

56

CONTRIBUTI
DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE
a cura del Direttore
Prof. FRANCESCO ZAGAR

NUOVA SERIE

N. 243

EDOARDO PROVERBIO

**Sulla determinazione astronomica del tempo
e sull'impiego del metodo di Döllén in meridiano
in determinazioni di elevata precisione**

Estratto dalle « Memorie della Società Astronomica Italiana »
vol. XXXVI, fasc. 4 - 1965

CATANIA
SCUOLA SALESIANA DEL LIBRO
1965

CONTRIBUTI
DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE
a cura del Direttore
Prof. FRANCESCO ZAGAR

NUOVA SERIE

N. 243

EDOARDO PROVERBIO

**Sulla determinazione astronomica del tempo
e sull'impiego del metodo di Döllén in meridiano
in determinazioni di elevata precisione**

Estratto dalle « Memorie della Società Astronomica Italiana »
vol. XXXVI, fasc. 4 - 1965

CATANIA
SCUOLA SALESIANA DEL LIBRO
1965

SULLA DETERMINAZIONE ASTRONOMICA DEL TEMPO
E SULL'IMPIEGO DEL METODO DI DÖLLEN IN MERIDIANO
IN DETERMINAZIONI DI ELEVATA PRECISIONE

Nota di EDOARDO PROVERBIO (*)
(*Osservatorio Astronomico di Brera - Milano*)

ABSTRACT. — In this paper the A. puts in evidence the equivalence between the Döllén method and the methods usually utilised in the meridian time determinations (Mayer, Hansen and Bessel methods).

Under these conditions the Döllén method permits to have, in the time determinations, precisions not only comparable with those obtained in the Mayer method, but, in particular cases, the first method can result more favourable than this last.

RIASSUNTO. — L'A. mette in evidenza in questo lavoro la sostanziale equivalenza tra il cosiddetto metodo di Döllén ed i metodi usualmente utilizzati nel caso di osservazioni meridiane (metodi basati sulle relazioni di Mayer, Hansen e Bessel).

Sulla base di questa equivalenza viene mostrato come il metodo di Döllén permetta non soltanto di ottenere precisioni nelle determinazioni di tempo comparabili con quelle ottenibili con il metodo di Mayer (o analoghi) ma, sotto certe condizioni il primo metodo può risultare più vantaggioso di questi ultimi.

1. — Come è noto il metodo di Döllén viene generalmente impiegato per determinazioni di tempo extrameridiane.

Il vantaggio di questo metodo è infatti quello di permettere la determinazione del tempo prescindendo dal valore dell'azimut strumentale, e per questa sua caratteristica viene comunemente utilizzato con telescopi zenitali, strumenti universali e teodoliti.

Per contro, attualmente, questo metodo, così come altri metodi in genere applicati in determinazioni di campagna, viene completamente trascurato per determinazioni di precisione in meridiano. Il motivo di questo

(*) Ricevuta il 24 marzo 1965.

stato di cose può forse essere ricercato in una forma di prevenzione, in certo senso naturale, verso i metodi di determinazione del tempo impiegati per ricerche accessorie (come nel caso del controllo delle costanti strumentali nelle osservazioni di Latitudine) o in determinazioni che richiedono precisioni più limitate, come avviene appunto nelle operazioni di campagna.

In secondo luogo motivi anche d'ordine pratico come la maggiore difficoltà di organizzare in meridiano programmi di osservazione può senza dubbio avere influito negativamente sulla scelta del metodo di Döllén.

Scopo di questa breve nota — dopo aver mostrato, per osservazioni nei pressi del meridiano, la equivalenza tra il metodo di Döllén ed i metodi comunemente impiegati (metodi di Mayer, Hansen, Bessel) nelle determinazioni meridiane di tempo — è di dimostrare che questo metodo permette non solo di ottenere precisioni equivalenti a quelle ottenibili con il metodo di Mayer, ma risulta, sotto certe condizioni, praticamente più vantaggioso di quest'ultimo

