

CONTRIBUTI

DELL'

OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO - MERATE

a cura del Direttore

Prof. LUIGI VOLTA

NUOVA SERIE

N. 15

CAMILLO EMILIO KRÜGER

STUDIO DEL MISURATORE DI COORDINATE MIONI

Estratto dalle *Memorie della Società Astronomica Italiana*, Vol. XVI - 4

PAVIA
TIPOGRAFIA MARIO PONZIO
1944

CONTRIBUTI

DELL'

OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO - MERATE

a cura del Direttore

Prof. LUIGI VOLTA

NUOVA SERIE

N. 15

CAMILLO EMILIO KRÜGER

STUDIO DEL MISURATORE DI COORDINATE MIONI

Estratto dalle *Memorie della Società Astronomica Italiana*, Vol. XVI - 4

PAVIA
TIPOGRAFIA MARIO PONZIO
1944

STUDIO DEL MISURATORE DI COORDINATE MIONI

Nota di CAMILLO EMILIO KRÜGER

RIASSUNTO. — Esame degli errori periodici e progressivi dello strumento in seguito alla presenza di sensibili errori sistematici nelle misure. Gli errori risultarono cambiati dall'epoca della determinazione del prof. G. CECCHINI e variabili accidentalmente anche nel corso delle misure. La causa è da ricercare nel comportamento di alcuni cuscinetti a sfere che servivano da registro alla vite e da supporto al carrello portalastre. In seguito a opportune modificazioni dello strumento, si è ottenuta una sistemazione notevolmente stabile; gli errori progressivi sono sensibilmente ridotti e quelli periodici del tutto trascurabili.

Modificazioni al misuratore.

Il misuratore di coordinate Mioni fu descritto e studiato dal prof. G. CECCHINI (1) nel 1934 e in seguito usato, se pur non molto, per misure varie, tanto di spettri che di lastre di parallassi trigonometriche. Questo tipo di misure viene compiuto in modo particolare, in quanto si introduce la lastra nel misuratore in modo che una certa riga dello spettro o la stella di parallasse si trovino a una determinata lettura del tamburo graduato entro pochi micron. Le misure sono allora poco influenzate dagli errori progressivi e ancor meno da una loro eventuale variazione. E non sono neppur in grado di rivelare una variazione, anche sensibile, degli errori periodici.

Un tipo diverso di misure fu incominciato nel 1940, per le lastre di stelle doppie ottenute con il refrattore Merz. Il tecnico dell'Osservatorio, signor C. MILANI, ha costruito una camera fotografica da applicare al refrattore Merz, particolarmente studiata per osservazioni di stelle doppie in lunghe serie. Le osservazioni si compiono sempre sull'asse del cannocchiale e tra una posa e l'altra si fa scorrere il portalastre approssimativamente nel senso delle ascensioni rette; ciò permette di far succedere le pose con

(1) G. CECCHINI, queste Memorie, VIII, 259, 1934 = Merate Contr. 19.

l'intervallo di un paio di secondi al massimo. Su una lastra trovano posto la traccia del parallelo e quattro o cinque serie di pose, scalate in declinazione. Per la misura, la lastra viene orientata con la traccia parallela o perpendicolare alla vite e perciò ogni serie risulta leggermente inclinata rispetto alla vite. Nel misurare il $\Delta\delta$ tra le due componenti della doppia, si compiono molte misure di un intervallo costante, sempre sulla stessa rivoluzione della vite, che si sfasano lentamente in modo da distribuirsi una o più volte su tutto il giro.

Dall'esame delle misure di un certo numero di lastre apparve evidente, nel gennaio 1940, l'esistenza di una causa di errore, che alterava le misure in modo da dare un aspetto periodico agli scarti. La fig. 1 rappresenta, nella parte inferiore, l'andamento degli scarti rispetto alla media delle misure di $\Delta\delta$, dalla parte del film della lastra M 14/27, A.D.S. 1507, dopo

