

# LO SPETTRO DELLA SUPERGIGANTE A2 I<sub>a</sub> $\nu$ CEPHEI E RICERCA DI UN MODELLO TEORICO

Nota di MARGHERITA HACK (\*)

(Osservatorio astronomico di Merate - Centro di astrofisica del C.N.R.)

RIASSUNTO. — Si studia lo spettro della supergigante A2 I<sub>a</sub>  $\nu$  Cephei allo scopo di conoscere le condizioni fisiche dell'atmosfera e confrontarle con quelle di stelle dello stesso tipo.

Il calcolo del profilo di  $H_{\delta}$  per un modello d'atmosfera di parametri  $\theta_0 = 0.6$ ,  $\log g = 2$  indica che l'atmosfera di  $\nu$  Cephei ben si adatta a questi valori.

La costruzione della curva di crescita porta a determinare una velocità di turbolenza di 13,7 km/sec. Dagli equilibri di ionizzazione del Fe I e Fe II e Cr I e Cr II si trova per la temperatura di ionizzazione un valore di 7600° K. Il confronto del numero di atomi di un dato elemento contenuti in una colonna di base 1 cm<sup>2</sup> e altezza eguale all'altezza dell'atmosfera della supergigante  $\nu$  Cephei, e della nana  $\alpha$  Lyrae indica che l'atmosfera di quest'ultima è circa 10 volte più opaca.

ABSTRACT. — The spectrum of the supergiant star A2 I<sub>a</sub>  $\nu$  Cephei is here studied in order to investigate the physical conditions in its atmosphere and compare them with those of stars of the same spectral type. The calculation of  $H_{\delta}$  contour for a model of atmosphere with parameters  $\theta_0 = 0.6$  and  $\log g = 2$  indicates that the atmosphere of  $\nu$  Cephei agrees with these values. The curve of growth gives a turbulence of 13,7 km/sec. The ionization equilibria for Fe I and Fe II, and Cr I and Cr II give for the ionization temperature a value of 7600° K.

The comparison of the number of atoms for a given element, in a column of 1 cm<sup>2</sup> base and height equae to the height of the atmosphere of the supergiant star  $\nu$  Cephei and for the dwarf star  $\alpha$  Lyrae indicates that the opacity of the dwarf star is about ten times greater.

$\nu$  Cephei è una supergigante A2 I<sub>a</sub> di grandezza apparente visuale 4.46. Il suo spettro è caratterizzato da numerose e sottili righe dei metalli ionizzati e dalla debole intensità delle righe di Balmer. La velocità di rotazione determinata da Slettebak <sup>(1)</sup> è minore di 25 km/sec.

Lo scopo della presente ricerca è di determinare le condizioni fisiche dell'atmosfera di  $\nu$  Cep e di confrontarle con i risultati già esistenti per altre stelle dei primi tipi A. Uno studio dettagliato di un certo numero di stelle dei tipi A0-A3 è interessante per le informazioni che può dare sulle abbondanze relative dell'idrogeno e del ferro, le cui righe sono particolarmente bene osservabili in questa classe, così come le stelle O e B ci possono informare sull'abbondanza relativa dell'idrogeno e dell'elio.

Tre spettrogrammi di  $\nu$  Cep sono stati presi dalla scrivente allo spettrografo Zeiss applicato al riflettore da 1 metro dell'Osservatorio di Me-

(\*) Ricevuta il 15 dicembre 1955.

rate. E' stata impiegata la camera media che dà una dispersione di 35 Å/mm ad  $H_{\gamma}$ . I dati d'osservazione sono riportati nella Tabella I.

I microfotogrammi sono stati eseguiti al microfotometro Moll dell'Osservatorio di Merate. Per la calibrazione delle lastre è stato impiegato il metodo già descritto in precedenti lavori (<sup>2</sup>).

