

SULLA TARATURA ASSOLUTA DELLE LAMPADE FOTOMETRICHE

Nota di R. DEAGLIO e G. RIGHINI

RIASSUNTO. — Vengono esposte le condizioni di applicabilità della legge di Planck al caso di due lampade ad incandescenza tarate.

È noto che molte delle difficoltà della fotometria oggettiva eterocromatica sono dovute all'assorbimento selettivo dei sistemi ottici impiegati e alla sensibilità selettiva dei ricevitori. Così nel caso della fotometria fotografica la differente sensibilità delle emulsioni per radiazioni di diversa frequenza può essere fonte di notevoli errori. Tali effetti selettivi possono però essere sempre controllati quando si disponga di una *lampada campione* cioè di una sorgente della quale si conosce la distribuzione spettrale dell'intensità luminosa.

Una delle lampade più diffuse nella tecnica fotometrica è per ragioni di praticità la lampada ad incandescenza a nastro di tungsteno il cui filamento presenta una superficie radiante piana ben definita e di brillantezza energetica sensibilmente costante. La distribuzione della brillantezza energetica specifica $\sigma_{\lambda, T}$ della radiazione emessa da un filamento incandescente a temperatura T , è nello spettro visibile rappresentata bene con la legge di Planck nella approssimazione di Wien

$$\sigma_{\lambda, T} = c_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}$$

dove c_1 e c_2 sono delle costanti e T un parametro chiamato *temperatura dal colore* (¹).

Determinato T si ha quindi modo di valutare il flusso irradiato per ogni lunghezza d'onda e tenere conto degli effetti selettivi dovuti alla sensibilità della lastra e all'assorbimento selettivo delle parti ottiche.

Determinare T in funzione dell'intensità di corrente che alimenta la lampada è un problema di *taratura relativa*. Questa può essere eseguita confrontando la lampada in esame con altra sorgente di temperatura dal

colore nota (pirometro ottico), oppure paragonando fra di loro le intensità delle radiazioni emesse dalla lampada in due zone spettrali convenientemente scelte (¹). È da notare che la temperatura dal colore così determinata è un parametro che serve a descrivere la distribuzione spettrale della radiazione emessa, e da essa si può passare alla temperatura vera del filamento quando sia noto il *fattore spettrale di radiazione* del metallo costituente il filamento. La relazione che lega la temperatura dal colore T_c alla temperatura vera T è la seguente:

$$e_{\lambda T} \varepsilon^{-\frac{c_2}{\lambda T}} = \varepsilon^{-\frac{c_2}{\lambda T_c}}$$

dove $e_{\lambda, T}$ è una costante.

La *taratura relativa* è sufficiente quando si vogliono eliminare gli effetti selettivi nelle misure di intensità; ma l'imperfetta conoscenza del fattore spettrale di radiazione $e_{\lambda, T}$ non permette di valutare il flusso irradiato dalla lampada in unità energetiche assolute anche se è ben nota la temperatura dal colore (o la temperatura vera); bisogna allora procedere a una *taratura assoluta* confrontando la radiazione della lampada in esame con quella di un corpo nero di temperatura nota, oppure misurando il flusso irradiato con un ricevitore non selettivo debitamente tarato.

Ci siamo proposti di misurare in unità assolute il flusso irradiato dalle lampade Philips N. 250 a finestra di quarzo e di una lampada Philips N. 1002 con bulbo interamente in vetro; per la prima abbiamo eseguito un confronto con una lampada Osram Wi 13 a finestra di quarzo tarata in energia totale dal Physikalische Technische Reichsanstalt (P.T.R.), mentre per la seconda abbiamo misurato il flusso irradiato per mezzo di un bolometro a finestra in vetro, tarato dal laboratorio di fisica dell'Università di Utrecht.

Queste due lampade erano state impiegate nel 1936 dalla missione italiana in Russia, durante l'osservazione dell'eclisse totale di sole, per la calibrazione fotometrica delle lastre.

