

G. RIGHINI

PROFILO VERO E STRUMENTALE
DELLE RIGHE SPETTRALI

1942MarC..60.....1R

RIASSUNTO. — Si determina il profilo strumentale delle righe date da due spettrografi e il loro potere risolvete mediante lo studio spettrofotometrico di righe sottili del Neon e del Mercurio. Una applicazione pratica dimostra la possibilità di ricavare dai profili osservati i profili veri delle righe spettrali.

Il profilo di una riga di emissione o di assorbimento che si ottiene con i noti e comuni metodi fotometrici non rappresenta come si sa la reale distribuzione di intensità nella riga stessa ma solo il risultato finale della combinazione del *profilo vero* della riga col *profilo strumentale*, intendendo per profilo strumentale quello che assumerebbe una riga rigorosamente monocromatica a causa delle aberrazioni varie introdotte dallo spettrografo. Se con $S(y)$ si indica la funzione che rappresenta il profilo osservato, e con $A(x)$ quella relativa al profilo strumentale si ha che il vero profilo della riga $W(x)$ si può ottenere risolvendo l'equazione integrale⁽¹⁾;

$$S(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(x) A(y-x) dx$$

Nel caso più semplice, cioè quando la fenditura dello spettrografo è infinitamente sottile, la $A(y)$ si può rappresentare secondo l'ottica ondulatoria con una funzione del tipo⁽²⁾

$$[\alpha] \quad A(y) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2$$

con

$$v = \pi \frac{y}{\lambda} \frac{a}{f}$$

y = distanza in cm. dal centro della riga
 a = apertura della camera
 f = distanza focale della camera
 λ = lunghezza d'onda in cm.

Se invece si tiene conto che la fenditura ha una larghezza finita e, specie negli spettrogrammi di interesse astrofisico, tutt'altro che trascurabile, la funzione $A(y)$ dipende oltre che dalla larghezza s della fenditura anche dalla apertura del fascio incidente sul collimatore. Per ogni apertura esiste un valore *optimum* di s per il quale a parità delle altre condizioni la riga presenta una larghezza minima ed una intensità centrale massima. Come regola generale quando l'apertura angolare del fascio incidente è dello stesso ordine di quella del collimatore si ha che le condizioni migliori vengono raggiunte per:

$$\frac{s}{\lambda} = \sim \frac{f}{a}.$$

Si dice in tal caso che la fenditura è *otticamente sottile*.

Qualunque sia il valore di s posto: $\sigma = \pi \frac{a}{\lambda} \frac{s}{f}$ la distribuzione di intensità nella riga si rappresenta con la

$$[\beta] \quad I(\gamma) = \frac{1}{\pi} \int_{v=\gamma-\sigma/2}^{v=\gamma+\sigma/2} \frac{\sin^2 v}{v^2} dv$$

In generale però l'uso pratico delle formole $[\alpha]$ e $[\beta]$ è limitato perchè i difetti delle parti ottiche introducono delle notevoli variazioni al profilo strumentale, ed è necessario ricorrere alla determinazione sperimentale di $A(x)$ fotometrando degli spettrogrammi con righe di emissione molto sottili e delle quali sia nota la larghezza naturale.

La presente nota dà appunto relazione dei risultati ottenuti determinando sperimentalmente il profilo strumentale per i due spettrografi a prismi U e V già impiegati dalla Missione Italiana in Russia per lo studio della corona durante l'eclisse del 19 giugno 1936⁽³⁾.

I due spettrografi in esame hanno ambedue un collimatore ad elemento di specchio parabolico tagliato fuori dell'asse ($a = 80$ mm. $f = 600$ mm.), due prismi di 60° e camera con obbiettivo tripletto tipo Taylor; essi differiscono solo per il fatto che uno ha le ottiche in vetro « uviol » (spettrografo U), mentre l'altro (spettrografo V) le ha in *flint*. La loro apertura effettiva è di 1/8,3.

