curvatura della livella rispetto alla curvatura media  $k$ , rappresentata dalla curvatura del cerchio di raggio  $\rho_m$  di fig. 1, nell'intervallo  $u - U$ , sarà dato da:

$$(3) \quad \Delta_u = \frac{c_u}{p} - x (l_u - l_U) \frac{\Delta x}{p} .$$

Avendosi inoltre per la curvatura media:

$$(4) \quad k = \frac{x}{g} ,$$

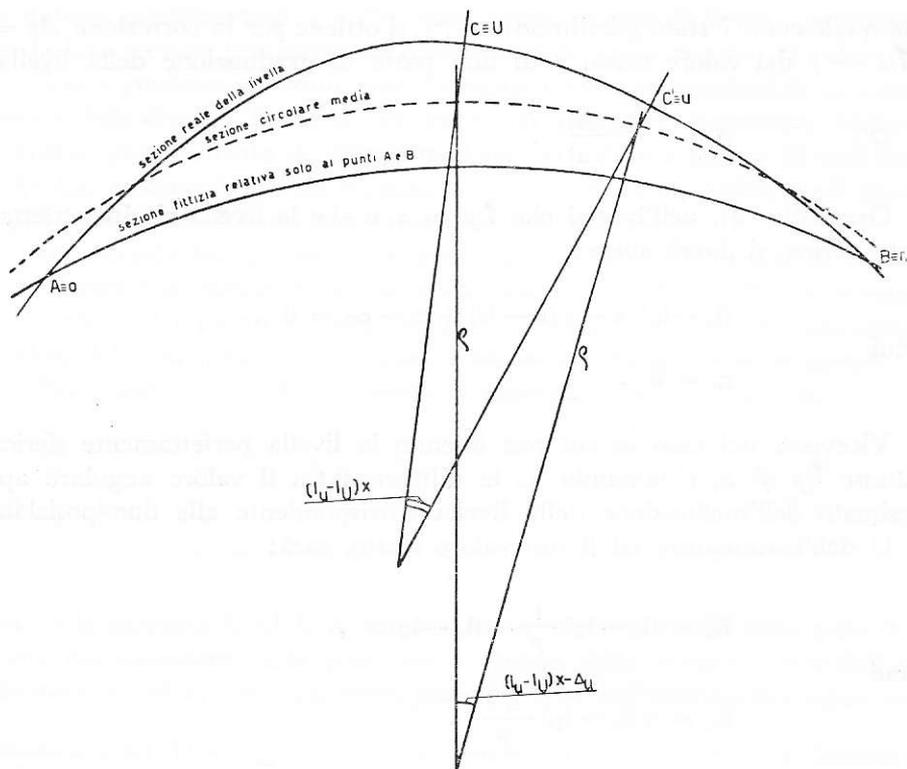


Fig. 1

sarà per la curvatura media nell'intervallo  $u - U$ ,

$$(5) \quad k_{u-U} = \frac{x_{u-U}}{g_{u-U}} \quad (u = 0, 2, \dots, n)$$

ove  $g_{u-U}$  rappresenta il valore lineare medio di una graduazione in detto intervallo mentre, sempre nell'intervallo considerato, dovendo essere

$$x_{u-U} (l_u - l_U) - y (u - U) + e_u - e_U = 0,$$

ed avendosi

$$x (l_u - l_U) - y (u - U) + e_u - e_U = \Delta_u,$$

si potrà scrivere,

$$(5') \quad x_{u-U} = x - \frac{\Delta_u}{l_u - l_U}.$$

Infine la curvatura della livella nel breve tratto compreso tra la posizione del centro della bolla corrispondente alle posizioni successive  $u$  e  $u + 2$  dell'esaminatore (poichè in generale durante le misure la posizione del tamburo dell'esaminatore viene aumentata di due divisioni per volta) potrà essere ricavata con sufficiente approssimazione dalla relazione:

$$(6) \quad k_{u-U} - k_{(u+2)-U} = \frac{x_{u-U} - x_{(u+2)-U}}{2g}, \quad \begin{array}{l} (u = 2, 4, \dots, n) \\ (n \text{ pari}) \end{array}$$

nella quale,

$$(6') \quad x_{u-U} - x_{(u+2)-U} = \frac{\Delta_{u+2}}{l_{u+2} - l_U} - \frac{\Delta_u}{l_u - l_U}. \quad \begin{array}{l} (u = 2, 4, \dots, n) \\ (n \text{ pari}) \end{array}$$

#### DETERMINAZIONE DEL VALORE MEDIO DI UNA GRADUAZIONE E DELLA CURVATURA MEDIA.

2. — Le livelle prese in esame per la determinazione del valore medio di una graduazione e delle sue fluttuazioni sono le livelle N. 120 e N. 121 che costituiscono la coppia di livelle di inclinazione principale dello strumento dei passaggi Ap 100 e le livelle di Talcott indicate con TI e TII appartenenti allo strumento dei passaggi Banberg N. 13998 dell'Istituto di Geodesia della Università di Padova e utilizzate sullo strumento dei passaggi Askania Ap 100 per determinazioni di Latitudine.

Questa ricerca si propone di determinare innanzitutto il valore medio di una graduazione delle livelle con il relativo coefficiente di temperatura in due casi distinti: effettuando cioè le misure all'esaminatore di livelle Bamberg, in un primo tempo utilizzando il solo bulbo della livella; successivamente, dopo avere esaurito tutte le prove alle temperature estreme (invernali ed estive), ed avere sistemato il bulbo stesso nell'apposito suo primo involucro che ha lo scopo sia di proteggere che di bloccare la livella mediante i due doppi ganci elastici ed i due appoggi a pressione di sughero sagomati agli estremi, tutte le prove termiche sono state ripetute. Ciò con lo scopo di mettere in evidenza una eventuale variazione del valore medio di una graduazione e del suo coefficiente termico in funzione delle deformazioni elastiche della canna.

Infine per le livelle di inclinazione N. 120 e N. 121 tutte le misure sono state effettuate una prima volta mantenendo la bolla delle livelle ad una lunghezza di circa 50 graduazioni, una seconda volta con la bolla delle livelle ridotta a circa 30 graduazioni. Il motivo che ha spinto ad effettuare questa ulteriore esperienza è quello di tentare di verificare su una base suf-

TABELLA I

Livelle	Senza involucro				Con involucro			
	val. graduazione	Temp. °C	lungh. bolla	n	val. graduazione	Temp. °C	lungh. bolla	n
120	$1''.023 \pm 0''.004$	+12	30.9	3	$1''.023 \pm 0''.007$	+4	32.6	4
	$1.010 \pm .003$	+26	36.2	4	$1.044 \pm .013$	+30	31.5	3
	$1.022 \pm 0.006$	+12	49.7	4	$1.014 \pm 0.014$	-1	53.4	6
	$0.958 \pm .012$	+33	52.3	3	$0.988 \pm .016$	+30	49.5	3
121	$1''.050 \pm 0''.011$	+12	31.8	4	$1''.047 \pm 0.002$	+3	31.3	4
	$1.035 \pm .026$	+26	35.1	4	$1.050 \pm 0.010$	+31	31.5	3
	$1.022 \pm 0.006$	+12	51.4	4	$1.026 \pm 0.003$	+3	50.5	6
	$1.025 \pm .020$	+31	47.2	3	$0.999 \pm .009$	+27	49.7	3

TABELLA II

Livelle	Senza involucro				Con involucro			
	val. graduazione	Temp. °C	lungh. bolla	n	val. graduazione	Temp. °C	lungh. bolla	n
T I	$1''.015 \pm 0''.012$	+7	23.7	4	$1''.560 \pm 0.012$	+5	24.7	6
	$1.121 \pm 0.010$	+23	24.9	3	$1.278 \pm 0.15$	+31	24.2	3
T II	$1''.102 \pm 0''.015$	+6	24.9	4	$1''.192 \pm 0.025$	+3	24.0	6
	$1''.159 \pm 0''.007$	+23	24.8	3	$1''.242 \pm 0.17$	+30	25.0	3

ficientemente sicura la presenza e la consistenza di un coefficiente legato alle dimensioni lineari della bolla.

Ciascuna delle  $n$  prove alle quali ogni singola livella è stata sottoposta per la determinazione dei vari coefficienti e per lo studio delle irregolarità è stata effettuata, come già è stato accennato, mediante un esaminatore di livelle Bamberg in una precedente occasione accuratamente studiato (<sup>7</sup>), e del quale si è utilizzato come valore  $v$  di una parte di rivoluzione:

$$v = 0'',9735 \pm 0'',0003 .$$

Le misure sono state eseguite ruotando il tamburo dell'esaminatore di due in due parti, corrispondenti grosso modo a  $2''$  e cioè a due graduazioni della suddivisione di ciascuna livella.