Dispositivo sperimentale e risultati. - La lampada Philips N. 1002 posta alla distanza di 200 cm. dal bolometro, era alimentata con corrente mantenuta costante ad 1/50000, il controllo di questa costanza veniva fatto con un compensatore a cascata.

I risultati delle misure sono riportate nella Tabella I.

La lampada Philips N. 250 con finestra in quarzo è stata confrontata con la campione Wi 13 del P.T.R. per mezzo di una termopila con bulbo di quarzo. Il rapporto fra le deviazioni del galvanometro in circuito con la termopila illuminata dalla lampada Philips N. 250, e la deviazione che si ottiene illuminando la termopila nelle stesse condizioni geometriche con la lampada campione Wi 13 è il rapporto delle energie irradiate. I risultati di due serie di misure sono raccolte nella Tabella II.

TABELLA I.

Corrente di alimentazione ampère	Diff. di potenziale ai capi del ponte Volt	Energia incidente sul bolometro erg/cm ²	Flusso energetico erg/steradiante	Brillanza energetica erg/cm ² .ster
16,1	0,095.10 ⁻⁴	0,915.40 ³	3,66.10 ⁷	3,05.10 ⁸
15,1	0,078.10 ⁻⁴	0,755.10 ³	3,02.10 ⁷	2,52.10 ⁸
14,1	0,060.10 ⁻⁴	0,580.10 ³	2,32.10 ⁷	1,93.10 ⁸
13,1	0,050.10 ⁻⁴	0,483.10 ³	1,93.10 ⁷	1,61.10 ⁸
12,1	0,036.10 ⁻⁴	0,347.10 ³	1,93.10 ⁷	1,16.10 ⁸

TABELLA II.

Corrente di alimentazione ampère	Diff. di potenz. ai capi della lampada Volta	Deviazioni del galvanometro	Rapporto delle deviazioni alla deviazione campione	Energia incidente sulla termopila erg/cm ² .sec.	Brillanza energetica erg/cm ² ster.
7	1.318	3 —	0.023 —	0.068 — .10 ³	0.11 — .10 ⁸
8	1.750	8 10	0.061 0.077	0.182 0.228.10 ³	0.30 0.37 .10 ⁸
9	2.256	14 16	0.108 0.123	0.320 0.364.10 ³	0.52 0.59 .10 ⁸
10	2.800	25 —	0.192 —	0.568 — .10 ³	0.93 — .10 ⁸
11	3.400	35 40	0.269 0.308	0.796 0.910.10 ³	1.30 1.49 .10 ⁸
12	4.210	45 —	0.364 =	1.025 — .10 ³	1.67 — .10 ⁸
13	4.85	62 70	0.477 0.539	1.410 1.595.10 ³	2.20 2.60 .10 ⁸
14	5.55	83 83	0.639 0.639	1.890 1.890.10 ³	3.08 3.08 .10 ⁸
15	6.299	105 —	0.809 —	2.39 — .10 ³	3.88 — .10 ⁸
16	7.035	127 —	0.978 —	2.89 — .10 ³	4.70 — .10 ⁸

La taratura relativa delle due lampade Philips eseguita presso il laboratorio fisico di Utrecht (Olanda) dava la *temperatura vera* del centro del filamento dalla quale si poteva dedurre, per mezzo della legge di Planck

ed il fattore di emissività spettrale del tungsteno, la distribuzione dell'intensità nello spettro. I dati ricavati dal certificato di taratura sono i seguenti:

TABELLA III.

