

1 ✓

**CONTRIBUTI**  
**DELL' OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE**

a cura del Direttore  
Prof. FRANCESCO ZAGAR

**NUOVA SERIE**

**N. 116**

---

EDOARDO PROVERBIO

---

**STUDIO SUGLI ERRORI CRONOGRAFICI**

(Estratto dalle « Memorie » della Società Astronomica Italiana - vol. XXVIII, 3)

P A V I A  
INDUSTRIA GRAFICA MARIO PONZIO  
1957

# CONTRIBUTI DELL' OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE

## NUOVA SERIE

- N. 1 - C. LOMBARDI. *Orbita ellittica del piccolo pianeta 1936 QM = (1423) Jose.*
- » 2 - M. CAMPA. *Osservazioni fotometriche di 433 Eros nella opposizione del 1937-38.*
- » 3 - M. CAMPA. *Orbita provvisoria della doppia visuale ADS 1631 = 10 Arietis.*
- » 4 - G. CECCHINI e L. GRATTON. *Considerazioni statistiche sulle stelle nuove.*
- » 5 - E. C. KRÜGER. *Osservazioni fotografiche di stelle doppie nell'Osservatorio di Merate (1938-1939).*
- » 6 - M. CAMPA. *Osservazioni di piccoli pianeti, di comete e di occultazioni di stelle dalla Luna nel quadriennio 1936-1939.*
- » 7 - E. BIANCHI. *Sul problema della variazione delle latitudini.*
- » 8 - G. CECCHINI. *Fotometria fotografica dell'eclisse totale di Luna del 7-8 novembre 1938, nelle zone spettrali attorno a 4700, 5600 e 7050 Å.*
- » 9 - L. GRATTON. *Sopra alcune proprietà dinamiche dei sistemi stellari.*
- » 10 - E. BIANCHI. *La R. Specola di Merate e le sue ricerche.*
- » 11 - L. GABBA. *La nuova edizione delle « Opere » di G. V. Schiaparelli.*
- » 12 - L. GRATTON. *Misure di velocità radiali all'Osservatorio di Merate.*
- » 13 - M. CAMPA. *Ricerche dell'orbita per la doppia visuale ADS 7744 = 150 Leonis.*
- » 14 - N. MISSANA RUDARI. *Ancora sulla determinazione delle posizioni celesti per mezzo della fotografia.*
- » 15 - E. C. KRÜGER. *Studio del misuratore di coordinate Mioni.*
- » 16 - L. VOLTA. *Considerazioni intorno alle formule del Somigliana sulla gravità.*
- » 17 - L. GRATTON. *Breve notizia sullo spettro di  $\lambda$  Andromedae.*
- » 18 - L. GRATTON. *Sulla teoria delle binarie a contatto.*
- » 19 - L. GRATTON. *Circolazione interna e instabilità delle binarie strette.*
- » 20 - L. GRATTON. *Ionizzazione e reazioni termionucleari in un gas degenerare.*
- » 21 - L. GRATTON. *Sopra l'evoluzione stellare a seguito della variazione della concentrazione dell'idrogeno.*
- » 22 - L. GRATTON ed E. C. KRÜGER. *Sull'impiego di pellicole nelle misure di velocità radiali.*
- » 23 - C. LOMBARDI. *Perturbazioni ed effemeridi di alcuni piccoli pianeti.*
- » 24 - L. GRATTON. *La durata dell'evoluzione stellare.*
- » 25 - L. ZAPPA. *Assorbimenti continui molecolari nelle atmosfere stellari.*
- » 26 - C. E. KRÜGER. *Sullo spettro radio del Sole e della Via Lattea.*
- » 27 - A. MASOTTI. *Una relazione inedita di Paolo Frisi sopra l'Osservatorio di Brera.*
- » 28 - L. GRATTON ed E. C. KRÜGER. *Lo spettro della Nova T Coronae Borealis nella esplosione del febbraio 1946.*
- » 29 - C. LOMBARDI. *Nuovi elementi dei piccoli pianeti (25) Phocaea e (1423) Jose.*
- » 30 - A. MASANI. *Sulle masse dei sistemi binari visuali.*
- » 31 - A. KRANJIC. *Misure fotografiche di stelle doppie.*
- » 32 - L. VOLTA. *Emilio Bianchi.*
- » 33 - F. ZAGAR. *Questioni dinamiche riguardanti gli ammassi stellari sferici.*
- » 34 - C. LOMBARDI. *Perturbazioni generali approssimate di (1423) Jose.*
- » 35 - A. MASANI. *Considerazioni su qualche aspetto del problema delle Cefeidi.*
- » 36 - A. MASANI. *Il nuovo fotometro elettronico stellare dell'Osservatorio di Merate.*
- » 37 - F. ZAGAR. *Su un caso particolare del problema di più corpi e sue conseguenze astronomiche.*
- » 38 - F. ZAGAR. *Sulla espansione dell'Universo, Note I e II.*
- » 39 - M. CAVEDON. *Ricerche sul problema dei tre corpi.*
- » 40 - A. MASANI. *Contributo allo studio delle atmosfere stellari. I: Il gradiente adiabatico.*
- » 41 - F. ZAGAR. *Sul calcolo del gradiente adiabatico.*
- » 42 - F. ZAGAR. *Luigi Volta.*
- » 43 - S. LEONE. *Misure fotografiche di binarie visuali.*
- » 44 - S. LEONE. *Rifrazione differenziale.*
- » 45 - A. MASANI. *Sull'importanza della pressione di radiazione agli effetti della instabilità per moti convettivi nell'interno delle stelle.*
- » 46 - F. ZAGAR. *Sulla stabilità degli ammassi globulari di stelle.*

