

# L'utilisation des pendules astronomiques dans la détermination des marées terrestres

Communication de M. Edoardo Proverbio, Observatoire astronomique de Brera, Milan.

**Résumé.** — Les pendules astronomiques de précision peuvent être employées dans la mesure de l'amplitude des ondes principales en composante verticale des marées terrestres.

On expose les recherches expérimentales qui ont été conduites à l'Observatoire de Milan pour la mise au point des pendules Riefler, employées pour la mesure des marées terrestres.

Ces recherches ont eu pour objet :

- la qualité des pendules,
- le dispositif optique et photo-électrique pour la mesure de la période,
- le dispositif d'enregistrement,
- l'échelle de temps de référence.

## 1. Introduction

L'emploi des horloges à quartz et atomiques dans la conservation du temps, permet actuellement d'utiliser les pendules astronomiques de haute qualité dans la mesure des variations de l'intensité de la gravité.

En particulier, la comparaison des pendules verticales avec des horloges à quartz ou atomiques permet l'observation de la composante verticale des marées terrestres.

En condition d'isochronisme, la période d'oscillation d'un pendule est donnée par la relation classique

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

de laquelle nous pouvons déduire, admettant pour le moment  $l$  constant :

$$\frac{dT}{T} = - \frac{1}{2} \frac{dg}{g}$$

Les variations de la gravité peuvent être dues à l'attraction luni-solaire ou causées par des mouvements locaux de la croûte terrestre.

L'attraction luni-solaire détermine une perturbation de la gravité qui peut être décomposée, selon Doodson, en un grand nombre d'ondes composantes en fonction des masses et des éléments orbitaires de la Terre, de la Lune et du Soleil.

Sans entrer dans des détails qui sortent du but du présent travail, donnons une liste des principales ondes composantes qui revêtent un intérêt particulier géophysique et astronomique :

(a) ondes à période semi-diurne :

$M_2$  : lunaire (période 12 h 25 m 14 s) ;

$S_2$  : solaire (période 12 h) ;

$N_2$  : elliptique lunaire (c'est-à-dire due à l'excentricité de l'orbite lunaire) (période 12 h 39 m 30 s) ;

(b) ondes à période diurne :

$K_1$  : luni-solaire de période exactement égale à 1 jour sidéral (23 h 56 m 4 s) ;

$O_1$  : lunaire (période 25 h 49 m 10 s) ;

$P_1$  : solaire (période 24 h 3 m 54 s) ;

(c) ondes à longue période :

$M_f$  : lunaire (période 27<sup>d</sup>.66) ;

$M_m$  : lunaire (période 13<sup>d</sup>.55).

Ces ondes constituent les termes principaux du développement du potentiel perturbateur  $W$ , qui, en négligeant dans le dévelop-

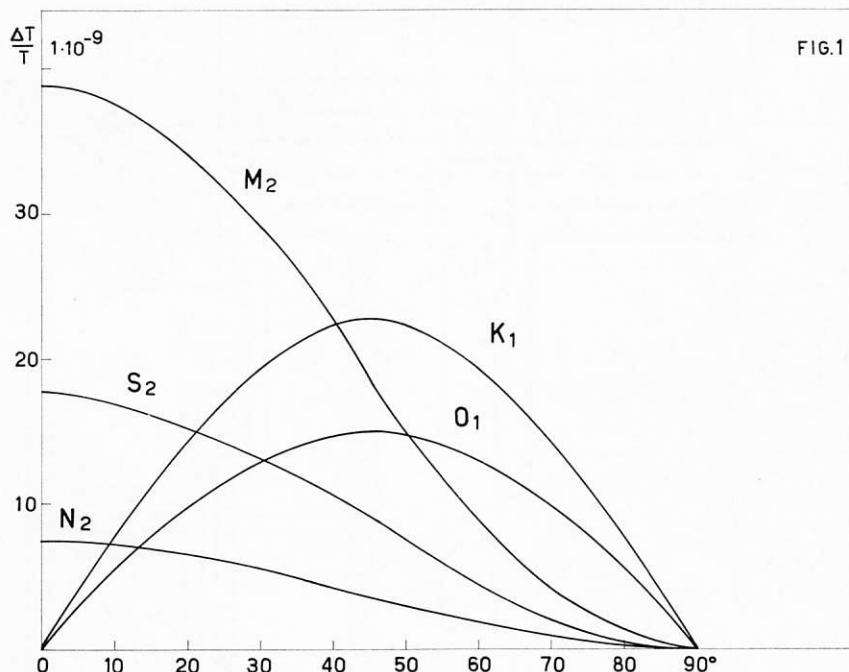


Fig. 1. Amplitudes en  $\Delta T/T$  des ondes principales en composante verticale, en fonction de la latitude.

pement harmonique les fonctions de degré supérieur à deux, est lié à l par la simple relation :

$$dT/T = W/ga,$$

dans laquelle « a » représente le rayon terrestre [1].

Dans la figure 1 sont représentées les amplitudes théoriques des principales ondes diurnes et semi-diurnes des variations de la gravité en termes de  $\Delta T/T$  et en fonction de la latitude  $\varphi$ .