Quale sorgente con righe di emissione fu scelta una lampada a Neon del commercio non avendo a disposizione tubi di Plücker a gas raro pesante; selezionate le diverse righe si è deciso di impiegare solo la 5852 del Neon e la 5461 del mercurio che in tali lampade è presente come impurità.

La larghezza teorica delle righe.

Condizione necessaria perchè le righe scelte diano risultati corretti è che la loro larghezza sia trascurabile in confronto a quella del profilo strumentale, intendendo per larghezza della riga quella del profilo misurata nel punto che ha intensità uguale ad un mezzo della intensità centrale. Dato che si tratta di righe di emissione e che la densità del gas nella lampada sorgente è piccolissima così da ritenere escluso qualsiasi effetto di riassorbimento, la larghezza H caratterizza il profilo e l'intensità della riga. La H come è noto è la risultante della larghezza naturale H_n della riga dovuta allo smorzamento della radiazione, e della larghezza Doppler H_D dovuta all'agitazione termica degli atomi emittenti, ed è ovvio che le righe più indicate per ricerche come la nostra saranno quelle emesse da atomi di gas pesanti a bassa temperatura e in livelli energetici con vita media grande. A questi requisiti rispondono assai bene le righe scelte per la presente ricerca; come vedremo benchè il Neon abbia peso atomico piccolo la H_D della 5852 risulta sempre trascurabile in confronto della H del profilo strumentale.

La riga 5461 del Hg è una transizione $^3P_2 - ^3S_1$ col livello 3P_2 metastabile; la larghezza naturale si calcola con la:

$$H_n = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \left[\gamma_i + \gamma_k \right],$$

dove γ_i e γ_k rappresentano le sommatorie delle probabilità di transizione rispettivamente dal livello i e k verso tutti i livelli di minore energia, ossia rappresentano il reciproco della vita media di tali livelli. Nel caso presente $\gamma_{3S} \approx 10^8$; $\gamma_{3P} = 0$ perchè il livello 3P_2 è metastabile, si ha quindi:

$$H_n(5461) = 0.00016 \text{ A.}$$

Per il calcolo di H_D poniamo la temperatura $T = 400 \text{ K}$, valore evidentemente per eccesso, e il peso atomico $M = 200$; allora dalla

$$H_D = 7.16 \times 10^{-7} \lambda \sqrt{\frac{T}{M}} \quad \text{si ha} \quad H_D(5461) = 0.0055 \text{ A.}$$

e quindi :

$$H = \sqrt{H_n^2 + H_D^2} = 0.0055 \text{ A.}$$

La riga 5852 del Neon è una transizione $1s_2 - 2p_1$ (*); il livello $1s_2$ dà origine principalmente ad un'altra transizione $1p_0 - 1s_2$ della quale non mi è nota la probabilità di transizione, mentre il livello $2p_1$ dà origine a diverse transizioni e la somma della $A_{s_i}^{p_1}$ risulta :

$$\gamma_{p_1} = \sum A_{s_i}^{p_1} = 13 \cdot 10^7.$$

Trascurando la γ relativa al livello $1s_2$ si ha :

$$H_n(5852) = 0.00024 \text{ A.}$$

che è evidentemente un limite inferiore ; secondo alcuni autori (5) il valore più corretto sarebbe :

$$H_n(5852) = 0.003 \text{ A.}$$

Analogamente a quanto si è fatto per la riga 5461, ponendo $T = 400 \text{ K.}$, $M = 20.2$, si ottiene :

$$H_D = 0.0186 \text{ A.}$$

e quindi :

$$H(5852) = \sqrt{H_n^2 + H_D^2} = 0.0188 \text{ A.}$$

Come si vede, in ambo i casi la larghezza delle righe è piccola e trascurabile rispetto a quella dei profili strumentali.

Dispositivo sperimentale.