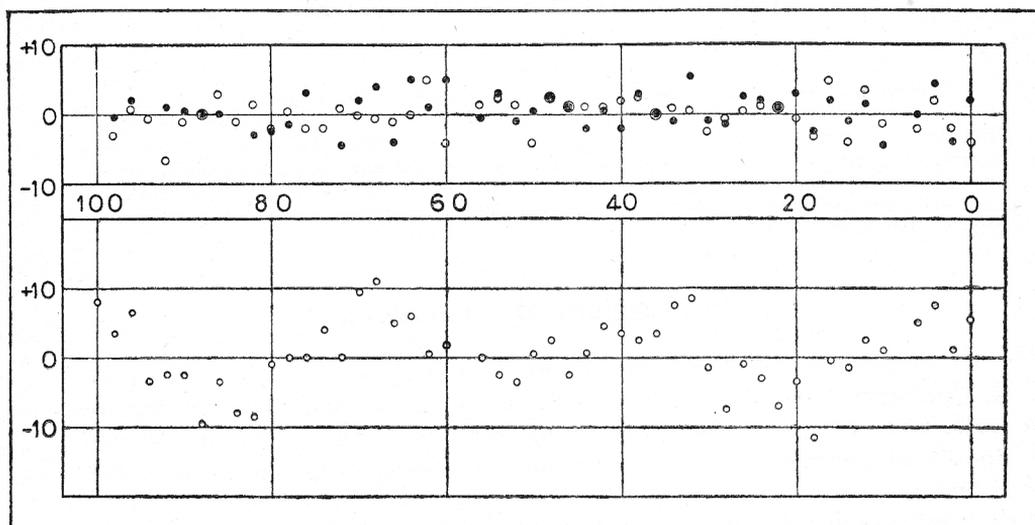


Fig. 1. - Scarti delle misure di $\Delta\delta$ della stella doppia A.D.S. 1505, lastra M 10/27. Ascisse : posizione in mm. sulla lastra delle diverse pose della terza serie; ordinate : scarti dalla media in micron. La parte inferiore si riferisce alle misure compiute con il misuratore nella forma originaria (gennaio 1940), la parte superiore alle misure compiute dopo le modifiche (marzo 1942, cerchi vuoti) e dopo lo studio dello strumento (novembre 1943, cerchi pieni).

applicate le correzioni per gli errori periodici; la lastra contiene quattro serie di 50 pose; la durata della posa è di un secondo e l'intervallo tra le pose è di uno o due secondi. Gli scarti riportati nella figura si riferiscono alla terza serie che è la più completa. La distanza misurata è di $0.2716 \text{ mm.} \pm 0.0002 \text{ e.m.}$ cioè circa mezza rivoluzione della vite. La distribuzione degli errori, fig. 2, pur essendo gaussiana, ha una dispersione di circa

6 micron, cioè circa doppia di quanto era prevedibile come somma dell'errore di lastra e di quello di puntata (1).

L'andamento dei residui poteva attribuirsi a diverse cause. Se considerati in funzione della posizione sulla lastra, poteva trattarsi di difetti della camera (difetto di parallelismo nello scorrimento del portalastra) se considerati in funzione del tempo di osservazione, si potevano attribuire a irregolarità refrazionali a corto periodo (2); se infine si consideravano in funzione della lettura sul tamburo graduato del misuratore, potevano provenire da errori periodici dello strumento, cambiati improvvisamente e