A la latitude de Milan ( $\varphi = 45,5^\circ$ ) les ondes  $O_1$  et  $K_1$  représentent le maximum d'amplitude, tandis que l'onde  $M_2$  a une amplitude relativement grande.

Chacune de ces ondes est donc susceptible de déterminer des

variations maximales, à période diurne et semi-diurne, dans l'état d'une pendule astronomique, de l'ordre de 1 ms.

Déjà dans le passé, des expériences positives dans la détermination des amplitudes et des coefficients avaient été effectuées, utilisant des pendules astronomiques de précision [2], [3].

Sont particulièrement importantes à ce propos les études effectuées par M. N. Stoyko [4].

Un intérêt majeur pour ces recherches — qui peuvent non seulement fournir une intéressante confirmation des observations purement gravimétriques des marées terrestres, mais aussi ouvrir la voie à l'étude, difficile et complexe, des composantes à longue

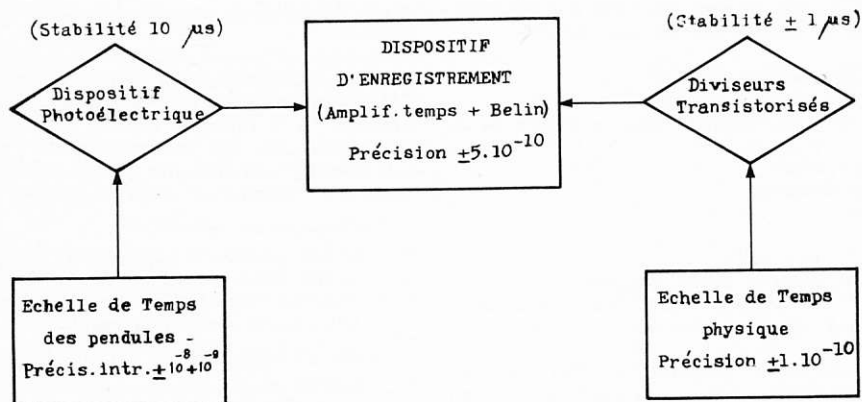


Fig. 2. Disposition des appareils et des instruments de mesure employés à l'Observatoire de Milan pour l'observation des marées terrestres.

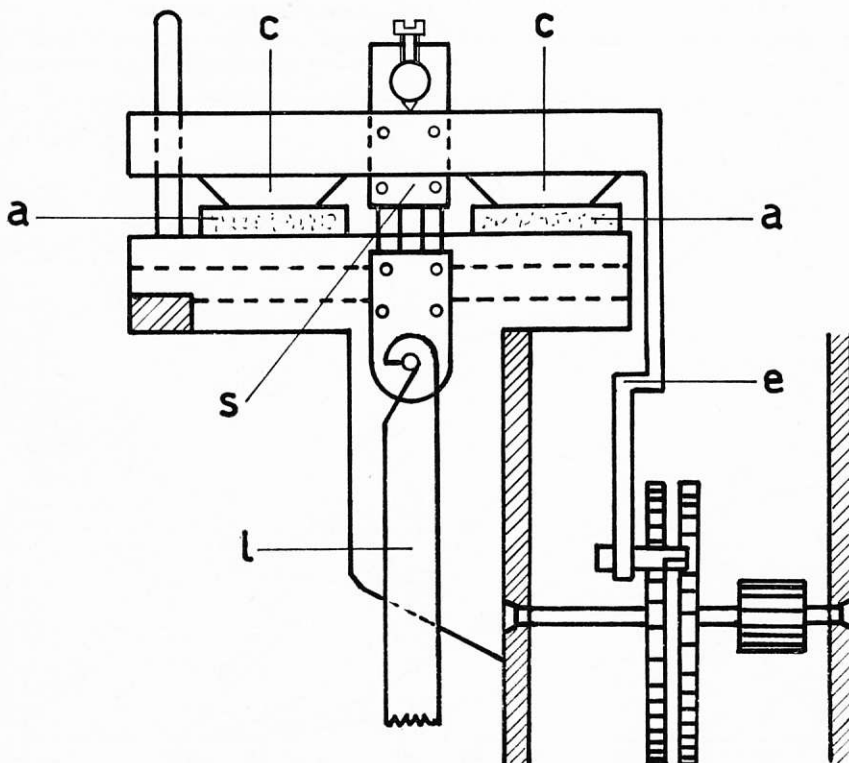


Fig. 3. Vue du système de suspension et de l'échappement de Riefler.

période — est lié au développement des techniques modernes dans la comparaison du temps et aux perfectionnements qu'il est possible d'apporter aux pendules verticales.

## 2. La précision des pendules astronomiques

Si la période d'oscillation du pendule est le paramètre susceptible de mettre en évidence la variation de la gravité, la détermination pratique de cette dernière demande toutefois l'emploi de toute

une série d'appareils accessoires non moins importants que la pendule même.

La figure 2 fournit un schéma à blocs de l'ensemble des appareils employés à l'Observatoire de Brera pour la mesure des marées terrestres.

Les appareils accessoires permettent la comparaison entre l'échelle de temps de la pendule et une échelle fournie par des horloges à quartz ou atomiques.