La superficie radiante della lampada a Neon non aveva uno splendore costante, si è dovuto perciò ricorrere al dispositivo ottico indicato in fig. 1 per avere una illuminazione uniforme sul piano della fenditura.

Della lampada L posta a 58 cm. dal doppietto acromatico A di $f = 40 \text{ cm.}$ si otteneva una immagine sul piano focale di un obbiettivo Tessar Zeiss B ; a 139 cm. di distanza da A. Su questo era incollato uno schermo di carta

nera per mascherare l'immagine diretta della lampada L; l'obiettivo B riceveva allora solo il flusso inviato dalla superficie uniformemente illuminata di A e formava di questa un'immagine sul piano della fenditura. L'obiettivo B era diaframmato in modo che il fascio incidente su Sp risultava con una apertura angolare 1/10, cioè di poco inferiore a quella dello spettrografo. Con questo dispositivo e tenendo la fenditura di larghezza $s = 0.10$ mm. vennero presi tre spettrogrammi con pose di 2, 4, 6 minuti; indi variando la fenditura a $s = 0.05$ mm. altri tre con pose da 4, 6, 8 minuti. Per la calibrazione fotometrica si è posta in A una fenditura a V ($^{\circ}$) e si è sostituita la lampada a Neon con una lampada fotometrica

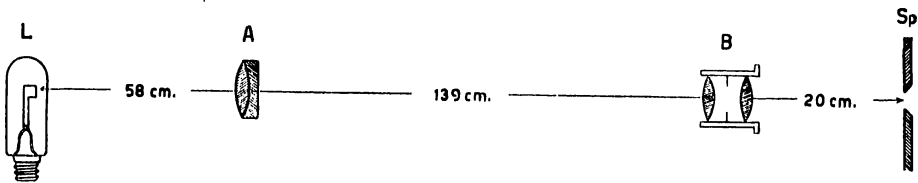


Fig. 1 - Dispositivo sperimentale per la determinazione dei profili strumentali

ad incandescenza. Aperta la fenditura dello spettrografo al massimo si sono ottenuti sulla lastra n. 4 spettri con intensità decrescente nel senso normale alla dispersione e con pose di 1, 3, 6 minuti. Tolta poi la fenditura a V dal doppietto A si sono fotografati due spettri di controllo per la verifica della uniforme illuminazione dell'obiettivo A e quindi della fenditura. La stessa lampada al Neon ha fornito la scala delle lunghezze di onda. Gli spettri del Neon e della calibrazione sono stati ottenuti su di una medesima lastra (Ferrania extra rapida ortocromatica 15/10 din), sviluppata per 4 minuti in metol-idrochinone a 18 gradi C., fissata e lavata nel solito modo.

Col microfotometro termoelettrico si sono registrati i tracciati dei profili apparenti delle righe con rapporto di trasmissione 1 a 110 circa; i tracciati degli spettri di calibrazione e dello spettro continuo di controllo sono stati invece registrati normalmente alla dispersione, in corrispondenza delle lunghezze d'onda 5850 e 5450 A. e con rapporto di trasmissione 1 a 7.

Riduzione dei profili osservati.

Le curve di calibrazione sono state costruite portando in ascisse il logaritmo delle successive larghezze della fenditura a V e in ordinate la trasmissione dei punti corrispondenti nel tracciato fotometrico. L'esatta corrispondenza tra fenditura a V e spettro era stabilita dai segni di riferimento posti sulla fenditura stessa che venivano fedelmente riprodotti nella registrazione. La curva di calibrazione preliminare è stata poi corretta

per la non uniforme illuminazione dell'obbiettivo A dedotta dagli spettri di controllo. Si è costruito poi una seconda curva tenendo conto della maggiore o minore intensità incidente nei diversi punti dello spettro; questa seconda approssimazione era in generale sufficiente dato che la correzione per la non uniformità era assai piccola.