2. - La relazione approssimata a meno dei termini del secondo ordine per il calcolo della correzione dell'orologio mediante l'osservazione del passaggio per uno stesso cerchio verticale situato nei pressi del meridiano di una stella oraria i (in particolare zenitale) e di una stella circumpolare j al passaggio superiore è la seguente:

$$(1) \quad \alpha_i - T_i = \Delta T + \frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \delta_i}{\operatorname{tg} \delta_j - \operatorname{tg} \delta_i} \left[(T_j - \alpha_j) - (T_i - \alpha_i) \right] + \\ + i \sec \varphi \pm f \sec \varphi \mp cC \quad ,$$

nella quale T_i e T_j sono gli istanti del passaggio al cerchio verticale osservati per le due stelle in un luogo di Latitudine φ , mentre le quantità i , f e c rappresentano invece rispettivamente gli errori strumentali di inclinazione, flessione laterale e collimazione, e C il coefficiente di collimazione.

Nella relazione (1) i segni superiori si riferiscono ad osservazioni effettuate con oculare ad Est, quelli inferiori ad osservazioni effettuate con oculare ad Ovest. Ogni osservazione, in una delle due posizioni, rappresenta quindi una equazione di condizione nelle incognite ΔT , f , e c .

Utilizzando questo metodo per l'osservazione in meridiano mediante uno strumento dei passaggi od anche un buon teodolite è possibile osservare successivamente le stelle i e j prima e dopo l'inversione dello strumento. In tal caso l'osservazione delle due stelle dà luogo all'unica relazione,

$$(2) \quad \alpha_i - T_i = \Delta T + i \sec \varphi \pm \frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \delta_i}{\operatorname{tg} \delta_j \mp \operatorname{tg} \delta_i} \left[(T_j - \alpha_j) - (T_i - \alpha_i) \right] \quad ,$$

nella quale T_i e T_j sono gli istanti del passaggio delle stelle orarie e circumpolari al filo centrale dello strumento, mentre il segno superiore corrisponde alla culminazione superiore delle polari, il segno inferiore alla culminazione inferiore delle stesse.

Ora si può facilmente mostrare che la (2) rappresenta, come è d'altra parte logico, la combinazione delle due equazioni di condizione scritte in una delle forme utilizzate per la determinazione del tempo con passaggi meridiani, per esempio usando la formula di Mayer. Da questa prima osservazione ne consegue, ed anche questo può essere dimostrato senza difficoltà, che la (2) deve essere necessariamente considerata equivalente, dal punto di vista della precisione intrinseca della determinazione della correzione ΔT (tenendo cioè conto statisticamente degli errori di osservazione e degli errori nelle posizioni apparenti delle stelle), alla relazione di Mayer,

$$(3) \quad \alpha_i - T_i = \Delta T + i \frac{\cos(\varphi - \delta_i)}{\cos \delta_i} + a_{i,j} \frac{\sin(\varphi - \delta)_i}{\cos \delta_i}$$

nella quale $a_{i,j}$ rappresenta il valore dell'azimut, calcolato utilizzando il metodo della polare (1).

Tenendo quindi conto della sostanziale equivalenza della (3) e della (2), alla correzione ΔT calcolata mediante quest'ultima è lecito estendere le conclusioni che possono essere tratte dallo studio della variazione dell'errore medio intrinseco dy della correzione osservata ΔT , calcolata mediante la (3), in funzione degli errori di osservazione e di catalogo.

Usando i simboli e le semplificazioni di cui si è fatto uso in un precedente lavoro (2), l'errore medio dy di ciascun ΔT osservato può essere messo sotto la forma,

$$(4) \quad dy^2_{i,j} = d^2 \alpha_i + d^2 T_i + d^2 a^2_{i,j} \frac{\sin^2(\varphi - \delta_i)}{\cos^2 \delta_i} ,$$

nella quale

$$d^2 \alpha_i = \alpha^2 + \beta^2 \sec^2 \delta_i , \quad (\alpha \text{ e } \beta \text{ costanti})$$

$$d^2 T_i = a^2 + b^2 \sec^2 \delta_i , \quad (a \text{ e } b \text{ costanti})$$