(Continua in 3<sup>a</sup> pagina)

CONTRIBUTI  
DELL' OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE

a cura del Direttore

Prof. FRANCESCO ZAGAR

NUOVA SERIE

N. 116

---

EDOARDO PROVERBIO

---

STUDIO SUGLI ERRORI CRONOGRAFICI

(Estratto dalle « Memorie » della Società Astronomica Italiana - voi. XXVIII, 3)

PAVIA  
INDUSTRIA GRAFICA MARIO PONZIO  
1957

# STUDIO SUGLI ERRORI CRONOGRAFICI

Nota di EDOARDO PROVERBIO (\*)

(*Osservatorio Astronomico di Brera - Milano*)

RIASSUNTO. — Si considerano qualitativamente e quantitativamente i vari tipi di errori sistematici che intervengono nella registrazione dei segnali e nella lettura delle striscie cronografiche. Si deduce il metodo più preciso per la lettura delle striscie del cronografo fondamentale dell'Osservatorio di Brera, usato per determinazioni di tempo. Viene determinato poi il valore degli errori intrinseci del cronografo stesso.

ZUSAMMENFASSUNG. — Qualitativ und quantitativ werden die verschiedenen Arten der systematischen Fehler untersucht, welche sowohl bei der Registrierung der Signale als auch bei der Ablesung der Chronographenstreifen auftreten. Es wird dabei eine genauere Methode der Streifenablesung des Fundamentalchronographen der Sternwarte Brera entwickelt, der fuer die Zeitbestimmung benutzt wird. Ferner werden die Werte fuer die innere Genauigkeit dieses Chronographen abgeleitet.

## INTRODUZIONE

E' noto che in tutti i problemi legati alla determinazione e alla registrazione del tempo ed in modo speciale in quello della determinazione delle differenze di longitudine si debba ricorrere all'uso di un cronografo. L'importanza che questo strumento riveste in queste operazioni è molto grande, ed è, in ultima analisi, dallo spoglio delle registrazioni cronografiche che si ricavano da una parte i valori delle correzioni dei pendoli od orologi a quarzo dal confronto con segnali radio, dall'altra gli istanti dei passaggi stellari osservati in meridiano o altri fenomeni analoghi. Ne consegue che se si vogliono ottenere dei risultati molto precisi è necessario conoscere gli errori che il cronografo stesso introduce in queste operazioni, indipendentemente dagli altri errori sistematici che intervengono, e che sono diversi secondo che l'impulso che arriva al cronografo provenga dal pendolo o dall'orologio a quarzo, dalla radio, o infine sia stato introdotto dall'osservatore stesso (errori personali).

Comunque questi ultimi errori, che debbono essere studiati separatamente, preesistono all'entrata dell'impulso nel cronografo e non vanno quindi confusi con quelli propri al cronografo stesso che sono gli unici che verranno presi qui in considerazione.

Lo studio e la determinazione accurata di questi errori riveste oggi una particolare importanza per motivi facilmente intuibili: infatti, se si vuole, come è richiesto in una precisa operazione di longitudine, che la determinazione della correzione degli orologi e la determinazione dell'istante dei passaggi stellari siano affette in media da un errore inferiore al centesimo di secondo, bisogna essere sicuri che il cronografo usato introduca degli errori inferiori a questo importo.

Quando poi un medesimo cronografo serve per determinazioni stellari di tempo e per il confronto degli orologi con segnali radio, la conoscenza di questi errori ci permette di ricavare immediatamente il valore assoluto degli errori medi nelle due differenti operazioni.

Lo studio qui esposto si riferisce in particolare ai cronografi a striscia con penna scrivente o a quelli antichi con punta battente, che sono quelli maggiormente usati. L'analisi può essere però estesa, data la notevole analogia, ai cronografi a tamburo, mentre non risulta valida per i cronografi stampanti, a causa delle differenze di struttura e funzionamento.