Le curve monocromatiche relative a spettri con posa differente sono risultate sensibilmente parallele, tanto che si è ritenuto lecito adottare una unica curva per tutti gli spettri. Risultano invece di inclinazione differente curve di uno stesso spettro relative alle due lunghezze d'onda in esame, conseguenza naturale della diversa sensibilità della lastra e quindi del differente contrasto per le due λ 5850 e 5450 Å. Le riduzioni dei profili sono state quindi eseguite con due curve di calibrazione.

Dalle registrazioni fotometriche nelle quali 1 mm. rappresenta 0.0087 mm. della lastra si sono ottenuti i profili strumentali leggendo l'ordinata del tracciato per ogni millimetro della ascissa e riducendo a intensità con la relativa curva di calibrazione. I profili risultanti sono stati tracciati graficamente con le ordinate in scala logaritmica e portati a sovrapporsi mediante spostamento in ordinate ottenendo così un unico profilo per ogni riga relativo ad un determinato valore s della larghezza della fenditura.

Se si vuole ora ridurre i profili osservati ad un unico profilo è necessario conoscere la dispersione dello spettrografo alle lunghezze d'onda delle righe in esame. Interpolando con la formola di Hartmann le curve di dispersione dei due spettrografi U e V si sono ottenuti i seguenti valori:

λ	Spettrografo U	Spettrografo V
	$\frac{d\lambda}{dx}$	$\frac{d\lambda}{dx}$
5000	75.6 Å/mm	32 Å/mm
5460	100	53.2
5850	122.5	75.0

Moltiplicando per il rapporto delle dispersioni le ascisse dei profili osservati si è ridotto tutto alla λ 5000 Å. riscontrando un ottimo accordo fra i risultati. Fatta la media grafica si sono ottenuti i profili strumentali per ciascun spettrografo relativi alle larghezze di fenditura 0.05 e 0.10 mm. che sono dati in fig. 2 e 3. In ascisse si sono poste le distanze dal centro del profilo contate sul piano focale ed espresse in micron; la scala delle ordinate è stata stabilita tenendo presente la condizione

