

13
N

CONTRIBUTI
DELL' OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE

a cura del Direttore

Prof. FRANCESCO ZAGAR

NUOVA SERIE

N. 146

E. PROVERBIO

*Ricerche sulla figura dei perni
dell'asse orizzontale dello strumento
dei passaggi Askania AP 100*

(Estratto dalle « Memorie » della Società Astronomica Italiana - Vol. XXX, 3-4)

PAVIA
INDUSTRIA GRAFICA MARIO PONZIO
1959

CONTRIBUTI DELL' OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE

NUOVA SERIE

- N. 1 - C. LOMBARDI. *Orbita ellittica del piccolo pianeta 1936 QM = (1423) Jose.*
- » 2 - M. CAMPA. *Osservazioni fotometriche di 433 Eros nella opposizione del 1937-38.*
- » 3 - M. CAMPA. *Orbita provvisoria della doppia visuale ADS 1631 = 10 Arietis.*
- » 4 - G. CECCHINI e L. GRATTON. *Considerazioni statistiche sulle stelle nuove.*
- » 5 - E. C. KRÜGER. *Osservazioni fotografiche di stelle doppie nell'Osservatorio di Merate (1938-1939).*
- » 6 - M. CAMPA. *Osservazioni di piccoli pianeti, di comete e di occultazioni di stelle dalla Luna nel quadriennio 1936-1939.*
- » 7 - E. BIANCHI. *Sul problema della variazione delle latitudini.*
- » 8 - G. CECCHINI. *Fotometria fotografica dell'eclisse totale di Luna del 7-8 novembre 1938, nelle zone spettrali attorno a 4700, 5600 e 7050 Å.*
- » 9 - L. GRATTON. *Sopra alcune proprietà dinamiche dei sistemi stellari.*
- » 10 - E. BIANCHI. *La R. Specola di Merate e le sue ricerche.*
- » 11 - L. GABBA. *La nuova edizione delle « Opere » di G. V. Schiaparelli.*
- » 12 - L. GRATTON. *Misure di velocità radiali all'Osservatorio di Merate.*
- » 13 - M. CAMPA. *Ricerche dell'orbita per la doppia visuale ADS 7744 = 150 Leonis.*
- » 14 - N. MISSANA RUDARI. *Ancora sulla determinazione delle posizioni celesti per mezzo della fotografia.*
- » 15 - E. C. KRÜGER. *Studio del misuratore di coordinate Mioni.*
- » 16 - L. VOLTA. *Considerazioni intorno alle formule del Somigliana sulla gravità.*
- » 17 - L. GRATTON. *Breve notizia sullo spettro di λ Andromedae.*
- » 18 - L. GRATTON. *Sulla teoria delle binarie a contatto.*
- » 19 - L. GRATTON. *Circolazione interna e instabilità delle binarie strette.*
- » 20 - L. GRATTON. *Ionizzazione e reazioni termonucleari in un gas degenere.*
- » 21 - L. GRATTON. *Sopra l'evoluzione stellare a seguito della variazione della concentrazione dell'idrogeno.*
- » 22 - L. GRATTON ed E. C. KRÜGER. *Sull'impiego di pellicole nelle misure di velocità radiali.*
- » 23 - C. LOMBARDI. *Perturbazioni ed effemeridi di alcuni piccoli pianeti.*
- » 24 - L. GRATTON. *La durata dell'evoluzione stellare.*
- » 25 - L. ZAPPA. *Assorbimenti continui molecolari nelle atmosfere stellari.*
- » 26 - C. E. KRÜGER. *Sullo spettro radio del Sole e della Via Lattea.*
- » 27 - A. MASOTTI. *Una relazione inedita di Paolo Frisi sopra l'Osservatorio di Brera.*
- » 28 - L. GRATTON ed E. C. KRÜGER. *Lo spettro della Nova T Coronae Borealis nella esplosione del febbraio 1946.*
- » 29 - C. LOMBARDI. *Nuovi elementi dei piccoli pianeti (25) Phocaea e (1423) Jose.*
- » 30 - A. MASANI. *Sulle masse dei sistemi binari visuali.*
- » 31 - A. KRANJIC. *Misure fotografiche di stelle doppie.*
- » 32 - L. VOLTA. *Emilio Bianchi.*
- » 33 - F. ZAGAR. *Questioni dinamiche riguardanti gli ammassi stellari sferici.*
- » 34 - C. LOMBARDI. *Perturbazioni generali approssimate di (1423) Jose.*
- » 35 - A. MASANI. *Considerazioni su qualche aspetto del problema delle Cefeidi.*
- » 36 - A. MASANI. *Il nuovo fotometro elettronico stellare dell'Osservatorio di Merate.*
- » 37 - F. ZAGAR. *Su un caso particolare del problema di più corpi e sue conseguenze astronomiche.*
- » 38 - F. ZAGAR. *Sulla espansione dell'Universo, Note I e II.*
- » 39 - M. CAVEDON. *Ricerche sul problema dei tre corpi.*
- » 40 - A. MASANI. *Contributo allo studio delle atmosfere stellari. I: Il gradiente adiabatico.*
- » 41 - F. ZAGAR. *Sul calcolo del gradiente adiabatico.*
- » 42 - F. ZAGAR. *Luigi Volta.*
- » 43 - S. LEONE. *Misure fotografiche di binarie visuali.*
- » 44 - S. LEONE. *Rifrazione differenziale.*
- » 45 - A. MASANI. *Sull'importanza della pressione di radiazione agli effetti della instabilità per moti convettivi nell'interno delle stelle.*
- » 46 - F. ZAGAR. *Sulla stabilità degli ammassi globulari di stelle.*
- » 47 - A. MASANI e P. BROGLIA. *Risultati delle osservazioni fotometriche e problemi relativi alla variabile BP Pegasi.*
- » 48 - A. MASANI. *Contributo allo studio delle atmosfere stellari. II: Il coefficiente d'assorbimento.*
- » 49 - A. MASOTTI. *Sui moti ellittici armonici.*

(Continua in 3^a pagina)

CONTRIBUTI
DELL' OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE

a cura del Direttore
Prof. FRANCESCO ZAGAR

NUOVA SERIE

N. 146

E. PROVERBIO

*Ricerche sulla figura dei perni
dell'asse orizzontale dello strumento
dei passaggi Askania AP 100*

(Estratto dalle « Memorie » della Società Astronomica Italiana - Vol. XXX, 3-4)

PAVIA
INDUSTRIA GRAFICA MARIO PONZIO
1959

RICERCHE SULLA FIGURA DEI PERNI DELL'ASSE ORIZZONTALE DELLO STRUMENTO DEI PASSAGGI ASKANIA AP 100

Nota di EDOARDO PROVERBIO (*)
(Osservatorio Astronomico di Brera - Milano)

RIASSUNTO. — Viene esposta molto succintamente la teoria classica relativa alla misura delle irregolarità dei perni di uno strumento meridiano ed i progressi tecnici realizzati fino ad oggi in questo campo.

Successivamente viene affrontata con maggiori dettagli la teoria della riduzione delle irregolarità basata sulla misura degli scostamenti verticali osservati di un piano orizzontale, solidale con le gambe della livella dello strumento. Le formule risolutive di questa teoria vengono usate nella determinazione sperimentale delle irregolarità dei perni dello strumento dei passaggi Askania Ap 100, utilizzato in determinazioni di longitudine e nel servizio dell'ora.

Dai risultati ottenuti sono infine calcolate le correzioni in azimut ed inclinazione, dipendenti dalle irregolarità riscontrate, da applicare all'istante t del passaggio in meridiano di ogni singola stella. I risultati ottenuti mostrano la bontà dei perni dello strumento in esame e la precisione del metodo adottato.

RESUME. — On expose très brièvement la théorie classique de la mesure des irrégularités des tourillons d'une instrument méridien, et les progrès techniques réalisés jusqu'à aujourd'hui dans ce champ.

Successivement on présente avec plus de détails la théorie de la réduction des irrégularités par la mesure des écartements verticaux d'un plan horizontal. Les formules résolutive de cette théorie sont utilisées dans la détermination expérimentale des irrégularités des tourillons de l'instrument des passages Askania Ap 100.

Avec les résultats obtenus sont enfin calculées les corrections en azimut et en inclination, qui seront appliquées à l'instant t du passage au méridien de chaque étoile.

Les résultats obtenus montrent l'excellent état des tourillons et la grande précision de la méthode utilisée.