TABELLA I

| Numero lastre | Spettro | Posa            | fenditura | tipo lastra  | data      |
|---------------|---------|-----------------|-----------|--------------|-----------|
| H 50          | 155     | 30 <sup>m</sup> | 40 $\mu$  | Ferrania Blu | 12/11/'54 |
| H 51          | 157     | 60              | »         | »            | 14/11/'54 |
| H 52          | 160     | 40              | »         | »            | 15/11/'54 |

L'identificazione delle righe è stata fatta servendosi delle tavole dei multipletti di C. Moore e confrontando le identificazioni fatte da Bunscombe (<sup>3</sup>) per  $\alpha$  Cygni.

Nella tabella II sono riportate le righe identificate divise per elementi e per multipletti, le larghezze equivalenti ed i valori  $Nf$  solari determinati da Allen (<sup>4</sup>), impiegati nella costruzione della curva di crescita.

TABELLA II

| 1       | 2   | 3    | 4      | 5    | 6  |
|---------|-----|------|--------|------|----|
| He I    |     |      |        |      |    |
| 4471.50 | 14  | 4.23 |        |      | bl |
| 4026.19 | 18  | 4.50 |        |      | bl |
| 4009.26 | 55  | 4.65 |        |      | bl |
| Mg II   |     |      |        |      |    |
| 4481.33 | } 4 | 3.61 | 1.21   | 8.83 |    |
| 13      |     |      | 1.41   |      |    |
| 4390.58 | 10  | 4.19 |        |      |    |
| Ca I    |     |      |        |      |    |
| 4226.73 | 2   | 4.42 | 5.30   | 0.00 |    |
| 4283.01 | 5   | 4.59 | 3.29   | 1.88 |    |
| Sc II   |     |      |        |      |    |
| 4246.83 | 7   | 4.43 | (3.20) | 0.31 | bl |
| 4400.35 | 14  | 4.14 | 2.70   | 0.60 | bl |
| 4325.01 | 15  | 4.13 | 3.03   | 0.69 |    |
| Ti I    |     |      |        |      |    |
| 4533.24 | 42  | 4.01 | 2.98   | 0.84 | bl |

segue tabella II

| 1       | 2   | 3    | 4      | 5    | 6  |
|---------|-----|------|--------|------|----|
| Ti II   |     |      |        |      |    |
| 4469.16 | 18  | 3.86 | —      | 1.08 | bl |
| 4395.03 | 19  | 3.89 | 3.31   | 1.08 |    |
| 4443.80 | 19  | 3.95 | 3.13   | 1.08 |    |
| 4287.89 | 20  | 4.45 | 2.15   | 1.08 |    |
| 4501.27 | 31  | 4.00 | 3.20   | 1.11 |    |
| 4468.49 | 31  | 4.09 | 3.18   | 1.13 | bl |
| 3913.46 | 34  | 4.07 | —      | 1.11 |    |
| 3900.55 | 34  | 4.02 | —      | 1.13 |    |
| 4470.86 | 40  | 4.23 | (1.85) | 1.16 | bl |
| 4301.93 | 41  | 4.08 | 2.89   | 1.16 |    |
| 4300.05 | 41  | 3.92 | —      | 1.18 | bl |
| 4290.22 | 41  | 4.14 | 3.01   | 1.16 | bl |
| 4563.77 | 50  | 4.05 | 3.09   | 1.22 |    |
| 4533.98 | 50  | 3.95 | —      | 1.23 | bl |
| 4399.77 | 51  | 4.21 | 2.84   | 1.23 | bl |
| 4571.97 | 82  | 4.01 | 3.28   | 1.56 |    |
| 4529.46 | 82  | 4.43 | 2.20   | 1.56 |    |
| 4028.33 | 87  | 4.30 | —      | 1.88 |    |
| 4367.66 | 104 | 4.46 | —      | 2.58 |    |
| 4171.90 | 105 | 4.19 | —      | 2.59 |    |
| 4163.64 | 105 | 4.26 | 2.60   | 2.58 |    |
| 4488.32 | 115 | 4.28 | (1.60) | 3.11 | bl |
| V II    |     |      |        |      |    |
| 3951.97 | 10  | 4.76 | —      | 1.47 |    |
| 4035.63 | 32  | 4.67 | —      | 1.79 |    |
| Cr I    |     |      |        |      |    |
| 4274.80 | 1   | 4.27 | (3.95) | 0.00 |    |
| Cr II   |     |      |        |      |    |
| 4051.97 | 19  | 4.60 | —      | —    | bl |
| 4284.21 | 31  | 4.18 | (2.00) | 3.85 |    |
| 4275.57 | 31  | 4.27 | —      | 3.84 |    |
| 4269.28 | 31  | 4.45 | (1.07) | 3.84 | bl |
| 4261.92 | 31  | 4.18 | (1.60) | 3.85 |    |
| 4242.38 | 31  | 4.06 | —      | 3.85 |    |
| 4565.78 | 39  | 4.29 | —      | 4.02 |    |
| 4555.02 | 44  | 3.89 | 1.31   | 4.05 | bl |
| 4558.66 | 44  | 3.94 | 2.17   | 4.06 |    |
| 4145.77 | 162 | 4.41 | (1.32) | 5.30 |    |
| Fe I    |     |      |        |      |    |
| 4461.65 | 2   | 4.39 | 3.28   | 0.09 |    |
| 3930.30 | 4   | 4.49 | [4.55] | 0.09 |    |
| 4177.60 | 18  | 4.08 | —      | 0.91 |    |
| 4325.76 | 42  | 4.43 | 4.81   | 1.60 |    |
| 4271.76 | 42  | 4.23 | 4.86   | 1.48 |    |
| 4071.74 | 43  | 4.31 | 4.86   | 1.60 |    |

