ANALISI CRITICA DEGLI ERRORI PERSONALI RELATIVI NELLE OSSERVAZIONI MERIDIANE DI TEMPO E DI LONGITUDINE

Nota di S. MANCUSO (*) ed E. PROVERBIO (**) (°)
(*) (*Osservatorio Astronomico di Capodimonte - Napoli*)
(**) (*Osservatorio Astronomico di Brera - Milano*)

SUMMARY. — The different physical and astronomical methods employing for determining the personal equation in time observations are statistically examined and is shown that the direct astronomical method (OPALSKY 1963; PROVERBIO 1964) supplayed equivalent performances than physical methods and better accuracy as regards other astronomical methods. The statistical analysis points out that personal variations represent one fourth of the whole mean square error (m.s.e.) in time determinations. There is some positive linear correlation between the internal and external m.s.e., when the internal m.s.e. is greater than 7 ÷ 9 *ms*. This correlation is then utilised to emphasize the characteristics of external errors.

RIASSUNTO. — Vengono presi in esame i diversi metodi fisici ed astronomici impiegati per la determinazione della equazione personale nelle osservazioni di tempo. Si mostra che il metodo astronomico diretto (OPALSKY 1963; PROVERBIO 1964) fornisce prestazioni equivalenti ai metodi fisici e notevolmente superiore ad altri metodi astronomici. L'analisi statistica mostra che le variazioni personali costituiscono 1/4 dell'e.q.m. complessivo nelle osservazioni di tempo. Viene quindi messa in evidenza una interessante correlazione fra gli e.q.m. interni ed esterni per valori dell'e.q.m. interno superiore a 7 ÷ 9 *ms*. Questa correlazione viene in seguito utilizzata per analizzare il comportamento degli errori esterni.

1. - INTRODUZIONE

Le osservazioni meridiane di tempo, che trovano largo impiego in molte ricerche di carattere astrometrico e nelle determinazioni della longitudine assoluta o relativa, sono affette, come è noto, da notevoli errori di osservazione di carattere accidentale e sistematico. Questi errori limitano attualmente la precisione del passaggio in meridiano di *una stella* con strumenti visuali a qualche centesimo di secondo di tempo.

Le cause di questi errori sono molto complesse e vengono generalmente attribuite ad imperfezioni sia di carattere strumentale che dipendenti dallo stesso

(°) Ricevuta il 18 Luglio 1969.

osservatore. Tuttavia, sebbene non sia ancora del tutto chiaro se e quale delle due cause risulti preponderante rispetto all'altra, si deve constatare che, in generale nella letteratura, le ricerche tendenti a mettere in evidenza e determinare il valore e la eventuale variazione della cosiddetta *equazione personale* risultano come numero ed anche come risultati senza dubbio inferiori alle ricerche di carattere strumentale.

Ciò può essere dovuto alla maggiore difficoltà nello studio della equazione personale e forse anche al fatto che queste ricerche si ritengono a torto meno importanti. Lo scopo del presente lavoro è quello di tentare una valutazione quantitativa del peso che gli errori personali hanno nella determinazione della precisione delle osservazioni di tempo e nello stesso tempo di valutare le prestazioni dei diversi metodi a questo scopo impiegati. Poiché questi errori, come si è detto, presentano carattere accidentale e sistematico, uno studio degli errori personali dovrà in primo luogo cercare di separare, nell'analisi delle variazioni, gli effetti di tipo accidentale da quelli più propriamente sistematici, dipendenti dall'osservatore.

Per quanto riguarda le componenti cosiddette sistematiche sono qui intese le variazioni a lungo termine e cioè quelle che presentano carattere di accidentalità se riferite ad intervalli di tempo notevolmente estesi. Data la natura sostanzialmente diversa delle cause delle variazioni accidentali e sistematiche, ci siamo limitati in questo lavoro all'analisi degli errori del primo tipo rinviando ad un secondo tempo lo studio delle variazioni sistematiche dell'equazione personale in funzione del tempo.

I metodi per la determinazione dell'equazione personale sono sonstanzialmente tre. I metodi fisici, basati sull'impiego di particolari apparecchiature che simulano il passaggio in meridiano di una stella artificiale; il metodo astronomico diretto basato sulla contemporanea osservazione di una stella da parte di due o più osservatori (OPALSKY 1963; PROVERBIO 1964); ed il cosiddetto metodo indiretto, basato su osservazioni di tempo, contemporanee o no, da parte di più osservatori, con il quale l'equazione personale viene dedotta a posteriori dall'analisi delle correzioni osservate dell'orologio.

I metodi fisici permettono di determinare il valore assoluto dell'equazione personale, quelli astronomici diretti ed indiretti il valore relativo. Il valore assoluto dell'equazione personale può essere pure determinato con altri metodi astronomici di una certa complessità (PROVERBIO 1966); è tuttavia indispensabile fare rilevare che facendo uso di questi ultimi procedimenti l'equazione personale così dedotta risulta in effetti, come è noto, la somma della componente personale e di tutte le altre componenti che, come quella personale, introducono errori proporzionali a *sec* δ, per cui in ultima analisi a questi errori sarebbe più opportuno attribuire il nome di *equazione di collimazione*. La determinazione di questa equazione, indispensabile nelle ricerche di astrometria fondamentale, nulla ci dice però sull'effettivo importo della sola componente personale, che è l'oggetto di studio di questo lavoro, per cui l'analisi degli errori sarà qui ristretta oltre che ai metodi fisici ai soli metodi astronomici diretti ed indiretti.

2. - Analisi dei metodi fisici

La bibliografia scientifica relativa all'impiego dei metodi fisici è particolarmente povera. Negli ultimi dieci anni, un unico lavoro, dovuto a Steinert (1958) contiene dati utili ai fini della presente analisi. I dati delle equazioni personali degli osservatori *A-F* (Tabella I) si riferiscono ai risultati di misure effettuate con il comparatore connesso ad uno strumento dei passaggi Zeiss (AP 100/1000).

Nel lavoro citato si dà un certo numero n di valori delle equazioni personali ridotte all'equatore per il periodo da marzo a ottobre 1958. Sulla base di questi valori sono stati calcolati gli e.q.m. ($\overline{q_i}$) espressi in *ms*, che vanno quindi intesi come errori *esterni* (Tabella I).