INTRODUZIONE

1. — E' nota l'importanza che rivestono le misure per la determinazione delle irregolarità dei perni di strumenti meridiani in generale, utilizzati per osservazioni di elevata precisione in operazioni astronomiche e geodetiche. Senza la conoscenza di queste irregolarità i risultati delle osservazioni possono infatti presentare errori intrinseci sistematici non tollerabili.

(*) Ricevuta il 15 luglio 1959.

Lo scopo della presente ricerca è quello di arrivare alla conoscenza delle irregolarità e dei loro effetti sugli errori strumentali di inclinazione e di azimut, relativi allo strumento dei passaggi Askania Ap 100, utilizzato all'Osservatorio di Brera per determinazioni di Longitudine e nel servizio del tempo.

La teoria matematica necessaria per la risoluzione di questo problema assume forma diversa a seconda del metodo impiegato nelle determinazioni sperimentali. Inoltre, poichè essa non può prescindere dalle applicazioni alle quali è subordinata formalmente, è naturale che prima di iniziare qualsiasi formulazione si chiariscano alcune condizioni relative ai segni e alle orientazioni delle grandezze angolari in esame.

Considerando la figura geometrica dell'asse dello strumento in esame, indichiamo gli estremi del perno con le notazioni O' e O'' , per indicare quello dalla parte del cerchio e quello opposto ad esso. Abbia inoltre la livellia di inclinazione, appoggiata sull'asse per mezzo di due coppie di braccia di vertici B' e B'' , lo zero dalla parte di O'' , cioè tale che la graduazione cresca da O'' a O' , e consideriamo positive le inclinazioni quando la direzione Ovest (W) dell'asse del perno $O'O''$ sta sopra l'orizzonte, negative in caso contrario.

Sotto queste ipotesi, utilizzando per la determinazione delle irregolarità misure di livellazione, si perviene, come è noto, alla relazione fondamentale ⁽¹⁾.

$$\frac{R' - R''}{15 D \text{ arc } 1''} \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\sin \beta} \right) = \frac{I_w - I_e}{2},$$

nella quale α e β rappresentano le semiaperture delle guance dei cuscinetti con vertici in A' e A'' , e delle braccia di vertici B' e B'' . La precedente permette di determinare la differenza $R' - R''$ tra i raggi dei due perni, conoscendo le inclinazioni I_w e I_e della retta $B'B''$, nelle posizioni cerchio Ovest (CW) e cerchio Est (CE). Poichè I_w e I_e si ottengono facilmente con misure dirette, questo metodo dà la possibilità di ricavare le differenze $R' - R''$ per varie distanze zenitali, e quindi di costruire sperimentalmente una curva di dette irregolarità in funzione di z . Il difetto fondamentale di questo metodo sta nel fatto che misure di livellazione di così grande precisione (la differenza $R' - R''$ non supera generalmente il μ), devono venire effettuate in condizioni sfavorevoli, a causa soprattutto di variazioni della posizione dei pilastri e dello stesso strumento durante le misure, per cui l'errore medio di ogni singola misura risulta molto elevato.

A questo inconveniente si cercò di ovviare negli ultimi decenni, data anche la maggior perfezione tecnica raggiunta nella costruzione dei perni, elaborando nuovi metodi di determinazione di maggiore sensibilità. A questo proposito il metodo ottico, molto ingegnoso, ideato da

P. I. Jachnov, e utilizzato da V. A. Michailov ⁽²⁾ per lo studio della figura dei perni di uno strumento dei passaggi ha dato buoni risultati. Più recentemente F. Moreau e J. Verbaandert ⁽³⁾ hanno studiato e utilizzato un metodo per la determinazione delle irregolarità di ogni singolo perno, determinando gli scostamenti verticali di un appoggio orizzontale posto sopra il perno in esame. Questi innalzamenti dovuti alle irregolarità del perno, misurati dopo amplificazione a mezzo di una semplice leva, vengono tradotti con un facile formulario nelle variazioni Δa e Δi che essi introducono nelle inclinazioni e nell'azimut strumentale.

TEORIA GENERALE E FORMULE RISOLUTIVE

2. — Un passo in avanti notevole, nel campo della determinazione delle irregolarità dei perni, è reso possibile però unicamente con l'uso di strumenti che permettono di misurare dette irregolarità, direttamente o indirettamente, con ben più elevata precisione. Questa precisione è oggi ottenibile con dispositivi elettrici ed elettronici che permettono la misura diretta di innalzamenti dell'ordine del centesimo di μ . Allo scopo di utilizzare dispositivi di questo genere G. Silva, così immaturamente scomparso, ha elaborato in una serie di note ⁽⁴⁾ la teoria generale della riduzione delle osservazioni nel caso in cui le facce dei cuscinetti degli appoggi e le braccia della livella formino rispettivamente angoli di ampiezza 2α e 2β .

Sia O (fig. 1) il baricentro di uno dei due perni. Si può dimostrare facilmente, che, a meno di potenze dell'ordine di ε^2 , si ha

$$\rho = \rho' ;$$

e considerando la variazione del raggio ρ in funzione dell'angolo ϑ , contato in senso antiorario, dalla direzione dell'asse ottico del cannocchiale dello strumento, si può scrivere

$$\rho(\vartheta) = \sum_{s=0}^{\infty} a_s \cos s \vartheta + b_s \sin s \vartheta .$$

Poichè il valor medio di $\rho(\vartheta)$, cioè il raggio medio R del perno in esame, risulta dalla precedente eguale a a_0 , le irregolarità $\Delta(\vartheta)$ di R si possono esprimere con la relazione.

$$(1) \quad \Delta(\vartheta) = \rho(\vartheta) - R = \sum_{s=1}^{\infty} a_s \cos s \vartheta + b_s \sin s \vartheta .$$

È interessante a questo proposito mettere in evidenza il significato fisico dei coefficienti della (1). Il caso $a_1 \neq b_1 \neq 0$, equivale ad una traslazione del perno secondo la direzione $\vartheta = D - 90^\circ$, dove

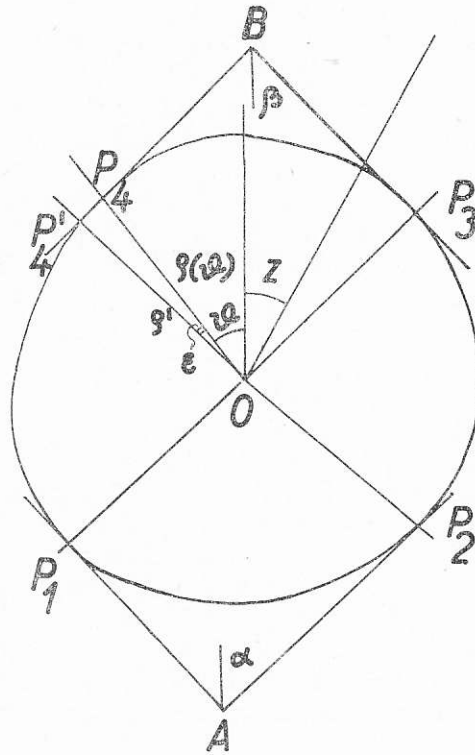


Fig. 1

tang $D = -b_1/a_1$. Poichè questo caso, che porterebbe ad un effettivo movimento del perno durante le misurazioni risulta fisicamente impossibile, nella (1) si potrà porre $a_1 = b_1 = 0$.

Il caso di $s = 2$ equivale invece ad un perno con sezione ellittica, mentre i casi successivi rappresentano perni con 3, 4, ..., s gobbe, corrispondenti a irregolarità con periodo $\pi, 2\pi/3, 2\pi/4, \dots, 2\pi/s$.

Dando alla distanza zenitale z dell'asse ottico n valori successivi equidistanti di ampiezza $\mu = 2\pi/n$, e misurando gli innalzamenti $K_{r,\mu}$ ($r = 0, 1, \dots, n-1$), rispetto ad una posizione iniziale del punto B per ogni posizione, è possibile arrivare alla determinazione dei coefficienti della (1). Notiamo incidentalmente che la soluzione del problema è teoricamente possibile solo nel caso in cui μ , oltre ad essere sottomultiplo di 2π , lo è anche di $90 + \alpha$ e $90 - \beta$, che rappresentano, nella nostra approssimazione, gli angoli formati tra la verticale e le direzioni OP_1 . In caso contrario, dopo un certo numero di valori successivi, il punto P_1 , ad esempio, non coinciderà con P_2 , ma darà luogo ad un punto P'_2 , e analogamente per gli altri punti. In tal modo dopo

un'intera rotazione del perno attorno ad O si avrebbero invece di una unica serie, n serie di n punti ciascuno.