segue tabella II

| 1       | 2         | 3    | 4      | 5    | 6  |
|---------|-----------|------|--------|------|----|
| Fe I    |           |      |        |      |    |
| 4063.60 | 43        | 4.43 | 5.00   | 1.55 |    |
| 4045.80 | 43        | 4.29 | 5.26   | 1.48 |    |
| 4494.57 | 68        | 4.54 | 3.53   | 2.19 |    |
| 4447.72 | 68        | 4.57 | 3.37   | 2.21 |    |
| 4282.41 | 71        | 4.70 | 3.35   | 2.17 |    |
| 4271.16 | 152       | 4.69 | 4.39   | 2.44 |    |
| 4260.48 | 152       | 4.56 | 4.72   | 2.39 | bl |
| 4235.94 | 152       | 4.88 | 4.31   | 2.41 |    |
| 4191.42 | 152       | 4.59 | 4.15   | 2.46 |    |
| 4187.80 | 152       | 4.55 | 4.16   | 2.41 |    |
| 4187.04 | 152       | 4.63 | 3.96   | 2.44 |    |
| 4466.56 | 350       | 4.46 | 3.40   | 2.82 |    |
| 4181.72 | 354       | 4.59 | 3.42   | 2.82 |    |
| 4134.68 | 357       | 4.67 | (3.30) | 2.82 |    |
| 4062.50 | 359       | 4.51 | 2.97   | 2.83 |    |
| 4358.50 | 412       | 4.57 | —      | 2.94 |    |
| 4160.56 | 419       | 4.42 | (0.98) | 2.94 |    |
| 4199.10 | 522       | 4.44 | (3.65) | 3.03 |    |
| 4238.02 | 689 e 696 | 4.75 | (2.85) | 3.40 |    |
| 4247.43 | 693       | 4.48 | (3.10) | 3.35 | bl |
| 4227.41 | 693       | 4.48 | (3.42) | 3.32 |    |
| 4195.38 | 693       | 4.59 | —      | 3.32 |    |
| 4157.79 | 695       | 4.62 | (3.10) | 3.40 | bl |
| Fe II   |           |      |        |      |    |
| 4124.79 | 22        | 4.67 | —      | 2.53 | bl |
| 4385.38 | 27        | 3.86 | 2.50   | 2.77 | bl |
| 4351.76 | 27        | 3.93 | —      | 2.69 |    |
| 4303.17 | 27        | 3.98 | 2.46   | 2.69 |    |
| 4273.32 | 27        | 4.16 | —      | 2.69 |    |
| 4233.17 | 27        | 3.66 | 2.63   | 2.57 | bl |
| 4173.45 | 27        | 3.93 | —      | 2.57 |    |
| 4296.57 | 28        | 4.02 | 2.26   | 2.69 |    |
| 4258.15 | 28        | 4.21 | —      | 2.69 |    |
| 4178.85 | 28        | 3.79 | 2.31   | 2.57 |    |
| 4122.64 | 28        | 4.27 | 1.86   | 2.57 |    |