$$\int_{-\infty}^{+\infty} A(x) dx = 1$$

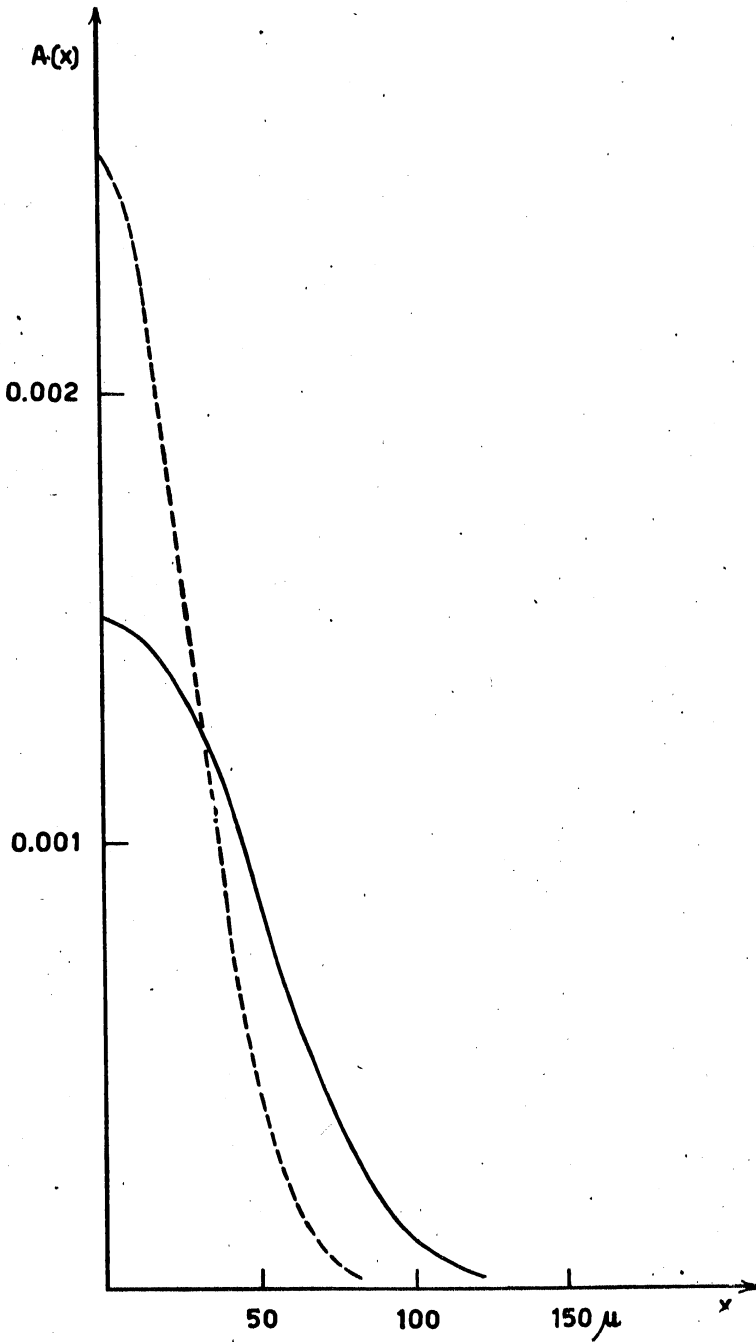


Fig. 2 - Profili strumentali : spettrografo U
curva a tratto continuo fenditura 0.10 mm
" " spezzato fenditura 0.05 mm

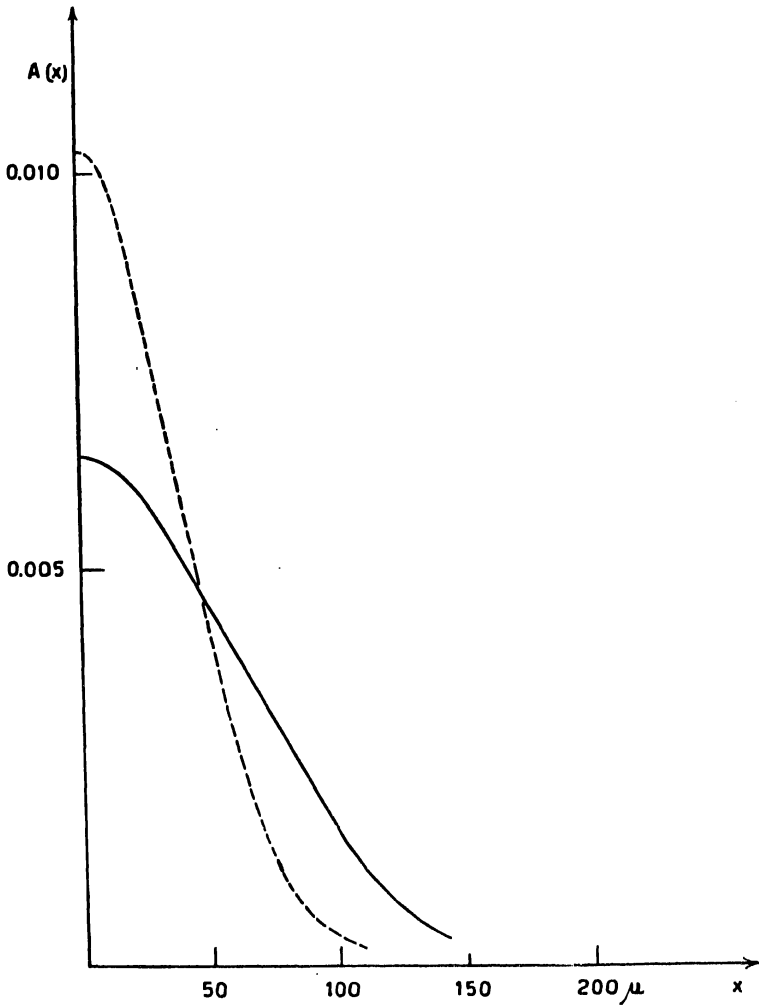


Fig. 3 - Profili strumentali : spettrografo V
 curva a tratto continuo fenditura 0.10 mm
 " " spezzato fenditura 0.05 mm