#### ANALISI DEGLI ERRORI

Gli errori sistematici che vengono introdotti dall'uso del cronografo a striscia sono di due tipi fondamentali: errori che nascono durante la lettura della striscia, che chiameremo errori sistematici di lettura ( $e_l$ ), ed errori cronografici propriamente detti ( $e_c$ ). In tal modo l'errore totale risulta

$$e = e_l + e_c.$$

A loro volta questi singoli errori risultano in generale dalla somma di più errori distinti. Così l'errore di lettura è costituito da un errore dipendente dal metodo di puntamento (errore di accomodamento) più un secondo errore dipendente dalla lettura dell'osservatore (errore di lettura propriamente detto); per il seguito però questi due errori saranno considerati uniti nell'errore  $e_l$ .

Gli errori cronografici invece si distinguono in errori dovuti alla parallasse ( $e_p$ ) ed alla inerzia ( $e_i$ ) delle penne scriventi e da un terzo errore dipendente dalla variazione di velocità di scorrimento della striscia ( $e_s$ ). Tenuto conto dei singoli errori l'errore totale si può quindi scrivere

$$e = e_l + e_p + e_i + e_s.$$

La conoscenza quantitativa dei singoli errori presenta difficoltà diverse; mentre, infatti, è possibile determinare senza eccessive difficoltà gli errori cronografici, la determinazione dell'errore di lettura si presenta alquanto delicata.

Quest'ultimo errore poi non è facilmente scindibile nelle due componenti anzidette cosicchè risulta spesso arduo determinare a posteriori l'entità degli errori personali.

#### PRECISIONE DEI METODI DI LETTURA

Il problema della lettura di una striscia cronografica si riduce essenzialmente alla misura di distanze tra punti rappresentativi di « istanti di tempo ». In questa operazione, come è noto, si dispone sopra la striscia di una serie di punti corrispondenti a istanti di tempo noti e di un'altra serie di punti intercalati ai primi di cui si vogliono determinare i tempi incogniti. Gli strumenti di lettura saranno perciò fundamentalmente strumenti di misure lineari.

Il più antico e classico di questi strumenti è la scala ticonica, costituita da una sottile lamina di vetro o materia plastica trasparente sopra la quale sono tracciate una serie di linee divergenti e disposte a ventaglio attorno ad una linea centrale. Queste linee sono distinte di dieci in dieci e permettono la lettura di secondi di qualsiasi lunghezza.

Immaginiamo quindi di disporre di secondi di tempo medio di lunghezza costante, ad esempio di 1 cm., 2 cm., 10 cm., che sono le misure più comunemente usate nei cronografi. La scala ticonica ci permette la lettura di ciascuno di questi secondi e la sua precisione, cioè il limite di lettura per un individuo normale e per secondi di 1 cm., è di circa 2 decimi di mm. cioè di 2 centesimi di secondo. Questa precisione naturalmente aumenta con la lunghezza dei secondi e per secondi di 10 cm. è sicuramente inferiore a  $0^s.01$ .

Un grave inconveniente di questa scala è dato però dal fatto che con essa è generalmente impossibile eseguire la lettura tra due punti non situati sopra una unica linea o nelle sue immediate vicinanze senza introdurre errori di parallasse imprecisati e non trascurabili.

Un secondo strumento di misura si può ottenere da una scala decimale fissa munita di nonio decimale che permette di stimare il decimo di millimetro. Questa scala fissa può sostituire con vantaggio la scala ticonica poichè nei moderni cronografi elettrici la lunghezza dei secondi è quasi sempre un multiplo di 1 centimetro.

La precisione di questa scala risulta evidentemente di  $0^s.01$  per secondi di 1 cm e analogamente si ridurrà a  $0^s.001$  per secondi di 10 cm. Essa ha inoltre il vantaggio di non introdurre errori di parallasse anche nel caso che i secondi siano allineati su linee parallele.

Disgraziatamente però presenta l'inconveniente di non poter essere usata che per secondi di tempo medio.

Essendo infatti la differenza tra un secondo di tempo medio e uno di tempo siderale di circa  $0^s.003$  questa differenza si aggiungerebbe alla

incertezza della misura di secondi di tempo siderale se la scala usata è costruita sulla lunghezza di secondi di tempo medio.

La tabella I, nella quale sono riportate le precisioni delle due scale considerate (per la scala ticonica la precisione per secondi siderali o medi è evidentemente la stessa), indica che se il fatto sopra accennato può essere trascurato per secondi di 1 cm, esso diventa intollerabile già per secondi di 5 cm per i quali la incertezza diventerebbe più del doppio di quella normale.

E' quindi necessario se si vuole utilizzare interamente questo metodo di misura anche per secondi siderali, costruire una scala di lunghezza conveniente per lo meno per secondi siderali di 5 e 10 cm.

TABELLA I

Lunghezza secondi di T. M.	Precisione o limite di lettura scala ticonica	Secondi T. M.	Secondi T. S.
		Precisione o limite lettura scala decimale	Precisione o limite lettura scala decimale
1 cm	0s .02	0s .01	0s .013
2 cm	0s .02-.01	0s .005	0s .008
5 cm	0s .01	0s .002	0s .005
10 cm	< 0s .01	0s .001	0s .003

Un terzo metodo abitualmente usato è il cosiddetto *metodo delle coincidenze*.