Il s'ensuit que la sensibilité et la précision des mesures des

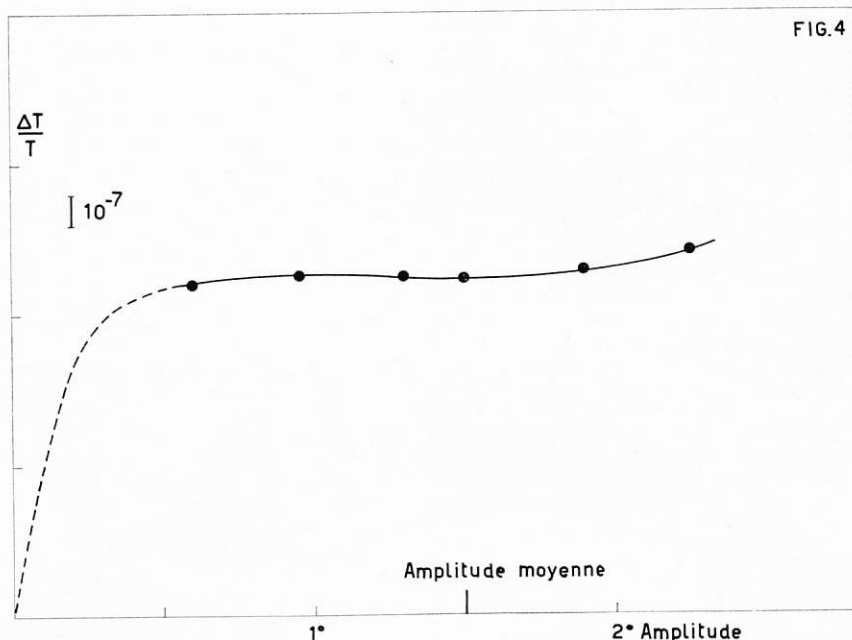


Fig. 4. Diagramme de la variation relative de la marche en fonction de la variation de l'amplitude pour la pendule principale Riefler 222.

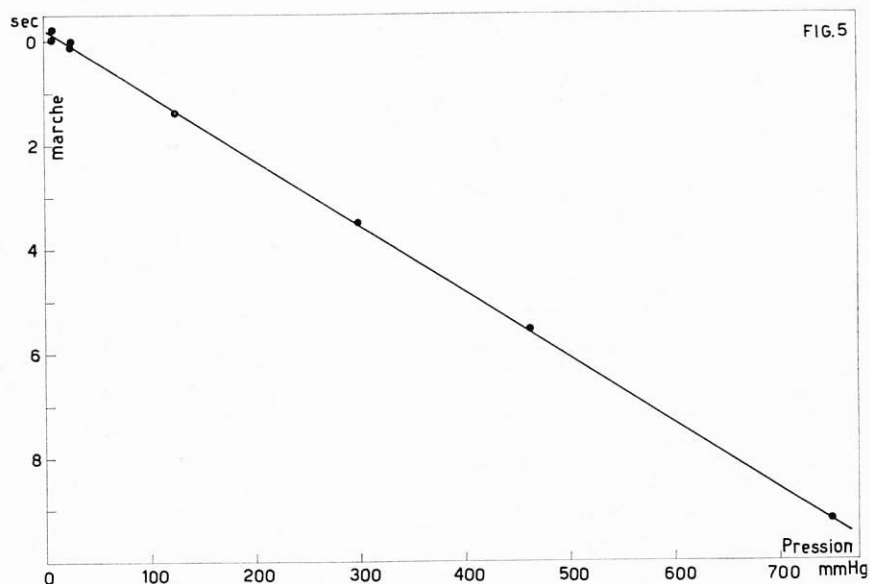


Fig. 5. Diagramme de la variation de la marche en fonction de la pression à l'intérieur de la cloche, pour la pendule Riefler 222.