Tabella I

i	A	B	C	D	E	F
n_i	3	4	3	3	4	5
$\overline{q_i}$	±11	±26	±11	±23	±11	±11

Se si esclude il valore $\overline{q_D}$ a causa di una apparente variazione sistematica dell'equazione personale dell'osservatore *D*, e l'errore $\overline{q_B}$ dovuto a variazioni anormali della stessa equazione, si può notare che l'errore assoluto esterno si mantiene costante per gli altri osservatori (± 11 *ms*). Questo valore può essere quindi considerato come errore accidentale *standard* caratteristico delle variazioni esterne della equazione personale assoluta e del metodo impiegato.

Il corrispondente valore dell'*e.q.m.* dell'equazione personale *relativa* a due osservatori risulta perciò,

$$^{*}\overline{q} = \pm\, 15{,}5 \ ms \ . \tag{1}$$

3. - La precisione interna ed esterna del metodo diretto

3.1 - La determinazione dell'equazione personale col metodo diretto consiste, come si è detto, nel confronto fra gli istanti del passaggio in meridiano di una stessa stella osservata simultaneamente da due o più osservatori. L'*e.q.m.* che caratterizza il valore medio di questa quantità dedotta dall'osservazione di un certo numero di stelle in una stessa sera, risulterà perciò la somma dell'effetto degli scarti accidentali dipendenti dalle variazioni dell'equazione personale durante l'osservazione di una stella (errore interno), e da quelli dipendenti invece dalle variazioni dell'equazione personale da una stella all'altra (errore esterno).

È solo ovvio sottolineare che le considerazioони svolte nel seguito, riguardanti l'analisi e le caratteristiche della precisione nelle determinazioni dell'equazione personale col metodo diretto, possono ritenersi rigorosamente valide anche se riferite all'osservazione di un passaggio in meridiano, con la sola avvertenza che gli *e.q.m.* saranno ridotti in tal caso del fattore $\sqrt{2}$.

Poiché le cause degli errori interni ed esterni presentano fra loro, come sarà meglio specificato, una certa dipendenza, sarebbe utile analizzare separatamente i due tipi di errori da esse dipendenti. Tuttavia gli errori esterni puri, a differenza di quelli interni, non possono determinarsi direttamente per cui si rende innanzitutto indispensabile l'analisi degli *e.q.m.* esterni globali, che sono quelli direttamente rilevabili dalle osservazioni di tempo. Nella Tabella II sono dati i valori degli *e.q.m.* ${}^{(h)}x'_k$, espressi in *ms*, riferiti al passaggio di una generica stella *i* in meridiano, ottenuti con diversi strumenti (h) e da diverse coppie di osservatori (*j-k*) e ricavati dai dati pubblicati in un recente lavoro (DE CONCINI e PROVERBIO 1969).

TABELLA II - Errori quadratici medi ${}^{(h)}x'_k$.

j-k \ h	1	2	3	4	5
1-2	±11.1	±19.0	±46.2	±51.8	±44.5
1-3	±24.8	±51.4	±27.3	±29.4	±22.1
2-3	±19.2	±28.1	±28.0	±44.8	±32.3
1-4	±23.6		±26.4	±15.5	
2-4	±40.8		±15.6		
3-4	±31.9		±18.9		
1-5	±19.2	±20.8	±29.4		±25.2
2-5	±24.5	±55.4	±72.5		±35.2
3-5	±42.9	±44.5	±19.6		±42.4
4-5	±65.9		±19.3	±63.0	

Chiamando ${}^{(h)}x_k$ la media quadratica rispetto ad h degli *e.q.m.* ${}^{(h)}x'_k$ delle equazioni personali relativi alle prime $n = j\text{-}k$ coppie di osservatori, ed ${}^{(h)}u_k$ la media quadratica degli *e.q.m.* ${}^{(h)}u'_k$ dell'osservazione del passaggio in meridiano di una stella per gli stessi osservatori, si avrà ovviamente,

$${}^{(h)}x_k^2 = \frac{1}{n}\left[{}^{(h)}x'^2_1 + {}^{(h)}x'^2_2 + \ldots + {}^{(h)}x'^2_{j-k}\right] = \frac{2}{n}\left[{}^{(h)}u'^2_1 + {}^{(h)}u'^2_2 + \ldots + {}^{(h)}u'^2_{j-k}\right] = 2\,{}^{(h)}u^2_k$$

essendo,

$${}^{(h)}u'^2_j + {}^{(h)}u'^2_k = {}^{(h)}x'^2_{j-k} \, .$$

Nella Tabella III sono dati i valori di ${}^{(h)}x_k$ relativamente ai primi tre osservatori, dei quali si dispongono i dati per tutti gli strumenti.

TABELLA III

h	1	2	3	4	5
${}^{(h)}x_k$	± 19.2	± 35.6	± 35.0	± 42.9	± 34.2

La variazione dell'e.q.m. da strumento a strumento rilevabile dalla Tabella III è tale da non potersi attribuire solo a cause accidentali ma a variazioni effettive della precisione intrinseca dei vari strumenti, in funzione naturalmente del gruppo di osservatori.

Questi dati sono quindi indicativi delle prestazioni che vari strumenti dei passaggi sono suscettibili di fornire nella determinazione dell'equazione personale col metodo diretto.

3.2 - I valori riportati nelle Tabelle II e III rappresentano gli errori esterni di osservazione nell'ambito di una stessa sera. In generale questi errori si considerano indipendenti dagli errori interni di osservazione tuttavia ciò non è rigorosamente vero. Nella Fig. 1 sono stati correlati gli errori esterni $\overline{x_k} = x'_k / \sqrt{n}$, dove n è il numero di stelle osservate dalle coppie di osservatori j-k, e quelli interni mediati m'_k, dedotti per mezzo della relazione,

$$m'^2_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (e^2_i + e^2_k)_i \cos^2 \delta_i \; ,$$

dove,

$$e^2_{j,k} = \frac{1}{s} \sum_{s=1}^{s} v^2_s \; , \qquad (e^2_j + e^2_k)_i = (m^2_k)_i$$

sono gli e.q.m. calcolati sulla base degli scarti v_s fra l'istante del passaggio medio osservato e quello corrispondente ad ogni singola coppia di appulsi del micrometro per una stella di declinazione δ_i.