Intensità di corrente	Temperatura vera del filamento	
	Lampada N. 1002	Lampada N. 250
7 amp.	1431 K.	1630 K.
8	1692	1865
9	1896	2019
10	2062	2128
11	2214	2322
12	2336	2455
13	2484	2587
14	2605	2710
15	2722	2830
16	2845	2950

Se si introducono tali temperature nella relazione

$$\sigma(\lambda T) = 2 c_1 \lambda^{-5} e_{\lambda T} \left(\frac{c_2}{\lambda T} - 1 \right)^{-1}$$

si ottiene la brillantezza energetica (erg/cm² sec.) del filamento supponendo che l'emissione termica del tungsteno non sia polarizzata. Se, fissata una certa T , si integra il valore $\sigma(\lambda T)$ si dovrà ottenere la brillantezza energetica *integrale* che dovrebbe coincidere con la brillantezza energetica osservata. Si tratta ora di stabilire i limiti dell'integrazione. Per la lampada Philips N. 1002 che ha il bulbo in vetro il limite inferiore è evidentemente $\sim \lambda = 4000 \text{ \AA}$, ma poichè l'energia irradiata fra 0 e 4000 \AA è dell'ordine di 1/1000 della rimanente, possiamo senz'altro ammettere lo zero come limite inferiore, e questo a maggior ragione per la lampada Philips N. 250 che ha la finestra in quarzo. Il limite superiore è fissato quando si conosca a quale lunghezza d'onda il coefficiente di assorbimento del vetro o del quarzo assuma valori rilevanti. Per il primo i dati precisi sono molto scarsi, si può però in media ritenere che oltre 2 μ la trasmissione del vetro sia

così piccola da essere trascurabile e perciò l'integrazione per la lampada Philips N. 1002 è stata estesa da 0 a $2\ \mu$. Così facendo si commette effettivamente un piccolo errore, d'accordo col fatto che il vetro non presenta a $2\ \mu$ una banda di assorbimento netta; l'assenza di dati precisi in merito e la piccola entità dell'errore ci autorizzano a ritenere che il metodo da noi seguito sia lecito.

Lo spettro di assorbimento del quarzo nell'infrarosso è stato studiato da diversi autori⁽²⁾ principalmente allo scopo di determinare la variazione dell'intensità delle bande con la temperatura. Esso presenta una banda

TABELLA IV.

Brillanza energetica integrale $\int \sigma(\lambda, T) d\lambda$ per un filamento di tungsteno.
(erg/cm² sec. steradiante)

Temperatura	Limiti dell'integrale	
	0... $2\ \mu$ ₈	0... $4\ \mu$ ₈
2830 K.	2.170.10	2.446.10
2710	1.758	2.003
2587	1.420	1.638
2455	1.088	1.284
2322	0.804	0.981
2128	0.505	0.642
2019	0.366	0.479
1865	0.235	0.320
1710	0.141	0.104
1630	0.106	0.156

principale ben delimitata e molto intensa a $2,75\ \mu$ ed un'altra più debole ed anche più estesa a circa $4\ \mu$; da tale lunghezza d'onda in poi la trasmissione scende al di sotto del 20%. Nella zona spettrale ora detta l'intensità irradiata dal tungsteno per le temperature da noi prese in esame è molto piccola, perciò si può limitare l'integrazione a $4\ \mu$ tenendo però conto dell'assorbimento a $2,75\ \mu$ che porta una differenza del 21% in meno nell'energia compresa fra 2 e $4\ \mu$. Mancando valori esatti circa le perdite per riflessioni sulle pareti del bulbo da parte del flusso uscente dalla lampada si è valutato tale perdita in media dell'ordine del 10% cosicché i valori finali dello splendore integrale calcolato sono stati moltiplicati per 0,9.

Resta ora da considerare il fattore di radiazione spettrale $e_{\lambda, T}$. I dati più completi in proposito sono contenuti nella dissertazione di HAMAKER⁽³⁾; essi sono relativi a diverse temperature da 1000 a 3000 K e per il campo di lunghezze d'onda da 0,23 a $1,05\ \mu$. Da 1 a $4\ \mu$ invece sono stati impiegati i valori dati da WORTHING⁽⁴⁾ relativi alla temperatura di 2400 K.