Considerando, per semplicità, $n = 2q$ (numero pari), le relazioni finali, ricavate partendo dalla (1), che danno i coefficienti a_s e b_s in funzione dei dati di osservazione, sono

$$(2) \quad q \gamma_{s,p} a_s = \sum_{r=0}^{n-1} h_{r,p} \cos s r \mu, \quad (s = 2, \dots, q-1)$$

$$n \gamma_{q,p} a_q = \sum_{r=0}^{n-1} (-1)^r h_{r,p}$$

$$(2') \quad q \gamma_{s,p} b_s = \sum_{r=0}^{n-1} h_{r,p} \sin s r \mu, \quad (s = 2, \dots, q-1)$$

nelle quali l'indice p si riferisce ai valori delle coppie di angoli α , β usati nelle determinazioni, e dove

$$(3) \quad \gamma_s = \frac{\cos s (90 + \alpha)}{\sin \alpha} + \frac{\cos s (90 - \beta)}{\sin \beta},$$

$$h_r = K_{r\mu} - \frac{1}{n} \sum_{r=0}^{n-1} K_{r\mu}$$

Poichè al variare della coppia α , β , varia il valore di γ_s , e quindi il peso di a_s e di b_s , è necessario scegliere coppie adatte per mettere in evidenza le maggiori irregolarità, che, in generale, sono quelle di periodo maggiore (s piccolo). Si può ricavare a questo proposito dalla prima delle (3) che per s dispari e $\alpha = \beta$, risulta sempre $\gamma_s = 0$.

Il numero p corrispondente a ciascuna coppia, e i valori di α e β sono riportati in tabella I.

TABELLA I

ν	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
α	90	75	60	45	30	75	60	45	30	60	45	30	45	30	30
β	90	90	90	90	90	75	75	75	75	60	60	60	45	45	30

La tabella II dà invece tutti i valori di $\mu = 2 \pi/n$, fino a 60° , sottomultipli di $90 + \alpha$ e $90 - \beta$, e le corrispondenti coppie α , β che soddisfano questa condizione.

Dalla tabella si vede che il maggior numero di coppie α , β utilizzabili per calcolare valori di a_s , b_s , fino a $s = 15$, si ha per $\mu = 15^\circ$, che permette di mettere in evidenza irregolarità con periodo fino a $2 \pi/12 = 30^\circ$. Eliminando da queste le coppie $\alpha = \beta$, si ha che quelle

utilizzabili con maggior profitto corrispondono ai valori $p = 7, 8, 9, 11, 12, 14$.

TABELLA II

μ in gradi	$n = 2q$	p
2	180	10, 12, 15
3	120	6 — 15
5	72	6 — 15
6	60	10, 12, 15
9	40	13
10	36	10, 12, 15
12	30	15
15	24	6 — 15
20	15	18
30	12	10, 12, 15
45	8	13, 14
60	6	15

3. — Poichè le irregolarità Δ (ϑ), dedotte dalle osservazioni, risultano funzioni di ϑ , a_s , b_s , si può scrivere, nell'approssimazione sin qui seguita, e trascurando il termine in a_0 ,

$$\Delta(\vartheta, a_s, b_s) = \sum_{s=2}^{q-1} a_s \cos s \vartheta + b_s \sin s \vartheta.$$

Indicando con da_s , db_s , $d\vartheta$ gli errori veri di a_s , b_s e ϑ rispettivamente, l'errore $d\Delta$ commesso nella determinazione delle irregolarità Δ sarà, a meno di termini del secondo ordine

$$d\Delta = \sum_{s=2}^{q-1} (\alpha_1 da_s + \alpha_2 db_s + \alpha_3 d\vartheta),$$

dove,

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \cos s \vartheta \\ \alpha_2 &= \sin s \vartheta \\ \alpha_3 &= s (b_s \cos s \vartheta - a_s \sin s \vartheta). \end{aligned}$$

Se chiamiamo m'_s , m''_s , m'''_s gli errori medi di a_s , b_s , e ϑ l'errore quadratico medio $M\Delta$ di Δ risulta invece

$$(4) \quad M\Delta = \sqrt{\sum_{s=2}^{q-1} (\alpha_1^2 m_s'^2 + \alpha_2^2 m_s''^2 + \alpha_3^2 m_s'''^2)}.$$

Dalle (2) e (2') si ricava poi differenziando e trascurando i quadrati di $d\gamma_s$, dk e $dz = r d\mu$,

$$d a_s = - \frac{a_s}{\gamma_s} d \gamma_s + \frac{\sum_0^{n-1} \cos s r \mu}{q \gamma_s} d k - s \frac{\sum_0^{n-1} h_r \sin s z}{q \gamma_s} d z ,$$

$$d b_s = - \frac{b_s}{\gamma_s} d \gamma_s + \frac{\sum_0^{n-1} \sin s r \mu}{q \gamma_s} d k - s \frac{\sum_0^{n-1} h_r \cos s z}{q \gamma_s} d z .$$

Le precedenti, nelle quali si è sottinteso $dk_0 = dk_1 = \dots = dk_{n-1}$, permettono di calcolare gli errori da_s e db_s in funzione degli errori veri di α , β , K_r e z . Esse mettono inoltre in evidenza nel modo più chiaro il legame che esiste tra la precisione con cui vengono determinate a_s e b_s e il valore $d\gamma_s$, dipendente dagli errori di apertura delle guance del cuscinetto e delle gambe del sostegno.

Poichè risulta inoltre $\sum \cos s r \mu = \sum \sin s r \mu = 0$, nell'ipotesi di $\gamma \neq 0$, le precedenti si possono ridurre alle semplici relazioni

$$d a_s = - \frac{a_s}{\gamma_s} d \gamma_s - s b_s d z ,$$

$$d b_s = - \frac{b_s}{\gamma_s} d \gamma_s + s a_s d z .$$

Considerando queste ultime relazioni si può notare che, poichè ad una variazione di α o di β di $30'$ corrisponde una variazione massima $d\gamma$, di 0,067 (per $s \leq 7$), e considerando che, sempre per $s \leq 7$, il valore medio di γ_s si può ritenere compreso tra 0,5 e 1, si ha che in condizioni anche non favorevoli, errori in α e β dell'ordine sopra riportato, introducono errori relativi a a_s e b_s di circa 0,1, e quindi compatibili con la precisione raggiungibile in misure di questo genere. Da ciò, e da quanto si vedrà in seguito, segue comunque la necessità di effettuare prove con diverse coppie di valori α e β , in modo da ottenere per ciascuna a_s e b_s valori medi di γ_s sufficientemente elevati.

Anche per quanto riguarda l'errore di puntamento dz del cannocchiale durante le misure, si ha che un errore di un grado nell'effettuare il puntamento introduce un errore assoluto da_s e db_s rispettivamente di $-0,017 s b_s$ e $+0,017 s a_s$, e quindi per $s \leq 7$ si hanno errori massimi di $-0,1 b_s$ e $+0,1 a_s$, cioè dello stesso ordine di quelli relativi ad imperfezioni delle gambe della livella e delle braccia dei supporti, supposti dell'ordine del mezzo grado.

Questa analisi permette quindi di concludere che entro i limiti di imprecisione presupposti, solo raramente raggiungibili, sia di origine strumentale sia di osservazione, l'influenza sulla determinazione di a_s e b_s risulta praticamente trascurabile.

DETERMINAZIONE DELLE IRREGOLARITA' DEI PERNI

3. — La determinazione pratica delle irregolarità dei perni dello strumento dei passaggi Askania Ap 100, utilizzato per osservazioni meridiiane di precisione e per il servizio dell'ora, è stata effettuata utilizzando il misuratore di perni progettato da G. Silva, e accuratamente descritto da C. de Concini ⁽⁵⁾.

La misura delle irregolarità stesse, attraverso la determinazione dei valori di $K_{r\mu}$, è stata realizzata per mezzo di un *capteur* induttivo tipo PR 9310 (GM 5537) Philips, associato al ponte di misura Philips a lettura diretta tipo PR 9310 (GM 5536). La figura 2 rappresenta schematicamente il dispositivo di misura.