| 4002.07 | 29        | 4.37 | (1.10) | 2.77 |    |
| 4582.83 | 37        | 3.86 | 1.57   | 2.83 | bl |
| 4555.89 | 37        | 3.86 | 2.43   | 2.82 | bl |
| 4520.22 | 37        | 3.93 | 2.37   | 2.79 |    |
| 4515.34 | 37        | 3.87 | 2.35   | 2.83 |    |
| 4491.40 | 37        | 3.99 | 2.10   | 2.84 |    |
| 4489.18 | 37        | 3.99 | 1.98   | 2.82 |    |
| 4472.92 | 37        | 4.15 | 1.55   | 2.83 |    |
| 4583.83 | 38        | 3.66 | 2.84   | 2.79 | bl |
| 4576.33 | 38        | 4.29 | 1.83   | 2.83 | bl |
| 4541.52 | 38        | 4.08 | 1.90   | 2.84 |    |
| 4522.62 | 38        | 3.84 | 2.86   | 2.83 |    |
| 4508.28 | 38        | 3.96 | 2.52   | 2.84 |    |
| 4024.55 | 127       | 4.26 |        |      |    |
| 4044.01 | 172       | 4.58 |        |      |    |
| 3935.94 | 173       | 4.41 | —      | 5.54 |    |
| 4446.25 | 187       | 4.37 |        |      |    |

segue tabella II.

| 1       | 2   | 3    | 4      | 5    | 6  |
|---------|-----|------|--------|------|----|
| Fe II   |     |      |        |      |    |
| 4057.46 | 212 | 4.73 |        |      | bl |
| 4455.26 | —   | 4.37 |        | 6.06 |    |
| 4451.54 | —   | 4.14 |        | 6.11 |    |
| 4357.57 |     | 4.37 |        | 6.06 |    |
| Ni II   |     |      |        |      |    |
| 4362.22 | 9   | 4.53 |        |      |    |
| 4015.50 | 12  | 4.57 | (0.60) | 4.01 |    |
| Sr II   |     |      |        |      |    |
| 4215.52 | 1   | 4.52 | 4.06   | 0.00 | bl |
| 4077.71 | 1   | 4.31 | 4.17   | 0.00 |    |

Note alla Tabella II

Colonna 1: lunghezze d'onda.

» 2: multipletto.

» 3:  $-\log \frac{A}{\lambda}$

» 4: Nf solari (Allen) (\*)

» 5: Potenziale di eccitazione.

» 6: righe blend.

(\*) I valori di Nf in parentesi tonda sono ricavati dalle tavole di interpolazione di Allen, impiegando le larghezze equivalenti date dallo stesso autore.

I valori di Nf in parentesi quadra sono ricavati utilizzando le larghezze equivalenti dedotte dalle intensità di Rowland per mezzo delle tavole di riduzione di Mulders.