alla quale devono sottostare i profili affinché integrando la :

$$S(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(x) A(y-x) dx$$

risultati:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S(y) dy = \int_{-\infty}^{+\infty} W(x) dx$$

cioè rimanga inalterata la larghezza equivalente della riga.

Confronto con i risultati teorici

Si può ora calcolare con la (β) quale sarebbe secondo la teoria il profilo strumentale relativo ai due valori di s 0.10 e 0.05 mm. Osserviamo intanto che nei casi esaminati la fenditura è ben lungi dall'essere otticamente sottile cioè non soddisfa alla relazione $\frac{s}{\lambda} = \frac{f}{a}$. Posto $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ cm. $f/a = 10$, si avrebbe $s = 5 \cdot 10^{-4}$ cm., cioè un valore rispettivamente venti e dieci volte più piccolo di quelli sperimentali, e che non è realizzabile in pratica per spettrografi di questa distanza focale. I valori di s da noi scelti sono stati invece adottati per ragioni di indole pratica anche in vista di una possibile applicazione dei risultati della presente nota a profili di righe determinati appunto con tali fenditure.

Per $s = 0.05$ mm. si ha $\sigma = 10 \pi$; per $s = 0.10$ invece $\sigma = 20 \pi$ e l'integrale (β) va esteso fra i limiti $\gamma \pm 5 \pi$ e $\gamma \pm 10 \pi$. Eseguita l'integrazione grafica si è trovato che il profilo rappresentante la $I(\gamma)$ risulta di forma quasi trapezoidale e la sua H coincide con la larghezza della fenditura. Confrontando con la H dei profili abbiamo:

	s	H_{oss}	H_{calc}	H_o / H_c
Spettrografo U	0.05	67 μ	50 μ	1.34
	0.10	109	100	1.09
Spettrografo V	0.05	87	50	1.74
	0.10	150	100	1.50

Nel caso ideale di una fenditura infinitamente sottile, $s = 0$, il *potere risolvete* dello spettrografo è dato dalla:

$$\frac{\lambda}{\Delta \lambda} = \frac{a}{f} \frac{dx}{d\lambda} \cos \alpha$$

dove $dx/d\lambda$ è la dispersione in mm/Å 10^{-7} ed α è l'inclinazione della normale alla lastra rispetto all'asse della camera fotografica. $\Delta \lambda$ rappresenta in questo caso la distanza fra il massimo e il primo minimo della figura

di diffrazione data dalla (α); ed anche la larghezza H del profilo strumentale che per $s=0$ coincide con la detta figura di diffrazione. Quando $s \neq 0$ il potere risolvete è ancora dato da $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ dove $\Delta\lambda$ è la H del profilo determinato sperimentalmente ed espresso in Å , per mezzo dei fattori di dispersione. Nei nostri spettrografi il piano della lastra è quasi normale all'asse ottico, quindi $\alpha=0$; $a/f=0.1$; calcolando col fattore di dispersione $dx/d\lambda=0.013 \text{ mm/Å}$. e 0.031 mm/Å ., rispettivamente per lo spettrografo U e per il V, i valori di H in Å ., si ottengono i seguenti *poteri risolventi*:

	s	$\left(\frac{\lambda}{\Delta\lambda}\right)_{\text{oss}}$	$\left(\frac{\lambda}{\Delta\lambda}\right)_{\text{calc}}$
Spettrografo U	0.00 mm	—	13000
	0.05	1000	1320
	0.10	595	658
Spettrografo V	0.00	—	31300
	0.05	1780	3120
	0.10	1040	1560