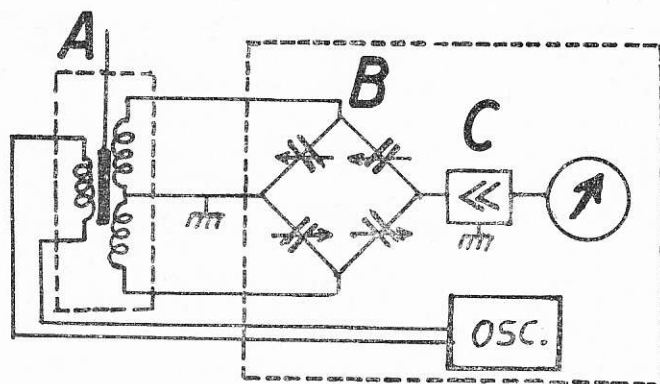


Fig. 2

Ogni spostamento dell'asta *A* dell'esaminatore vero e proprio provoca uno squilibrio nel ponte di misura *B*, previamente azzerato, determinando una piccola differenza di potenziale nella diagonale che viene successivamente amplificata per mezzo dell'amplificatore *C* e misurata. Alla massima sensibilità la scala di lettura permette di stimare, con sufficiente esattezza, irregolarità di $0,01 \mu$ ($0,2$ mm di spostamento).

Per la determinazione delle irregolarità sono state utilizzate le coppie di valori α e β corrispondenti a $p = 7, 8, 11, 12, 14$ con $\mu = 15^\circ$ ($n = 24, p = 12$). Per ciascun valore di p sono state eseguite otto determinazioni complete, ruotando il perno dello strumento di 360 gradi ad iniziare dalla posizione $\alpha = 0$, ed eseguendo quattro rotazioni in senso orario ed altrettante in senso antiorario in modo da eliminare eventuali errori sistematici.

La presenza di questi errori è stata successivamente messa in evidenza ricorrendo alla relazione

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{\sum K_{m.a} - \sum K_{m.o}}{24}$$

nella quale $\Sigma K_{m.a}$ e $\Sigma K_{m.o}$ rappresentano le somme dei 24 valori di K_m medi, relativi alle quattro determinazioni effettuate ruotando il cannocchiale in senso antiorario ($K_{m.a}$) o in senso orario ($K_{m.o}$).

In tal modo σ rappresenta la correzione, con segno opposto, da apportare alle due serie di valori K_m , per ciascun valore di p , per tener conto di questo errore sistematico. L'origine di questo errore può essere attribuita al fatto che il supporto su cui appoggia l'asta dell'esaminatore viene sollecitato in modo diverso a seconda del senso di rotazione del perno. Il cambiamento di segno che si riscontra in σ relativamente ai due perni dell'asse è dovuto alla diversa orientazione del supporto stesso relativamente al senso di rotazione del cannocchiale durante le osservazioni.

La media aritmetica dei 10 valori di σ fornisce il valore $\sigma_m = 1,92 \cdot 10^{-2} \mu$; essa rappresenta il valor medio di σ , da sottrarre ai valori $K_{m.a}$ e aggiungere ai valori $K_{m.o}$ ottenuti per il perno dalla parte del cerchio (asta e supporto dell'esaminatore a sinistra dell'osservatore). Per il perno opposto al cerchio (asta e supporto dell'esaminatore a destra dell'esaminatore) la correzione avrà segno contrario.

Il valore trovato di σ_m risulta abbastanza notevole, relativamente alle irregolarità misurate, e l'accorgimento realizzato effettuando le misure ruotando il cannocchiale in sensi opposti, si è rivelato non solo utile ma necessario.

La tabella III dà i valori di $K_{m.a}$, $K_{m.o}$, $K_{r\mu}$ (media aritmetica dei precedenti), $\Sigma K_r / 24$, dedotti dalle osservazioni e necessari per il calcolo delle irregolarità, e quelli di σ .

Con i valori di $K_{r\mu}$ e di $\Sigma K_r / 24$ sono stati quindi calcolati i valori di $k_{r,p}$, riportati in tabella IV.

Successivamente sono stati ricavati i secondi membri delle (2) e delle (2') che costituiscono la tabella V, limitatamente a $s = 2,3,4,5,6$.

I valori della tabella VI hanno infine permesso di calcolare i coefficienti a_s e b_s dello sviluppo (1) riassunti in tabella VII, ed espressi in unità di $10^{-2} \mu$ assieme ai rispettivi errori quadratici medi m'_s e m''_s .

Tenendo conto dei dati di questa tabella, lo sviluppo (1) si può scrivere, relativamente ai due perni, a meno dei termini in s superiori al terzo, per i quali l'errore medio risulta in valore assoluto dello stesso ordine,

$$(5) \Delta'(\vartheta) = + 4,75 \cos 2 \vartheta + 2,23 \cos 3 \vartheta + 2,86 \sin 2 \vartheta - 0,58 \sin 3 \vartheta,$$

$$\Delta''(\vartheta) = - 1,66 \cos 2 \vartheta + 1,90 \cos 3 \vartheta + 6,15 \sin 2 \vartheta + 2,67 \sin 3 \vartheta.$$

Mentre per i corrispondenti errori medi, dati dalle (4), sempre espressi in unità di $10^{-2} \mu$ si ha,

$$M^2 \Delta' = + 0,72 \cos^2 2 \vartheta + 0,46 \cos^2 3 \vartheta + 1,21 \sin^2 2 \vartheta + 2,28 \sin^2 3 \vartheta,$$

$$M^2 \Delta'' = + 0,72 \cos^2 2 \vartheta + 3,17 \cos^2 3 \vartheta + 0,49 \sin^2 2 \vartheta + 0,49 \sin^2 3 \vartheta,$$

TABELLA III

p r	Perno Cerchio														
	7			8			11			12			14		
	K _{m.a}	K _{m.o}	K _r	K _{m.a}	K _{m.o}	K _r	K _{m.a}	K _{m.o}	K _r	K _{m.a}	K _{m.o}	K _r	K _{m.a}	K _{m.o}	K _r
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	+ 3	+ 1	+ 2	0	+ 3	+ 1	- 2	0	- 1	- 4	0	- 2	+ 7	0	+ 3
2	+ 4	- 1	+ 1	+ 4	0	+ 2	+ 2	- 1	0	+ 1	- 10	- 5	- 15	- 25	- 20
3	+ 1	- 3	- 1	+ 6	- 3	+ 1	+ 3	- 1	+ 1	- 13	- 17	- 15	- 13	- 37	- 25
4	- 3	- 5	- 4	- 4	- 7	- 5	- 3	- 1	- 2	- 9	- 18	- 13	- 10	- 39	- 25
5	- 10	- 13	- 12	- 6	- 10	- 8	- 5	- 2	- 3	- 11	- 24	- 17	- 13	- 23	- 18
6	- 11	- 21	- 16	- 8	- 12	- 10	- 6	- 5	- 5	+ 6	- 18	- 6	+ 10	+ 2	+ 6
7	- 11	- 32	- 21	- 7	- 10	- 9	- 3	- 4	- 4	0	- 11	- 6	+ 21	+ 8	+ 15
8	- 11	- 30	- 20	- 8	- 6	- 7	- 3	- 2	- 2	- 8	- 1	- 4	+ 10	+ 20	+ 15
9	- 4	- 23	- 14	0	- 11	- 5	- 1	- 1	- 1	- 9	- 6	- 7	- 3	- 7	- 5
10	- 3	- 13	- 8	+ 2	- 7	- 2	+ 1	- 0	+ 1	- 7	- 19	- 13	- 9	- 17	- 13
11	+ 1	- 6	- 2	+ 6	- 6	0	+ 1	- 5	- 2	- 5	- 19	- 12	- 19	- 23	- 21
12	+ 3	+ 3	+ 3	+ 5	- 2	+ 2	+ 2	- 5	- 1	+ 9	- 34	- 12	- 27	- 24	- 25
13	+ 4	+ 3	+ 3	+ 3	- 3	0	+ 2	+ 1	+ 1	+ 19	- 18	0	- 25	- 32	- 28
14	+ 3	0	+ 1	+ 2	- 3	0	+ 3	+ 1	+ 2	+ 17	- 18	+ 1	- 17	- 14	- 16
15	+ 3	- 6	- 1	- 4	0	- 2	- 3	- 2	- 2	+ 14	- 10	+ 2	+ 8	+ 3	+ 5
16	0	- 13	- 6	- 6	- 3	- 4	- 4	- 1	- 2	+ 1	- 19	- 9	+ 14	+ 4	+ 9
17	- 2	- 21	- 11	- 10	- 5	- 7	- 8	+ 1	- 4	- 12	- 6	- 9	+ 1	- 3	- 1
18	- 4	- 22	- 13	- 5	- 16	- 10	- 7	- 4	- 5	- 19	- 12	- 15	- 7	- 26	- 16
19	- 5	- 22	- 14	- 9	- 19	- 14	- 8	- 10	- 9	- 32	- 14	- 23	- 26	- 20	- 23
20	- 5	- 19	- 12	- 8	- 17	- 12	- 8	- 11	- 10	- 9	- 24	- 16	- 25	- 30	- 27
21	- 4	- 11	- 7	- 8	- 15	- 11	- 7	- 8	- 7	- 8	- 3	- 6	- 10	- 24	- 17
22	- 3	- 3	- 3	- 6	- 12	- 9	- 6	- 6	- 6	- 8	- 12	- 10	- 4	- 17	- 10
23	0	- 1	- 1	- 5	- 4	- 4	- 3	- 1	- 2	0	0	0	- 4	0	- 2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Σ Krμ			- 6.4			- 4.7			- 2.6			- 8.2			- 10.0
24															
σ			+ 4.2			+ 2.2			0.0			+ 4.6			+ 3.1