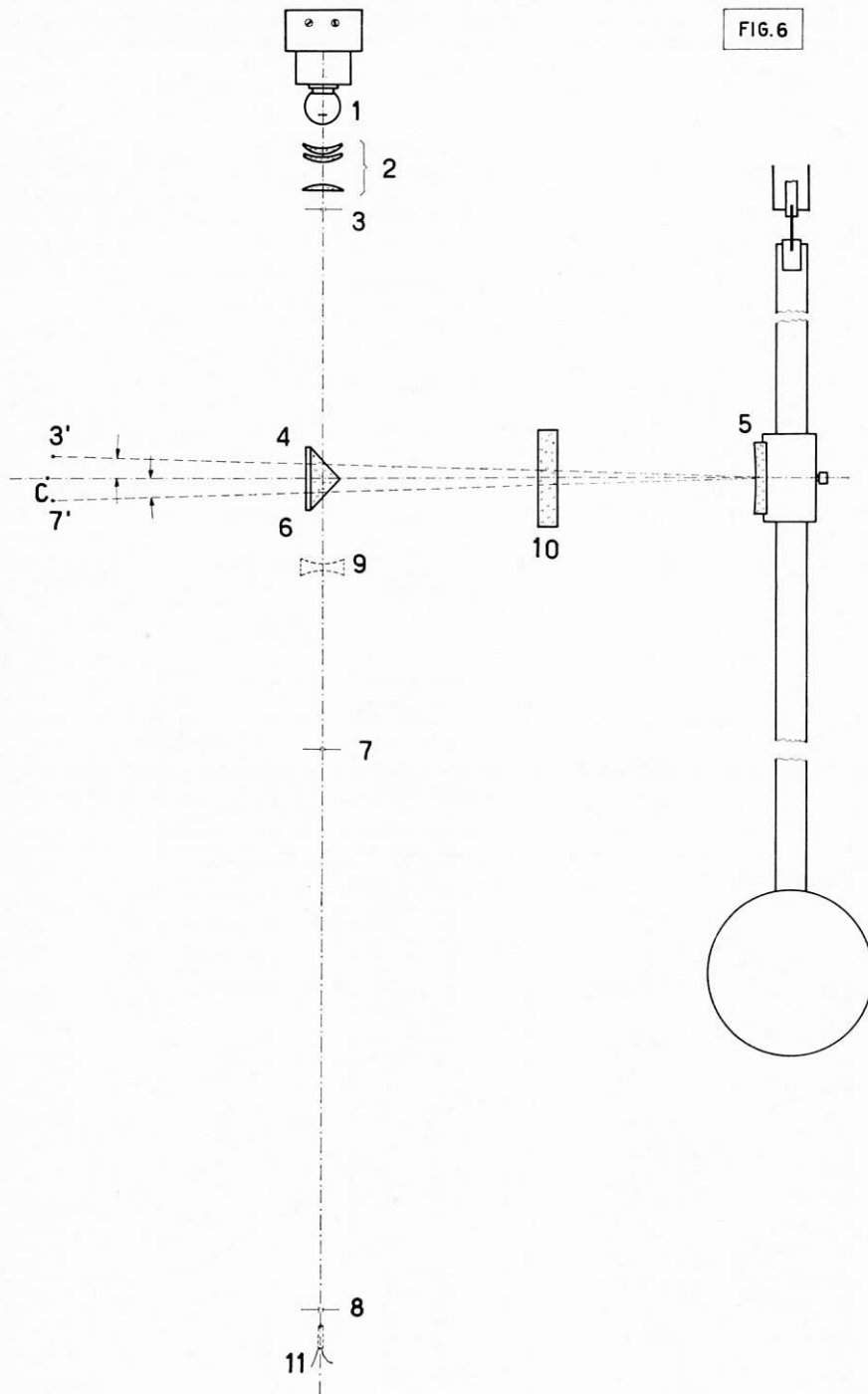


Fig. 6. Schéma du dispositif optique pour l'enregistrement photo-électrique de la durée de la période d'oscillation des pendules astronomiques.

marées terrestres au moyen des pendules verticales dépendent essentiellement :

- a) de la qualité des pendules ;
- b) du pouvoir résolutif du dispositif optique et photo-électrique pour la mesure de la période ;
- c) de la sensibilité du dispositif de comparaison de la période ;
- d) de la précision de l'échelle du temps de référence.

L'échelle de temps intrinsèque de la pendule est influencée, en dehors des variations de la gravité dues aux marées terrestres et aux perturbations locales, par des variations systématiques ou périodiques dépendant aussi bien de la qualité de la pendule que de l'influence des paramètres externes, comme la pression et la température.

Les variations périodiques ou irrégulières (phénomène de dérive) de la période, comparables à celles des ondes d'origine « maréale », sont de loin les plus nuisibles pour l'étude des marées terrestres ; au contraire, l'influence des perturbations ou des erreurs accidentelles à courte période peut être éliminée en prolongeant convenablement la période d'observation.

L'Observatoire de Milan dispose de trois pendules Riefler installées dans des cloches métalliques particulières.

De chaque pendule, on a éliminé tout mouvement inutile de sorte qu'elle est uniquement constituée de la tige en invar (l) et d'une masse oscillante lenticulaire. Elle est pourvue d'une suspension à ressort (s) dont les appuis sont situés sur un second plan de suspension à couteaux (c), relié au système (e) de l'échappement à ancre (fig. 3).

On sait que le ressort de suspension diminue le défaut d'isochronisme de la pendule dû à l'amplitude d'oscillation.

Toutefois, comme précédemment dit, le mouvement de Riefler résultant dérive du mouvement du ressort et du mouvement des deux couteaux en acier qui s'appuient sur deux plans horizontaux parallèles en agate (a). L'analyse théorique de ce mouvement résultant est extrêmement compliquée. Toutefois, pour l'utilisation pratique de la pendule, une détermination expérimentale précise de la loi de variation de la période en fonction de l'amplitude  $\alpha$  de l'oscillation libre, est suffisante.

La figure 4 montre l'allure de la période d'oscillation de la pendule principale Riefler 222 en fonction de l'amplitude.

Le remontoir Riefler est constitué par le couple moteur fourni par la chute circulaire d'une bascule, qui vient remontée chaque 30 secondes exactement au moyen d'un électro-aimant. Le remontage durant de 0,1 à 0,2 s, il n'y a pas de discontinuité dans la transmission de la force motrice.