$$d^2 a^2_{i,j} = \frac{\sec^2 \varphi}{(\operatorname{tg} \delta_i \mp \operatorname{tg} \delta_j)^2} \left[A + B (\operatorname{tg}^2 \delta_i + \operatorname{tg}^2 \delta_j) \right] ,$$

$$A = 2 (\alpha^2 + \beta^2 + a^2 + b^2) ,$$

$$B = \beta^2 + b^2 .$$

Con queste posizioni la (4) diventa

$$(5) \quad dy'^2_{i,j} = \alpha^2 + a^2 + B \sec^2 \delta_i + \left[\frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \delta_i}{\operatorname{tg} \delta_i \mp \operatorname{tg} \delta_j} \right]^2 \left[\Lambda + B (\operatorname{tg}^2 \delta_i + \operatorname{tg}^2 \delta_j) \right],$$

dove il segno — si riferisce alle culminazioni superiori il segno + alle culminazioni inferiori.

Poichè inoltre si può porre nel nostro caso in prima approssimazione (2),

$$\alpha^2 = \beta^2 = a^2 = 1.10^{-4} \text{ sec}^2,$$

e poichè d'altra parte il rapporto a^2/b^2 varia in generale da 1 a meno di 10, nel primo caso risultando $\Lambda = 4B = 8.10^{-4} \text{ sec}^2$, la relazione (5) può essere scritta,

$$(5') \quad dy'^2_{i,j} \simeq 2 \left\{ 1 + \sec^2 \delta_i + \left[\frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \delta_i}{\operatorname{tg} \delta_i \mp \operatorname{tg} \delta_j} \right]^2 \left[4 + \operatorname{tg}^2 \delta_i + \operatorname{tg}^2 \delta_j \right] \right\} 10^{-4} \text{ sec}^2,$$

mentre nel secondo caso ($a/b = 2,5$) trascurando il valore di b^2 rispetto agli altri, si avrebbe,

$$(5'') \quad dy''^2_{i,j} \simeq \left\{ 2 + \sec^2 \delta_i + \left[\frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \delta_i}{\operatorname{tg} \delta_i \mp \operatorname{tg} \delta_j} \right]^2 \left[6 + \operatorname{tg}^2 \delta_i + \operatorname{tg}^2 \delta_j \right] \right\} 10^{-4} \text{ sec}^2.$$

Il calcolo diretto della (5') e (5'') nel caso generale risulta molto laborioso a causa del numero delle variabili (φ , δ_i , δ_j) di cui risultano funzioni dy'^2 e dy''^2 . Ci siamo perciò limitati all'analisi delle precedenti relazioni in un caso specifico, quello relativo alla Latitudine di Brera ($\varphi = 45^\circ,5$).

Si sono prese in esame diverse ipotesi riguardanti la distribuzione delle stelle orarie (indice i) e delle stelle di riferimento (indice j).

I risultati dei calcoli, espressi in unità di 10^{-4} sec^2 , sono riassunti nella tabella I; mentre nella tabella II sono dati i valori calcolati (per $\varphi = 45^\circ,5$) della quantità $(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \delta_i / \operatorname{tg} \delta_i \pm \operatorname{tg} \delta_j)^2$ nonchè i valori di $\operatorname{tg}^2 \delta$ e $\sec^2 \delta$. Con questi ultimi valori risulta quindi agevole ricostruire i dati della tabella I, o confrontare questi ultimi con quelli che si possono ricavare formulando altre ipotesi sulla distribuzione delle declinazioni delle stelle orarie e di riferimento.

3. - I dati riportati nella tabella I, relativi agli errori intrinseci delle correzioni medie ΔT di un gruppo di stelle osservate per la determinazione