L'esistenza di un legame lineare fra i due tipi di errore ci sembra non possa essere messo in dubbio (Fig. 1). Da ciò derivano alcune interessanti conseguenze, fra le quali il fatto che, a rigore, non è del tutto esatto considerare le componenti esterne come somma di quelle interne e di errori sistematici variabili da stella a stella. Dal diagramma di correlazione di Fig. 1 si può infatti derivare, nell'ipotesi di una dipendenza lineare, la seguente relazione empirica approssimata,

$$(2) \qquad m'_k = + 8{,}9 + 0.33\, \overline{x_k}, \qquad (\text{in } ms)$$

fra gli errori esterni $\bar{x}_k$ e quelli interni m'_k, dalla quale si deduce il risultato ovvio che anche in assenza di errori esterni l'errore medio interno m'_k risulta $\pm$ 8.9 ms. L'equazione reciproca della precedente, nella forma,

$$\bar{x}_k = 3m'_k - 27 \,, \qquad (\text{in } ms)$$

presenta un maggiore interesse.

Infatti operando in essa la sostituzione $x_k = \bar{x}_k \sqrt{n}$, dove $n = 12$ è il numero medio di stelle osservate in una sera, si ha:

$$x_k = 10{,}5\,(m'_k - 9) \,, \qquad (\text{in } ms) \tag{3}$$

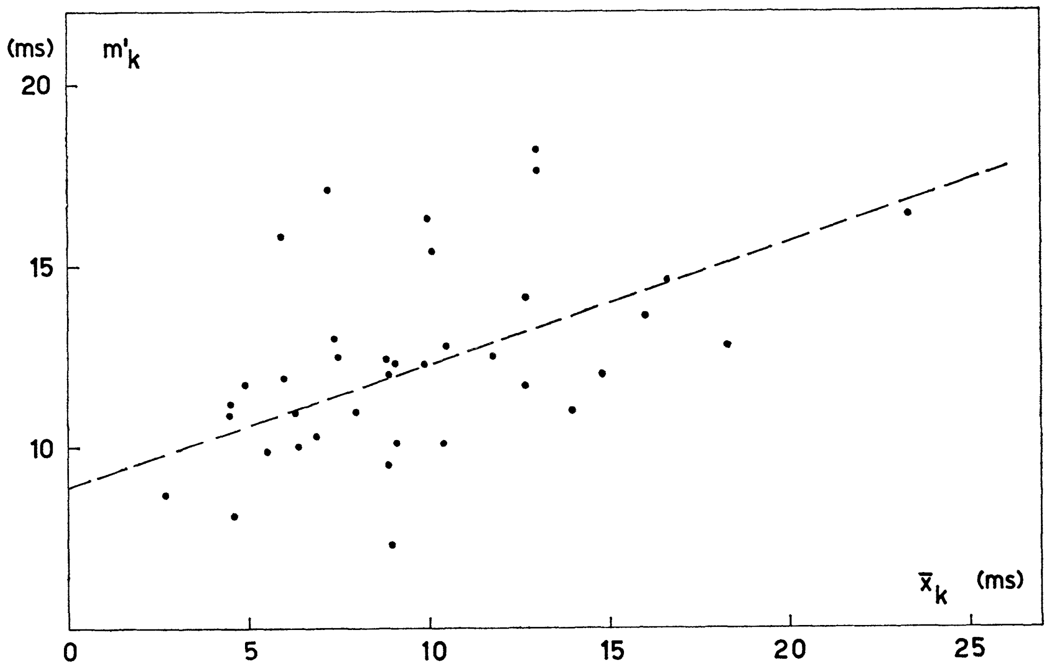

Fig. 1 - Correlazione fra gli errori esterni e quelli interni mediati.

il cui significato *statistico* è che si può supporre che solo nel caso in cui gli errori interni risultino piccoli ($m'_k \leqslant 9$ ms), si può ammettere l'indipendenza da questi degli errori esterni di osservazione.

Chiamiamo ora E_q il valore dell'equazione personale relativa ottenuta dall'osservazione di una generica stella i ed $\bar{E}_q$ il valore medio di E_q di una serata o di un gruppo di osservazioni. Dagli e.q.m. di queste quantità indicati in precedenza con m_k ed $\bar{x}_k$ sono stati calcolati gli e.q.m.,

$$\bar{e}^2_k = m^2_k + \bar{x}^2_k \,,$$

relativi alle quantità $|\bar{E}_q\text{-}E_q| = \Delta E$, che rappresentano, in valore assoluto, i residui di osservazione fra i singoli valori dell'equazione personale ed il loro valore medio serale. Anche queste quantità sono state messe in correlazione con gli