Naturalmente il potere risolvete pratico è inferiore al teorico, e il loro rapporto dà un indice della bontà dello strumento. Sotto questo aspetto lo spettrografo U è migliore di quello V benchè con quest'ultimo si possa raggiungere un potere risolvete più elevato. Come abbiamo visto la larghezza del profilo strumentale è maggiore per il V, ma data la dispersione più che doppia a $\lambda=5000 \text{ Å}$ il suo potere risolvete risulta superiore a quello dello spettrografo U. Dalla tabellina ora riportata si vede che non è lecito giudicare la potenza di uno spettrografo unicamente in base al potere risolvete limite per $s=0$. Infatti per esempio si dovrebbero poter risolvere con i nostri strumenti righe le cui lunghezze d'onda differiscono di 0.4 e 0.16 Å , mentre nel migliore dei casi ($s=0.05$) si arriva appena a separare delle righe la cui distanza nello spettro è di 4.8 e 2.8 Å .

Esempio di determinazione di un profilo vero.

Con la fenditura di larghezza $s=0.10 \text{ mm}$. lo spettrografo V può risolvere bene due righe della medesima intensità le cui λ differiscono almeno di 4.8 Å . Se $\Delta\lambda < 4.8 \text{ Å}$, si osserverà invece delle due righe un solo profilo allargato o comunque deformato a seconda della relativa intensità delle componenti. È però possibile per mezzo del profilo strumentale $A(x)$ e quando $\Delta\lambda$ non è troppo piccola rispetto al valore limite risolvere il profilo

osservato e ricavare da questo, almeno in parte, i profili delle componenti. Infatti dalla equazione integrale:

$$S(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(x) A(y-x) dx$$

noto il profilo strumentale $A(x)$ e quello osservato $S(y)$ si può ricavare il profilo vero $W(x)$ con un procedimento di approssimazione⁽⁷⁾. Indicando $W_1; W_2; \dots$ le successive approssimazioni della funzione W , si ha:

$$W_1(x) = S(x) \quad ; \quad W_2 = 2S - \int SA \quad ; \quad W_3 = 3S - \int S(3A - A_1)$$