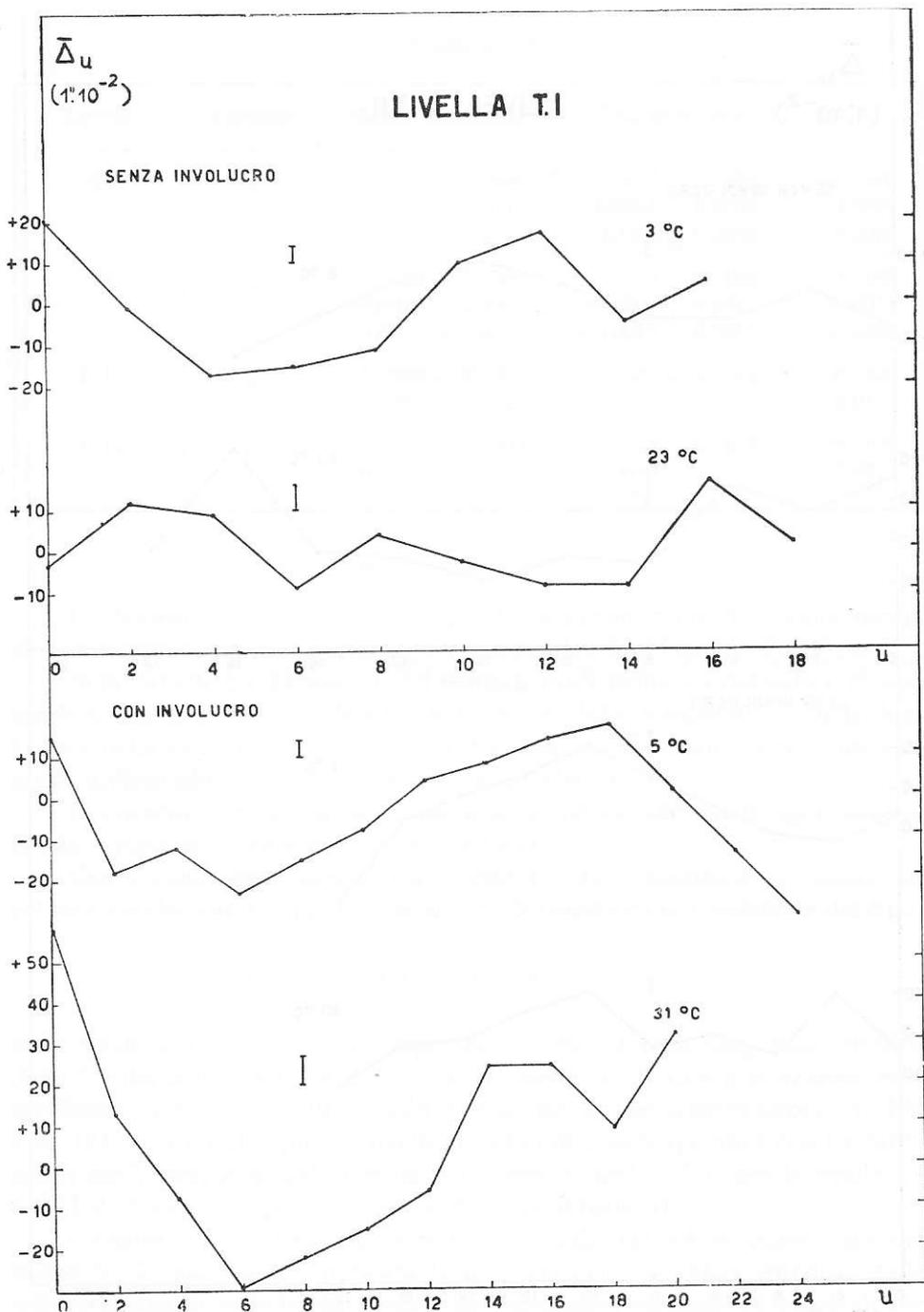


Fig. 2

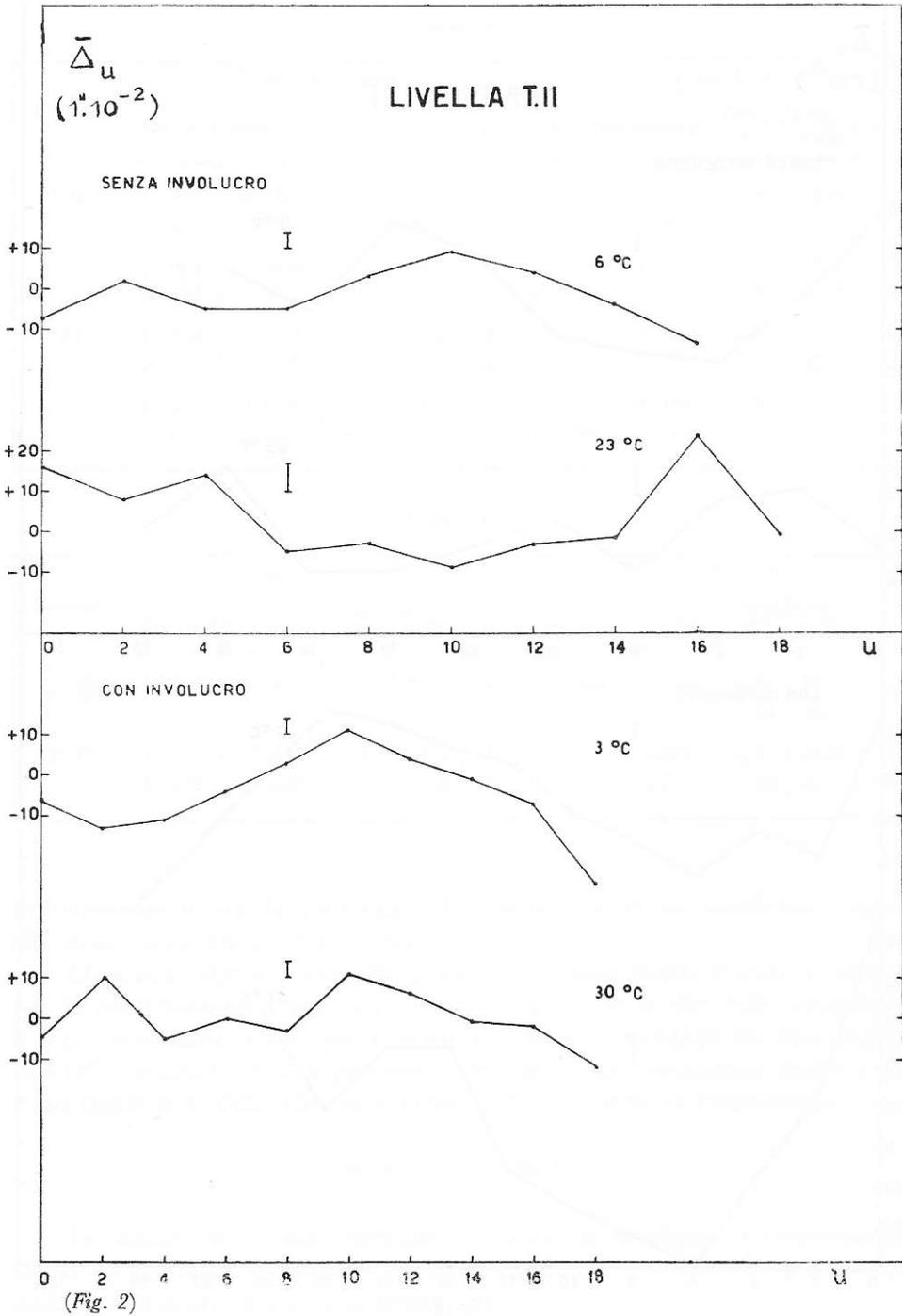


TABELLA III

Livella	Costanti	Senza involucro	Con involucro	S—C
120	$l_0$	$1''.017 \pm 0''.006$	$1''.012 \pm 0''.008$	$+0''.005$
	$\alpha$	$-0.0023 \pm 0.0004$	$-0.0001 \pm 0.0002$	$-0.0022$
	$\beta$	$-0.0009 \pm 0.0004$	$-0.0014 \pm 0.0002$	$+0.0005$
121	$l_0$	$1''.040 \pm 0''.004$	$1''.032 \pm 0''.006$	$+0''.008$
	$\alpha$	$-0.0012 \pm 0.0003$	$-0.0001 \pm 0.0001$	$-0.0011$
	$\beta$	$-0.0019 \pm 0.0002$	$-0.0015 \pm 0.0001$	$-0.0004$
T I	$l_0$	$1''.068 \pm 0''.008$	$1''.451 \pm 0''.010$	$-0''.383$
	$\alpha$	$+0.0066$	$-0.0108$	$+0.0174$
T II	$l_0$	$1''.132 \pm 0''.008$	$1''.214 \pm 0''.015$	$-0''.082$
	$\alpha$	$+0.0033$	$+0.0019$	$+0.0014$

I laboriosi calcoli di riduzione per la determinazione del valore medio di una graduazione sono stati eseguiti utilizzando le relazioni (1), (2), e (2').