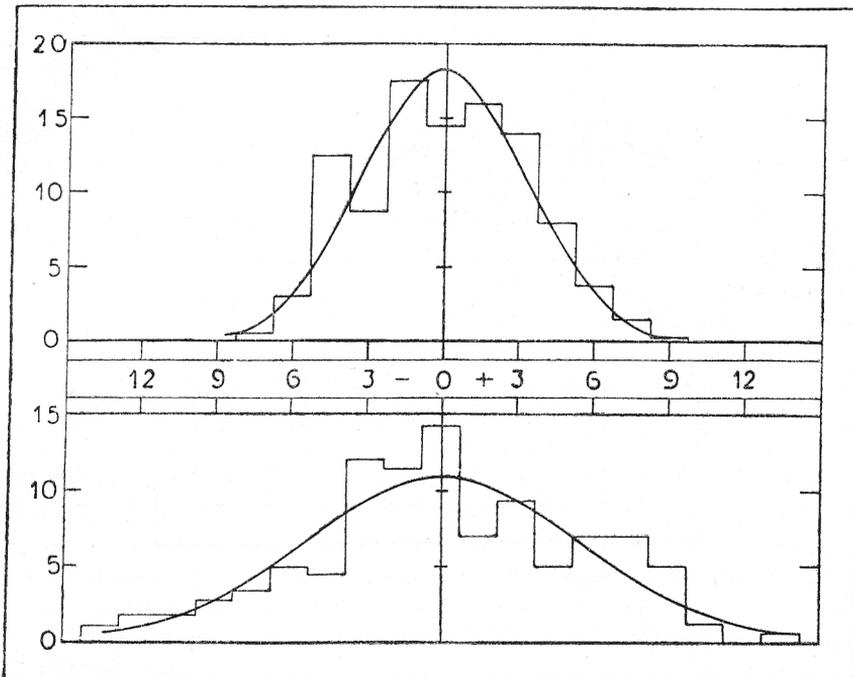


Fig. 2. - Frequenza degli scarti. Confronto tra i valori osservati con la frequenza teorica. Ascisse: scarti in micron; ordinate frequenze. La curva inferiore si riferisce alle misure del 1940, quella superiore alle misure del 1943.

diventati di importo molto elevato. In quest'ordine, furono esaminate successivamente tali possibilità, arrivando a escludere le due prime e a fissarsi sulla terza.

La fig. 3, nella parte inferiore, contiene gli scarti della fig. 1 disposti secondo la lettura iniziale del tamburo del misuratore. Appare così evidente trattarsi di errori a carattere periodico. Non restava che determinare nuo-

(1) E. HERTZSPRUNG, Potsdam Publ. 75, 1916.

(2) F. SCHLESINGER, Allegheny Publ. 3, 1, 1913.

vamente gli errori periodici, che risultarono notevolmente diversi da quelli del 1934.

Il prof. CECCHINI fu tanto gentile da rivedere le antiche misure compiute nel 1933, togliendo ogni dubbio di un possibile errore di qualunque genere nella sua determinazione.

Di per sè, non è una cosa nè impossibile, nè infrequente che gli errori di uno strumento di misura cambino dopo parecchi anni di uso; però si poteva pensare che le irregolarità si fossero ridotte in modo da rendere minori gli errori, in seguito a un mutuo adattamento delle singole parti. Credo opportuno dare rilievo al fatto, in questa Nota, solo perchè, come

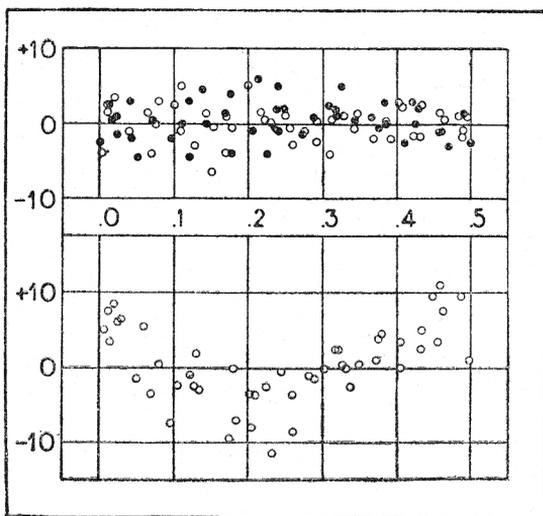


Fig. 3. - Scarti come nella fig. 1, ordinati secondo la frazione di rivoluzione impiegata nella misura. Ascisse: letture al tamburo in mm.; ordinate: scarti in micron.

è risultato da una analisi molto minuziosa, la causa va attribuita a una particolarità costruttiva che è andata diffondendosi recentemente non solo nei misuratori di Mioni⁽¹⁾ ma anche in altri⁽²⁾ e cioè all'impiego di cuscinetti a sfere non sempre corretto.

Quasi nello stesso tempo le lastre per la determinazione della scala del refrattore misero in evidenza un cambiamento degli errori progressivi. Anche qui ci si trovò di fronte a una radicale trasformazione della curva degli errori.

Nel tentativo di fissare l'epoca, in cui sarebbe avvenuta la variazione, ho riesaminato le misure delle lastre di stelle doppie osservate con il riflet-

(1) S. TAFFARA, Pubblicazioni e Ristampe dell'Osservatorio di Padova, N. 61.

(2) R. O. REDMANN, M.N. 99, 686, 1939.

tore. Anche in queste si trovò un andamento degli scarti, appena accennato, per due motivi: il primo è che il numero di pose sulle lastre del riflettore è molto minore di quello delle lastre del refrattore; il secondo è che l'e.m. delle misure delle lastre del riflettore, espresso in misura lineare, è doppio di quello delle lastre del Merz e così si perde l'eventuale effetto della variazione degli errori. Non mi è possibile dire, a priori, l'influenza del cambiamento sulle misure delle lastre, oltre a quello di aumentare l'e.m.