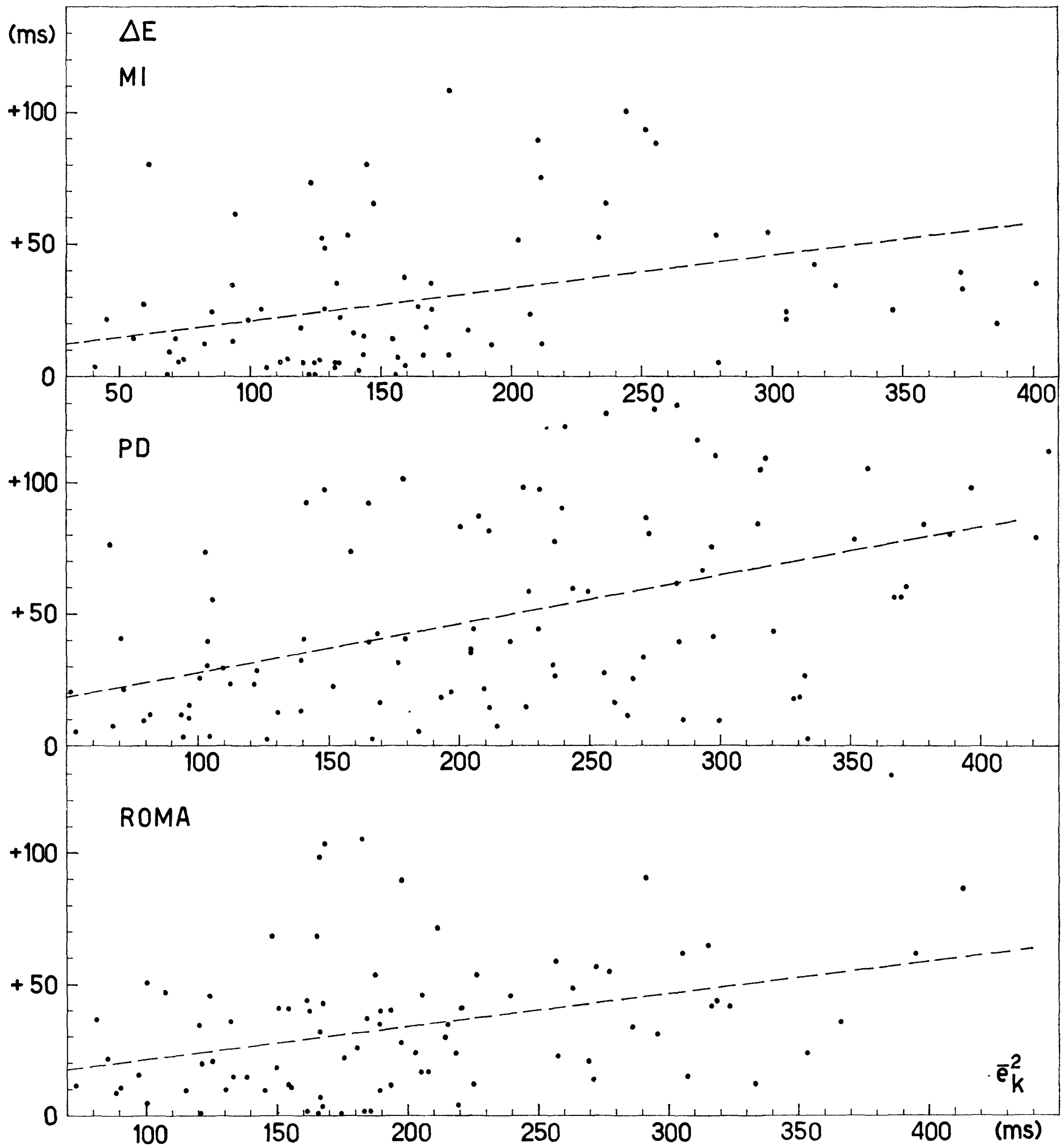

Fig. 2 - Correlazione fra ΔE e gli errori di ciascuna differenza ΔE.

errori interni di ogni singola stella m_k e con gli errori $\bar{e}_k$ proprio di ciascuna differenza ΔE.

Nelle Fig. 2 e 3 sono stati rappresentati i diagrammi di correlazione delle quantità sopra indicate separatamente per le osservazioni effettuate a Milano, Padova e Roma utilizzando i dati di osservazione ottenuti in occasione della

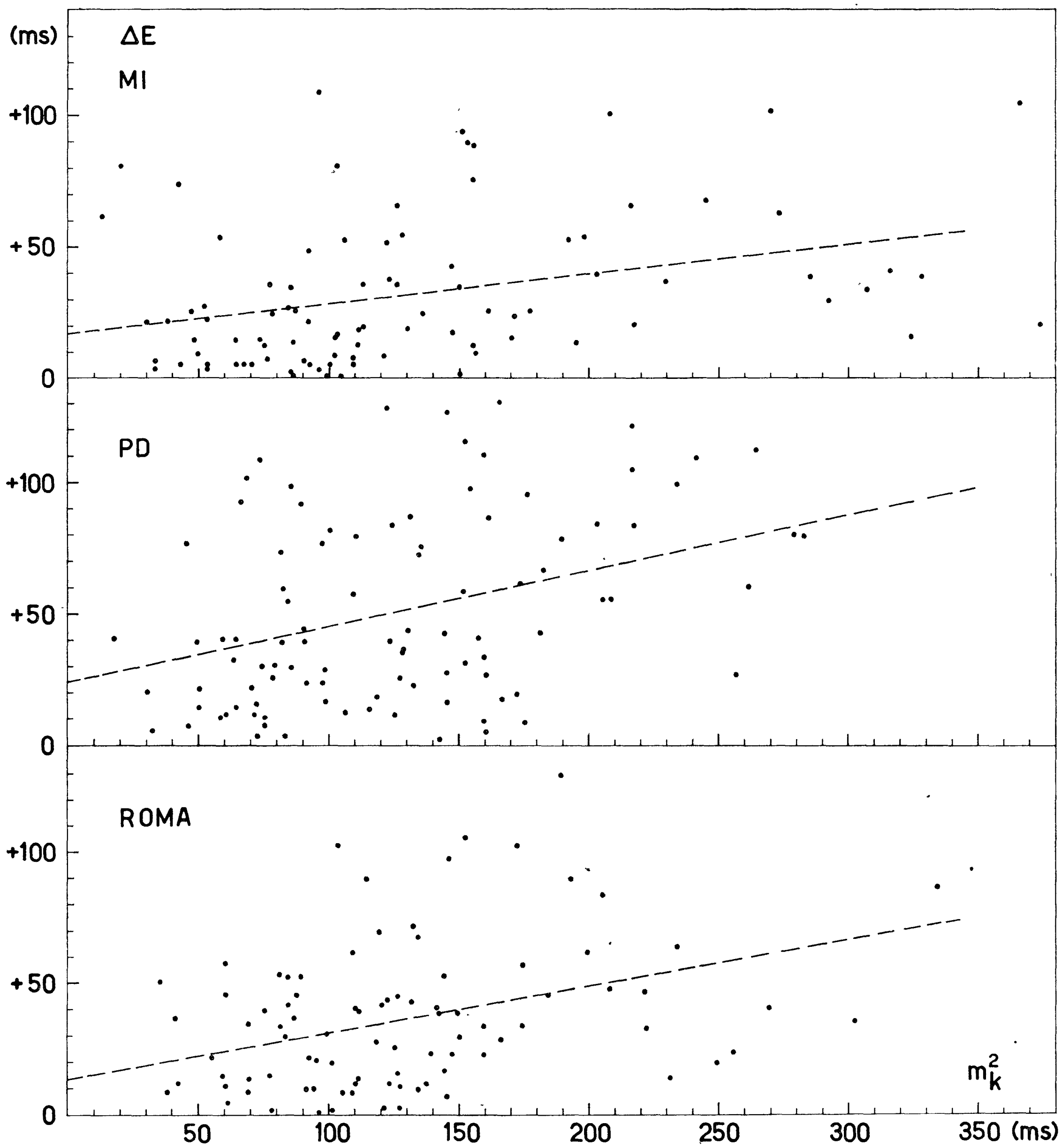

Fig. 3 - Correlazione fra ΔE e gli errori interni di ogni singola stella.

determinazione degli errori personali degli operatori partecipanti alla campagna nazionale delle longitudini (1967-1968).