Nelle tabelle I e II sono dati i risultati medi definitivi del valore di una graduazione per ciascuna livella in funzione della temperatura, della lunghezza della bolla e per ciascuno dei due casi in cui le prove sono state eseguite utilizzando la livella senza o con involucro.

Il numero  $n$  rappresenta il numero di prove alle quali ogni singola livella è stata sottoposta nelle date condizioni.

Con i valori delle precedenti tabelle I e II e mediante la risoluzione col metodo dei minimi quadrati si sistemi di equazioni di condizione del tipo:

$$l = l_0 - \alpha (T - 15) - \beta (L - 40) ,$$

nella quale  $T$  rappresenta la temperatura in °C ed  $L$  la lunghezza effettiva della livella, sono stati calcolati il valore medio  $l_0$  di una graduazione ed i coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$  quest'ultimo solo per le due livelle d'inclinazione N. 120 e N. 121) relativi alle quattro livelle. I valori di queste quantità con i relativi errori medi sono dati nella tabella III (l'errore medio di  $l_0$  per le livelle TI e TII è ricavato dagli errori indicati nella tabella II).

L'analisi dei risultati riportati nella tabella III ed in particolare dei valori S—C con cui si è indicata la differenza tra i valori ottenuti dalle misure effettuate sulle livelle senza e con involucro, consente di trarre alcune conclusioni di notevole interesse pratico.

In primo luogo si può notare che a differenza delle livelle di inclinazione, di notevole lunghezza, sulle quali le deformazioni esercitate dalle pressioni laterali ed agli estremi, dovute all'involucro, determinano variazioni sul valore di una graduazione dell'ordine degli errori medi, le livelle di Talcott, di dimensioni lineari molto più ridotte (circa un terzo), sembrano risentire notevolmente di queste sollecitazioni.

Per la livella TI la variazione subita dal valore di una graduazione misurata senza o con involucro risulta in questo caso notevolissima.

Anche il coefficiente termico presenta variazioni, sia nel caso della livella di inclinazione che per le livelle di Talcott, tali da non lasciare dubbi sulla loro reale interpretazione fisica. Un discorso a parte a questo proposito (che esula però dallo scopo della presente ricerca) meriterebbe la livella TI che presenta un eccezionale comportamento anche per quanto riguarda il coefficiente termico.

Per ciò che concerne infine la variazione apparente della curvatura media e quindi del valore di una graduazione in funzione della lunghezza della bolla, il valore del coefficiente  $\beta$  per le livelle N. 120 e N. 121 è tale in ambedue i casi, senza e con involucro, da permettere di trarre conclusioni sufficientemente fondate sulla sua realtà. Come è stato in precedenza sottolineato la causa principale di questo fenomeno dovrebbe riscontrarsi nelle anomalie della curvatura media della livella, fenomeno allo studio del quale è stato dedicato il capitolo che segue.

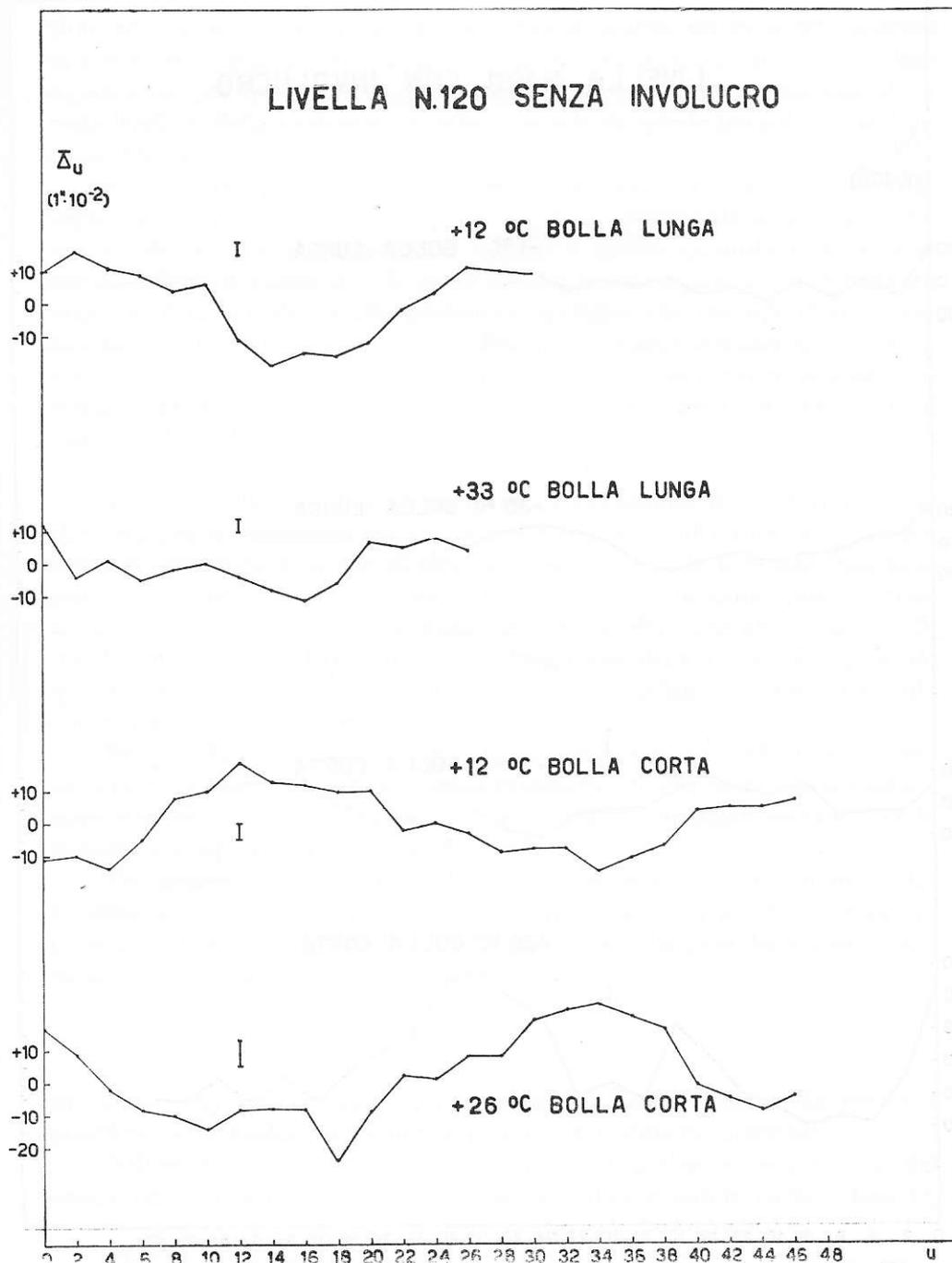
#### DETERMINAZIONE DELLE IRREGOLARITÀ DELLA CURVATURA MEDIA

3. — Il valore della curvatura media nell'intervallo  $u-U$  dell'esaminatore, che corrisponde, come è stato mostrato, ad un pressochè identico intervallo sulla graduazione della livella, può essere ricavato dalle relazioni (5) e (5'), mentre la stessa variazione della curvatura di due in due graduazioni circa della livella è data dalla (6) e dalla (6'). Queste sono tutte basate come si vede sulla determinazione dei residui  $\Delta_u$  forniti dalla (3).