TABELLA I

Caso	Ipotesi		a/b = 1	a/b = 2,5
	δ_i	δ_j	$dy'^2_{i,j}$	$dy''^2_{i,j}$
1	$\delta_i \leq 10^\circ$	$70^\circ_{ci} \leq \delta_j \leq 85^\circ_{ci}$	3 ÷ 4	4 ÷ 6
2	$\delta_i \leq 10^\circ$	$70^\circ \leq \delta_j \leq 80^\circ$	3 ÷ 8	4 ÷ 14
3	$40^\circ \leq \delta_i \leq 50^\circ$	$70^\circ_{ci} \leq \delta_j \leq 85^\circ_{ci}$	4	6
4	$40^\circ \leq \delta_i \leq 50^\circ$	$\delta_j \leq 10^\circ$	4 ÷ 5	6 ÷ 7
5	$40^\circ \leq \delta_i \leq 50^\circ$	$70^\circ \leq \delta_j \leq 80^\circ$	4 ÷ 5	6 ÷ 7
6	$40^\circ \leq \delta_i \leq 50^\circ$	$80^\circ \leq \delta_j \leq 89^\circ$	4 ÷ 7	6 ÷ 12
7	$\delta_i \leq 10^\circ$	$80^\circ \leq \delta_j \leq 89^\circ$	4 ÷ 93	6 ÷ 186

del tempo, permettono, a nostro avviso, di trarre almeno due conclusioni sufficientemente attendibili (almeno entro i limiti imposti dalle ipotesi che stanno alla base delle precedenti considerazioni):

(a) l'andamento degli errori dy'^2 e dy''^2 e le loro variazioni si corrispondono in misura tale per cui sembra possibile accettare l'ipotesi che queste stesse variazioni risultino con buona approssimazione indipendenti dai valori sperimentalmente rilevabili del rapporto a/b ($1 \div 2,5$);

(b) per quanto riguarda la scelta, nell'ambito delle osservazioni meridiane, della combinazione di stelle più vantaggiosa ai fini della determinazione della correzione ΔT , ci sembra fuori dubbio che essa sia fornita dai casi 1 e 3, che prevedono l'osservazione, come stelle di riferimento, di stelle circumpolari in culminazione inferiore. E ciò tenendo presente che il limite inferiore indicato per i valori di dy^2 , così come quello superiore, ha valore unicamente come limite e che nella costituzione anche di un solo gruppo di stelle questa quantità viene ad assumere in genere valori mediamente distribuiti attorno al valore medio dell'intervallo calcolato per gli stessi dy^2 .

Può essere obiettato, e l'obiezione presenta senza dubbio notevole importanza, che l'osservazione di tali stelle alla Latitudine di 45° circa può introdurre errori accidentali di osservazioni (dovuti a fenomeni rifrazionali) che non sono stati previsti nelle ipotesi precedenti. Tuttavia e sfortunatamente non disponiamo attualmente di dati quantitativi sperimentali sicuri nemmeno in merito a quest'ultima osservazione.

In ordine di preferenza ci sembrano comunque più convenienti e consigliabili, i casi indicati con i numeri 4 e 5, che rappresentano i casi di osservazione di stelle orarie circumzenitali e di stelle di riferimento equatoriali o circumpolari veloci.

TABELLA II

$\frac{\delta_j}{\delta_i}$	0°	10°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	85°	89°	70° _{ci}	80° _{ci}	85° _{ci}	tg ² δ	sec ² δ
0°	∞	33.42	3.11	1.47	0.730	0.345	0.137	0.032	0.008	0.000	0.137	0.032	0.008	0.000	1.000
10°	27.77	∞	4.41	1.60	0.684	0.291	0.107	0.023	0.005	0.000	0.083	0.021	0.005	0.031	1.030
20°	3.22	12.14	9.44	1.88	0.619	0.227	0.075	0.015	0.003	0.000	0.043	0.012	0.003	0.132	1.132
30°	0.579	1.20	∞	2.79	0.430	0.145	0.041	0.007	0.002	0.000	0.017	0.005	0.001	0.333	1.334
40°	0.044	0.070	0.449	∞	0.248	0.039	0.009	0.001	0.000	0.000	0.002	0.000	0.000	0.704	1.703
45°	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	2.000
50°	0.022	0.030	0.069	0.248	∞	0.106	0.013	0.001	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	1.421	2.421
60°	0.171	0.212	0.385	0.643	1.760	∞	0.500	0.033	0.005	0.000	0.024	0.009	0.003	3.000	4.000
70°	0.397	0.453	0.636	0.823	1.240	2.910	∞	0.350	0.040	0.001	0.106	0.042	0.014	7.546	8.544
80°	0.674	0.718	0.836	0.927	1.082	1.398	2.536	∞	0.654	0.008	0.306	0.169	0.074	32.16	33.17
85°	0.830	0.855	0.966	0.966	1.034	1.152	1.437	3.267	∞	0.052	0.539	0.370	0.207	130.6	131.6
89°	0.964	0.970	0.984	0.993	1.006	1.025	1.064	1.193	1.505	∞	0.878	0.798	0.670	3282.	3283.