Perno opposto Cerchio

p r	Perno opposto Cerchio														
	7			8			11			12			14		
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+ 2	- 5	- 1
1	+ 1	+ 12	+ 6	+ 3	+ 5	+ 4	+ 4	+ 5	+ 4	+ 13	0	+ 6	0	- 10	- 5
2	- 4	+ 17	+ 6	+ 1	+ 2	+ 1	+ 6	- 1	+ 3	+ 10	+ 15	+ 7	- 6	- 8	- 7
3	- 3	+ 21	+ 9	+ 4	+ 2	+ 3	+ 6	- 2	+ 2	+ 19	+ 15	+ 17	- 6	- 8	- 7
4	+ 1	+ 20	+ 10	- 3	- 1	- 2	+ 2	- 14	- 6	+ 15	+ 27	+ 21	- 17	- 6	- 11
5	0	+ 3	+ 1	0	0	0	0	- 15	- 7	+ 12	+ 23	+ 18	- 10	- 15	- 12
6	+ 8	0	+ 4	- 3	- 8	- 5	+ 2	- 13	- 5	+ 12	+ 22	+ 17	+ 2	0	+ 1
7	+ 17	+ 1	+ 9	+ 5	+ 2	+ 3	- 1	+ 8	+ 3	+ 32	+ 21	+ 16	- 8	+ 9	0
8	+ 19	+ 14	+ 16	+ 5	+ 10	+ 7	+ 4	+ 16	+ 10	+ 1	+ 11	+ 6	0	- 3	- 1
9	+ 26	+ 28	+ 25	+ 20	+ 12	+ 16	+ 19	+ 27	+ 23	+ 4	+ 1	+ 2	+ 4	+ 4	+ 4
10	+ 20	+ 38	+ 29	+ 11	+ 14	+ 12	+ 18	+ 27	+ 22	- 1	+ 1	0	- 5	+ 4	0
11	+ 8	+ 38	+ 23	+ 11	+ 5	+ 8	+ 13	+ 12	+ 12	- 18	+ 10	- 4	0	+ 7	+ 3
12	+ 1	+ 22	+ 11	+ 2	- 2	0	+ 9	- 7	+ 1	- 8	- 21	- 15	0	+ 26	+ 13
13	+ 1	+ 14	+ 7	- 4	- 4	- 4	- 2	- 8	- 5	- 4	- 14	- 7	+ 6	+ 29	+ 18
14	- 4	- 4	- 4	- 10	0	- 9	- 2	- 7	- 5	+ 18	0	+ 9	+ 7	+ 26	+ 17
15	+ 2	- 8	- 3	+ 4	- 1	+ 1	+ 1	- 5	- 2	+ 18	- 7	+ 6	+ 17	+ 31	+ 21
16	+ 9	- 0	0	+ 8	- 2	+ 3	+ 2	+ 7	+ 4	+ 21	+ 13	+ 17	+ 8	+ 26	+ 17
17	+ 16	+ 19	+ 12	+ 10	+ 11	+ 10	- 1	+ 14	+ 6	+ 13	+ 17	+ 15	+ 6	+ 6	+ 6
18	+ 14	+ 15	+ 15	+ 15	+ 12	+ 13	+ 11	+ 30	+ 20	- 2	- 3	- 2	0	0	0
19	+ 22	+ 29	+ 20	+ 12	+ 13	+ 13	+ 13	+ 27	+ 20	- 19	- 7	- 13	- 12	- 5	- 8
20	+ 6	+ 34	+ 20	+ 15	+ 1	+ 8	+ 4	+ 18	+ 11	- 24	+ 3	- 10	- 7	0	- 4
21	+ 2	+ 28	+ 15	- 1	+ 6	+ 2	+ 3	+ 14	+ 8	- 14	- 10	- 12	- 11	- 5	- 7
22	+ 3	+ 20	+ 11	- 3	- 3	- 3	+ 1	- 1	0	- 4	+ 9	+ 2	- 8	- 9	- 8
23	+ 4	- 3	0	- 6	- 1	- 3	- 5	- 1	- 2	- 10	- 4	+ 3	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Σ Krμ			+ 10.0			+ 3.3			+ 4.9			+ 4.1			+ 1.2
24															
σ			- 1.6			+ 0.6			- 0.6			- 0.6			- 2.9

TABELLA IV

Valori di k_r

P r	Perno Cerchio					Perno opposto Cerchio				
	7	8	11	12	14	7	8	11	12	14
0	+ 6	+ 5	+ 3	+ 8	+ 10	- 10	- 3	- 5	- 4	- 1
1	+ 8	+ 6	+ 2	+ 6	+ 13	- 4	+ 1	- 1	+ 2	0
2	+ 7	+ 7	- 3	+ 3	- 10	- 4	- 2	- 2	+ 3	- 6
3	+ 5	+ 6	+ 4	- 7	- 15	- 1	0	- 3	+ 13	- 8
4	+ 2	0	+ 1	- 5	- 15	0	- 5	- 11	+ 17	- 8
5	- 6	- 3	0	- 9	- 8	- 9	- 3	- 12	+ 14	- 12
6	- 10	- 5	- 2	+ 2	+ 16	- 6	- 8	- 10	+ 13	- 13
7	- 15	- 4	- 1	+ 2	+ 25	- 1	0	- 2	+ 12	0
8	- 14	- 2	+ 1	+ 4	+ 25	+ 6	+ 4	+ 5	+ 2	- 1
9	- 8	0	+ 2	+ 1	+ 5	+ 15	+ 13	+ 18	- 2	- 2
10	- 2	+ 3	+ 4	- 5	- 3	+ 19	+ 9	+ 17	- 4	+ 3
11	+ 4	+ 5	+ 1	- 4	- 11	+ 13	+ 5	+ 17	- 8	- 1
12	+ 9	+ 7	+ 2	- 4	- 15	+ 1	- 3	- 4	- 19	+ 2
13	+ 9	+ 5	+ 4	+ 8	- 18	- 3	- 7	- 10	- 11	+ 12
14	+ 7	+ 5	+ 6	+ 9	- 6	- 14	- 12	- 10	+ 5	+ 17
15	+ 5	+ 3	+ 1	+ 10	+ 15	- 13	- 2	- 7	+ 2	+ 16
16	- 1	+ 1	+ 1	- 1	+ 19	- 10	0	- 1	+ 13	+ 20
17	- 5	- 2	- 1	- 1	+ 9	+ 2	+ 7	+ 1	+ 11	+ 16
18	- 7	- 5	- 2	- 7	- 6	5	+ 10	+ 15	- 6	+ 5
19	- 8	- 9	- 6	- 15	- 13	+ 10	+ 10	+ 15	- 17	- 1
20	- 6	- 7	- 7	- 8	- 17	+ 10	+ 5	+ 6	- 14	- 9
21	- 1	- 6	- 4	+ 2	- 7	+ 5	- 1	+ 3	- 16	- 5
22	+ 3	- 4	- 3	- 2	0	+ 1	- 6	- 5	- 2	- 8
23	+ 5	+ 1	+ 1	+ 8	+ 8	- 10	- 6	- 7	- 1	- 9