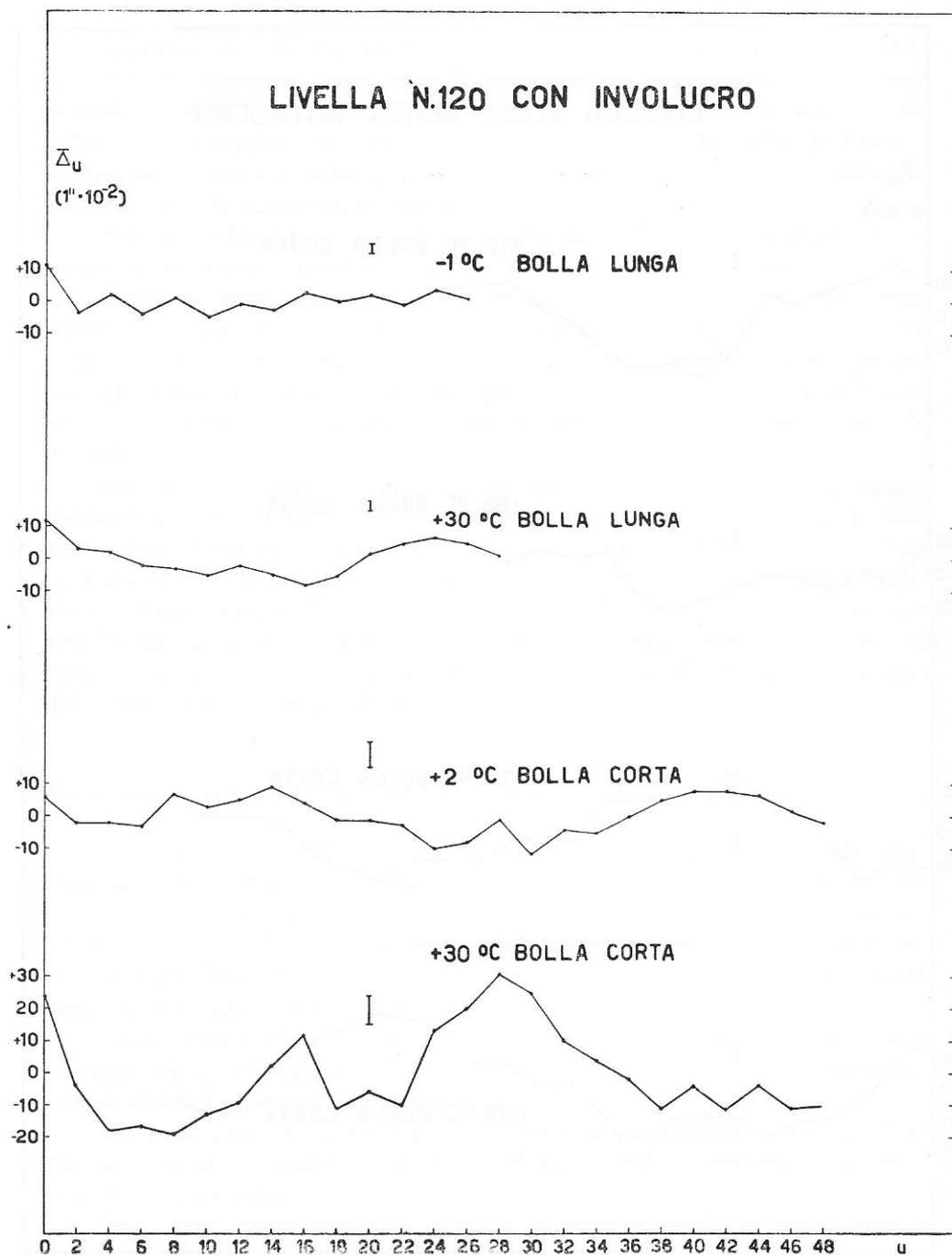
Nella tabella IV sono dati i valori medi  $\bar{\Delta}_u$  dei residui  $\Delta_u$  nonchè i corrispondenti valori della quantità  $x - x_{u-U}$  e  $x_{n-U} - x_{(n+)-U}$ , necessari per la determinazione della curvatura.

Gli stessi residui  $\bar{\Delta}_u$  sono stati riportati in diagramma nella fig. 2 al fine di mostrare in modo più evidente ed immediato il loro comportamento e la loro variazione.

Sugli stessi diagrammi sono indicati, in tratti verticali, gli errori medi  $e$  relativi a ciascun punto del diagramma dedotti sulla base degli scarti tra i singoli residui  $\bar{\Delta}_u$  calcolati per ogni livella e per ognuna delle  $n$  determina-



(Fig. 2)



(Fig. 2)

zioni ed il loro valore medio  $\bar{\Delta}_u$ . L'entità di questi errori medi consente di attribuire in generale ai residui  $\bar{\Delta}_u$  ed al loro andamento un preciso valore significativo per quanto riguarda la presenza di irregolarità nella curvatura delle livelle e della variazione a volte notevole di queste irregolarità in funzione dei vari parametri.

Al contrario, poichè il peso di ciascuno dei valori  $x - x_{u-U}$ , e di conseguenza dei valori  $x_{u-U} - x_{(u+2)-U}$ , risulta proporzionale a  $l_u - l_U$  si dovrà attribuire maggiore significato e peso a queste quantità quando esse corrispondono a valori  $u - U \gg 0$ , mentre scarso significato (o significato nullo) sarà da attribuire alle precedenti quantità che corrispondono a valori di  $u - U = 1$  (o  $u - U = 0$ ). Per questo motivo le quantità  $x - x_{u-U}$  e  $x_{u-U} - x_{(u+2)-U}$  di peso non rilevante sono state poste entro parentesi rotonda, mentre con il simbolo (") si sono indicati i valori corrispondenti al caso  $u - U = 0$ .

4. — L'analisi dei diagrammi di fig. 2 ci conduce infine a trarre conclusioni, che si ritengono sufficientemente fondate, sull'entità delle irregolarità di curvatura di livelle di elevata sensibilità e sulla loro influenza sulle osservazioni dirette di inclinazione. Esiste a questo proposito una correlazione, evidente anche dall'osservazione visuale dei diagrammi di fig. 2, tra l'ampiezza delle irregolarità e la lunghezza della bolla. In generale quanto più la bolla è lunga tanto meno sono sensibili le irregolarità della curvatura media della livella.

Sempre dai diagrammi di fig. 2 si può inoltre rilevare che le variazioni dei valori  $\Delta_u$  passando da livelle senza involucro a livelle munite di involucro, sono relativamente modeste, come si può meglio constatare sovrapponendo le curve corrispondenti per ciascuna livella.

Per quanto riguarda infine l'utilizzazione pratica delle quantità  $\Delta_u$ , ricordiamo che esse, come è stato detto, rappresentano gli errori della inclinazione media nell'intervallo  $u - U$ , calcolata sulla base del valore medio della graduazione  $x$  per mezzo della relazione,

$$i = \frac{l_{u1} - l_{u2}}{2} x \quad ,$$

in cui  $l_{u1}$  e  $l_{u2}$  sono i valori corrispondenti ai centri della bolla per due posizioni della livella diversamente e convenzionalmente orientate.

Nell'approssimazione fin qui accettata, la posizione generica  $l_u$  del centro della bolla è legata alla posizione  $u$  dell'esaminatore dalla relazione,

$$(7) \quad l_u \approx u + \frac{1}{2} \lambda \quad ,$$

ove con  $\lambda$  è indicata la lunghezza della bolla. Dalla precedente è quindi possibile ricavare per ciascun valore  $l_u$  il corrispondente valore  $u$  e quindi l'errore  $\bar{\Delta}_u$  che a questa posizione corrisponde.

Il valore della inclinazione corretta per le irregolarità di curvatura della livella sarà quindi dato da:

$$i' = \frac{1}{2} (l_{u1} x_{u1-U} - l_{u2} x_{u2-U}) ,$$

nella quale  $x_{ui-U}$  ( $i = 1, 2$ ) rappresenta il valore corretto della graduazione fornito dalla (5') in corrispondenza del valore  $u$  ricavato dalla (7).

Di conseguenza il valore corretto dell'inclinazione si potrà scrivere:

$$i' = i - l_{u1} \frac{\bar{\Delta}_{u1}}{l_{u1} - l_U} + l_{u2} \frac{\bar{\Delta}_{u2}}{l_{u2} - l_U} ,$$

e potrà essere pertanto direttamente calcolato per mezzo dei valori riportati nella Tabella IV.