Per 10 temperature differenti comprese fra 1600 e 2900 K sono stati calcolati i valori di $\sigma(\lambda T)$ per intervalli conosciuti di λ e le isoterme relative integrate graficamente per mezzo di un planimetro. I risultati, dedotte le perdite per riflessione e, per il quarzo, anche dell'assorbimento nell'infrarosso, rappresentano la brillantezza energetica integrale per l'intervallo spettrale considerato (rispettivamente $0 \div 2 \mu$, $0 \div 4 \mu$) cioè il flusso totale in unità C. G. S. per unità di superficie radiante per unità di angolo solido e per secondo.

Interpolando graficamente e ponendo a confronto i risultati con i valori osservati si hanno le seguenti tabelle:

TABELLA V.
Lampada Philips N. 1002.

i (amp.)	Temperatura	Brillantezza energetica integrale erg/cm. ² sec. ster	
		calcolato	osservato
12.1	2350 K	0.85 · 10 ⁸	1.16 · 10 ⁸
13.1	2495	1.17 · 10 ⁸	1.61 · 10 ⁸
14.1	2615	1.47 · 10 ⁸	1.93 · 10 ⁸
15.1	2735	1.85 · 10 ⁸	2.52 · 10 ⁸
16.1	2860	2.30 · 10 ⁸	3.05 · 10 ⁸

TABELLA VI.
Lampada Philips N. 250

i (amp.)	Temperatura	Brillantezza energetica integrale erg/cm. ² sec. ster	
		calcolato	osservato
7	1630	0.16 · 10 ⁸	0.11 — .10 ⁸
8	1865	0.32 · 10 ⁸	0.30 0.37 · 10 ⁸
9	2019	0.48 · 10 ⁸	0.52 0.59 · 10 ⁸
10	2128	0.64 · 10 ⁸	0.93 — .10 ⁸
11	2322	0.98 · 10 ⁸	1.30 1.49 · 10 ⁸
12	2455	1.28 · 10 ⁸	1.67 — .10 ⁸
13	2587	1.64 · 10 ⁸	2.30 2.60 · 10 ⁸
14	2710	2.00 · 10 ⁸	3.08 3.08 · 10 ⁸
15	2830	2.45 · 10 ⁸	3.88 — .10 ⁸
16	2950	3.00 · 10 ⁸	4.70 — .10 ⁸

Le figure 1 e 2 sono tracciate con i dati delle tabelle V e VI; si vede che la relazione fra splendore calcolato ed osservato si rappresenta bene con una retta il cui coefficiente angolare è 1,63 per la lampada Philips N. 250 e 1,33 per la lampada Philips N. 1002.

Discussione dei risultati.

Notiamo anzitutto che nessuna delle due rette in fig. 1 e 2 passa per l'origine; mentre per la 1 il divario è molto piccolo e si può spiegare con l'influenza degli errori accidentali, per la 2 tale spiegazione non appare possibile dato che vi sono dei punti molto vicini all'origine. Si può ammet-