Questo metodo viene impiegato per eseguire la lettura di frazioni di secondo nel corso di confronti pendolo-radio con segnali ritmici costituiti da 61 battute al minuto in luogo di 60. Il metodo di lettura si basa ancora sul principio del nonio, la precisione di ogni singola lettura essendo in questo caso data da  $\left(\frac{1}{61}\right)^s$  per secondi di T.M.

Per secondi di tempo siderale essendo il rapporto  $\frac{86637}{87840}$  (dove il numeratore indica il numero dei secondi siderali in un giorno medio ed il denominatore il numero dei segnali ritmici contenuti nello stesso giorno) eguale a  $\frac{72}{73}$ , a meno di  $4 \cdot 10^{-6}$ , si può ritenere che le coincidenze avvengono ogni 72 secondi siderali e quindi la precisione sarà ora data da  $\left(\frac{1}{73}\right)^s$ .

Da queste considerazioni si può ricavare che la precisione di questo metodo di lettura risulta evidentemente inferiore a quella del metodo della scala decimale con nonio.

I segnali ritmici possono però essere usati anche per il confronto diretto con gli orologi. Questo confronto si attua in un modo molto semplice determinando innanzitutto la correzione  $\Delta t$  del pendolo in esame ad un minuto intero dei segnali ritmici; tenendo conto quindi che la differenza tra un secondo medio ed un secondo dei segnali ritmici è approssimativamente  $0^s.01639$ , si ha che dopo  $n$  secondi ritmici dal minuto intero la correzione letta dovrà essere  $\Delta t - n \times 0^s.01639$ , mentre  $n$  secondi ritmici prima del minuto intero essa risulterà  $\Delta t + n \times 0^s.01639$ . Facendo quindi le medie aritmetiche delle correzioni corrispondenti lette prima e dopo un minuto intero si ottengono tanti valori (61 valori per ogni minuto) della correzione dell'orologio da confrontare.

Con questo metodo la precisione risulta dello stesso ordine di quella del metodo di lettura diretto.

Come già abbiamo detto, i valori della precisione o limiti di lettura dei vari metodi presi in considerazione non si devono confondere con gli errori veri, che possono presentare carattere sistematico o accidentale, di ogni lettura o di un gruppo di letture, deducibili a posteriori col metodo dei minimi quadrati.

Aggiungiamo però che in generale quanto più la precisione del metodo è grande tanto più piccoli per un osservatore normale saranno gli errori veri anche accidentali.

Sulla base delle precedenti considerazioni si può quindi affermare che il metodo più adatto e proficuo per la lettura di una striscia cronografica è quello della scala decimale con nonio.

## ERRORI CRONOGRAFICI

Le determinazioni degli errori cronografici di parallasse, inerzia e variazione di velocità di scorrimento della striscia si possono effettuare direttamente dalle letture della striscia.

L'errore di parallasse si ottiene facendo funzionare l'apparato registratore con striscia ferma, gli altri due invece con striscia in movimento.

Poichè la determinazione dell'errore di parallasse è indipendente dall'inerzia e dall'errore di scorrimento, l'errore quadratico medio della parallasse calcolata si deve attribuire unicamente ad errori accidentali di lettura.

Per la determinazione dell'errore di parallasse si sono messe contemporaneamente in movimento le quattro penne del cronografo azionate dall'orologio a quarzo. Dopo che le quattro penne avevano lasciato la loro traccia sulla striscia paraffinata del cronografo, si spostava di qualche mm. la striscia in modo da avere una nuova serie di tracce. In complesso si sono considerate 60 serie di tracce.



La lettura delle distanze tra le varie tracce venne eseguita in due modi. Una prima volta si eseguirono le letture delle differenze tra le tracce delle punte 1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4, 3-4, determinando direttamente la differenza stessa con lettura sulla scala decimale con nonio. In tal modo si ottennero 60 valori per ciascuna delle differenze soprascritte. E' da notare che in queste letture si è spinto il limite di lettura al di sotto di quello normale, che, come si è detto, per la nostra scala decimale con nonio è di 0,01 cm, arrivando a stimare un terzo di decimillimetro. Ciò per due motivi: innanzitutto poichè si è resa possibile la lettura anche di frazioni di decimi di mm. per mezzo di una lente disposta in modo da avere un ingrandimento da 1 a 2, in secondo luogo perchè ritenendo gli errori di parallasse dell'ordine del centesimo o anche più piccoli si ritenne poco utile tentare la loro determinazione con un metodo di lettura la cui precisione risultava normalmente dello stesso ordine.

Una seconda serie di letture venne eseguita per ciascuna differenza pochi giorni dopo la prima usando lo stesso procedimento. I risultati di queste due serie di letture sono esposti nella tabella II, nella quale vengono riportati gli errori di parallasse per ogni coppia di punte, ottenuti come media aritmetica da 60 valori, con i relativi errori quadratici medi.