#### LE RIGHE DELL'IDROGENO.

Malgrado il suo tipo spettrale non sia più avanzato che A2 o A3, come attesta anche la debole intensità della  $K$  del Ca II, le profondità centrali delle righe dell'idrogeno, che possono considerarsi poco o punto influenzate dall'effetto strumentale, sono assai grandi, 0.68 per  $H\beta$ , 0.85 per  $H\gamma$ , 0.88 per  $H\delta$  (vedi tabella III). E' probabile che il minor valore della profondità centrale per  $H\beta$  non sia reale ma strumentale, dovuto alla minor dispersione dello spettrografo.

Poichè la discontinuità di Balmer  $D$  è data da Chalonge e Divan <sup>(5)</sup>, si può impiegare questo valore e il valore della profondità centrale  $R_c$  per determinare il numero di atomi di idrogeno neutro nello stato eccitato 2, che si trovano in una colonna di base 1 cm<sup>2</sup> e altezza eguale all'altezza efficace dell'atmosfera,  $h$ , applicando la formula di Minnaert

$$\log N_{0,2} h = 16,86 - \log \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_c} \right)$$

con  $R = 1 - 10^{-D}$ .

Poichè  $D = 0.35$ ,  $R = 0.56$ , e prendendo per  $R_c$  il valore 0.85 abbiamo

$$\log N_{02} h = 17.06.$$

Per risalire da questo valore al numero totale di atomi di idrogeno presenti sopra la fotosfera si ricorre alle formule di Boltzmann e Saha, ma è necessario assumere un valore medio della temperatura e della pressione elettronica, relativi a tutta l'atmosfera.

Quando si conosca la temperatura, la pressione elettronica può ricavarsi dalla densità elettronica, tramite la legge dei gas. Ora, come è noto, un valore della densità elettronica  $N_e$  è dato dalla formula di Holtzmark, impiegando i valori delle larghezze equivalenti della  $H\beta$ ,  $H\gamma$ ,  $H\delta$ , che sono riportati nella Tabella III, insieme ai corrispondenti valori di  $N_e$ . Si ha in media

$$\log N_e = 13.30.$$

Non è possibile impiegare la formula di Inglis e Teller non avendo dati sul numero di righe osservabili della serie di Balmer. I nostri spettri si arrestano praticamente a 3800 Å.

Vedremo in seguito come si possa trovare il valore della temperatura di ionizzazione per mezzo delle abbondanze relative del Fe I e Fe II e del Cr I e Cr II. Per ora ci limiteremo a calcolare il numero totale di atomi di idrogeno, introducendo nella formula di Saha un valore della temperatura eguale a 10000° K, corrispondente cioè alla temperatura effettiva di una stella di tipo A 1, secondo la relazione di Kuiper (<sup>6</sup>), e un valore della temperatura eguale a 7600° K e cioè eguale alla temperatura di ionizzazione ricavata dagli equilibri di ionizzazione del Fe I e Fe II e Cr I e Cr II. Si trova

$$\begin{array}{ll} \log Nh = 22.88 & \text{per } T = 10.000^\circ \text{ K e } \log P_e = 1.44 \\ \log Nh = 13.11 & \text{per } T = 7.600^\circ \text{ K e } \log P_e = 1.33 \end{array}$$

TABELLA III

| riga       | A    | $R_c$               | $\log N_e$ |
|------------|------|---------------------|------------|
| H $\beta$  | 4.7  | 0.68                | 13.05      |
| H $\gamma$ | 5.3  | 0.85                | 13.43      |
| H $\delta$ | 4.5  | 0.88                | 13.33      |
| H + H7     | 6.1  | 0.88(H7)<br>0.91(H) |            |
| K          | 1.65 | 0.90                |            |
| H8         | 4.9  | 0.86                |            |