En outre, étant donné qu'avec l'échappement de Riefler l'amplitude moyenne ( $\alpha = 90^\circ$ ) de la pendule reste à peu près constante (la variation est au plus de  $\sim 1\%$  [5]), et que la pendule est parfois considéré comme libre, on en déduit que la précision intrinsèque relative à brève durée de ce type d'échappement peut être considérée comme supérieure à  $\pm 1 \cdot 10^{-8}$ .

En ce qui concerne l'influence de la pression  $H$  (exprimée en mm Hg) et de la température  $t$  (en  $^\circ\text{C}$ ) sur la marche  $m$  de la pendule, nous pouvons admettre en général la relation :

$$dm = \frac{\delta m}{\delta H} dH + \frac{\delta m}{\delta t} dt.$$

L'expérience fait connaître aisément la valeur du coefficient  $\delta m / \delta H$ . Nous avons déterminé son influence sur la marche relative (fig. 5) à la température constante de  $21^\circ\text{C}$ , et nous avons trouvé pour la pendule principale Riefler 222 la valeur :

$$\frac{\delta m}{\delta H} = -0,0126 \text{ s.}$$

L'effet de la température est plus compliqué car le facteur  $\delta m / \delta t$  est moins directement accessible. A l'effet thermique principal dû à la dilatation du pendule lui-même, on doit ajouter l'effet dû à la dilatation thermique de l'air. La loi de Gay-Lussac permet d'écrire :

$$dH_1 = 0,00366 H dt,$$

ce qui représente donc ce dernier effet.

Pour ce qui concerne l'effet de la température sur la marche relative, nous pouvons déduire de la formule qui donne la période la relation :

$$\frac{dT}{T} = \frac{1}{2} \frac{dl}{l},$$

d'où

$$dm_1 = 86400 \frac{dT}{T} = 43200 \frac{dl}{l}.$$

Etant donné que le coefficient thermique de l'invar est de l'ordre de  $10^{-6}$  à  $10^{-7}$  et que la température de la cave où se trouvent les pendules a été stabilisée électroniquement à  $\pm 0,01^\circ\text{C}$  à courte et à longue durée, nous pouvons en déduire que l'effet de la température sur la marche relative devrait être de l'ordre de  $10^{-8}$  à  $10^{-9}$ .

Pour ce qui concerne la pression dans la cloche, elle est maintenue à  $5 \text{ mm} \pm 0,01 \text{ mm}$  au moyen d'un robinet de vide élevé, ce qui nous donne donc pour la variation de la marche relative un même ordre de grandeur ( $\sim 1 \cdot 10^{-9}$ ).

Reste à considérer, surtout en vue de l'étude des variations à longue et moyenne période, l'influence de l'aplatissement progressif de la lame des couteaux de suspension.

On sait que le phénomène est dû à l'existence d'un certain rayon de courbure  $r$  de la lame des couteaux.

A.A. Korobitsin a étudié à fond ce problème en obtenant une formule assez rigoureuse pour la correction de la période jusqu'au deuxième terme du rayon de courbure [6].

Nous pouvons toutefois négliger ce second terme car son influence dans le cas de nos pendules est de l'ordre de  $\pm 5 \cdot 10^{-10}$ . La formule réduite de la demi-période que nous avons prise en considération, décrite par L.V. Sorokin, [7] est la suivante (en régime d'isochronisme) :

$$T = \pi \sqrt{\frac{\rho^2 + (l-r)^2}{lg}},$$

où  $\rho = l/m$  est le rayon de giration du pendule.

Pour nos pendules Riefler ( $r = 3$  à  $4 \mu\text{m}$ ) nous avons déduit de cette formule la relation :

$$\frac{\Delta T}{T} \approx 2\Delta r \cdot 10^{-7} \quad (\Delta r \text{ en } \mu\text{m}).$$

On voit que pour pouvoir garantir une précision suffisante, il faut que  $\Delta r \approx 10^{-2} \mu\text{m}$ .

Dans le cas de la suspension de Riefler, l'influence des couteaux est diminuée du fait que la lame de suspension réduit la rotation de la surface, supposée cylindrique, de la lame des couteaux. Toutefois nous pensons que ceci est le point vraiment important pour garantir des précisions très élevées dans la mesure de la période d'oscillation d'une pendule verticale à courte et longue période.

### 3. Dispositif photo-électrique d'enregistrement

La voie de transmission qui transforme la durée de l'oscillation de la pendule en un signal comparable à un autre signal de référence doit être telle que la précision intrinsèque de la pendule soit garantie et ne vienne pas à être modifiée par des erreurs ou fluctuations systématiques et accidentelles.

Le dispositif photo-électrique d'enregistrement de la durée d'oscillation des pendules verticales réalisé à l'Observatoire de Brera est constitué d'un système optique de sensibilité élevée représenté dans la figure 6.

Le plan du dessin est le plan vertical dans lequel oscille le pendule, la lame à faces parallèles 10 est la fenêtre de la cloche de la pendule. Tout le système optique est solidement fixé à la suspension du pendule et il est enfermé dans une protection d'aluminium.