L'ultima riga della tabella riporta i valori finali della parallasse ottenuti come media pesata dai valori precedenti, attribuendo peso eguale alle due prove.

TABELLA II

DIFFERENZA PUNTE												
1 - 2		1 - 3		1 - 4		2 - 3		2 - 4		3 - 4		
-		-		+		-		+		+		
1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	
26	20	57	39	81	99	22	26	106	113	155	124	parallasse (media di 60 valori)
2	2	2	1	3	4	2	2	3	3	4	4	errore quadratico medio parallasse (60 valori)
23 ± 3		48 ± 2		90 ± 5		24 ± 3		110 ± 4		140 ± 6		valori pesati parallasse

I valori riportati in questa tabella sono espressi in unità di  $10^{-4}$  cm, ovvero in  $10^{-4}$  sec., per secondi di 1 cm.

$0.0026 \pm 0.0002$

Il secondo metodo usato per la determinazione della parallasse elimina quasi del tutto gli errori di lettura propriamente detti e i valori trovati sono quindi unicamente affetti dall'errore di puntamento. Esso consiste nel sommare, facendo scorrere il nonio, tutte le 60 differenze relative a ciascuna coppia di tracce senza eseguire alcuna lettura, ma leggendo il valore finale delle somme sulla scala decimale. In questo modo vennero eseguite cinque serie di somme pari a 300 valori della parallasse per ciascuna coppia di penne.

I valori della parallasse riportati nella Tabella III si riferiscono a questo metodo. L'errore quadratico medio risulta più piccolo di quello che si è ottenuto col precedente sistema; inoltre confrontando i valori corrispondenti della parallasse nelle due tabelle si vede che vi sono delle differenze: i valori della Tabella III sono tutti maggiori in valore assoluto di quelli della Tabella II.

Questo significa che l'errore di lettura propriamente detto, <sup>(personale)</sup> cioè l'errore di lettura dipendente dal metodo di lettura, che generalmente è un errore accidentale, ammette in questo caso, una componente sistematica. Ciò si spiega col fatto che nel nostro caso si hanno da misurare lunghezze tutte eguali tra loro il che introduce appunto un errore sistematico che ha teoricamente come limite superiore il limite di lettura del metodo.

*può introdurre*

TABELLA III

D I F F E R E N Z A P U N T E						
1 - 2	1 - 3	1 - 4	2 - 3	2 - 4	3 - 4	
—	—	+	—	+	+	
26	52	112	28	135	158	Errore parallasse
± 1	± 2	± 2	± 1	± 2	± 2	Errore quadratico medio

I valori riportati in questa tabella sono espressi in unità di  $10^{-4}$  cm., ovvero in  $10^{-4}$  sec., per secondi di 1 cm.

Essendo gli errori di parallasse variabili a seconda della lunghezza dei secondi si dovranno computare errori differenti per secondi di 1, 2, 5 e 10 cm. di lunghezza.

Tali valori, che si ottengono con una proporzione immediata da quelli della Tabella III, sono riportati nella IV Tabella e sono stati arrotondati al millesimo di secondo.

TABELLA IV

Lunghezza secondi	D I F F E R E N Z A P U N T E					
	1 - 2	1 - 3	1 - 4	2 - 3	2 - 4	3 - 4
1	- 0.003	- 0.005	+ 0.011	- 0.003	+ 0.014	+ 0.016
2	- 0.001	- 0.003	+ 0.006	- 0.001	+ 0.007	+ 0.008
5	- 0.001	- 0.001	+ 0.002	- 0.001	+ 0.004	+ 0.003
10	0.000	0.000	+ 0.001	0.000	+ 0.001	+ 0.002

I valori della parallasse tra le coppie di punti riportati nella tabella sono espressi in secondi di tempo medio.

### ERRORE D'INERZIA DELLE PUNTE *(Studio in movimento)*

La determinazione dell'errore d'inerzia delle punte è stata condotta eseguendo cinque serie di letture tra le varie coppie di secondi corrispondenti a coppie diverse di punte del cronografo. Poichè ogni serie era composta di 60 letture di 60 coppie di secondi diversi, sono state eseguite in complesso 300 letture per ognuna delle seguenti coppie di punte: 1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4, 3-4.

I valori medi ottenuti risultano però affetti anche dall'errore di parallasse ed inoltre dall'errore personale. Confrontando quindi questi valori con quelli della Tabella III, pure unicamente affetti dall'errore personale, si ottengono i valori assoluti delle differenze d'inerzia delle punte. Essi sono riportati nella Tabella V sottostante.

TABELLA V

D I F F E R E N Z A P U N T E						
1 - 2	1 - 3	1 - 4	2 - 3	2 - 4	3 - 4	
-	-	+	-	+	+	Errore parall. + Errore d'inerzia
0.0042	0.0069	0.0086	0.0031	0.0123	0.0152	
$\pm$ 0.0002	$\pm$ 0.0001	$\pm$ 0.00.2	$\pm$ 0.0001	$\pm$ 0.0003	$\pm$ 0.0002	
-	-	-	-	-	-	Errore d'inerzia
0.0016	0.0017	0.0026	0.0003	0.0012	0.0006	

I valori riportati in questa tabella sono espressi in secondi.