Accettato il cambiamento come un fatto di non ben chiara spiegazione, per il momento, avvenuto prima del 1938, non rimase che determinare nuovamente gli errori della vite trasversale, tanto progressivi che periodici. Dopo la determinazione, le lastre delle doppie, misurate, tornarono a dare scarti a carattere sistematico, diversi però dai precedenti. Esclusa la possibilità di errori di calcolo ed esclusa anche la possibilità di una srettifica accidentale e spontanea di qualche parte dello strumento, attraverso una lunga serie di determinazioni, che occuparono tutto il primo semestre del 1940, si arrivò alla conclusione che gli errori erano variabili in modo imprevedibile. È inutile dare qui tutti i particolari della discussione; in breve, il metodo di esame era il seguente: determinati completamente gli errori periodici e progressivi della vite, si facevano compiere alla vite dieci o dodici mila giri nei due sensi e poi veniva ripetuta la determinazione degli errori. Dieci mila giri non rappresentano un lavoro eccessivo della vite, perchè corrispondono alla misura di cinque o sei lastre di stelle doppie. Si trovavano, a volte, delle curve degli errori in buon accordo, entro i limiti degli errori di misura, a volte delle curve completamente diverse dalle precedenti.

Nell'esaminare tutte le possibilità di errore, si arrivò alla fine a considerare la montatura della vite. L'estremità della vite, opposta alla testa graduata era sostenuta da un cuscinetto a sfere, senza avere un registro terminale, come nella forma classica. Era possibile, e fu in seguito constatato, che il cuscinetto non fosse un appoggio stabile, nel senso che il registro alla vite fosse fornito momentaneamente da una certa sferetta e che con il ruotare del cuscinetto l'appoggio passasse da una sferetta all'altra a seconda della resistenza incontrata nella rotazione. La cosa poteva dipendere o da una cattiva montatura originaria o da una srettifica successiva dipendente dal logoramento del materiale con l'uso o infine proprio dal sistema di impiegare un organo mobile per fornire il registro a una vite micrometrica.

Questo per gli errori periodici; per analogia, in relazione agli errori progressivi, la causa poteva risiedere nel movimento a cuscinetti del carrello portalastre.

Una conferma fu cercata nel comportamento della vite longitudinale, che è montata allo stesso modo. Anche qui gli errori periodici e progressivi furono trovati cambiati e le successive determinazioni degli errori confermarono il carattere accidentale delle variazioni.

Fu perciò deciso di rifare la montatura della vite e del carrello portastre in modo da eliminare tutti i cuscinetti a sfere con funzioni di registro o di guida, lasciando solo quelli con funzioni di supporto. Poichè la vite longitudinale serve solo per muovere il microscopio e non viene mai impiegata per misurare, la sua montatura non è stata modificata, anche in vista di un eventuale impiego per un altro misuratore. Questo studio si riferisce soltanto alla vite trasversale. Neppure la vite del micrometro oculare viene impiegata per misure ed è esclusa da questo studio, anche perchè