TABELLA V

$$\text{Valori di } \beta'_s = \sum_{r=0}^{n-1} k_{r,p} \cos s r \mu$$

P s	Perno Cerchio					Perno opposto Cerchio				
	7	8	11	12	14	7	8	11	12	14
2	+ 87,46	+ 61,81	+ 25,12	+ 13,72	- 47,94	- 17,95	- 51,64	- 24,76	- 20,36	+ 10,53
3	- 33,19	+ 2,64	+ 12,63	+ 61,71	+ 136,85	+ 10,36	+ 10,36	+ 9,41	+ 61,64	+ 58,45
4	- 32,00	- 35,40	- 2,00	- 20,00	+ 5,50	- 21,00	+ 6,50	- 12,00	- 22,00	- 9,50
5	- 0,08	- 6,88	+ 8,60	- 11,65	- 20,69	- 13,71	+ 10,00	+ 21,49	- 8,84	- 6,18
6	- 1,00	- 5,00	+ 1,00	- 6,00	+ 16,00	- 4,00	+ 13,60	- 13,00	- 8,00	+ 5,00

TABELLA V

$$\text{Valori di } \beta'_s = \sum_{r=0}^{n-1} k_{r.p} \sin s r \mu$$

		Perno cerchio					Perno opposto cerchio				
s \ p		7	8	11	12	14	7	8	11	12	14
2		+ 58,44	+ 41,42	+ 29,62	+ 13,82	- 19,22	- 102,42	- 46,35	- 68,95	+ 72,10	+ 68,41
3		+ 3,59	+ 16,07	- 1,30	- 24,12	- 47,09	+ 68,59	+ 103,40	+ 81,88	- 11,76	+ 18,12
4		- 10,39	+ 8,66	- 6,93	+ 31,17	0,00	- 5,20	+ 9,53	+ 16,45	- 26,52	+ 9,53
5		- 0,16	- 1,00	- 14,67	- 0,89	+ 24,87	- 3,01	+ 2,58	+ 0,54	- 3,91	- 2,69
6		+ 2,00	+ 2,00	+ 3,00	+ 15,00	- 15,00	- 20,00	- 2,00	- 3,00	- 3,00	+ 12,00

TABELLA VI

$$\text{Valori di } \alpha_s = q \gamma_s$$

s \ p	7	8	11	12	14
2	+ 17,64	+ 10,80	+ 6,96	- 5,04	- 12,00
3	+ 8,76	+ 20,76	+ 12,00	+ 24,00	+ 12,00
4	- 0,72	- 10,80	- 23,88	- 18,96	- 28,92
5	+ 15,24	+ 15,24	0,00	- 24,00	- 24,00
6	- 13,92	0,00	- 13,92	+ 12,20	+ 24,00
7	+ 8,76	- 15,24	- 24,00	- 24,00	0,00
8	- 13,20	+ 10,80	+ 10,08	- 18,96	+ 4,92
9	- 8,76	- 20,76	- 12,00	+ 24,00	+ 36,00
10	- 3,84	- 10,80	+ 6,96	- 5,04	- 12,00
11	- 24,00	0,00	+ 24,00	0,00	- 24,00

TABELLA VII

s	$[\alpha\alpha]$	$[\alpha\beta']$	$[\alpha\beta'']$	a_s	b_s	m'_s	m''_s
Perno Cerchio							
2	+ 645,65	+ 3067,70	+ 1845,36	+ 4,75	+ 2,86	0,85	0,70
3	+ 1371,71	+ 3061,66	- 794,50	+ 2,23	- 0,58	1,78	0,70
4	+ 1883,26	- 85,14	- 511,54	- 0,05	- 0,27	0,56	0,38
5	+ 1616,52	+ 670,09	- 593,20	+ 0,41	- 0,37	0,25	0,36
6	+ 1067,57	+ 322,80	- 276,70	+ 0,30	- 0,26	0,23	0,32
Perno opposto Cerchio							
2	+ 645,65	- 1070,42	+ 3971,46	- 1,66	+ 6,15	0,85	1,10
3	+ 1371,71	+ 2599,51	+ 3665,19	+ 1,90	+ 2,67	0,68	1,51
4	+ 1883,26	- 923,15	- 264,80	+ 0,49	- 0,14	0,32	0,38
5	+ 1616,52	+ 303,93	+ 152,00	+ 0,19	+ 0,09	0,35	0,07
6	+ 1067,56	+ 275,04	+ 577,00	+ 0,26	+ 0,54	0,29	0,24

INFLUENZA DELLE IRREGOLARITA' SUGLI ERRORI DI OSSERVAZIONE

4. — Come necessaria conclusione della ricerca che abbiamo condotto sulla irregolarità dei perni dello strumento dei passaggi in esame, ci proponiamo ora di determinare l'influenza che queste irregolarità possono esercitare sugli errori di inclinazione e di azimut, propri dello strumento, al variare della distanza zenitale z .

Seguendo le notazioni di G. Silva (⁴), consideriamo la funzione

$$(6) \quad \lambda(\vartheta) = \frac{\Delta'(\vartheta) - \Delta''(\vartheta)}{15 D \text{ arc } 1''},$$

nella quale $\Delta'(\vartheta)$ e $\Delta''(\vartheta)$ rappresentano le irregolarità corrispondenti alla medesima anomalia ϑ sui due perni, dalla parte del cerchio e opposto al cerchio, e dove D è la distanza tra i due perni espressa nella medesima unità di Δ .

Chiamiamo i_z e I_z rispettivamente l'inclinazione dell'asse geometrico $O'O''$, e l'inclinazione dell'asse congiungente i vertici dell'asse della livella, coincidente, a meno di un angolo costante ι , con l'inclinazione dell'asse della livella. La differenza $i_z - I_z$, che rappresenta l'errore di inclinazione dovuto alla differenza di raggio dei due perni alla distanza zenitale z , e che causa quindi un'alterazione dell'inclinazione vera dell'asse $O'O''$, può essere espressa dalla relazione

$$i_z - I_z = \mp \frac{R' - R''}{15 D \sin \beta \text{ arc } 1''} \mp \frac{\lambda(\vartheta_3) + \lambda(\vartheta_4)}{2 \sin \beta},$$

nella quale il segno superiore si riferisce alla posizione CW, ed il segno inferiore alla posizione CE.

Allo stesso modo per l'incremento apparente Δa_z dell'azimut strumentale, causato dalle irregolarità dei perni, si perviene alla espressione,

$$\Delta a_z = \frac{\lambda(\vartheta_1) - \lambda(\vartheta_2)}{2 \cos \alpha}.$$

Poichè l'inclinazione vera dell'asse $O'O''$ è data dalle medie delle inclinazioni i_z relative alle due espressioni CW e CE, si avrà per quest'ultima

$$\frac{i_z + i_{-z}}{2} = \frac{I_z + I_{-z}}{2} - \frac{\lambda(z - 90 + \beta) + \lambda(z + 90 - \beta) - \lambda(-z - 90 + \beta) - \lambda(-z + 90 - \beta)}{4 \sin \beta}; \quad (7)$$

dove $(I_z + I_{-z})/2$ si ottiene direttamente dalla lettura della livella, fissa con lo strumento, nelle due posizioni CW e CE, e rappresenta l'inclina-

zione *non* corretta dagli errori dovuti alle irregolarità (*).

Per la correzione dell'istante t del passaggio di una stella in meridiano a causa dell'errore apparente di azimut si otterrà invece

$$(8) \frac{\Delta a_z + \Delta a_{-z}}{2} = \frac{\lambda(z + 90 + \alpha) - \lambda(z - 90 - \alpha) + \lambda(-z + 90 + \alpha) - \lambda(-z - 90 - \alpha)}{4 \cos \alpha}$$

è il membro del

Il secondo termine del secondo membro della (7) e della (8) rappresentano quindi i termini correttivi in inclinazione e azimut, da aggiungere algebricamente al tempo t del passaggio osservato. Essi possono quindi essere calcolati con sufficiente approssimazione utilizzando i dati delle irregolarità ottenuti sperimentalmente ed espressi per mezzo delle (5).