## ERRORI DIPENDENTI DALLA VELOCITA' DI SCORRIMENTO DELLA STRISCIA.

L'errore sistematico dovuto alla velocità della striscia cronografica interviene allorchè il secondo *medio* non è esattamente lungo 1, 2, 5 o 10 cm; in tal caso indicando con  $\varepsilon$  la differenza, il valore  $l$  di una frazione di secondo, per secondi di 1 cm., determinato con la scala decimale (\*) risulta affetto in prima approssimazione dell'errore  $\varepsilon l$  (\*\*).

Ma un secondo errore spesso non indifferente, sebbene a carattere accidentale, può comparire in unione al precedente a causa delle *variazioni di velocità* di scorrimento della striscia. Questo errore se può essere in generale trascurato disponendo di un numero elevato di letture, come nel caso dei confronti segnali radio-pendolo od orologio a quarzo ed anche in determinazioni astronomiche di tempo eseguite con diverse stelle, non può essere trascurato negli altri casi, specialmente se si hanno letture isolate.

Esso deve quindi essere determinato a posteriori con la dovuta cura. La determinazione della lunghezza vera dei secondi (e quindi dello scarto  $\varepsilon$  tra tale lunghezza e 1, 5, 10 cm.) e della sua variazione (errore medio della lunghezza vera) è stata condotta eseguendo due serie di letture della lunghezza di 60 secondi, con secondi di 1,5 e 10 cm. Anche in questo caso il limite di lettura è stato di 1/3 di decimo di mm. (circa 3 ms).

La Tabella VI presenta i risultati ottenuti nelle due prove; in essa è riportato inoltre il valore di  $\varepsilon$  in secondi ( $\varepsilon$  medio su 60 valori) riferito ad ogni singola prova e arrotondato ai millesimi. Nella quarta riga sono stati invece indicati gli scarti massimi riscontrati tra ogni singola serie di 60 misure e la lunghezza dei secondi della scala decimale (1, 5 e 10 cm.).

I valori della tabella mostrano che il valore medio di  $\varepsilon$  su 60 letture, pur variando tra una determinazione e l'altra, (il che dimostra che la velocità media della striscia non è sempre la stessa) è in generale trascurabile, ad eccezione che per secondi di 5 cm. ove giunge ad un valore dell'ordine del centesimo in una delle due prove eseguite. Lo scarto mas-

(\*) Come è naturale tale errore non interviene nelle misure eseguite con scala ticonica.

(\*\*) Si ricava infatti da semplici considerazioni geometriche che il vero valore  $x^s$  della frazione di secondo risulta

$$(m \pm \varepsilon) : l = 1^s : x^s$$

$$x^s = \frac{l^s}{m \pm \varepsilon}$$

$$x_1^s = \left(\frac{l}{m}\right)^s \left(1 + \frac{\varepsilon}{m} + \frac{\varepsilon^2}{m^2} + \dots\right),$$

se il secondo è minore dell'unità di misura,

$$x_2^s = \left(\frac{l}{m}\right)^s \left(1 - \frac{\varepsilon}{m} + \frac{\varepsilon^2}{m^2} - \frac{\varepsilon^3}{m^3} + \dots\right),$$

se il secondo è maggiore dell'unità di misura; dove  $m$  indica la lunghezza in cm dell'unità di misura usata (o il valore teorico della lunghezza dei secondi). Per  $m = 1$  cm si trova perciò in prima approssimazione:

$$x_{1,2}^s = l \pm \varepsilon l.$$

TABELLA VI

1 cm		5 cm		10 cm		lunghezza secondi scala decimale
1a	2a	1a	2a	1a	2a	Prove effettuate
cm	cm	cm	cm	cm	cm	Lunghezza vera dei secondi
1.0000	0.9995	4.9568	4.9874	9.9978	9.9945	
$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	Errore medio (Varia- zione di velocità)
0.0003	0.0005	0.0028	0.0017	0.0024	0.0021	
sec	sec	sec	sec	sec	sec	$\epsilon$
0.000	0.000	0.009	0.002	0.000	0.001	
sec	sec	sec	sec	sec	sec	Scarto Max. dalla lun- ghezza secondi s.d.
0.008	0.010	0.025	0.008	0.005	0.010	

simo tra la misura dei secondi e l'unità di misura della scala decimale raggiunge invece valori più elevati, specialmente per secondi di 5 cm, ed è quindi conveniente per misure di precisione isolate determinare la vera lunghezza dei secondi. Gli errori accidentali dovuti alla variazione accidentale di velocità durante ogni singola serie di determinazioni si sono invece dimostrati in media molto inferiori al centesimo di secondo (seconda riga della Tabella VI) ed anche presi isolatamente risultano circa la metà degli scarti Max, riportati nella quarta riga della Tabella VI.