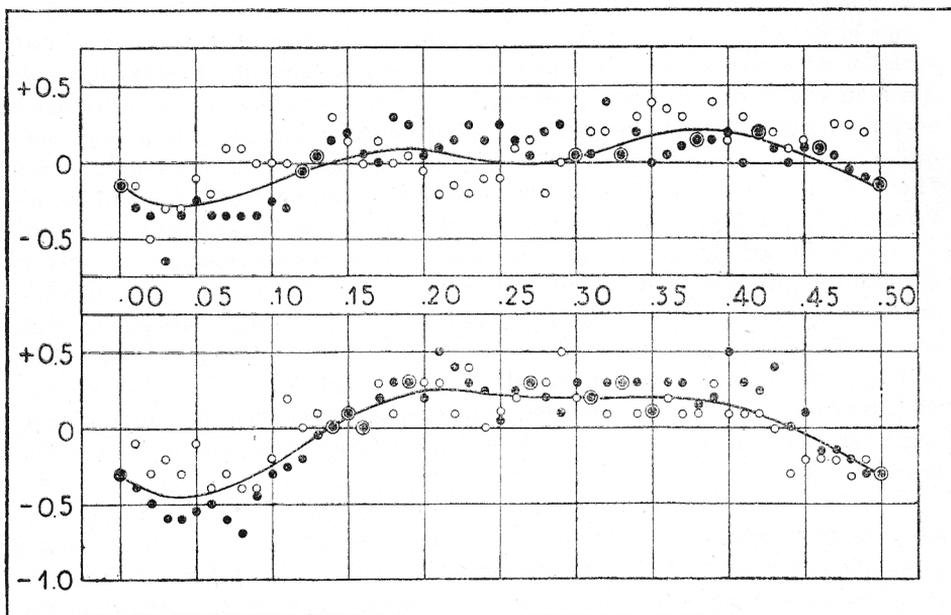


Fig. 4. - Determinazione degli errori periodici della vite trasversale. Ascisse : letture al tamburo graduato, in frazioni di mm. ; scarti dalla media in micron. La parte superiore si riferisce all'intervallo di 0.1 mm., quella inferiore all'intervallo di 0.2 mm. I cerchi pieni provengono dalle misure dell'aprile, quelli vuoti dalle misure dell'agosto 1943. La curva continua rappresenta i valori calcolati con la formula definitiva.

il micrometro è costruito in modo che, per cambiare i fili del reticolo, occorre smontare la vite rendendo così vana la determinazione degli errori.

Per la vite trasversale il tecnico Sig. C. MILANI costruì una montatura del tipo classico: la vite gira in una bronzina e termina con una sfera di acciaio che appoggia contro un piano registrabile di agata. In sostanza, nella montatura originale del Mioni quello che era da criticare come causa degli inconvenienti descritti non era l'impiego di cuscinetti a sfere, ma l'aver montato una vite di precisione senza un registro terminale nel senso del movimento. A tutto rigore, si sarebbero potuti lasciare i cusci-

netti e aggiungere la sfera e il piano rettificabile di appoggio, ma si è preferito tornare a un modello di rendimento sicuro.

Rimaneva il portalastre, che appoggia inferiormente, su un coltello prismatico triangolare a mezzo di due gruppi di tre rotelline montate su cuscinetti a sfere, e superiormente su una guida cilindrica a mezzo di un sistema elastico formato da quattro rotelle. Bisognava inoltre evitare alterazioni troppo profonde dello strumento, per motivi di tempo e di spesa. Si è cominciato con sollevare lo strumento dalla parte posteriore, in modo da portare l'inclinazione del portalastre a circa 60° . Così si è anche ottenuta una maggior comodità nel compiere le misure. Una delle facce del coltello inferiore viene a disporsi verticalmente ed è quella più vicina alla vite. La coppia di ruote che scorre su questa faccia ha solo funzione di

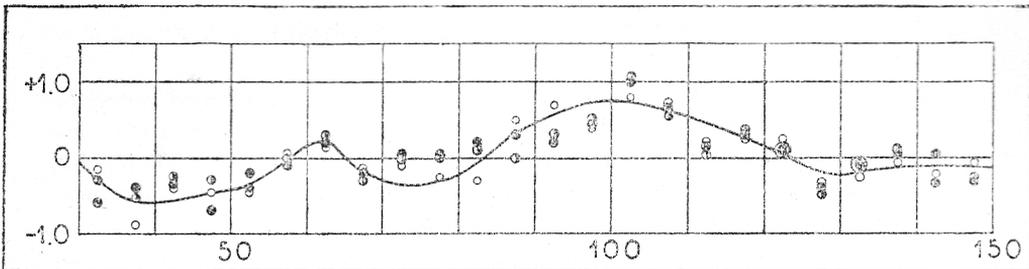


Fig. 5. - Scarti del passo della vite tra le letture 30 e 150 dal passo medio nello stesso intervallo. Ascisse: letture al contagiri in mm.; ordinate: deviazioni in micron. Cerchi pieni: valori provenienti dalla serie di 1 mm., cerchi mezzi pieni: dalla serie di 5 mm.; cerchi vuoti: dalla prima soluzione con il metodo di ZURHELLEN; la curva continua è dedotta dalle correzioni definitive.

guida, mentre le altre due coppie hanno solo funzione di supporto. Le due ruote con funzioni di guida, che nell'originale erano montate su cuscinetti, furono sostituite con altre senza cuscinetti e nel rimontarle furono protette da una custodia metallica, in modo da evitare un eventuale sfasamento reciproco, che avrebbe potuto influire sugli errori. Le altre quattro ruote non furono modificate perchè il loro eventuale contributo agli errori progressivi non è importante.