L'incertezza nella scelta del valore di  $T$  e conseguentemente di  $P_e$  dipende dall'incertezza su quali siano gli strati effettivamente più efficaci

alla formazione delle righe dell'idrogeno, e quindi quale sia il valore più probabile da adottare per  $T$ . Una decisione può essere presa calcolando un certo numero di modelli per l'atmosfera di  $\nu$  Cep, variando convenientemente i parametri  $\theta_0$  e  $g$  entro valori presumibili in relazione al suo tipo spettrale e classe di luminosità, e confrontando poi il profilo di una riga dell'idrogeno coi profili calcolati. Dato il carattere di supergigante indicato dalle caratteristiche spettrali, per  $\log g$  si sono presi i valori 1.5; 2.0; 2.5 e  $\theta_0 = 0.6$  corrispondente ad una temperatura effettiva di 10000°K. E' stato calcolato il profilo della  $H\delta$  per la quale le osservazioni sono più sicure che per la  $H\beta$  e per la  $H\gamma$ , a causa della maggior dispersione. E' stata inoltre calcolata anche la discontinuità di Balmer.

Per l'intensità restante  $r(\Delta\lambda)$  in un punto a distanza  $\Delta\lambda$  dal centro della riga abbiamo

$$r = \frac{F(\Delta\lambda)}{F_c}$$

dove  $F(\Delta\lambda)$  è il flusso uscente alla distanza  $\Delta\lambda$  dal centro della riga e  $F_c$  è il flusso continuo nelle immediate vicinanze della riga.

Se è possibile ammettere che la riga si formi per assorbimento vero, la funzione sorgente  $S$  è data dalla funzione di Planck  $B_\nu$  e quindi avremo

$$(1) \quad r = \frac{\int_0^\infty B_\nu(t) E_2(t) dt}{\int_0^\infty B_\nu(\tau_\lambda) E_2(\tau_\lambda) d\tau_\lambda}$$

dove  $\tau_\lambda$  indica la profondità ottica nel continuo immediatamente adiacente alla riga e  $t$  la profondità ottica nella riga, e precisamente

$$dt = (l_\nu + k_\lambda) dx = (1 + \eta) d\tau_\lambda$$

con  $\eta = \frac{l_\nu}{k_\lambda}$ , rapporto fra il coefficiente d'assorbimento della riga e il coefficiente d'assorbimento continuo.  $k_\lambda$  è dato dalle tavole di Vitense (<sup>7</sup>), mentre  $l_\nu = N_{02} \alpha_\nu$ , con  $N_{02}$  numero di atomi di idrogeno neutro nello stato eccitato 2, per grammo di materia stellare, e  $\alpha_\nu$  coefficiente d'assorbimento per atomo.

Data la grande prevalenza dell'effetto Stark sulle altre cause di assorbimento (<sup>8</sup>) si è tenuto conto solo di questo nel calcolo di  $\alpha_\nu$ . Si ha perciò per  $H_\delta$

$$l_\nu = N (1 - X_H) 10^{-10.15} \cdot 321 \cdot 0.322 \cdot 10^{-16} \frac{P_e}{T} (\Delta\lambda)^{-5/2}$$

con  $N$  numero totale di atomi di idrogeno, per grammo di materia stellare. Poniamo  $N = 4.19 \cdot 10^{23}$  (<sup>9</sup>).

Sebbene il forte valore della profondità centrale delle righe di Balmer faccia pensare che probabilmente non è accettabile l'ipotesi che esse si formino per assorbimento vero, si è dapprima proceduto al calcolo del profilo impiegando la (1), che si calcola rapidamente per mezzo della formula di Reiz (<sup>10</sup>) e si ottiene così un indice dei valori  $\theta_0$  e  $g$  del modello che si adattano meglio all'atmosfera di  $\nu$  Cep. Si trova  $\theta_0 = 0.6$  e  $\log g = 2$ . Si passa poi alla determinazione delle percentuali in cui assorbimento vero e diffusione contribuiscono.

Posto  $l_\nu = a + s$ , indicando con  $a$  ed  $s$  i coefficienti per assorbimento vero e per diffusione, potremo scrivere

$$s = (1 - \epsilon) l,$$

con  $\epsilon$  compreso fra 0 e 1. Per  $\epsilon = 1$  avremo quindi  $s = 0$  e la riga si forma per assorbimento vero; per  $\epsilon = 0$  la riga si forma esclusivamente per diffusione.