I risultati anche in tal caso confermano l'esistenza di una relazione fra il parametro ΔE legato alla precisione esterna delle osservazioni e l'e.q.m. interno dell'osservazione di una equazione personale (e quindi di un passaggio stellare). I coefficienti delle rette di correlazione del tipo,

$$\Delta E_h = a'_1 + a''_1\, m^2_h \;,$$

$$\Delta E_h = a'_2 + a''_2\, \overline{e}^2_h \;,$$

sono riassunti nella Tabella IV.

TABELLA IV

h	a'$_1$ (ms)	a''$_1$	a'$_2$ (ms)	a''$_2$
1	+17	+0.11	+8	+0.13
2	+24	+0.21	+8	+0.19
3	+13	+0.18	+9	+0.13

4. - Analisi dei metodi diretti ed indiretti

4.1 - I metodi indiretti per la determinazione della equazione personale, utilizzano, come si è detto, i risultati delle osservazioni di tempo, cioè la conoscenza della correzione Δt_{ij} relativa ad una data stella i e ad un dato osservatore j. È necessario tuttavia che l'uso di questi dati sia basato su procedimenti rigorosi dal punto di vista teorico, in caso contrario i risultati non avrebbero alcun valore effettivo.

Impiegando nelle riduzioni delle osservazioni di tempo la equazione di Mayer la correzione osservata dell'orologio Δt_{ij} è data dalla nota formula,

$$\Delta t_{ij} = \alpha_i - t_{ij} - i_i\, I_i - k_{ij}\, K_i \;. \tag{4}$$

In questa l'istante del passaggio osservato t_{ij} e l'azimut osservato k_{ij} sono affetti da errori di osservazione ed in particolare quindi dall'errore dovuto all'*equazione di collimazione* e_{ij} dell'osservatore, che generalmente si suppone proporzionale a sec δ_i. Chiamando,

$$\overline{t}_{ij} = t_{ij} + e_{ij} \sec \delta_i \;, \tag{5}$$

il vero istante del passaggio, il vero azimut strumentale $\overline{k}$ dedotto dall'osservazione di una stella oraria (i) e da una stella di riferimento (r) potrà poi essere calcolato, a meno di errori accidentali, dalla relazione,

$$\overline{k}\,(K_i - K_r) = (\alpha_i - \overline{t}_i) - (\alpha_r - \overline{t}_r) - (i_i\, I_i - i_r\, I_r) \;,$$

mentre l'azimut osservato sarà dato da,

$$k_{ij}\,(K_i - K_r) = (\alpha_i - t_i) - (\alpha_r - t_r) - (i_i\, I_i - i_r\, I_r) \;.$$

Dalla differenza di queste ultime relazioni e tenendo conto della (2) si ottiene poi facilmente,

$$\bar{k} - k_{ij} = - \frac{e_{ij} \sec \delta_i - e_{ij} \sec \delta_r}{K_i - K_r} , \tag{6}$$

che dà la correzione dell'azimut osservato k_{ij} a causa degli errori dipendenti dall'equazione di collimazione. Dall'equazione di osservazione (4) e dall'analoga equazione che si ha dalla (4) sostituendo in essa ai valori osservati della correzione e dell'azimut quelli veri $\overline{\Delta t}$ e $\bar{k}$, si ha poi per l'errore di una determinazione di tempo, sempre a meno di errori accidentali,

$$\Delta t_{ij} - \overline{\Delta t} = e_{ij} \sec \delta_i - \frac{K_i}{K_i - K_r} (e_{ij} \sec \delta_i - e_{ri} \sec \delta_r) ,$$

da cui separando ora nell'equazione di collimazione il termine e_j dipendente dall'osservatore (equazione personale assoluta) da quelli ($e_{i,r}$) indipendenti da quest'ultimo (errori strumentali e di catalogo) si ottiene,

$$\Delta t_{ij} - \overline{\Delta t} = e_j \left(\sec \delta_r \frac{K_i}{K_i - K_r} - \sec \delta_i \frac{K_r}{K_i - K_r}\right) - e_i \sec \delta_i \frac{K_r}{K_i - K_r} + e_r \sec \delta_r \frac{K_i}{K_i - K_r} . \tag{7}$$

Nei metodi indiretti contemporanei, cioè basati sulla differenza delle correzioni Δt_{ij} ottenute da due osservatori ($j = 1, 2$) che hanno osservato la medesima stella i, l'equazione personale relativa può essere ottenuta indirettamente, dalla differenza di due equazioni del tipo (7), per mezzo della relazione,

$$\Delta t_{i1} - \Delta t_{12} = (e_1 - e_2) A (\delta_i, \delta_r) , \tag{8}$$

nella quale il valore della funzione,

$$A (\delta_i, \delta_r) = \sec \delta_r \frac{K_i}{K_i - K_r} - \sec \delta_i \frac{K_r}{K_i - K_r} ,$$

caratterizza il peso della quantità (e_1-e_2). Eseguendo le sostituzioni (δ_r-δ_i) = x, (φ-δ_r) = α, dove φ è la latitudine del luogo di osservazione la precedente può essere messa sotto forma,

$$A (\delta_i, \delta_r) = \sec \varphi \left[\cos \alpha + \sin \alpha \frac{\cos x - 1}{\sin x}\right] ,$$

che semplifica notevolmente lo studio della funzione stessa. Da essa si possono infatti dedurre i seguenti valori caratteristici della funzione $A (\delta_i, \delta_r)$:

$$x = 0, \quad \delta_r = \delta_i, \quad A = \cos \delta_r + \tan \varphi \sin \delta_r ,$$
$$x = -\alpha \quad \varphi = \delta_i, \quad A = \sec \varphi ,$$
$$\alpha = 0, \quad \varphi = \delta_r, \quad A = \sec \varphi .$$