Quando queste modificazioni erano in corso di esecuzione, il mio lavoro fu interrotto per il mio richiamo alle armi e mi fu possibile riprenderlo solo all'inizio del 1943. Durante la mia assenza il tecnico terminò il suo lavoro e il misuratore fu impiegato dal prof. L. GRATTON per misure di velocità radiali. Egli si limitò a determinare i soli errori che gli interessavano e cioè quelli periodici nel tratto della vite coperto dalle misure. Durante le sue misure non ebbe a constatare cambiamenti nelle condizioni dello strumento.

Nel progettare i ritocchi allo strumento, come pure nelle verifiche e nella determinazione finale delle costanti dello strumento, si è richiesto che

il misuratore rispondesse alle condizioni di precisione e di stabilità oggi ottenibili con misuratori a vite e cioè si sono volute eliminare tutte le cause di errori superiori a mezzo micron o, nell'impossibilità di eliminarle, determinare gli errori con un error medio dell'ordine di mezzo micron, in modo da assicurare, per la parte strumentale la precisione del micron nelle misure.

Lo studio della vite trasversale si riferisce al tratto compreso tra le letture 30 e 150. Non è necessario determinare l'importo assoluto del passo della vite e delle correzioni; come valore del passo della vite si è assunto quello medio tra le rivoluzioni 30 e 150, che differisce insensibilmente da mezzo millimetro. Così si continuerà a parlare di millimetri, intendendo in realtà riferirsi a doppie rivoluzioni.

Correzioni per gli errori periodici.

La prima fase della determinazione degli errori periodici si potrebbe chiamare di rettifiche di officina. Adoperando il metodo di BESSEL, ho determinato le correzioni per gli errori periodici alle rivoluzioni 30, 60, 90, 150. Ho usato due intervalli di 0.1 e 0.2 mm., misurati lungo una rivoluzione, spostando l'intervallo di 0.01 mm. tra due misure consecutive. Nel calcolo delle soluzioni preliminari, mi sono servito della tavole di ZIPPERER (1).

Risultò una curva delle correzioni non completamente costante lungo tutta la vite, ma soprattutto di ampiezza dell'ordine del micron. Con il metodo di KOHLSCHUETTER (2), che per la sua rapidità è particolarmente indicato a questo scopo, ho controllato il risultato alle rivoluzioni 30, 40, 60, 90, 120, ottenendo conferma della variazione di ampiezza. Per il metodo di KOHLSCHUETTER ho adoperato un intervallo di 1 mm., pari a due rivoluzioni, diviso in dieci parti e spostato di 0.125 mm. tra le misure.

Decisi allora di rifare la rettifica dell'appoggio terminale della vite, controllando ogni tentativo con una determinazione con il metodo di KOHLSCHUETTER alle rivoluzioni 30, 40, 90, 140, 150. Il quinto tentativo portò a una curva praticamente costante lungo tutto la vite e di ampiezza tale da poter completamente trascurare le correzioni. La verifica fu compiuta, sempre con il metodo di KOHLSCHUETTER alle rivoluzioni 30, 40, 50, 90, 100, 140, 150.

Arrivato così a un risultato soddisfacente, sono passato alla determinazione definitiva, che compende due gruppi di misure il primo compiuto nell'aprile e il secondo nell'agosto scorso; nei quattro mesi tra le due determinazioni e anche dopo, il misuratore fu adoperato intensamente, in modo da verificare i risultati ottenuti e la stabilità dello strumento.

(1) L. ZIPPERER, Tafeln zur harmonischer Analyse periodischer Kurven. Berlino, Springer 1922.

(2) A. KOHLSCHUETTER, Zf. Instr. 50, 370, 1930.

Per la determinazione finale, sono tornato al metodo di BESSEL, adoperando due intervalli di 0.1 e 0.2 mm. Il primo gruppo comprende, per ciascun intervallo sei serie di misure, alle rivoluzioni:

49.5-50.0 50.0-50.5 99.5-100.0 100.0-100.5 149.5-150.0 150.0-150.5

Il secondo gruppo comprende pure sei serie di misure per ogni intervallo, alle rivoluzioni:

59.5-60.0 60.0-60.5 89.5-90.0 90.0-90.5 119.5-120.0 120.0-120.5

Ogni serie comprende 50 misure di ciascun intervallo, ottenute spostando l'intervallo di 0.01 mm. tra le misure.