Chiamando ora  $F$  la distanza lineare tra i centri delle bolle nelle due posizioni della livella, cioè ponendo:

$$l_{u2} - l_{u1} = F$$

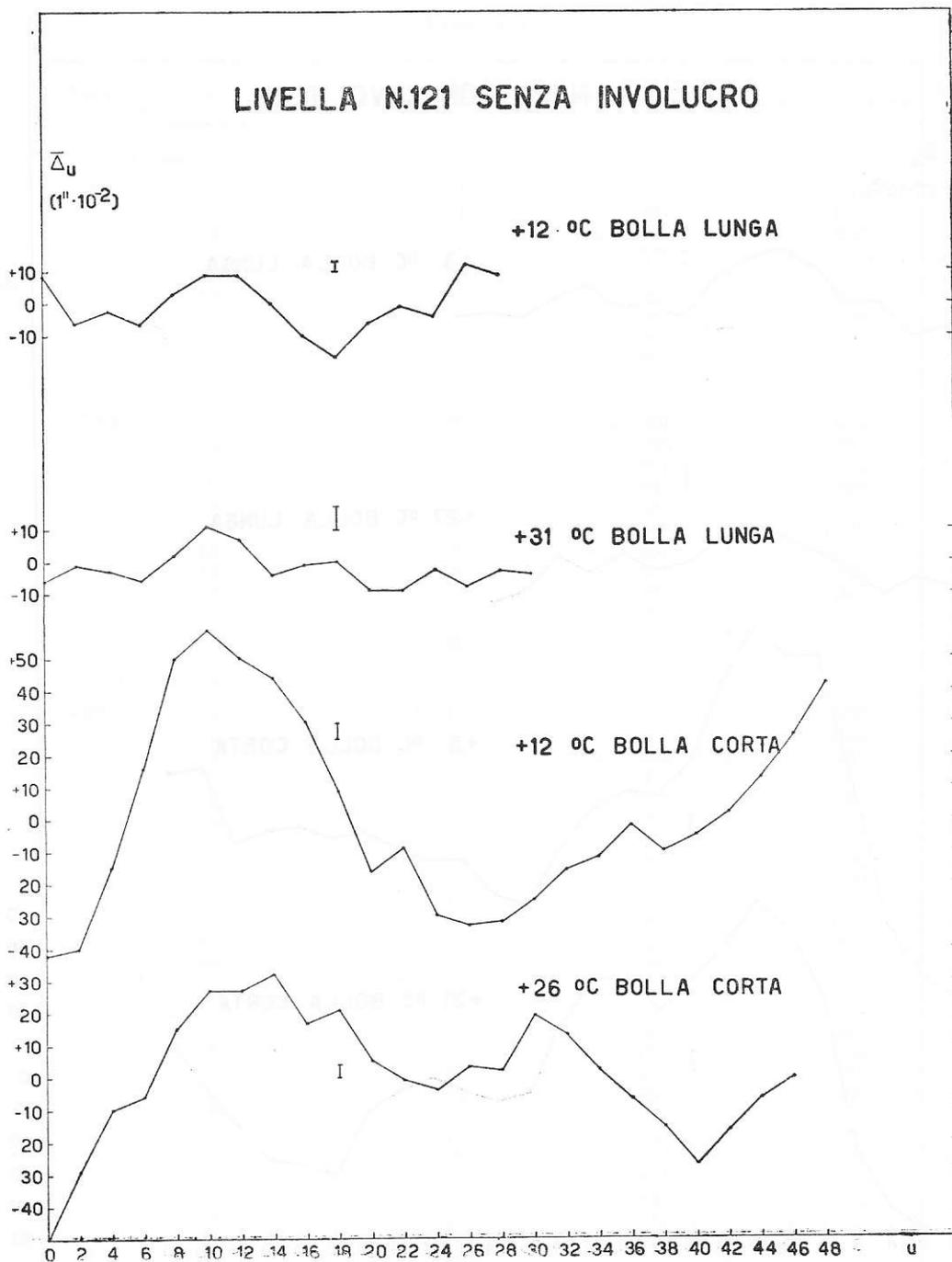
la precedente si può scrivere

$$i' = i - l_{u1} \left( \frac{\Delta_{u1}}{l_{u1} - l_U} - \frac{\Delta_{u2}}{l_{u2} - l_U} \right) + F \frac{\Delta_{u2}}{l_{u2} - l_U} ,$$

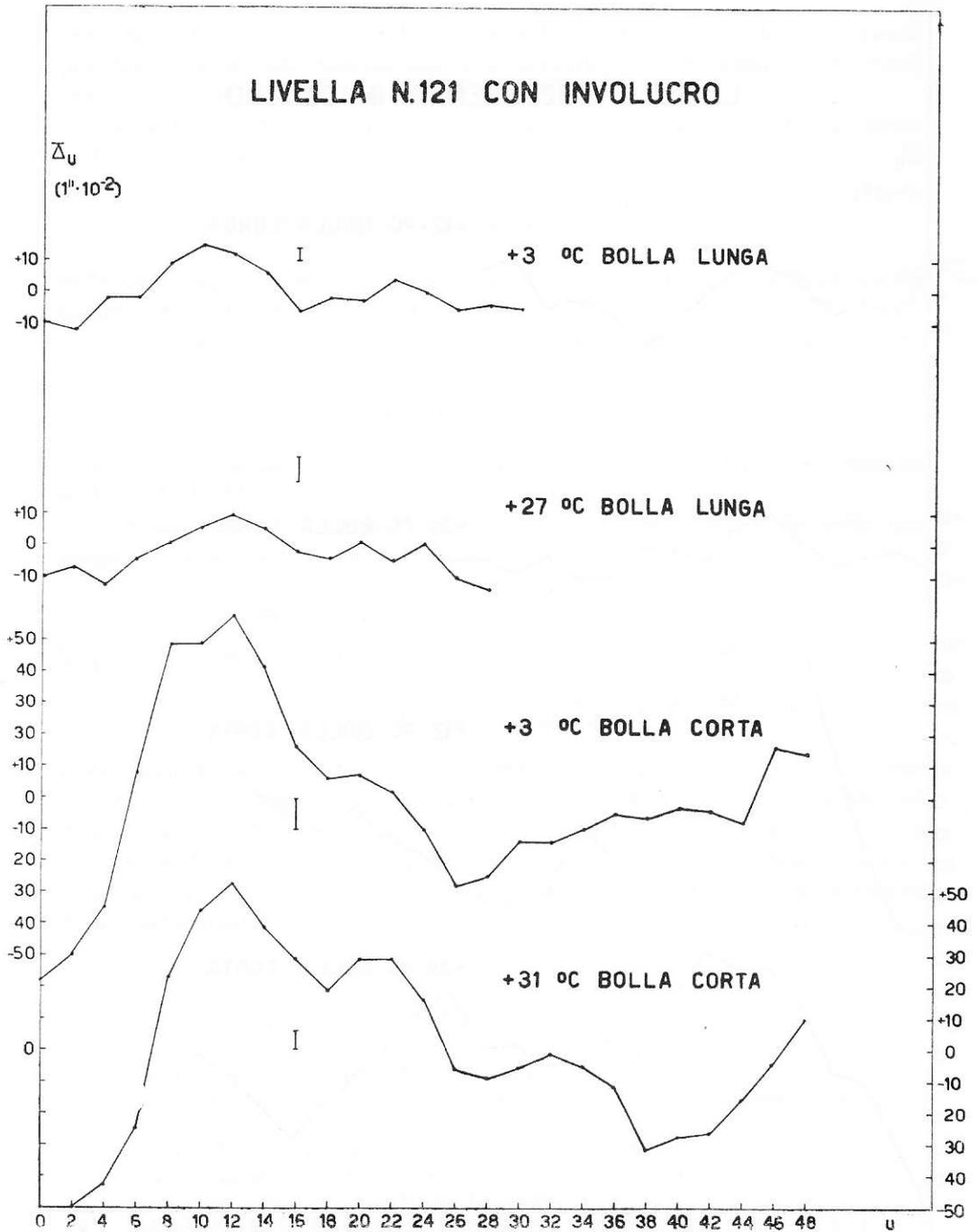
nella quale gli ultimi due termini a destra rappresentano e mettono in evidenza le componenti della correzione, che risultano quindi funzione sia delle irregolarità rispetto ai due punti  $l_{u1}$  e  $l_{u2}$ , che dell'ampiezza  $F$  della escursione della bolla. Quest'ultimo risultato mostra, a prescindere da altri validi motivi, la necessità che l'escursione  $F$  della bolla nelle due posizioni della livella risulti la più piccola possibile.

#### BIBLIOGRAFIA

- (1) G. SILVA: *Rend. Sc. fis. e mat.*, Acc. Licei, Vol. XXII, 257 (1957).
- (2) L. VOLTA, L. CARNERA, G. SILVA: *Pubbl. R. Osser. Astron. di Brera in Milano*, N XLVIII (1910).
- (3) G. SILVA: *Mem. Ist. Ven. di S.L.A.*; Tomo CXV, (1956-1957).
- (4) R. BREIN: *Deutsche Geod. Kommission*; Reihe B, N. 21, (1954).
- (5) R. DELMONTE: *Bull. Géodésique*; N. 11, 73 (1949).
- (6) E. PROVERBIO: *Boll. di Geodesia e Sc. Affini*; XX (2), 241, (1961).
- (7) E. PROVERBIO: *Mem. S.A.It.*, XXXI (2-3), (1960).