Sembra infine nettamente da sconsigliare la distribuzione prevista dal caso 8 (stelle orarie equatoriali, stelle di riferimento circumpolari elevate in c.s.).

Queste conclusioni, che, ricordiamo, sono valide per Latitudini di circa 45° , acquistano un particolare interesse avendo di mira la preparazione o l'uso di programmi stellari di determinazioni di tempo in meridiano mediante l'impiego del metodo di Döllén. Infatti in questo caso la costituzione di programmi basati sulla combinazione di stelle prevista dai precedenti casi 4 e 5 (che appaiono come si è visto fra i più favorevoli nelle determinazioni di tempo), viene notevolmente facilitata e conseguentemente vengono a perdere in gran parte il loro valore anche quei motivi di ordine pratico che potevano essere invocati a sfavore dell'impiego del metodo di Döllén.

Le precedenti considerazioni permettono quindi di formulare a nostro avviso le seguenti pratiche conclusioni.

(a) Nelle osservazioni meridiane, i metodi basati sull'impiego delle formule di Mayer e di Döllén sono perfettamente equivalenti dal punto di vista della precisione delle osservazioni, quest'ultimo può essere quindi vantaggiosamente impiegato quando le osservazioni abbiano come unico scopo la determinazione del tempo.

(b) Il metodo di Döllén è inoltre da preferirsi a quello di Mayer in tutti i casi in cui siano da temere variazioni accidentali od anche sistematiche a breve periodo dell'azimut strumentale, o allorchè, come ad esempio in osservazioni di campagna di carattere astronomico-geodetico effettuate con strumenti di tipo universale (teodoliti), la determinazione del meridiano strumentale e quindi dell'azimut risulti disagiata o, in molti casi, non necessaria.

BIBLIOGRAFIA

(¹) E. PROVERBIO - Mem. S.A.It., XXIX (4), 1958.

(²) E. PROVERBIO - Rendic. Istit. Lombardo Sc. e Lett., Vol. 97, 691, 1963.

CONTRIBUTI
DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICOMILANO-MERATE