Inoltre si può facilmente constatare che la derivata dA/dx risulta sempre $\neq 0$, crescente per $\delta_r > \varphi$, decrescente per $\delta_r < \varphi$, mentre avendosi $d^2A/dx^2 = 0$ per $x = 0$, cioè per $\delta_r = \delta_i$, in questo punto la funzione $A(\delta_i, \delta_r)$ presenta un flesso. Nella Fig. 4 sono dati i diagrammi della quantità $A(\delta_i, \delta_r)$ relativi alla latitudine $\varphi = 45°$, per $0° \leqslant \delta_i \leqslant 85°$ e per diversi valori della declinazione δ_r della stella di riferimento. Conoscendo il valore di $A(\delta_i, \delta_r)$, per mezzo della (8), è possibile determinare l'errore standard di una determinazione della equazione personale relativa, nell'ipotesi che sia noto l'e.q.m. $q_{ij}^{(1)}$ commesso nella determinazione della correzione Δt_{ij} per ogni singola stella.

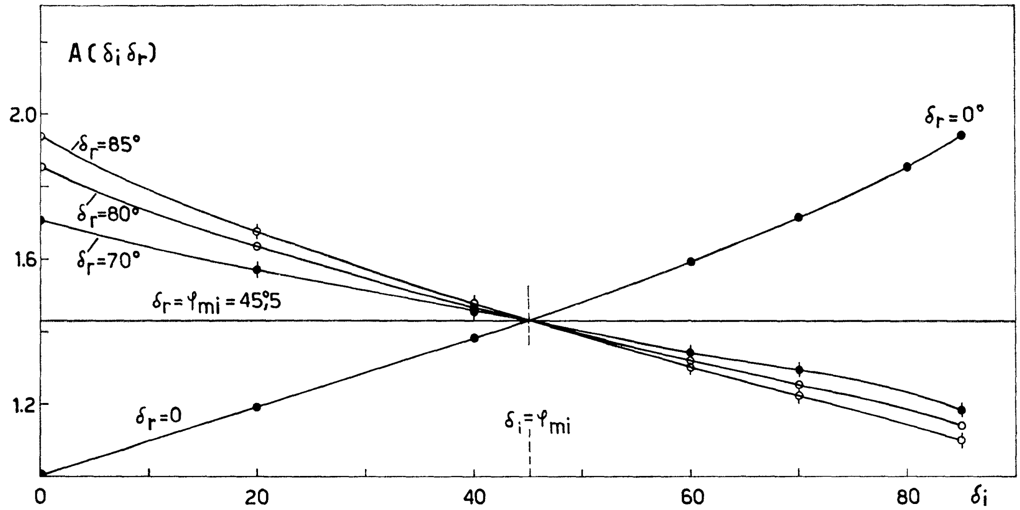

Fig. 4 - Diagrammi della quantità $A(\delta_i, \delta_r)$ relativi alla latitudine $\varphi = 45°$, per $0° \leqslant \delta_i \leqslant 85°$ e per diversi valori della declinazione δ_r.

Nella Tabella V sono dati i valori medi degli e.q.m. $q_{ij}^{(1)}$ relativi ai cinque osservatori *EP, CD, SM, GC, VI* espressi in *ms*. Questi e.q.m. si riferiscono alle osservazioni stellari effettuate a Milano ($\varphi = 45°.5$) e utilizzati per la determinazione dell'equazione personale con il metodo diretto, essi sono quindi particolarmente idonei ad un confronto fra i due metodi, diretto ed indiretto.

TABELLA V

j	$q_{ij}^{(1)}$
EP	±30
CD	±43
SM	±43
GC	±43
VI	±93

Il valore medio dell'e.q.m. $q_{ij}^{(1)}$ relativo agli osservatori *EP*, *CD*, *SM*, di cui faremo in seguito uso, risulta

(9) $$\overline{q_i}^{\,1)} = \pm 38,7 \ ms \ .$$

Con i dati della Tabella V sono stati calcolati: l'e.q.m. $q_{ij}^{(2)}$ della differenza (Δt_{ij}-Δt_{ik}) e, tenendo conto della (8), l'e.q.m. $q_{ij}^{(o)}$ dell'equazione personale relativa (e_j-e_k), dove (j, $k = 1$, 2, 3), per il quale si è introdotto il valore A (δ_i, δ_r)$=1{,}4$, in accordo col fatto che nel corso delle osservazioni le stelle orarie i sono state tutte praticamente circumzenitali (per Milano).

Tutte queste quantità per le varie coppie di osservatori, espresse in *ms*, sono raccolte nella Tabella VI, nella quale sono altresì dati i valori degli e.q.m. x'_{ij} dedotti dalle osservazioni delle equazioni personali effettuate a Milano col metodo diretto (Tabella II) e relativi al passaggio di una sola stella.

TABELLA VI

j-k	$q_{ij}^{(2)}$ (ms)	$q_{ij}^{(o)}$ (ms)	x'_{ji} (ms)
EP-CD	± 52	±37	±11
EP-SM	± 52	±37	±25
CD-SM	± 61	±44	±19
EP-GC	± 52	±37	±24
CD-GC	± 61	±44	±41
SM-GC	± 61	±44	±32
EP-VI	± 98	±70	±19
CD-VI	±102	±72	±25
SM-VI	±102	±72	±43
GC-VI	±102	±72	±66

Dalle medie aritmetiche dei valori $q_{ij}^{(o)}$ e x'_{ij} si ottiene rispettivamente

$$^{*}q_j = \pm 52{,}9, \qquad ^{*}x_j = \pm 30.5 \ ,$$

per tutti gli osservatori, e

(10) $$^{*}q_k = \pm 39{,}3, \qquad ^{*}x_k = \pm 18{,}3 \ ,$$

considerando invece i soli osservatori *EP*, *CD*, *SM*.