La fig. 4 contiene le medie degli scarti dei due gruppi e per i due intervalli. Poichè le differenze tra i due gruppi sono dell'ordine degli errori di misura, ho calcolato un'unica soluzione con i mm.qq. Ho ottenuto come espressione delle correzioni per gli errori periodici, in decimi di micron:

dall'intervallo di 0.1:

$$C(\varphi) = -1.10 \cos \varphi + 0.86 \sin \varphi - 0.51 \cos 2\varphi + 0.46 \sin 2\varphi$$

peso dei coefficienti: 34.5 34.5 90.8 90.8

e.m. dei coefficienti: ± 0.17 ± 0.17 ± 0.10 ± 0.10

dall'intervallo di 0.2:

$$C(\varphi) = -0.80 \cos \varphi + 1.52 \sin \varphi - 1.05 \cos 2\varphi + 0.50 \sin 2\varphi$$

peso dei coefficienti: 90.8 90.8 34.5 34.5

e.m. dei coefficienti: ± 0.09 ± 0.09 ± 0.15 ± 0.15

essendo l'e. m. dell'unità di peso ± 1.0 .

Dalle due soluzioni, riunite secondo il peso dei singoli coefficienti, si ottiene in decimi di micron:

$$C(\varphi) = -0.9 \cos \varphi + 1.4 \sin \varphi - 0.7 \cos 2\varphi + 0.5 \sin 2\varphi$$

e.m. dei coefficienti: ± 0.1 ± 0.1 ± 0.1 ± 0.1

In forma di tavola critica le correzioni per gli errori periodici della vite trasversale, tra le rivoluzioni 30 e 150 sono contenute nella Tabella I.

Non ostante il basso e. m. dei coefficienti, l'unico significato da attribuire alle correzioni trovate è che esse sono sempre trascurabili. Le correzioni ottenute non sono confrontabili con quelle del prof. GRATTON (1), perchè è stata ritoccata la rettifica.

Il confronto della Tabella I con le correzioni per gli errori periodici contenute nello studio originale del prof. CECCHINI (2) dà una misura del miglioramento dello strumento.

(1) L. GRATTON, queste Memorie, XIV, 185, 1941.

(2) G. CECCHINI, loc. cit. pag. 273 e Tav. II.

Da ultimo si può notare che nell'intervallo tra le due determinazioni non si sono presentate variazioni alle correzioni. Nel marzo 1942 e nel novembre scorso, ho rimisurato i $\Delta\delta$ della lastra M 14/27; gli scarti sono rappresentati nella fig. 1 in funzione della posizione sulla lastra e in fig. 3 in funzione della lettura sul tamburo graduato, di fronte alle corrispondenti misure del 1940. La fig. 2 contiene la distribuzione degli scarti di tutte le misure di $\Delta\delta$ della lastra.

TABELLA I — *Correzioni per gli errori periodici della vite trasversale.*
Tavola critica - Nei casi critici: salire.

letture mm.	correzione 0.0001
.00	— 2
.01	— 1
.03	0
.05	+ 1
.09	+ 2
.14	+ 1
.21	0
.36	— 1
.39	— 2
.50	

Correzioni per gli errori progressivi.

Sarebbe stato difficile eliminare gli errori progressivi con modificazioni dello strumento (1) o per lo meno saremmo andati molto al di là delle nostre possibilità e delle nostre esigenze.

Lo studio degli errori progressivi comprende due fasi: una preliminare con la determinazione delle correzioni di millimetro in millimetro e di 5 in 5 mm., con il solito sistema, tra le rivoluzioni 30 e 150. Questo solo a scopo orientativo sul carattere generale delle variazioni del passo della vite. Dall'esame della fig. 5, che contiene le deviazioni rispetto al passo medio della vite, mi è sembrato sufficiente determinare le correzioni di 5 in 5 mm. Per evitare l'accumularsi di errori di misura o di calcolo, ho evitato il metodo comunemente impiegato e ho preferito quello di LORENTZEN (2) nella forma di ZURHELLEN (3) e non in quella di SCHWARZSCHILD (4). Con questo metodo si determinano direttamente le correzioni

(1) F. SCHLESINGER, Allegheny Publ. 3, 83, 1914 e H. RITTER, Zf. Instr. 56, 196, 1939 e specialmente pag. 206 e 209.

(2) G. LORENTZEN, A.N. 131, 217, 1894.

(3) W. ZURHELLEN, A.N. 172, 1, 1906.

(4) K. SCHWARZSCHILD, A.N. 143, 1, 1897.