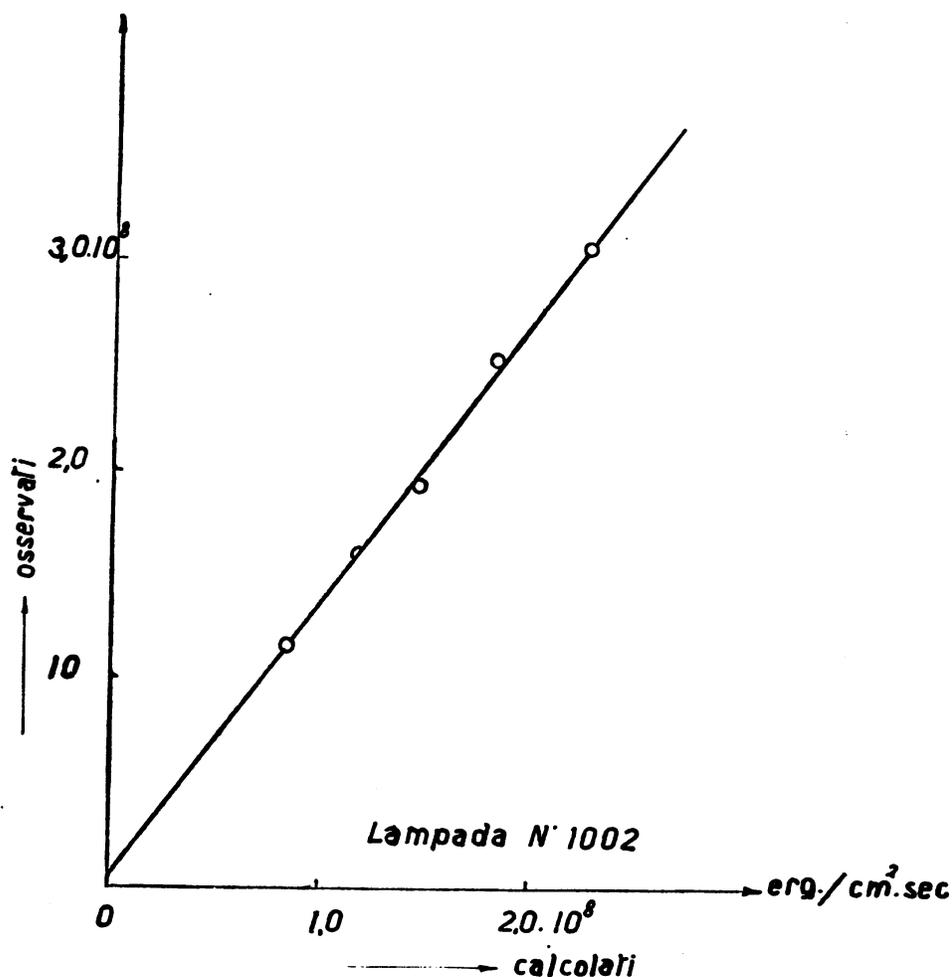


Fig. 1. - Confronto fra la brillantezza energetica calcolata e brillantezza energetica osservata. Unità assolute. Lampada Philips N. 1002; bulbo in vetro.

tere che la proporzionalità fra energia incidente sulla termopila e la deviazione del galvanometro cada in difetto per piccoli valori dell'energia incidente oppure che l'inertza del sistema sia tale da renderlo incapace di registrare nelle condizioni dell'esperienza (termopila a 210 cm. dalla lampada) il flusso di $0,025 \cdot 10^4$ erg/cm.² sec. corrispondente allo splendore