Tenendo conto che le quantità $^{*}x_j$ (o $^{*}x_k$) rappresentano fisicamente l'e.q.m. della determinazione dell'equazione personale relativa sulla base dell'accordo interno dei dati ottenuti col metodo diretto osservando diverse stelle, mentre le quantità $^{*}q_j$ (o $^{*}q_k$) danno l'e.q.m. ottenuto col metodo indiretto sulla base dell'accordo interno dei dati ricavati osservando le stesse stelle, se ne può dedurre che il primo metodo permette di ottenere valori dell'equazione personale relativa con una precisione pressoché *doppia* di quella ottenibile con osservazioni indirette contemporanee.

4.2 - Nel caso in cui le osservazioni non siano contemporanee il metodo indiretto diventa poi notevolmente impreciso e poco rappresentativo. Infatti sia nel caso che le osservazioni stellari siano effettuate da due osservatori nella stessa sera, che in sere diverse, la relazione (8) non è più utilizzabile, e, prescindendo dalla variazione della correzione vera Δt, il confronto può essere ottenuto solo sulla base di valori $[\Delta t]_j$ mediati su diverse stelle. Le differenze $[\Delta t]_j$-$[\Delta t]_k$ daranno valori tanto più significativi quanto più omogeneo sarà il materiale osservativo relativo ai due osservatori j e k, e quanto meno variabili risulteranno gli errori strumentali del tipo e_i ed e_r.

Utilizzando i dati di osservazione ottenuti in occasione della Campagna nazionale delle longitudini (1967-1968) relativi alle coppie di osservatori *GC-FS* a Roma, ed *SM-LM* a Napoli sono stati calcolati gli e.q.m. della differenza delle correzioni ΔT serale dell'orologio ottenute da ogni singolo osservatore osservando gruppi stellari diversi, contenenti in media 12 stelle. Gli e.q.m. così dedotti risultano $\pm$ 23 *ms* per la coppia di osservatori *GC-FS* (anni 1967-1968) e $\pm$ 27 *ms* per la coppia *SM-LM* (per l'anno 1967). L'errore dell'equazione personale ridotta all'osservazione di una singola coppia di stelle (una per ciascun osservatore) risulta in tal caso in media $\pm$ 88 *ms*, enormemente maggiore del valore medio degli e.q.m. relativi al metodo diretto ed anche al metodo indiretto con osservazioni contemporanee.

4.3 - Le considerazioni precedentemente svolte riguardanti gli e.q.m. di osservazione del passaggio di una stella, dedotti sulla base dell'accordo interno delle determinazioni dell'equazione personale col metodo diretto o con osservazioni indirette contemporanee, sono suscettibili di fornire interessanti indicazioni sull'importanza degli errori di carattere personale e strumentale sulle osservazioni di tempo (e di A. R.).

Infatti mentre la quantità $^*x_k$ data dalla (7) dipende solamente dall'accordo interno dei valori delle equazioni personali, direttamente dedotte dagli istanti medi dei passaggi osservati di una stella, e risulta quindi funzione *solamente* delle *variazioni* dell'equazione personale da una stella ad un'altra, la quantità $\overline{q_i}^{(1)}$ (relativa agli osservatori *EP*, *CD*, *SM*), data dalla (9), risulta affetta sia dalle variazioni dell'errore personale che dalle variazioni accidentali di tutti gli errori strumentali, in particolare dell'equazione di collimazione.

Poiché l'errore *esterno* accidentale dovuto alle variazioni dell'equazione personale relativa per il passaggio in meridiano di una stella, direttamente computabile dalla seconda delle (10), risulta:

$$^*\overline{x} = \pm\sqrt{\frac{(18,3)^2}{2}} = \pm\, 12,9 \; ms \; , \tag{11}$$

chiamando $\overline{y}$ l'e.q.m. dipendente dalle variazioni accidentali degli errori *strumentali* per un passaggio in meridiano, si trova,

$$[\overline{y}]^2 = [\overline{q^{(1)}}]^2 - [^*\overline{x}]^2 \; ,$$

da cui si ottiene $\bar{y} = \pm 36{,}5$ *ms*. Questo dato porta alla conclusione notevole che gli errori strumentali, relativi al materiale qui esaminato, costituiscono i 3/4 degli errori accidentali nelle osservazioni meridiane di un gruppo di stelle.

Considerando infine che l'errore esterno $^*x_k$ dato dalla (10), dipende esclusivamente dagli errori personali relativi, e che anche la quantità $^*\bar{q}$ che caratterizza l'errore esterno di una equazione personale relativa ottenuta con metodi fisici, dedotto dalla (1), si può ritenere invariante rispetto al tempo, possiamo concludere che questi due e.q.m. sono direttamente comparabili e che risultano dello *stesso ordine di grandezza.*

4.4 - L'analisi delle variazioni dell'equazione personale relativa ottenuta col metodo diretto, è suscettibile di portare un'ulteriore contributo alla conoscenza delle cause che stanno all'origine di questi errori. L'e.q.m. $^*x_k$ dato dalla (10) si può ritenere infatti costituito dalle variazioni dell'equazione personale dipendenti dagli scarti interni all'osservazione di ogni singola stella (errori personali interni), dovuti alla difficoltà di mantenere la stella perfettamente bisecata dal filo mobile del micrometro impersonale, e dalle variazioni dipendenti invece da una variazione dell'equazione personale da una stella all'altra, in funzione della diversa magnitudine, del tipo spettrale o più generalmente delle diverse condizioni psicofisiche dell'osservatore in occasione dell'osservazione di stelle successive.

Questa seconda componente, di notevole interesse, può essere dedotta nell'ipotesi che si conosca l'entità degli errori personali interni. Questi ultimi sono stati calcolati utilizzando i risultati di un recente lavoro (DE CONCINI et al. 1968), nel quale gli errori di osservazione interni sono stati ampiamente discussi.