La cloche de la pendule et le dispositif photo-électrique d'enregistrement est visible sur la figure 7. Sur la figure 8, nous voyons en particulier la monture du miroir et une partie du système optique.

Le signal provenant du phototransistor est successivement amplifié et formé (fig. 9) de façon à la rendre apte à commander le dispositif amplificateur de temps.

Nous référant à la figure 6, le condensateur 2 (à 3 éléments) conjugue le filament carré ( $4 \times 4$  mm) de la lampe 1 (50 W, 12 V) à travers la fente 3 et le déviateur 4 sur le miroir 5 (pupille d'entrée du système).

Le déviateur 6 renvoie verticalement en 7 ou 8 l'image de 3 quand le pendule est en position de repos.

Les points 3' et 7' sont conjugués avec un rapport  $-1$  par

rapport au miroir sphérique 5 (solidaire du pendule) ; C est le centre de courbure du miroir en position de repos, dont la distance focale est  $f = 250$  mm.

Dans la réalisation pratique, 3' est constitué par la fente 3, 7' par la fente 7 vu l'interposition des miroirs 4 et 6 du prisme.

Dans l'espace de 0,5 s, le miroir varie sa position autour de l'axe horizontal de  $1,5^\circ$  et le rayon réfléchi dévie donc de  $3^\circ$ .

Chaque fois que le pendule passe par la position de repos, à chaque seconde, l'image de 3 se superpose à 7 ; la lumière peut passer à travers 7 et excitant un élément photosensible 10 (phototransistor Philips L 5400) déclenche un signal électrique indiquant le passage du pendule par la position de repos.

Le miroir 5 a un diamètre utile  $D = 50$  mm et son pouvoir résolutif angulaire a pour valeur :

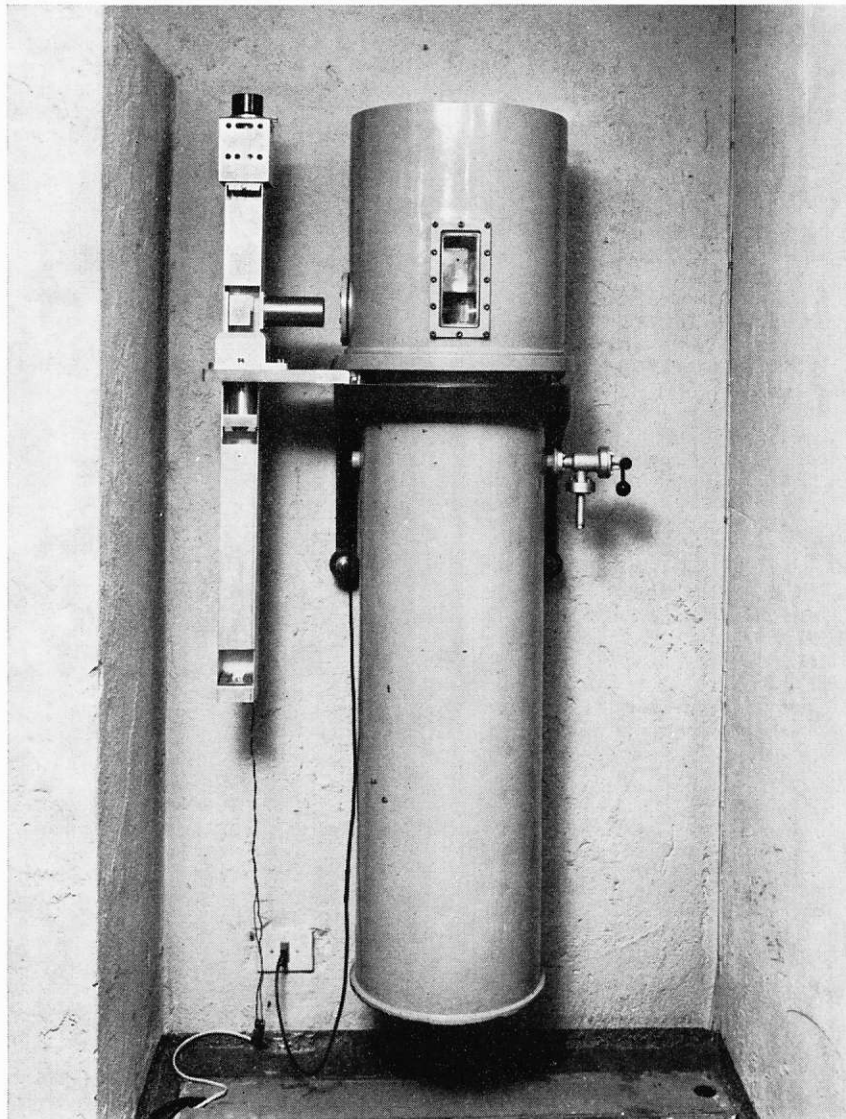


Fig. 7. Vue d'ensemble de la cloche et du dispositif photo-électrique d'enregistrement.

$$\sigma = \frac{1,22 \lambda}{D} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \approx 2'', 4.$$