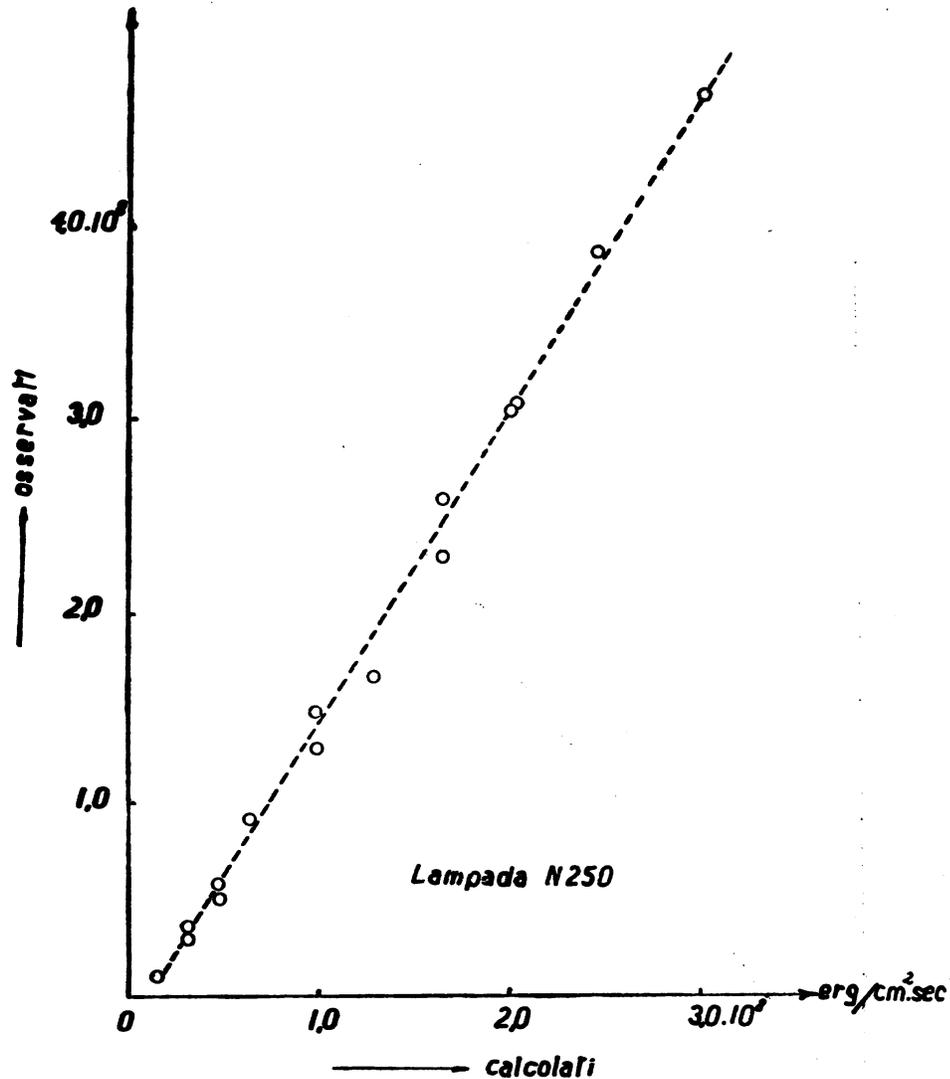


Fig. 2. - Confronto fra brillantezza energetica calcolata e brillantezza energetica osservata. Unità assolute. Lampada Philips N. 250 con finestra di quarzo.

$0,11 \cdot 10^6$ erg/cm.² sec. Rimane pertanto bene accertata la proporzionalità fra splendore osservato e calcolato e gli scarti che si notano specialmente in fig. 2 sono sempre nel limite di circa il 5%. Per quanto riguarda il coef.

ficiente di proporzionalità (1,63 per la n° 250 e 1,33 per la n° 1002) si può ammettere che lo scostamento dalla unità sia dovuto allo stato della superficie radiante del filamento oppure alla inesatta valutazione dei seguenti dati :

- a) fattore di emissività spettrale,
- b) temperatura,
- c) trasmissione del bulbo,
- d) perdite per riflessione.

Quanto allo stato della superficie radiante del filamento notiamo che la taratura relativa delle lampade in esame fu eseguita nel 1934, mentre quella assoluta lo fu nel 1939 e che in questo intervallo di tempo le lam-