(Fig. 2)



(Fig. 2)

TABELLA IV

Temp.	u	$\bar{\Delta}_u$	$x - x_{u-U}$	$x_{u-U} - x_{(u+2)-U}$	
TI (senza involucro)					
+7°C	0	+0''.21	-0''.029	-0''.031	
	2	- 01	+ 002	- 041	
	4	- 17	+ 043	- 032	
	6	- 15	+ 075	+ ( " )	
	8	- 12	( " )	+ ( " )	
	10	+ 10	+ 045	+ 005	
	12	+ 17	+ 040	+ 048	
	14	- 05	- 008	- 014	
	16	+ 05	+ 006		
			$\varepsilon = \pm 04$		
	+23°C	0	-0''.03	+0''.004	+0''.024
		2	+ 12	- 020	+ 001
		4	+ 09	- 021	- 056
		6	- 09	+ 035	+ (085)
		8	+ 04	- (050)	- (012)
		10	- 03	- (042)	- (005)
12		- 09	- 037	- 016	
14		- 09	- 021	- 049	
16		+ 17	- 028	+ 027	
18		+ 01	+ 001		
		$\varepsilon = \pm 06$			
TI (con involucro)					
+5°C		0	+0''.15	-0''.021	-0''.050
		2	- 18	+ 029	+ 004
		4	- 12	+ 024	- 035
		6	- 23	+ 059	+ 001
	8	- 15	+ 058	- 004	
	10	- 08	+ 062	+ ( " )	
	12	+ 04	( " )	- ( " )	
	14	+ 08	+ 062	+ 008	
	16	+ 14	+ 054	+ 020	
	18	+ 17	+ 034	+ 032	
	20	+ 01	+ 002	+ 025	
	22	- 14	- 023	+ 017	
	24	- 30	- 040		
			$\varepsilon = \pm 09$		
	+31°C	0	+0''.58	-0''.081	-0''.061
		2	+ 13	- 022	- 038
4		- 07	+ 016	- 075	
6		- 29	+ 091	- 009	
8		- 16	+ 100	+ ( " )	
10		- 15	+ 100	+ ( " )	
12		- 06	- 038	- 109	
14		+ 24	+ 071	+ 023	
16		+ 24	+ 048	+ 034	
18		+ 09	+ 014	- 027	
20		+ 32	+ 041		
		$\varepsilon = \pm 07$			

(segue Tabella IV)

Temp.	u	$\Delta_u$	$x - x_{u-U}$	$x_{u-U} - x_{(u+2)-U}$
TII (senza involucro)				
+6°C	0	-0''.07	+0''.010	+0''.015
	2	+ 02	- 004	- 018
	4	- 05	+ 014	- 013
	6	- 05	+ 027	- ( " )
	8	+ 03	( " )	- ( " )
	10	+ 09	+ 050	+ 039
	12	+ 04	+ 011	+ 019
	14	- 04	- 008	+ 012
	16	- 14	- 020	
			$\varepsilon = \pm 04$	
+23°C	0	+0''.16	-0''.022	+0''.008
	2	+ 08	- 014	+ 021
	4	- 14	- 035	- 055
	6	- 05	+ 020	- (018)
	8	- 03	+ (038)	+ (138)
	10	- 09	- (100)	- (089)
	12	- 03	- 011	- 006
	14	- 02	- 005	- 043
	16	+ 24	+ 038	+ 049
	18	- 01	- 001	
		$\varepsilon = \pm 07$		
TII (con involucro)				
+3°C	0	-0''.06	+0''.008	-0''.014
	2	- 13	+ 022	- 004
	4	- 11	+ 026	+ 010
	6	- 04	+ 016	+ (049)
	8	- 03	- (033)	- (155)
	10	- 11	+ (122)	+ (106)
	12	- 04	+ 016	+ 018
	14	- 01	- 002	+ 010
	16	- 07	- 012	+ 026
	18	- 27	- 038	
		$\varepsilon = \pm 04$		
+30°C	0	-0''.05	+0''.007	+0''.025
	2	+ 10	- 018	- 030
	4	- 05	+ 012	+ 012
	6	+ 00	+ 000	- (033)
	8	- 03	+ (033)	- (104)
	10	+ 11	+ (137)	+ (111)
	12	+ 06	+ 026	+ 029
	14	- 01	- 003	+ 001
	16	- 02	- 004	+ 013
	18	- 12	- 017	
		$\varepsilon = \pm 04$		

(segue Tabella IV)

Temp.	u	$\Delta_u$	$x - x_{u-U}$	$x_{u-U} - x_{(u+2)-U}$
120 (con involucro - bolla lunga)				
-1°C	0	+0''.11	-0''.009	-0''.013
	2	- 04	- 004	+ 006
	4	+ 02	+ 002	- 008
	6	- 04	+ 006	+ 008
	8	+ 01	- 002	- 020
	10	- 05	+ 018	+ (008)
	12	- 01	+ (010)	+ (042)
	14	- 03	- (032)	- (042)
	14	- 03	- (032)	+ (042)
	16	+ 03	+ 010	- 010
	18	+ 00	- 000	+ 003
	20	+ 02	+ 003	+ 004
	22	- 01	- 001	- 005
	24	+ 04	+ 004	+ 003
26	+ 01	+ 001		
		$\varepsilon = \pm 03$		
120 (con involucro - bolla lunga)				
+30°C	0	+0''.12	-0''.009	-0''.007
	2	+ 03	- 002	+ 000
	4	+ 02	- 002	- 004
	6	- 02	+ 002	- 003
	8	- 03	+ 005	- 008
	10	- 05	+ 013	+ 003
	12	- 02	+ 010	( " )
	14	- 05	( " )	( " )
	16	- 08	- 040	- 027
	18	- 05	- 013	- 016
	20	+ 02	+ 003	- 003
	22	+ 05	+ 006	- 001
	24	+ 07	+ 007	+ 003
	26	+ 05	+ 004	+ 003
28	+ 01	+ 001		
		$\varepsilon = \pm 03$		
120 (con involucro - bolla corta)				
+2°C	0	+0''.06	-0''.003	-0''.004
	2	- 02	+ 001	+ 000
	4	- 02	+ 001	- 001
	6	- 03	+ 002	+ 007
	8	+ 07	- 005	- 003
	10	+ 03	- 002	+ 002
	12	+ 05	- 004	+ 002
	14	+ 09	- 010	- 005
	16	+ 04	- 005	- 007
	18	- 01	+ 002	- 001
	20	- 01	+ 003	- 013
	22	- 03	+ 016	( " )

(segue Tabella IV)

Temp.	u	$\Delta_u$	$x - x_{u-U}$	$x_{u-U} - x_{(u+g)-U}$
120 (con involucro - bolla corta)				
	24	— 10	( " )	( " )
	26	— 08	— 040	— 037
	28	— 01	— 003	+ 018
	30	— 12	— 021	— 016
	32	— 04	— 005	+ 000
	34	— 05	— 005	— 005
	36	— 00	+ 000	— 004
	38	+ 05	+ 004	— 001
	40	+ 08	+ 005	— 000
	42	+ 08	+ 005	+ 001
	44	+ 07	+ 004	+ 003
	46	+ 02	+ 001	+ 002
	48	— 02	— 001	
		$\varepsilon = \pm 08$		
+30°C	0	+0".24	—0".011	—0".013
	2	— 04	+ 002	— 007
	4	— 18	+ 009	+ 000
	6	— 17	— 009	+ 003
	8	— 19	+ 012	+ 003
	10	— 13	+ 009	+ 001
	12	— 09	+ 008	+ 011
	14	+ 03	— 003	+ 013
	16	+ 12	— 016	— 036
	18	+ 11	+ 020	+ 003
	20	— 06	+ 017	— 034
	22	— 10	+ 051	( " )
	24	+ 14	( " )	( " )
	26	+ 21	+ 105	+ 028
	28	+ 31	+ 077	+ 034
	30	+ 25	+ 043	+ 030
	32	+ 10	+ 013	+ 009
	34	+ 04	+ 004	+ 006
	36	— 02	— 002	+ 006
	38	— 11	— 008	— 005
	40	— 04	— 003	+ 003
	42	— 11	— 006	+ 016
	44	— 04	— 022	— 001
	46	— 11	— 005	— 107
	48	— 10	— 004	
		$\varepsilon = \pm 09$		
120 (senza involucro - bolla corta)				
+26°C	0	+0".17	—0".008	—0".004
	2	+ 09	— 004	— 005
	4	— 02	+ 001	— 004
	6	— 08	+ 005	— 008
	8	— 20	+ 013	+ 004