Le rapport

La largeur théorique de la fente qui en résulte est par conséquent :

$$\frac{\varepsilon}{L} \approx 1 \cdot 10^{-4},$$

$$\varepsilon = 2\sigma f \approx 5 \mu\text{m}.$$

Etant donné que durant une oscillation du pendule l'élongation de l'image en 3 est double de l'élongation du pendule, le parcours linéaire  $L$  de cette image à la fente 7 a toutefois la longueur

$$L = 2f (6^\circ)\text{rad} \approx 52,5 \text{ mm}$$

représente la durée du passage de la lumière à travers la fente 7 quand elle a une largeur égale à la fente 3 ( $\varepsilon = 5 \mu\text{m}$ ) ; cette durée correspond au pouvoir résolutif du système entier, qui en unités relatives est donc  $\pm 1 \cdot 10^{-9}$ . Sur la fente 8, conjuguée de 7 par rapport à la lentille négative 9 (agrandissement  $5 \times$ ), l'image de 3 est agrandie de 5 fois ( $25 \mu\text{m}$ ). Ceci permet d'aug-

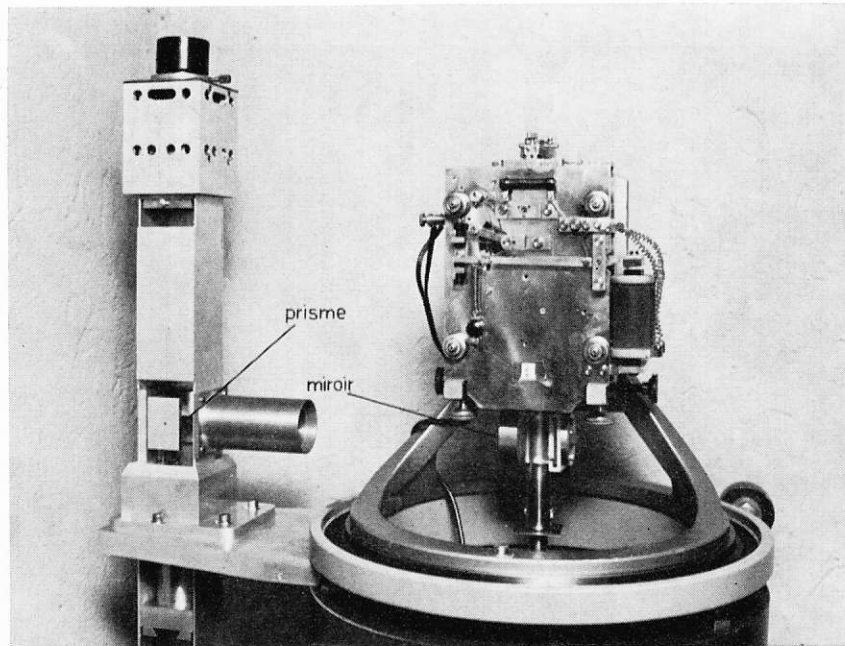


Fig. 8. Vue partielle du miroir, solidaire de la tige du pendule et du prisme du système optique.

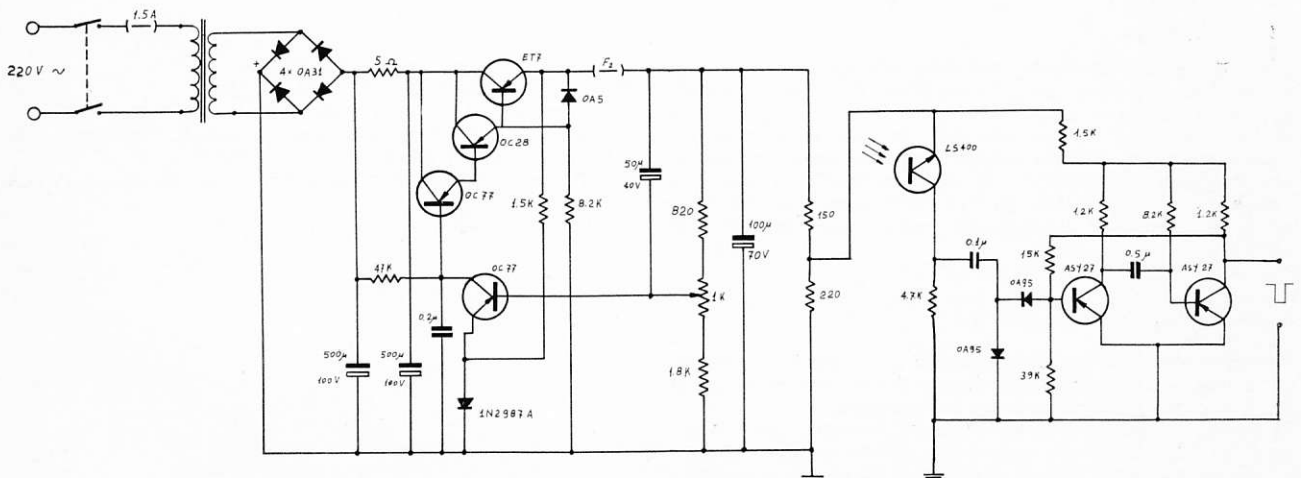


Fig. 9. Amplificateur du signal de la seconde qui sort du phototransistor. La pente de ce signal, qui a une forme presque triangulaire, est inférieure à  $1 \cdot 10^{-4}$  s. Le front du signal à la sortie de l'amplificateur est de  $0,1 \mu\text{s}$ .

menter autant de fois la largeur de la fente 8, la portant à presque  $30 \mu\text{m}$  sans diminuer la précision.