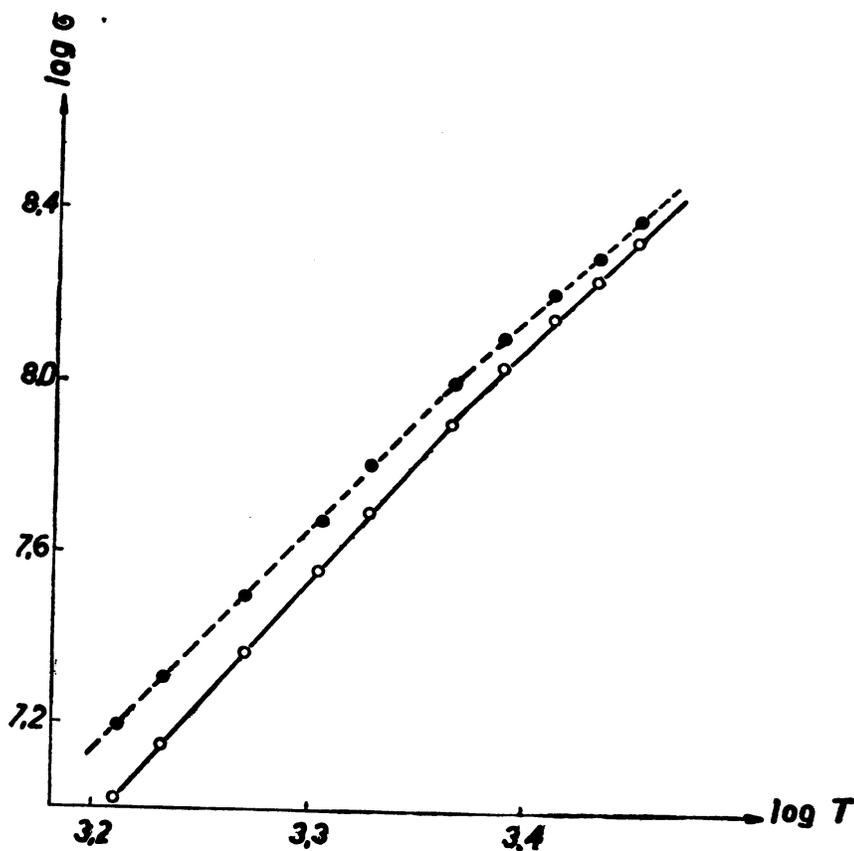


Fig. 3. - Brillanza energetica calcolata in funzione della temperatura.
 Spezzata superiore: integrazione fra 0 e 4 μ di lunghezza d'onda.
 Spezzata inferiore: id. 0 e 2 μ id. id.

pade sono state accese per un periodo che si può stimare sulle 20 ore; non è quindi fuori luogo ammettere che una modificazione della struttura della superficie del filamento (che spesso va sotto il nome di *stagionatura*) possa aver contribuito a migliorare le condizioni per una emissione termica

della superficie in questione. Non sono a nostra conoscenza dati in proposito e quindi tale ipotesi può avere solo un valore qualitativo; ad ogni modo non appare improbabile che tale possa essere la causa del divario fra osservazione e calcolo.

Le cause di errore relative ai dati *c*) e *d*) hanno una ben piccola influenza; infatti anche supponendo la trasmissione 1 e la perdita per riflessione nulla, la brillantezza energetica calcolata varia di poco. D'altronde è difficile ammettere un errore notevole nel coefficiente $e_{\lambda, T}$; secondo HAMAKER nei casi più sfavorevoli vi può essere una incertezza del 5% che non influisce notevolmente sui nostri risultati. Inoltre la differenza notevole fra i due coefficienti di proporzionalità fa pensare che la causa non sia da ricercarsi nelle costanti generali ma sia invece intimamente connessa alla lampada, e quindi, o in un errore nella relazione fra temperatura e corrente di alimentazione data dalla taratura relativa, o in una possibile modificazione superficiale del filamento, fatto non improbabile dato il lungo uso delle lampade dopo la taratura relativa.

Per vedere quale influenza abbia un errore nella temperatura sulla brillantezza energetica calcolata riportiamo in ordinate i valori di $\log \sigma$ dello splendore integrale calcolato e in ascisse i corrispondenti valori di $\log T$. La relazione che ne risulta non è lineare che entro un intervallo limitato di temperature contrariamente a quanto si potrebbe pensare in base alla legge di STEFAN. Più precisamente, e come si vede dalla fig. 3, la relazione $\log \sigma$; $\log T$ si può rappresentare con una spezzata con il vertice a $\log T = 3,66$, di modo che la relazione σ , T diventa

$$\log \sigma = c + m \log T \quad (\alpha)$$

dove m è costante solo entro certi limiti. Dalla figura risultano i seguenti valori per m :

limiti di integrazione			
per la brillantezza	$1590 K \leq T \leq 2290 K$	$2290 K \leq T \leq 2290 K$	
0 2 μ	$m = 5,78$	$m = 4,50$	
0 4 μ	6,00	4,87	