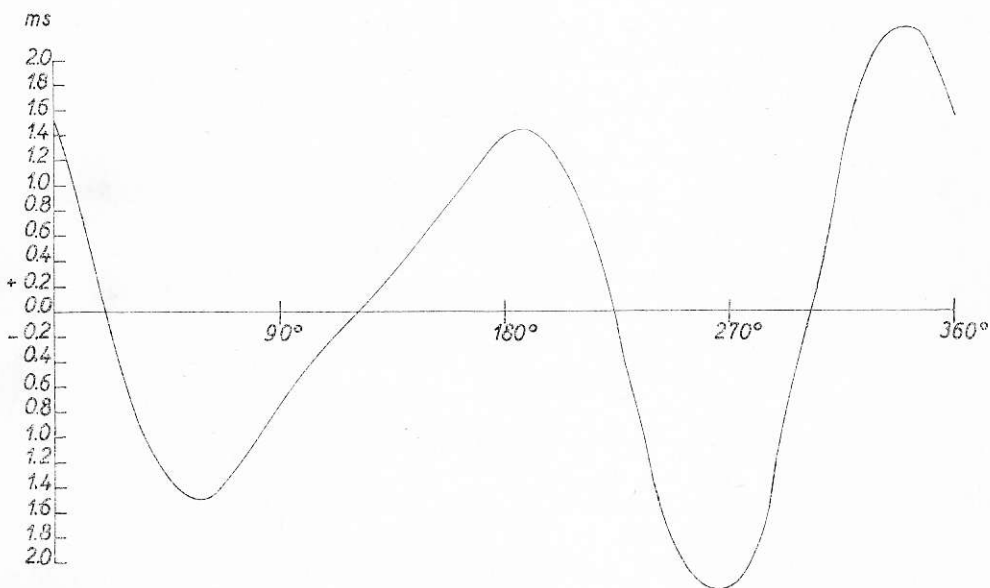


Fig. 3

(*) In realtà l'osservazione e la lettura della livella prima e dopo l'inversione dello strumento, non forniscono l'inclinazione I_z ($I-z$), ma quella dell'asse della livella, che chiameremo γ_z ($\gamma-z$), la quale, come abbiamo detto, differisce da I_z ($I-z$) a meno della costante strumentale t .

Si ha infatti

$$I_z = \gamma_z \pm t,$$

dove il segno inferiore si riferisce alla posizione W e quello superiore alla posizione E del cerchio, nell'ipotesi che lo zero della livella sia opposto al cerchio. Dalla precedente si ricava quindi

$$I_z + I_{-z} = \gamma_z + \gamma_{-z}.$$

E' da ricordare infine che, sempre nelle ipotesi precedenti, γ_z ($\gamma-z$) rappresenta la semi-somma delle letture degli estremi della bolla, considerata positivamente con CW (γ), e negativamente con CE ($\gamma-z$).

(differenza dei bracci della bolla)

Il diagramma di figura 3 rappresenta l'andamento della funzione $\lambda (\vartheta)$, al variare di ϑ da 0 a 360 gradi. Questa funzione, essendo nel nostro caso $D = 590$ mm, si può scrivere

$$\lambda (\vartheta) = 0,23 [\Delta' (\vartheta) - \Delta'' (\vartheta)] \quad m \text{ sec } ,$$

o, tenendo conto delle (5),

$$\lambda (\vartheta) = 0,23 (+ 6,41 \cos 2 \vartheta - 3,29 \sin 2 \vartheta + 0,33 \cos 3 \vartheta - 3,25 \sin 3 \vartheta).$$

Utilizzando il diagramma di figura 3 si sono ottenuti i valori delle correzioni in azimut ed in inclinazione, dipendenti dalle irregolarità dei perni dello strumento dei passaggi Ap 100, rappresentati in tabella VIII.

TABELLA VIII

z	$\frac{i_z + i_{-z}}{2}$	$\frac{i_z + i_{-z}}{2}$	$\frac{\Delta^{a_z} + \Delta^{a_{-z}}}{2}$
+ 90	+ 0,8	ms	- 1,1
+ 80	+ 0,7		- 0,6
+ 70	+ 0,4		- 0,2
+ 60	0,0		+ 0,3
+ 50	- 0,4		+ 0,4
+ 40	- 0,7		+ 0,5
+ 30	- 0,8		+ 0,5
+ 20	- 0,7		+ 0,4
+ 10	- 0,4		+ 0,3
0	0,0		0,0
- 10	+ 0,4		+ 0,3
- 20	+ 0,7		+ 0,4
- 30	+ 0,8		+ 0,5
- 40	+ 0,7		+ 0,5
- 50	+ 0,4		+ 0,4
- 60	0,0		+ 0,3
- 70	- 0,4		- 0,2
- 80	- 0,7		- 0,6
- 90	- 0,8		- 1,1

L'esiguità dei valori trovati mostrano il soddisfacente stato dei perni stessi, ed in secondo luogo l'alto grado di precisione raggiungibile con il dispositivo di misura utilizzato.

BIBLIOGRAFIA

- (¹) M. F. Brünnow, *Traité d'Astronomie sphérique*, Paris, II, 21, 1872.
 (²) V. A. Michailov, *Publ. Kharkov Astr. Obs.*, 5, 86, 1935.
 (³) F. Moreau, *J. Verbaandert, BA*, XIII, 4, 1948.
 (⁴) G. Silva, *Accad. Lincei, Rend. Sc. fis. mat. e nat.*, XX, 720, 1956,
Accad. Lincei, Rend. Sc. fis. mat. e nat., XXI, 3, 1956.
Accad. Lincei, Rend. Sc. fis. mat. e nat., XXII, 141, 1956.
 (⁵) C. de Concini, comunicazione privata.

- » 50 - F. ZAGAR. *Gli ammassi globulari di stelle con catalogo generale.*
- » 51 - M. CAVEDON. *L'Osservatorio di Brera e il problema delle longitudini.*
- » 52 - M. CAVEDON e V. ALESSIO. *Ricerche teoriche e numeriche per un caso particolare del problema dei 3 corpi.*
- » 53 - A. MASANI e P. BROGLIA. *Risultati delle osservazioni fotometriche e problemi relativi alla variabile DY Pegasi.*
- » 54 - B. CESTER e A. KRANJC. *Registratore elettronico di segnali orari.*
- » 55 - M. CAVEDON. *La propagazione dei radio-segnali e il problema delle longitudini.*
- » 56 - M. HACK. *Lo spettro di ζ Tauri. Nota III.*
- » 57 - M. CAVEDON e A. ZERRI. *Sulla termostattizzazione degli ambienti.*
- » 58 - P. BROGLIA - M. G. FRACASTORO - A. MASANI. *Osservazioni fotoelettriche della binaria ad eclisse RZ Comae.*
- » 59 - A. MASANI, P. BROGLIA, E. PESTARINO. *Osservazioni della stella HD 234677.*
- » 60 - M. HACK. *Ricerche sulle stelle metalliche - ξ Cephei.*
- » 61 - A. BORSSELLINO. *Su alcune identità che intervengono nella risoluzione della equazione di Chandrasekhar e Münch.*
- » 62 - A. MARTINI e A. MASANI. *Sull'irraggiamento delle stelle.*
- » 63 - P. BROGLIA, A. MASANI, E. PESTARINO. *Studio fotometrico in due colori della variabile a eclisse SZ Herculis.*
- » 64 - A. KRANJC. *Un modello sperimentale di pendolo di precisione a scappamento elettronico.*
- » 65 - M. HACK. *Ricerche sulle stelle metalliche - θ Cephei e ν Pegasi.*
- » 66 - P. BROGLIA e A. MASANI. *Risultati delle osservazioni fotoelettriche e problemi relativi alla variabile DY Herculis.*
- » 67 - M. CAVEDON e A. ZERRI. *Un semplice « contatto-regolatore » per i pendoli.*
- » 68 - V. ALESSIO, M. CAVEDON e M. FRACASSINI. *Elementi per l'Italia dell'eclisse solare totale 15 febbraio 1961.*
- » 69 - A. MASANI. *La teoria delle stelle pulsanti.*
- » 70 - M. HACK. *Studio dell'atmosfera della cefeide FF Aquilae.*
- » 71 - P. BROGLIA e E. PESTARINO. *Studio fotometrico in due colori della variabile R.V. Arietis.*
- » 72 - A. KRANJC. *Un fotometro fotoelettrico per il riflettore Merz di Merate.*
- » 73 - L. SANTOMAURO. *Dati climatologici per la fascia di totalità dell'eclisse di Sole del 15 febbraio 1961.*
- » 74 - M. HACK. *Ricerche sulle stelle a righe metalliche, ζ Lyr A, δ Cass, β Cass, 41 Cyg.*
- » 75 - A. MARTINI, A. MASANI. *Sulla polarizzazione interstellare.*
- » 76 - F. ZAGAR. *Modelli anisotropi nella Cosmologia newtoniana. Note I, II e III.*
- » 77 - M. CAVEDON. *Orologi e Cronografi nel problema delle Longitudini.*
- » 78 - B. FINZI, G. POLVANI, F. ZAGAR. *Il pensiero relativistico di Albert Einstein.*
- » 79 - A. KRANJC. *Sul profilo strumentale teorico di uno spettrografo astronomico.*
- » 80 - M. HACK. *Lo spettro della supergigante A2 Ia ν Cephei e ricerca di un modello teorico.*
- » 81 - J. O. FLECKENSTEIN. *Osservazioni di 135 stelle doppie e multiple.*
- » 82 - M. HACK. *Ricerche sulle stelle a righe metalliche: 88 Tau, ω Tau e ξ Gem.*
- » 83 - A. MASOTTI. *Su alcuni problemi dinamici connessi alla teoria degli ammassi stellari sferici.*
- » 84 - G. RUGGIERI. *Osservazioni di Saturno nell'opposizione 1955.*
- » 85 - M. HACK. *Influenze sulle caratteristiche spettrali, del modo di trasporto del calore nella zona convettiva di una atmosfera stellare.*
- » 86 - A. KRANJC. *Un impianto per la spettrofotometria all'Osservatorio di Merate.*
- » 87 - M. HACK. *Possibilità di impiego della media dispersione nello studio quantitativo delle stelle F. Studio di α Persei.*
- » 88 - B. CASATI-M. HACK. *Ricerche sulle stelle di tipo A Peculiare. La stella al silicio HD 34 452.*
- » 89 - B. CASATI-M. HACK. *Lo spettro dell'idrogeno di HD 34452. Ricerca di un modello teorico.*
- » 90 - A. KRANJC. *Un moto orario elettronico per riflettore Zeiss di Merate.*
- » 91 - G. ARRIGHI. *Sui modelli anisotropi nella cosmologia newtoniana.*
- » 92 - MARGHERITA HACK. *Ricerche sulle stelle a righe metalliche μ Orionis e confronto con altre 5 stelle normali.*
- » 93 - M. HACK. *Caratteristiche generali delle stelle a righe metalliche, considerate nel quadro delle stelle normali.*
- » 94 - A. MARTINI-A. MASANI. *Sulla produzione di energia e sull'assorbimento di essa nell'interno delle stelle binarie fotometriche.*
- » 95 - A. KRANJC. *Sensibilità monocromatica relativa di lastre fotografiche.*
- » 96 - P. BROGLIA, A. MASANI, E. PESTARINO. *Osservazioni di nane bianche.*
- » 97 - J. O. FLECKENSTEIN. *I contributi alla ricerca geofisica nella regione della Galleria del Sempione (1898-1907).*
- » 98 - M. HACK. *Studio di HD 188209.*
- » 99 - A. MASANI. *Sull'evoluzione di stelle di piccola massa. Degenerazione e nane bianche.*