(segue Tabella IV)

Temp.	u	$\Delta_u$	$x - x_{u-U}$	$x_{u-U} - x_{(u+2)-U}$
120 (senza involucro - bolla corta)				
	10	— 23	+ 018	+ 001
	12	— 18	+ 017	— 003
	14	— 18	+ 020	— 006
	16	— 18	+ 026	— 042
	18	— 34	+ 068	+ 005
	20	— 19	+ 063	(017)
	22	— 08	+ (080)	+ (170)
	24	— 09	— (090)	— (083)
	26	— 02	— 007	— 003
	28	— 02	— 004	— 017
	30	+ 09	+ 013	+ 000
	32	+ 12	+ 013	+ 000
	34	+ 14	+ 013	+ 005
	36	+ 10	+ 008	+ 004
	38	+ 06	+ 004	+ 011
	40	— 11	— 007	+ 001
	42	— 15	— 008	+ 002
	44	— 19	— 009	— 002
	46	— 15	— 007	
		$\varepsilon = \pm 08$		
120 (senza involucro - bolla corta)				
+12°C	0	—0''11	+0''005	+0''000
	2	— 10	+ 005	— 003
	4	— 14	+ 008	+ 005
	6	— 05	+ 003	+ 009
	8	+ 08	— 006	+ 002
	10	+ 10	— 008	+ 009
	12	+ 19	— 018	— 003
	14	+ 13	— 015	+ 003
	16	+ 12	— 018	+ 003
	18	+ 10	— 021	+ 014
	20	+ 10	— 035	— (055)
	22	— 02	+ (020)	+ (020)
	24	+ 00	+ (000)	+ (010)
	26	— 03	— 010	+ 099
	28	— 09	— 019	— 007
	30	— 08	— 012	— 003
	30	— 08	— 012	— 003
	32	— 08	— 009	+ 003
	34	— 15	— 014	— 005
	36	— 11	— 009	— 004
	38	— 07	— 005	— 007
	40	+ 04	+ 002	— 001
	42	+ 05	+ 003	+ 000
	44	+ 05	+ 003	+ 000
	46	+ 07	+ 003	
		$\varepsilon = \pm 05$		

(segue Tabella IV)

Temp.	u	$\Delta_u$	$x - x_{u-U}$	$x_{u-U} - x_{(u+2)-U}$
120 (senza involucro - bolla lunga)				
+12°C	0	+0''.10	-0''.007	+0''.006
	2	+ 16	- 013	+ 003
	4	+ 11	- 010	+ 001
	6	+ 09	- 011	- 005
	8	+ 04	- 006	+ 007
	10	+ 06	- 013	- 052
	12	- 11	+ 039	- (151)
	14	- 19	+ (190)	+ (340)
	16	- 15	- (150)	- (095)
	18	- 16	- 055	- 030
	20	- 12	- 025	- 022
	22	- 02	- 003	- 006
	24	+ 03	+ 003	- 007
	26	+ 11	+ 010	+ 003
	28	+ 10	+ 008	+ 002
	30	+ 09	+ 006	
		$\varepsilon = \pm 04$		
120 (senza involucro - bolla lunga)				
+33°C	0	+0''.12	-0''.009	-0''.013
	2	- 04	+ 004	+ 005
	4	+ 01	- 001	- 008
	6	- 05	+ 007	+ 003
	8	- 02	+ 004	+ 004
	10	- 00	+ 000	- (040)
	12	- 04	+ (040)	+ (120)
	14	- 08	- (080)	- ( 44)
	16	- 11	- 036	- 024
	18	- 06	- 012	- 022
	20	+ 07	+ 010	+ 005
	22	+ 05	+ 005	- 002
	24	+ 08	+ 007	+ 004
	26	+ 04	+ 003	
		$\varepsilon = \pm 04$		
121 (con involucro - bolla corta)				
+3°C	0	-0''.58	+0''.024	+0''.000
	2	- 50	+ 024	+ 005
	4	- 35	+ 019	+ 024
	6	+ 08	+ 005	+ 033
	8	+ 49	- 038	+ 002
	10	+ 49	- 040	- 012
	12	+ 57	- 052	- 007
	14	+ 41	- 045	- 024
	16	+ 16	- 021	- 010

(segue Tabella IV)

Temp.	u	$\Delta_u$	$x - x_{u-U}$	$x_{u-U} - x_{(u+2)-U}$
121 (con involucro - bolla corta)				
+3°C	18	+ 06	- 011	+ 007
	20	+ 07	- 018	- 007
	22	+ 02	- 011	( " )
	24	- 10	( " )	( " )
	26	- 29	- 181	- 081
	28	- 25	- 072	- 047
	30	- 14	- 025	- 007
	32	- 14	- 018	- 007
	34	- 10	- 011	- 007
	36	- 05	- 004	+ 001
	38	- 06	- 005	- 003
	40	- 03	- 002	+ 000
	42	- 04	- 002	+ 002
	44	- 08	- 005	- 012
	46	+ 16	+ 008	+ 002
48	+ 14	+ 006		
		$\varepsilon = \pm 09$		
121 (con involucro - bolla corta)				
+31°C	0	-0'' .50	+0'' .020	-0'' .005
	2	- 50	+ 025	+ 001
	4	- 43	+ 024	+ 009
	6	- 25	+ 015	+ 031
	6	- 25	+ 015	+ 031
	8	+ 23	- 016	+ 018
	10	+ 44	- 034	+ 015
	12	+ 53	- 049	- 006
	14	+ 39	- 043	- 003
	16	+ 29	- 040	- 006
	18	+ 19	- 034	+ 044
	20	+ 29	- 078	+ 075
	22	+ 29	- 153	( " )
	24	+ 16	( " )	( " )
	26	- 06	- 036	- 010
	28	- 09	- 026	- 015
	30	- 06	- 011	- 010
	32	- 01	- 001	+ 004
	34	- 05	- 005	+ 001
	36	- 07	- 006	+ 019
	38	- 32	- 025	- 006
	40	- 28	- 019	- 003
	42	- 27	- 016	- 007
44	- 16	- 009	- 005	
46	- 04	- 002	- 006	
48	+ 10	+ 004		
		$\varepsilon = \pm 06$		

(segue Tabella IV)

Temp.	u	$\Delta_u$	$x - x_{u-U}$	$x_{u-U} - x_{(u+2)-U}$
121 (con involucro - bolla lunga)				
+3°C	0	-0''.10	+0''.007	-0''.002
	2	- 12	+ 009	+ 007
	4	- 02	+ 002	+ 000
	6	- 02	+ 002	+ 015
	8	+ 09	- 013	+ 019
	10	+ 15	- 032	+ 010
	12	+ 12	- 042	+ (022)
	14	+ 06	- (064)	- (000)
	16	- 06	- (064)	- (057)
	18	- 02	- 007	- 000
	20	- 03	- 007	- 013
	22	+ 04	+ 006	+ 006
	24	- 00	- 000	+ 005
	26	- 05	- 005	- 002
	28	- 04	- 003	+ 001
30	- 05	- 004		
		$\varepsilon = \pm 04$		
121 (con involucro - bolla lunga)				
+27°C	0	-0''.10	+0''.007	+0''.001
	2	- 07	+ 006	- 007
	4	- 13	+ 013	+ 007
	6	- 05	+ 006	+ 008
	8	+ 01	- 002	+ 011
	10	+ 05	- 013	+ 034
	12	+ 09	- 047	( " )
	14	+ 05	( " )	( " )
	16	- 02	- 011	- 000
	18	- 04	- 011	- 009
	20	- 01	+ 002	+ 008
	22	- 05	- 006	- 006
	24	- 00	- 000	- 010
	26	- 10	- 010	- 000
	28	- 14	- 010	- 000
28	- 14	- 010		
		$\varepsilon = \pm 07$		
121 (senza involucro - bolla corta)				
+26°C	0	-0''.50	+0''.024	+0''.010
	2	- 29	+ 014	+ 008
	4	- 10	+ 006	+ 012
	6	- 06	+ 004	+ 015
	8	+ 15	- 011	+ 012
	10	+ 27	- 023	+ 024
	12	+ 27	- 027	+ 012

(segue Tabella IV)