in ogni caso $m > 4$ il che si spiega facilmente quando si pensi che i limiti di integrazione non sono 0 e ∞ e che inoltre non si tratta di un corpo nero ma di un radiatore il cui fattore spettrale di radiazione $e_{\lambda, T}$ è minore di uno. Se vogliamo ora valutare l'errore percentuale nella brillantezza energetica corrispondente ad un errore nella temperatura ϵ_T basta differenziare la (α), si ottiene così:

$$\frac{\Delta \sigma}{\sigma} = m \frac{\Delta T}{T}$$

e poichè la brillantezza energetica osservata σ_o è proporzionale alla brillantezza calcolata ($\sigma_o = a \sigma_c$) possiamo anche scrivere che l'errore percentuale in σ risulta

$$\frac{\Delta \sigma}{\sigma} = \frac{\sigma_o - \sigma_c}{\sigma_c} = a - 1 \quad \text{da cui} \quad \varepsilon_T = \frac{dT}{T} = \frac{a - 1}{m}$$

Per l'intervallo $0 \div 4 \mu$ a è uguale a 1,63 e per l'intervallo $0 \div 2 \mu$ a è uguale a 1,33. Risultano così per ε_T i seguenti valori:

Limiti di integrazione

per la brillantezza	$1590 K \leq T \leq 2290 K$	$2290 K \leq T \leq 2290 K$
$0 \dots 4 \mu$	$\varepsilon_T = 10,9 \%$	$\varepsilon_T = 14,5 \%$
$0 \dots 2 \mu$	$5,5 \%$	$6,8 \%$

Secondo HAMAKER l'errore che si può commettere nella determinazione della temperatura di una lampada si aggira intorno al 3-4 % ma con qualche precauzione esso può ridursi all'1 %; i nostri valori per ε_T sono dunque troppo forti specie per la lampada Philips N. 250, e mentre si vede che per la brillantezza energetica nell'intervallo $0 \div 2 \mu$ il divario fra osservazione e calcolo potrebbe anche essere attribuito ad un errore nella temperatura, per la brillantezza energetica nell'intervallo $0 \div 4 \mu$ è da escludere che si possa spiegare il coefficiente angolare 1,63 della fig. 2 ammettendo soltanto un errore nella determinazione della temperatura, poichè specie alle temperature elevate ($2800 \div 2900 K$) computando il 14 % in più si avrebbero dei valori troppo vicini alla temperatura di fusione del tungsteno.

Concludendo si può dire che l'integrale della legge di Planck moltiplicata per $e_{\lambda, T}$ esteso ad un intervallo conveniente di λ rappresenta bene l'andamento della brillantezza energetica in unità assolute a meno di un fattore costante; tale fattore non sembra potersi attribuire interamente ad alcuna delle cause considerate e solo parzialmente si può spiegare con un eventuale errore della temperatura vera del filamento. Ne viene di conseguenza che la brillantezza energetica specifica in unità C. G. S. può essere data dalle espressioni:

$$1,33 \times 2 c_1 \lambda^{-5} e_{\lambda, T} (\varepsilon \frac{c_2}{\lambda T} - 1)^{-1} \quad 1,63 \times 2 c_1 \lambda^{-5} e_{\lambda, T} (\varepsilon \frac{c_2}{\lambda T} - 1)^{-1}$$

rispettivamente per la lampada Philips N. 1002 e per la lampada Philips N. 250.

- (1) ORNSTEIN, MOLL. BURGER, Objective Spektralphotometrie Vieweg Braunschweig 1932.
- (2) TH. DREISCH. Zsf. fur Phys. B. 42, pag. 426, 1927.
W. A. PARLIN. Phys. Rev. 34 pag. 81, 1929.
- (3) H. HAMAKER. Dissertazione. Utrecht 1934,
- (4) G. A. WORTHING. Phys. Rev. 28, 174, 1926.