### CONCLUSIONI

Dalle caratteristiche ottenute per il cronografo fondamentale dell'Osservatorio di Brera adibito a registrazioni di confronti radio e usato nelle determinazioni astronomiche di tempo e di longitudine si deduce che, benchè gli errori sistematici di parallasse ed inerzia delle punte siano piccoli, essi non possono essere del tutto trascurati specialmente in relazione a secondi di 1 cm. Per quanto riguarda invece gli errori dovuti alla velocità di scorrimento della striscia cronografica, si deve constatare che la velocità più conveniente è quella di secondi di 1 cm; poichè se la diminuzione dell'errore di parallasse con l'aumentare della lunghezza dei secondi compensa gli importi degli errori di scorrimento, in special modo per quanto riguarda secondi di 10 cm, pur tuttavia data la instabilità di questi errori è preferibile non incorrere in imprevedibili variazioni, a meno di determinare volta per volta la lunghezza reale dei secondi. Questo poi è sempre consigliabile, anche per secondi di 1 cm, quando si disponga di un numero limitato di appulsi (occultazioni, eclissi, etc.).

- » 47 - A. MASANI e P. BROGLIA. *Risultati delle osservazioni fotometriche e problemi relativi alla variabile BP Pegasi.*
- » 48 - A. MASANI. *Contributo allo studio delle atmosfere stellari. II: Il coefficiente d'assorbimento.*
- » 49 - A. MASOTTI. *Sui moti ellittici armonici.*
- » 50 - F. ZAGAR. *Gli ammassi globulari di stelle con catalogo generale.*
- » 51 - M. CAVEDON. *L'Osservatorio di Brera e il problema delle longitudini.*
- » 52 - M. CAVEDON e V. ALESSIO. *Ricerche teoriche e numeriche per un caso particolare del problema dei 3 corpi.*
- » 53 - A. MASANI e P. BROGLIA. *Risultati delle osservazioni fotometriche e problemi relativi alla variabile DY Pegasi.*
- » 54 - B. CESTER e A. KRANJC. *Registratore elettronico di segnali orari.*
- » 55 - M. HACK, *La propagazione dei radio-segnali e il problema delle longitudini.*
- » 56 - M. HACK, *Lo spettro di  $\zeta$  Tauri. Nota III.*
- » 57 - M. CAVEDON e A. ZERRI. *Sulla termostattizzazione degli ambienti.*
- » 58 - P. BROGLIA - M. G. FRACASTORO - A. MASANI. *Osservazioni fotoelettriche della binaria ad eclisse RZ Comae.*
- » 59 - A. MASANI, P. BROGLIA, E. PESTARINO. *Osservazioni della stella HD 234677.*
- » 60 - M. HACK. *Ricerche sulle stelle metalliche -  $\xi$  Cephei.*
- » 61 - A. BORSELLINO. *Su alcune identità che intervengono nella risoluzione della equazione di Chandrasekhar e Münch.*
- » 62 - A. MARTINI e A. MASANI. *Sull'irraggiamento delle stelle.*
- » 63 - P. BROGLIA, A. MASANI, E. PESTARINO. *Studio fotometrico in due colori della variabile a eclisse SZ Herculis.*
- » 64 - A. KRANJC. *Un modello sperimentale di pendolo di precisione a scappamento elettronico.*
- » 65 - M. HACK. *Ricerche sulle stelle metalliche -  $\theta$  Cephei e  $\nu$  Pegasi.*
- » 66 - P. BROGLIA e A. MASANI. *Risultati delle osservazioni fotoelettriche e problemi relativi alla variabile DY Herculis.*
- » 67 - M. CAVEDON e A. ZERRI. *Un semplice «contatto-regolatore» per i pendoli.*
- » 68 - V. ALESSIO, M. CAVEDON e M. FRACASSINI. *Elementi per l'Italia dell'eclisse solare totale 15 febbraio 1961.*
- » 69 - A. MASANI. *La teoria delle stelle pulsanti.*
- » 70 - M. HACK. *Studio dell'atmosfera della cefeide FF Aquilae.*
- » 71 - P. BROGLIA e E. PESTARINO. *Studio fotometrico in due colori della variabile R.V. Arietis.*
- » 72 - A. KRANJC. *Un fotometro fotoelettrico per il riflettore Merz di Merate.*
- » 73 - L. SANTOMAURO. *Dati climatologici per la fascia di totalità dell'eclisse di Sole del 15 febbraio 1961.*
- » 74 - M. HACK. *Ricerche sulle stelle a righe metalliche,  $\zeta$  Lyr A,  $\delta$  Cass,  $\beta$  Cass, 41 Cyg.*
- » 75 - A. MARTINI, A. MASANI. *Sulla polarizzazione interstellare.*
- » 76 - F. ZAGAR. *Modelli anisotropi nella Cosmologia newtoniana. Note I, II e III.*
- » 77 - M. CAVEDON. *Orologi e Cronografi nel problema delle Longitudini.*
- » 78 - B. FINZI, G. POLVANI, F. ZAGAR. *Il pensiero relativistico di Albert Einstein.*
- » 79 - A. KRANJC. *Sul profilo strumentale teorico di uno spettrografo astronomico.*
- » 80 - M. HACK. *Lo spettro della supergigante A2 Ia  $\nu$  Cephei e ricerca di un modello teorico.*
- » 81 - J. O. FLECKENSTEIN. *Osservazioni di 135 stelle doppie e multiple.*
- » 82 - M. HACK. *Ricerche sulle stelle a righe metalliche: 88 Tau,  $\omega$  Tau e  $\xi$  Gem.*
- » 83 - A. MASOTTI. *Su alcuni problemi dinamici connettibili alla teoria degli ammassi stellari sferici.*
- » 84 - G. RUGGIERI. *Osservazioni di Saturno nell'opposizione 1955.*
- » 85 - M. HACK. *Influenze sulle caratteristiche spettrali, del modo di trasporto del calore nella zona convettiva di una atmosfera stellare.*
- » 86 - A. KRANJC. *Un impianto per la spettrofotometria all'Osservatorio di Merate.*
- » 87 - M. HACK - *Possibilità di impiego della media dispersione nello studio quantitativo delle stelle F. Studio di  $\alpha$  Persei.*
- » 88 - B. CASATI-M. HACK - *Ricerche sulle stelle di tipo A Peculiare. La stella al silicio HD 34 452.*
- » 89 - B. CASATI-M. HACK, *Lo spettro dell'idrogeno di HD 34452. Ricerca di un modello teorico.*
- » 90 - A. KRANJC. *Un moto orario elettronico pel riflettore Zeiss di Merate.*
- » 91 - G. ARRIGHI, *Sui modelli anisotropi nella cosmologia newtoniana.*