Temp.	u	$\Delta_u$	$x - x_{u-U}$	$x_{u-U} - x_{(u+2)-U}$
121 (senza involucro - bolla corta)				
	14	+ 32	- 039	- 001
	16	+ 17	- 027	- 002
	18	+ 21	- 047	- 030
	20	- 05	- 017	- (027)
	22	- 01	+ (010)	+ (050)
	24	- 04	- (040)	- (050)
	26	+ 03	+ 010	+ 006
	28	+ 02	+ 004	- 023
	30	+ 19	+ 027	+ 012
	32	+ 13	+ 015	+ 013
	34	+ 02	+ 002	+ 008
	36	- 07	- 006	+ 005
	38	- 16	- 011	+ 006
	40	- 27	- 017	- 008
	42	- 17	- 009	- 005
	44	- 07	- 004	- 004
	46	- 01	- 000	
		$\varepsilon = \pm 04$		
121 (senza involucro - bolla corta)				
+12°C	0	-0''.42	+0''.002	-0''.000
	2	- 40	+ 002	- 006
	4	- 15	+ 008	+ 018
	6	+ 16	- 010	+ 025
	8	+ 50	- 035	+ 013
	10	+ 59	- 048	- 000
	12	+ 50	- 048	+ 004
	14	+ 44	- 052	- 008
	16	+ 30	- 044	- 027
	18	+ 09	- 017	- 061
	20	- 16	+ 044	- 012
	22	- 09	+ 056	( " )
	24	- 30	( " )	( " )
	26	- 33	- 183	- 094
	28	- 32	- 089	- 045
	30	- 25	- 045	- 023
	32	- 16	- 021	- 008
	34	- 12	- 013	- 011
	36	- 02	- 002	+ 006
	38	- 10	- 008	- 005
	40	- 05	- 003	- 004
	42	+ 02	+ 001	- 006
	44	+ 13	+ 007	- 005
	46	+ 26	+ 012	- 006
	48	+ 42	+ 018	
		$\varepsilon = \pm 05$		

(segue Tabella IV)

Temp.	u	$\Delta_u$	$x - x_{u-U}$	$x_{u-U} - x_{(u+g)-U}$
121 (senza involucro - bolla lunga)				
+12°C	0	+0''.09	-0''.007	-0''.012
	2	- 06	+ 005	+ 003
	4	- 02	+ 002	+ 006
	6	- 06	+ 008	+ 015
	8	+ 04	- 007	+ 017
	10	+ 09	- 024	+ 021
	12	+ 09	- 045	( " )
	14	- 00	( " )	( " )
	16	- 10	- 052	- 008
	18	- 16	- 044	- 033
	20	- 06	- 011	- 010
	22	- 01	- 001	+ 003
	24	- 04	- 004	+ 014
	26	+ 12	+ 010	+ 003
	28	+ 09	+ 007	
		$\varepsilon = \pm 03$		
121 (senza involucro - bolla lunga)				
+31°C	0	-0''.06	+0''.004	+0''.003
	2	- 01	+ 001	- 028
	4	- 03	+ 009	+ 002
	6	- 06	+ 007	+ 010
	8	+ 02	- 003	+ 020
	10	+ 11	- 023	+ 002
	12	+ 07	- 025	- (065)
	14	- 04	+ (040)	+ (050)
	16	- 01	- (010)	- (010)
	18	- 00	- 000	+ 018
	20	- 09	- 018	- 005
	22	- 09	- 013	- 009
	24	- 03	- 004	+ 004
	26	- 08	- 008	- 006
	28	- 03	- 002	+ 001
	30	- 04	- 003	
		$\varepsilon = \pm 07$		

CONTRIBUTI  
DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICICO DI MILANO-MERATE

---

NUOVA SERIE

- 200 - G. DE MOTTONI - *Nuovi specchi telescopici metallici.*  
201 - F. ZAGAR, *L'Osservatorio di Milano nella storia.*  
202 - M. HACK - *Absolute Magnitude of O-type stars.*  
203 - G. DE MOTTONI - *Il nuovo riflettore di 1,37 m dell'Osservatorio di Merate.*  
204 - M. FRACASSINI - *The solution of the van de Hulst's integral equations for computing electron density of the solar corona.*  
205 - M. HACK - *The shell spectrum of W Serpentis.*  
205 - M. HACK - *The shell spectrum of W Serpentis.*  
206 - A. GÖKÇÖZ, M. HACK, I. KENDIR - *Study of the spectrum of  $\zeta$  Tauri in 1960.*  
207 - J. O. FLECKENSTEIN, *Boscovich als Mithegründer der sphärischen Trigonometrie.*  
208 - A. MASINI, *The propagation of shock waves in the inside of Stars II.*  
209 - F. ZAGAR, *Galileo astronomo.*  
210 - E. PROVERBIO, *Condizioni per la determinazione della costante micrometrica per mezzo di coppie stellari fondamentali.*  
211 - A. MASOTTI, *Sopra alcuni cimeli bibliografici della Specola braidense.*  
212 - M. FRACASSINI, *The solution of the van de Hulst's integral equations ecc.*  
213 - E. PROVERBIO, *Determinazione fotografica di precisi istanti dei contatti durante l'eclisse totale di Sole del 15 febbraio 1961.*  
214 - G. DE MOTTONI, *Considerazioni sulla Collaborazione internazionale nello studio fotografico del Pianeta Marte.*  
215 - M. HACK e L. PASINETTI, *Quantitative analysis of the Hydrogen - poor star  $\nu$  Sagittarii.*  
216 - A. MASANI, *Sui recenti sviluppi della teoria delle stelle variabili.*  
217 - M. FRACASSINI e M. HACK, *Intensities, polarization and electron density of the solar corona during the total solar eclipse of 1961, february 15: (final results) paper II.*  
218 - R. FARAGGIANA e M. HACK - *The magnetic star  $\gamma$  Equulei.*  
219 - E. PROVERBIO, *La variazione della latitudine di Milano (Brera) nel periodo 1960.1-1961.3.*  
220 - E. PROVERBIO, *Sul problema della determinazione dell'azimut strumentale meridiano.*  
221 - R. FARAGGIANA e M. HACK, *Results obtained from the 1961-62 eclipse of 31 Cygni.*  
222 - P. BROGLIA, *The ultrashort period variable SZ Lyncis.*  
223 - A. PASINETTI e L. E. PASINETTI, *The problem of ionising radiations in space flight.*  
224 - E. PROVERBIO, *Possibilità della misura di distanze nel campo topografico con metodi ottici.*  
225 - T. TAMBURINI, *Studio spettrofotometrico di 56 Arietis.*  
226 - P. BROGLIA, *Light curve variations and elements of CW Cassiopeiae.*  
227 - A. MASANI, G. SILVESTRO - *Energy Spectrum...*  
228 - M. FRACASSINI, L. E. PASINETTI - *Study of  $\epsilon$  Del; Reduction and Elaboration of the observations by the electronic computer IBM 1620.*

CONTRIBUTI  
DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE

---

NUOVA SERIE

- 229 - E. PROVERBIO, *Riduzione degli errori sistematici nelle osservazioni meridiane di tempo e di longitudine.*
- 230 - E. PROVERBIO - *Sulla determinazione di differenze di longitudine per scopi geodetici.*
- 231 - E. PROVERBIO - *Osservazioni sulla propagazione di segnali orari su 2.500 e 5.000 Mc/s durante l'eclisse totale di sole del 15 febbraio 1961.*
- 232 - R. FARAGGIANA, *Quantitative analysis of  $\gamma$  Capricorni.*
- 233 - A. MASANI - *La produzione di neutrini nei plasmi ad altissima temperatura.*
- 234 - E. PROVERBIO - *Ricerche sulla marcia e sulla deriva di campioni di frequenza a quarzo.*
- 235 - E. PROVERBIO - *Sur la détermination du facteur de qualité du Système Balancier - Spiral d'un oscillateur mécanique.*
- 236 - M. FRACASSINI e L. PASINETTI - *Teorie e problemi attuali sulla variazione ecc...*
- 237 - A. MASANI, R. GALLINO, G. SILVESTRO - *Neutrino Emission of Massive Star Evolutions, in the Late Stages.*
- 238 - R. FARAGGIANA, A. Gökgöz, M. HACK, I. KENDIR - *Spectrographic Observations of the 1962 Eclipse of  $\zeta$  Cygni.*
- 239 - C. DE CONCINI, E. PROVERBIO - *Determinazione unilaterale della differenza di longitudine tra Milano (Brera) e Solferino e valutazione critica dei metodi di riduzione.*
- 240 - E. PROVERBIO - *Sulla determinazione delle variazioni della curvatura media di una livella e delle irregolarità di curvatura.*