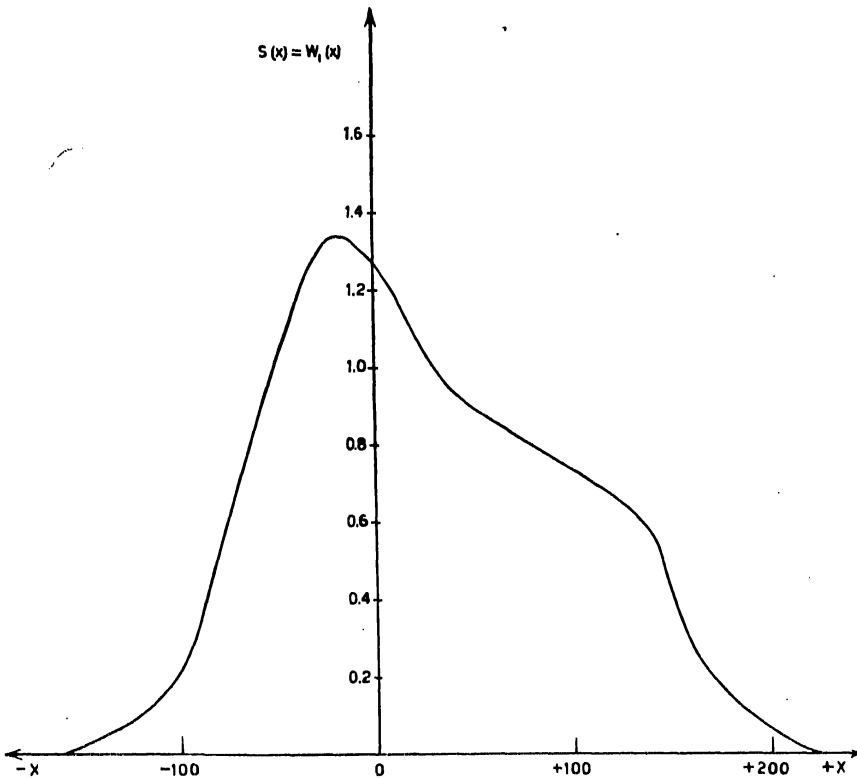


Fig. 4 - Profilo osservato $S(x)$

dove

$$\int SA = \int_{-\infty}^{+\infty} S(x) A(y-x) dx \quad ; \quad A_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} A(x) A(y-x) dx$$

In generale la terza approssimazione è sufficiente e per riprova si può costruire la funzione:

c.

$$S_{w_3}(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_3(x) A(y-x) dx$$

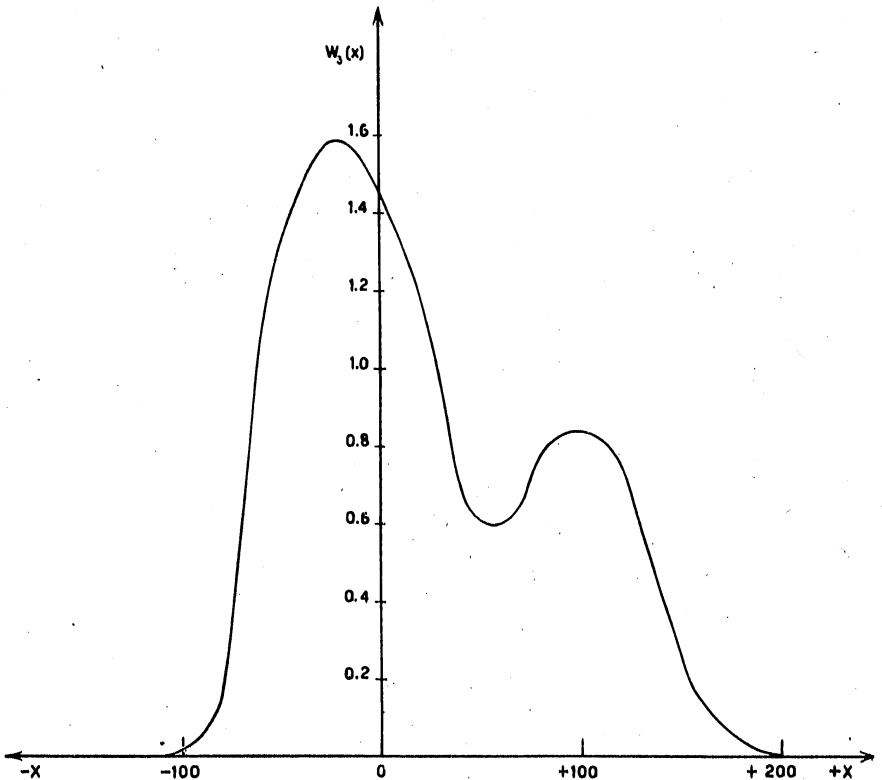


Fig. 5 - Profilo vero W_3 (terza approssimazione)

che deve coincidere con la $S(y)$ originaria. In caso contrario si può passare alla approssimazione successiva con la:

$$W_n = W_{n-1} + S - S_{w_n}$$

Sia $S(y)$ la funzione rappresentata in fig. 4, se prendiamo per $A(x)$ il profilo strumentale dello spettrografo V, per $s = 0.10$ mm., calcolando la terza approssimazione si ottiene il profilo in fig. 5 dove le due componenti sono già nettamente distinte. Con approssimazioni superiori non si

1942MmArc...60.....1R