NUOVA SERIE

- 200 - G. DE MOTTONI - *Nuovi specchi telescopici metallici.*
201 - F. ZAGAR, *L'Osservatorio di Milano nella storia.*
202 - M. HACK - *Absolute Magnitude of O-type stars.*
203 - G. DE MOTTONI - *Il nuovo riflettore di 1,37 m dell'Osservatorio di Merate.*
204 - M. FRACASSINI - *The solution of the van de Hulst's integral equations for computing electron density of the solar corona.*
205 - M. HACK - *The shell spectrum of W Serpentis.*
205 - M. HACK - *The shell spectrum of W Serpentis.*
206 - A. GÖKGÖZ, M. HACK, I. KENDIR - *Study of the spectrum of ζ Tauri in 1960.*
207 - J. O. FLECKENSTEIN, *Boscovich als Mitbegründer der sphärischen Trigonometrie.*
208 - A. MASANI, *The propagation of shock waves in the inside of Stars II.*
209 - F. ZAGAR, *Galileo astronomo.*
210 - E. PROVERBIO, *Condizioni per la determinazione della costante micrometrica per mezzo di coppie stellari fondamentali.*
211 - A. MASOTTI, *Sopra alcuni cimeli bibliografici della Specola braidense.*
212 - M. FRACASSINI - *The solution of the van de Hulst's integral equations, for computing electron density of the solar corona: general solutions, applications and fortran programming for the IBM 1620 computer.*
213 - E. PROVERBIO, *Determinazione fotografica di precisi istanti dei contatti durante l'eclisse totale di Sole del 15 febbraio 1961.*
214 - G. DE MOTTONI, *Considerazioni sulla Collaborazione internazionale nello studio fotografico del Pianeta Marte.*
215 - M. HACK e L. PASINETTI, *Quantitative analysis of the Hydrogen - poor star ν Sagittarii.*
216 - A. MASANI, *Sui recenti sviluppi della teoria delle stelle variabili.*
217 - M. FRACASSINI e M. HACK, *Intensities, polarization and electron density of the solar corona during the total solar eclipse of 1961, february 15: (final results) paper II.*
218 - R. FARAGGIANA e M. HACK - *The magnetic star γ Equulei.*
219 - E. PROVERBIO, *La variazione della latitudine di Milano (Brera) nel periodo 1960.1-1961.3.*
220 - E. PROVERBIO, *Sul problema della determinazione dell'azimut strumentale meridiano.*
221 - R. FARAGGIANA e M. HACK, *Results obtained from the 1961-62 eclipse of β Cygni.*
222 - P. BROGLIA, *The ultrashort period variable SZ Lyncis.*
223 - A. PASINETTI e L. E. PASINETTI, *The problem of ionising radiations in space flight.*
224 - E. PROVERBIO, *Possibilità della misura di distanze nel campo topografico con metodi ottici.*
225 - T. TAMBURINI, *Studio spettrofotometrico di δ Arietis.*
226 - P. BROGLIA, *Light curve variations and elements of CW Cassiopeiae.*
227 - A. MASANI, G. SILVESTRO - *Energy Spectrum of Neutrinos Produced in e^+ , e^- Pair annihilation.*
228 - M. FRACASSINI, L. E. PASINETTI - *Study of ϵ Del; Reduction and Elaboration of the observations by the electronic computer IBM 1620.*
229 - E. PROVERBIO, *Riduzione degli errori sistematici nelle osservazioni meridiane di tempo e di longitudine.*

CONTRIBUTI
DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE

NUOVA SERIE

- 230 - E. PROVERBIO - *Sulla determinazione di differenze di longitudine per scopi geodetici.*
- 231 - E. PROVERBIO - *Osservazioni sulla propagazione di segnali orari su 2.500 e 5.000 Mc/s durante l'eclisse totale di sole del 15 febbraio 1961.*
- 232 - R. FARAGGIANA, *Quantitative analysis of γ Capricorni.*
- 233 - A. MASANI - *La produzione di neutrini nei plasmi ad altissima temperatura.*
- 234 - E. PROVERBIO - *Ricerche sulla marcia e sulla deriva di campioni di frequenza a quarzo.*
- 235 - E. PROVERBIO - *Sur la détermination du facteur de qualité du Système Balancier - Spiral d'un oscillateur mécanique.*
- 236 - M. FRACASSINI, L. PASINETTI - *Teorie e problemi attuali sulle variazioni della brillantezza della luce zodiacale (L.Z.) e anti solare (A.S.) e delle emissioni del cielo notturno (airglow) in relazione al ciclo solare e lunare.*
- 237 - A. MASANI, R. GALLINO, G. SILVESTRO - *Neutrino Emission of Massive Star Evolutions, in the Late Stages.*
- 238 - R. FARAGGIANA, A. GÖKGÖZ, M. HACK, I. KENDIR - *Spectrographic Observations of the 1962 Eclipse of 32 Cygni.*
- 239 - C. DE CONCINI, E. PROVERBIO - *Determinazione unilaterale della differenza di longitudine tra Milano (Brera) e Solferino e valutazione critica dei metodi di riduzione.*
- 240 - E. PROVERBIO - *Sulla determinazione delle variazioni della curvatura media di una livella e delle irregolarità di curvatura.*
- 241 - E. PROVERBIO - *Determinazione degli errori progressivi e del passo della vite micrometrica di un micrometro di latitudine con stelle a bassa declinazione.*
- 242 - E. PROVERBIO - *Sulla determinazione dell'equazione personale mediante osservazioni di passaggi di meridiano.*