(Continua in 4<sup>a</sup> pagina)

- » 92 - MARGHERITA HACK, *Ricerche sulle stelle a righe metalliche  $\mu$  Orionis e confronto con altre 5 stelle normali.*
- » 93 - M. HACK, *Caratteristiche generali delle stelle a righe metalliche, considerate nel quadro delle stelle normali.*
- » 94 - A. MARTINI-A. MASANI, *Sulla produzione di energia e sull'assorbimento di essa nell'interno delle stelle binarie fotometriche.*
- » 95 - A. KRANJC, *Sensibilità monocromatica relativa di lastre fotografiche.*
- » 96 - P. BROGLIA, A. MASANI, E. PESTARINO, *Osservazioni di nane bianche.*
- » 97 - J. O. FLECKENSTEIN, *I contributi alla ricerca geofisica nella regione della Galleria del Sempione (1898-1907).*
- » 98 - M. HACK, *Studio di HD 188209.*
- » 99 - A. MASANI, *Sull'evoluzione di stelle di piccola massa. Degenerazione e nane bianche.*
- » 100 - J. O. FLECKENSTEIN, *Il problema dei due corpi nel quadro della cosmogonia planetaria di Schmidt.*
- » 101 - F. ZAGAR, *Sulla dinamica della galassia. Parte I.*
- » 102 - P. BROGLIA e A. MASANI, *Osservazioni fotometriche in due colori della variabile BD + 37° 2635.*
- » 103 - A. KRANJC, *Rettifica e determinazione delle costanti strumentali di un equatoriale.*
- » 104 - M. HACK, *Le variazioni spettrali di  $\zeta$  Tauri dal 1950 al 1956.*
- » 105 - P. BROGLIA e A. MASANI, *Osservazioni di RR Lyrae con filtri a banda stretta.*
- » 106 - M. G. J. MINNAERT, *Problèmes modernes concernant le spectre solaire.*
- » 107 - B. CASATI e M. HACK, *Ricerche sulle stelle A peculiari:  $\epsilon$  U Ma.*
- » 108 - P. BROGLIA, *Osservazioni fotoelettriche di 12 Lacertae.*
- » 109 - M. HACK, *Misure di velocità radiali di 12 Lacertae.*
- » 110 - A. KRANJC, *Miglioramento delle prestazioni di un microfotometro Moll.*
- » 111 - A. KRANJC, *Considerazioni teoriche sulla scelta delle lastre fotografiche a scopo spettrofotometrico.*
- » 112 - G. ARRIGHI, *Sopra alcune classi di modelli anisotropi nella cosmologia newtoniana.*
- » 113 - P. BROGLIA, *Osservazioni fotoelettriche della variabile ad eclisse CW Cassiop.*
- « 114 - J. O. FLECKENSTEIN, F. ZAGAR, *Un diario di G. V. Schiaparelli, Giacomo Bernoulli cartesiano.*
- » 115 - J. O. FLECKENSTEIN, *Osservazioni di 62 sistemi multipli.*
- » 116 - E. PROVERBIO, *Studio sugli errori cronografici.*