TABELLA II — *Intervalli della scala.*

N.	intervallo in mm.	
	I gruppo	II gruppo
1		
2	5.0046	5.0037
3	49	43
4	55	45
5	48	39
6	44	35
7	33	24
8	34	22
9	40	32
10	28	18
11	22	11
12	28	18
13	18	13
14	28	17
15	17	08
16	22	12
17	18	09
18	15	09
19	03	4.9994
20	29	5.0021
21	4.9995	4.9988
22	5.0033	5.0026
23	17	04
24	10	03

TABELLA III — *Correzioni per gli errori progressivi della vite trasversale.*

lettura mm.	correzioni 0.0001	lettura mm.	correzioni 0.0001	lettura mm.	correzioni 0.0001
30	0	70	+ 118	110	+ 1
35	+ 8	75	122	115	- 7
40	52	80	135	120	24
45	71	85	151	125	41
50	93	90	127	130	18
55	116	95	93	135	15
60	115	100	72	140	13
65	105	105	32	145	- 2
70	+ 118	110	+ 1	150	0

in punti equidistanti della vite, senza passare per una sommazione. Furono misurati gli intervalli di una scala di vetro con 26 tratti incisi, numerati da 0 a 25; i due tratti estremi non furono impiegati, perchè sensibilmente fuori di posto. L'intervallo tra i tratti è di 5 mm. circa (Tab. II) si hanno in tutto 598 coincidenze distribuite in 26 serie.

Furono compiute quattro determinazioni indipendenti, anche nelle soluzioni, riunite in due gruppi, uno in marzo e uno in agosto 1943. Tra le due determinazioni di ogni gruppo la scala è stata invertita in modo da

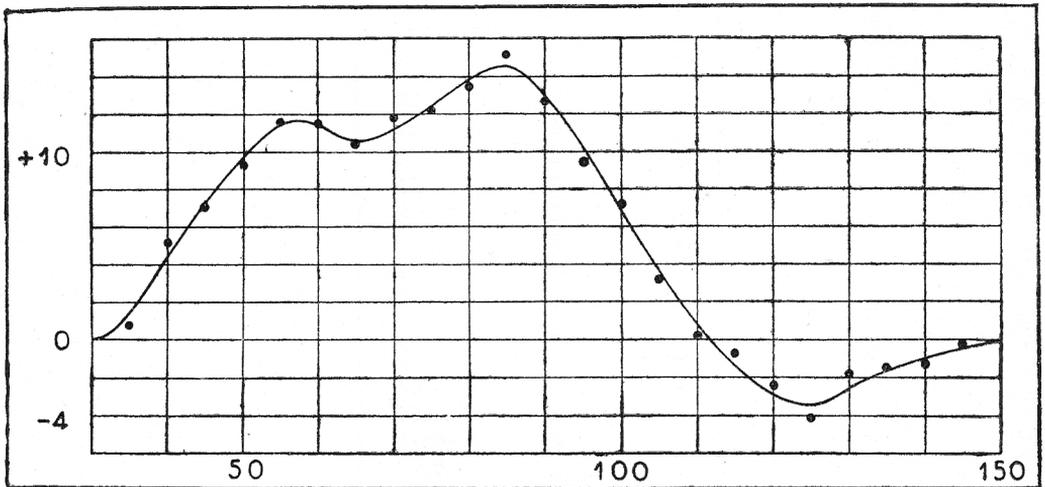


Fig. 6. - Correzioni per gli errori progressivi della vite trasversale: Ascisse: letture al contagiri; ordinate: correzioni in micron.

cambiare la coincidenza dei tratti estremi; nelle misure di uno stesso gruppo ho sempre collimato i tratti nello stesso punto, mentre nei due gruppi ho scelto di proposito punti differenti.

La Tabella III contiene le medie delle quattro determinazioni; dall'accordo interno tra le due determinazioni dello stesso gruppo si ottiene come e. m. di una correzione ± 0.0007 mm. Un'altra indicazione della precisione raggiunta si ha dalla Tabella II contenente i valori degli intervalli tra due tratti consecutivi della scala. L'e. m. di ogni singola determinazione è ± 0.0003 mm., tenuto conto della differenza sistematica tra i due gruppi, [dovuta al fatto che sono stati misurati punti diversi dalla scala e probabilmente i tratti non sono esattamente paralleli. Tale differenza ammonta a $+ 0.0009$ mm. ± 0.00004 e. m. nel senso: I gruppo - II gruppo.

La fig. 6 contiene la curva definitiva delle correzioni.

Merate, dicembre 1943.