Nella Tabella VII sono dati i valori degli e.q.m. relativi ad una sola coppia di contatti micrometrici di origine quasi esclusivamente personale ottenuti per mezzo della ben nota relazione di Albrecht (m'_i) e di una seconda formula che tiene altresì conto dell'effetto dell'agitazione atmosferica (m''_i). Nell'ultima colonna della stessa tabella sono invece indicati i valori degli e.q.m. espressi in *ms* relativi alla media di 30 appulsi (2 rivoluzioni del micrometro impersonale) ottenuti per mezzo della relazione,

$$m_i = \frac{m'_i + m''_i}{2\sqrt{2n}} \qquad (n = 15 \text{ appulsi})$$

TABELLA VII

i	m'ᵢ	m''ᵢ	mᵢ
EP	±46	±48	±4,3
CD	±47	±49	±4,4
SM	±73	±81	±7,0

Il valore medio della quantità m_i risulta: $\bar{m} = \pm 5,2$ *ms*, da cui si ha l'e.q.m.:

$$^*m_k = \pm 7,6 \ ms \, ,$$

corrispondente alla determinazione di un'equazione personale relativa in assenza di errori esterni di carattere personale. Quest'ultimo valore si trova in buon accordo col valore $m'_k = \pm 8,9$ *ms* tratto dalla (2) in assenza di errori esterni.

L'entità degli errori esterni puri, che chiamiamo z_k, e cioè degli errori x_k a meno della parte dovuta al contributo degli errori interni che possiamo ancora chiamare m'_k, risulteranno, per quanto detto in precedenza (§ 3.1), indipendenti da m'_k per m'_k sufficientemente piccolo. In tal caso essi potranno essere calcolati per mezzo dell'equazione,

$$z^2_z = x^2_k - m^2_k \, , \qquad \text{(in } ms) \, .$$

Per m_k invece superiore ad un determinato valore che possiamo ritenere caratterizzato dal valore medio della quantità m_i (in questo lavoro questo valore può essere ritenuto compreso fra $\pm$ 7,6 e $\pm$ 8,9) la precedente non è più idonea al calcolo di z_k perché sia x_k che z_k risultano funzione di m'_k. In questa ipotesi, tenendo conto della (3) il valore di z_k sarà dato dalla relazione,

$$z^2_k = 110 \, (m'_k - 9)^2 - m^2_k \, , \qquad \text{(in } ms^2) \, .$$

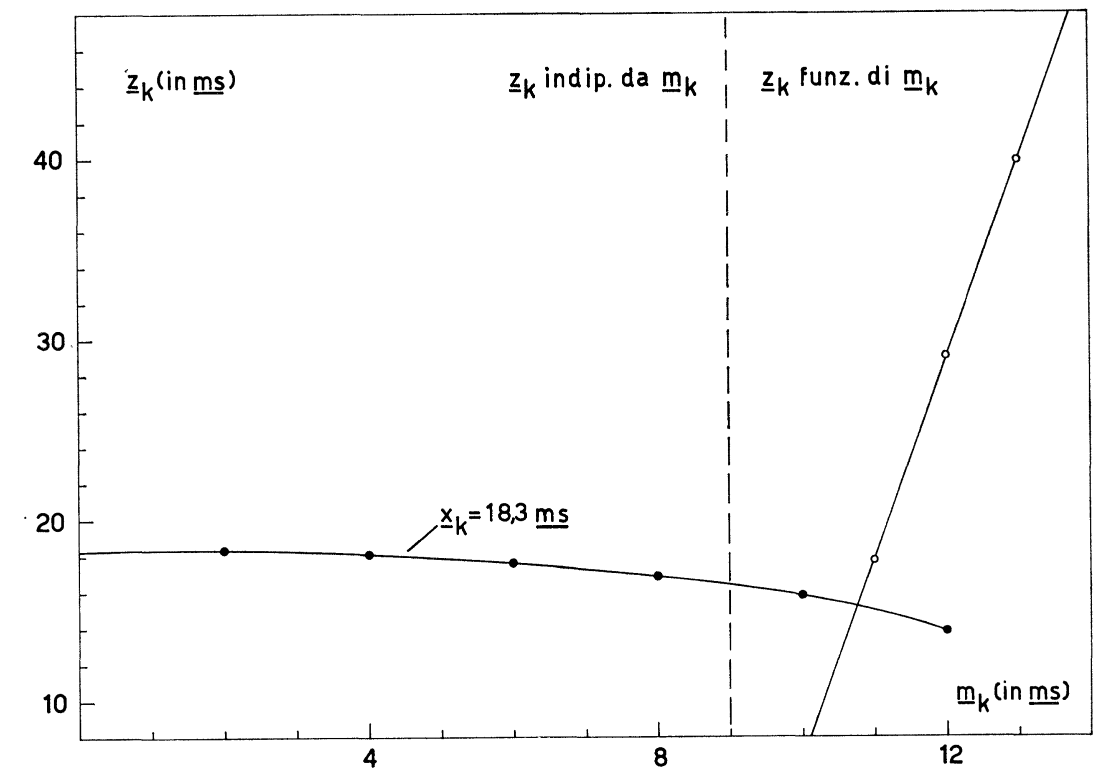

Fig. 5 - Diagramma delle due funzioni di z_k per $x_k = \pm$ 18.3 *ms*.

Nella Fig. 5 è rappresentato il diagramma delle due funzioni di z_k per $x_k = \pm\ 18.3\ ms$.

L'interpretazione di questa figura porta quindi a concludere che gli errori interni di osservazione hanno una notevole importanza nel determinare la precisione nelle osservazioni dell'equazione personale col metodo diretto e più in generale nelle osservazioni di tempo, ed è quindi indispensabile che in queste osservazioni si tenga conto non solo dell'esigenza di ridurre al minimo gli errori accidentali per cause strumentali ma altresì di rendere quanto più impersonali è possibile le osservazioni meridiane stesse.

BIBLIOGRAFIA

DE CONCINI, C., MANCUSO, S., PROVERBIO, E. 1968, *Contr. Oss. Astr. Capodimonte - Napoli*, VI, **2**.

DE CONCINI, C., PROVERBIO, E. 1969, *Boll. di Geod. e Sc. Aff.*, **3**.

OPALSKY, W. 1963, *Geodezja*, **13**, 10.

PROVERBIO, E. 1964, *Mem. SAIt*, **35**, 2.

PROVERBIO, E. 1966, *Mem. SAIt*, **37**, 2.

STEINERT, K. G. 1958-59, *Astron. Obser. Tech. Hochsch. Dresden*, Mitt. N. 1, **10**.