#### 4. La comparaison du temps et la base de temps locale

La variation de la durée de l'oscillation du pendule due aux marées terrestres ou à des facteurs locaux ou accidentels est très petite et difficilement observable avec un enregistrement continu sur chronographe Belin, qui fournit une résolution de 2 ms par mm. Afin de pouvoir amplifier convenablement ces variations, on a projeté et construit à l'Observatoire de Brera un dispositif amplificateur de temps, qui a déjà été l'objet d'un précédent travail, capable d'amplifier de 2 à 100 fois ces variations mêmes et donc d'augmenter proportionnellement la résolution de l'enregistrement chronographique [8].

Le but de ces recherches est actuellement de déterminer l'amplitude et la phase des ondes principales  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $M_2$  et des coefficients qui leur sont liés.

Puis, successivement, sur la base des résultats obtenus, nous tenterons d'étendre la recherche à l'étude des composants à période plus longue (mensuelle et bimensuelle).

#### Bibliographie

- [1] Melchior P., The earth Tides, 262, (London, 1966).
- [2] Brown E.W., Brouwer D., M.N.R.A.S., 91, 575, 1930.
- [3] Solleberger P., Clemence, G.M., Astron. J., 48 (1107), 18, 1939.

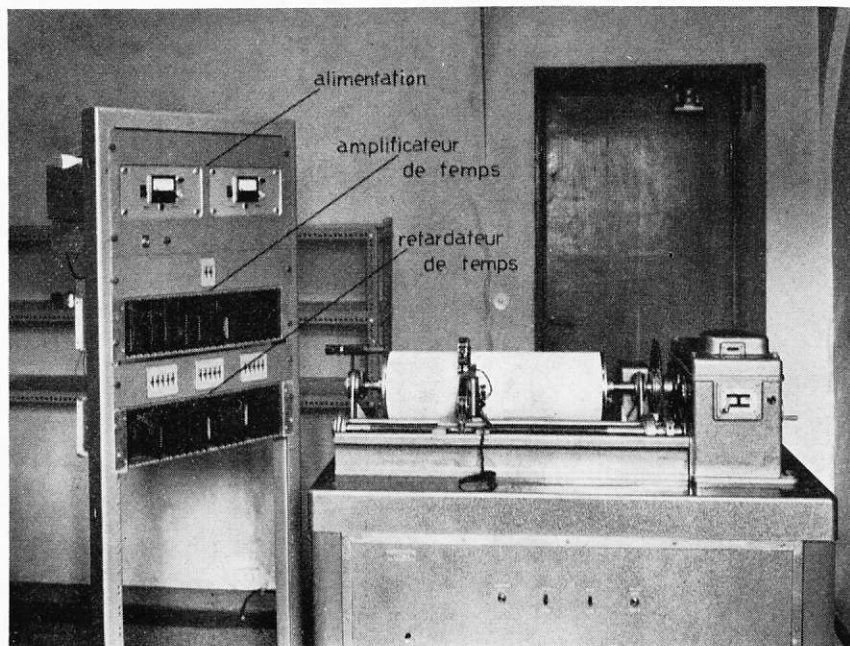


Fig. 10. Vue d'ensemble du système d'enregistrement comprenant l'amplificateur de temps, la base de temps physique et le chronocomparateur Belin à gros cylindre.

Sur la figure 10 est visible l'ensemble des appareils pour l'enregistrement simultané sur chronographe Belin de la période d'oscillation des trois pendules Riefler. Tant le chronographe que la base de temps de référence dans la mesure de la période d'oscillation sont alimentés avec la fréquence étalon de l'oscillateur à quartz de l'Observatoire, dont la stabilité à courte et longue durée est de l'ordre de  $\pm 5 \cdot 10^{-10}$ , donc absolument uniforme par rapport à l'échelle de temps fournie par les trois pendules.

#### 5. Conclusion

L'enregistrement continu de la pendule principale Riefler 222 est commencé récemment, et actuellement il n'est pas possible d'en tirer des données scientifiquement intéressantes.

Toutefois, vu, comme il a été démontré, que tous les éléments composant le système de mesure des marées terrestres garantissent une précision relative intrinsèque sûrement inférieure à  $\pm 1 \cdot 10^{-8}$ , il n'y a pas de doute que le dispositif entier se prête très bien à l'étude des marées terrestres.

- [4] Stoyko N., Bull. Astr., 14 (1), 1, 1949.
- [5] Kranjc A., Mem. S.A. It., XXVI (4), 1955.
- [6] Korobitsin A.A., Soviet. Astron., 5 (1), 126, 1961.
- [7] Sorokin L.V., Gravimetry and gravimetric exploration, 55, (Moscow-Leningrad, 1953).
- [8] Proverbio E., Bull. Ann. de la Soc. Suisse de Chron., IV-1965.