(Continua in 4^a pagina)

- » 100 - J. O. FLECKENSTEIN, *Il problema dei due corpi nel quadro della cosmogonia planetaria di Schmidt.*
- » 101 - F. ZAGAR, *Sulla dinamica della galassia. Parte I.*
- » 102 - P. BROGLIA e A. MASANI, *Osservazioni fotometriche in due colori della variabile BD + 37° 2635.*
- » 103 - A. KRANJC, *Rettifica e determinazione delle costanti strumentali di un equatoriale.*
- » 104 - M. HACK, *Le variazioni spettrali di ζ Tauri dal 1950 al 1956.*
- » 105 - P. BROGLIA e A. MASANI, *Osservazioni di RR Lyrae con filtri a banda stretta.*
- » 106 - M. G. J. MINNAERT, *Problèmes modernes concernant le spectre solaire.*
- » 107 - B. CASATI e M. HACK, *Ricerche sulle stelle A peculiari: ϵ U Ma.*
- » 108 - P. BROGLIA, *Osservazioni fotoelettriche di 12 Lacertae.*
- » 109 - M. HACK, *Misure di velocità radiali di 12 Lacertae.*
- » 110 - A. KRANJC, *Miglioramento delle prestazioni di un microfotometro Moll.*
- » 111 - A. KRANJC, *Considerazioni teoriche sulla scelta delle lastre fotografiche a scopo spettrofotometrico.*
- » 112 - G. ARRIGHI, *Sopra alcune classi di modelli anisotropi nella cosmologia newtoniana.*
- » 113 - P. BROGLIA, *Osservazioni fotoelettriche della variabile ad eclisse CW Cassiop.*
- « 114 - J. O. FLECKENSTEIN, F. ZAGAR, *Un diario di G. V. Schiaparelli, Giacomo Bernoulli cartesiano.*
- » 115 - J. O. FLECKENSTEIN, *Osservazioni di 62 sistemi multipli.*
- » 116 - E. PROVERBIO, *Studio sugli errori cronografici.*
- » 117 - LUIGI GABBA, *Ricordo dell'astronomo Giovanni Angelo Cesaris.*
- » 118 - M. HACK, *Stelle a righe forti e stelle a righe deboli.*
- » 119 - A. MARTINI e A. MASANI, *Studio di modelli di atmosfere stellari a flusso integrale costante.*
- » 120 - M. FRACASSINI e M. HACK, *Calcolo del profilo di H δ per modelli di atmosfera stellare in equilibrio radiativo ed in equilibrio adiabatico nella zona convettiva.*
- » 121 - A. KRANJC, *Un microfotometro a registrazione automatica dell'intensità.*
- » 122 - F. BRANDO e E. PROVERBIO, *Un comparatore di frequenza per oscillatori a quarzo.*
- » 123 - M. HACK, *Spettrofotometria di W Serpentis.*
- » 124 - M. FRACASSINI e M. HACK, *Osservazioni spettrografiche di ϵ Aurigae eseguite a Merate nel periodo 1956-57.*
- » 125 - P. BROGLIA, *Sulla molteplice periodicità della variabile RV Arietis.*
- » 126 - E. PROVERBIO, *Occultazioni di stelle e loro riduzioni ed osservazioni di eclissi negli anni 1956-57.*
- » 127 - M. HACK e T. TAMBURINI, *Ricerche sulle stelle A peculiari - Lo spettro di α^2 C Ven nel marzo 1954.*
- » 128 - M. HACK, *Studio spettrofotometrico di 12 Lacertae.*
- » 129 - M. HACK, *Ricerche sulle stelle A peculiari - Analisi quantitativa di β Coronae Borealis.*
- » 130 - E. PROVERBIO, *La determinazione degli errori periodici del passo di una vite micrometrica con distanze meridiane.*
- » 131 - A. KRANJC, *Determinazione di un'orbita circolare ed effemeride mediante calcolatrici elettroniche a programma.*
- » 132 - G. BORTONE - A. MASANI - A. ZANONI, *Studio sulla struttura interna di una stella gigante rossa di tipo η Aquilae.*
- » 133 - FRANCESCO ZAGAR, *Giovanni Silva.*
- » 134 - M. HACK e T. TAMBURINI, *Ricerche sulle stelle A Peculiari: Studio di HD 224801.*
- » 135 - E. PROVERBIO, *Sulla determinazione di tempo e sul calcolo dell'Azimut strumentale per uno strumento in meridiano.*
- » 136 - E. PROVERBIO, *Irregolarità dei contatti dei pendoli astronomici e dispositivo fotoelettrico per la registrazione dei secondi.*
- » 138 - M. HACK, *Stelle A peculiari e campi magnetici stellari.*
- » 139 - G. DE MOTTONI, *L'impiego dei grandi riflettori nello studio dei pianeti.*
- » 140 - M. HACK, *Parametri fisici e composizione chimica delle atmosfere delle stelle normali di popolazione I.*
- » 141 - M. HACK, *Colore, grandezza assoluta e composizione chimica delle stelle a righe metalliche.*
- » 142 - P. BROGLIA, *La seconda periodicità della variabile BP Pegasi.*
- » 143 - E. PROVERBIO, *Misura sperimentale di ritardi cronografici ecc.*
- » 144 - F. BRANDO e E. PROVERBIO, *Cronometro elettronico e dispositivo oscillografico per confronti di tempo.*
- » 145 - P. BROGLIA e F. LENOUEV, *Osservazioni fotoelettriche.*
- » 146 - E. PROVERBIO, *Ricerche sulle figure dei perni dell'asse orizzontale dello strumento dei passaggi Askania AP 100.*