La formula di Strömngren (<sup>11</sup>), (<sup>12</sup>) per il calcolo di  $r$ , nel caso che  $\eta$  si mantenga costante con la profondità ottica, per  $r = r_c$  e quindi  $\eta \rightarrow \infty$  permette di determinare  $\epsilon$  partendo dal valore osservato di  $r_c$ . Si ha

$$(2) \quad r_c = 1 - R_c = \frac{2}{\frac{4}{3} \sqrt{3} + \frac{1}{2} \frac{x_0}{n}} \frac{\frac{4}{3} \sqrt{3} \epsilon}{1 + \sqrt{\epsilon}}$$

$$\text{dove } n = \frac{k\lambda}{k}, \quad x_0 = \frac{h\nu}{kT_0} (1 - e^{-\frac{h\nu}{kT_0}})^{-1}$$

Le osservazioni danno  $r_c = 0.15$ ; per  $T_0 = 8600^\circ$  K si ha  $x_0 = 4.3$ . Il valore  $n$  del rapporto fra il coefficiente continuo a  $\lambda$  4100 e l'opacità varia poco con la profondità ottica e specialmente limitandosi a profondità ottiche minori di 2 si può benissimo ammettere per esso un valore costante  $n = 0.5$ .

La (2) dà allora  $\epsilon = 0.08$ , e cioè un valore più vicino alla pura diffusione ( $\epsilon = 0$ ) che al puro assorbimento vero ( $\epsilon = 1$ ).

Per tener conto della diffusione occorre calcolare la funzione sorgente  $S$ . Si integra perciò l'equazione

$$S = \frac{1 + \epsilon \eta}{1 + \eta} B + \frac{1}{2} \frac{\eta (1 - \epsilon)}{1 + \eta} \int_0^\infty E_1(t - t) S(t) dt$$

per mezzo del metodo di Strömngren di iterazione (<sup>13</sup>). Non è possibile calcolare l'intensità restante nella riga nell'ipotesi  $\eta =$  costante con la pro-



fondità ottica, impiegando il più rapido metodo pure introdotto da Ström-gren <sup>(11)</sup>, poichè  $\eta$  varia da 1 a 13 nell'intervallo di profondità ottiche medie 0,0-3.

Data la lunghezza del procedimento ci siamo limitati a calcolare i punti del profilo di  $H\delta$  dati nella tabella IV. L'accordo che si ottiene coi valori osservati è discreto. Non ha senso cercare di ottenere una maggior precisione poichè non conoscendo con esattezza nè la temperatura effettiva nè la gravità, si possono ottenere gli stessi valori per  $r$  sia variando leggermente l'una chè l'altra. Inoltre non sappiamo con precisione quale importanza abbia sul gradiente di temperatura il trasporto di calore per convezione, nella zona convettiva. Il calcolo della discontinuità di Balmer mostra che questo modo di trasporto non è trascurabile. Infatti per  $\theta_0 = 0.6$ ,  $\log g = 2$  la discontinuità calcolata, ammettendo che il trasporto del calore avvenga esclusivamente per radiazione, è 0.42, mentre quella calcolata, ammettendo che nella zona convettiva il trasporto avvenga esclusivamente per convezione è 0.27, e il valore osservato è come

TABELLA IV

Modello d'atmosfera per  $\nu$  Cephei -  $\theta_0 = 0.6$ ,  $\log g = 2$ .

| $\tau$ | $\vartheta$ | $\log P$ | $\log P_e$ | $\frac{k_{4100}}{k}$ | $\eta \Delta \lambda^{5/2}$ |
|--------|-------------|----------|------------|----------------------|-----------------------------|
| 0.00   | 0.600       |          |            |                      |                             |
| 0.05   | 0.589       | 1.02     | 0.60       |                      | 1.8                         |
| 0.10   | 0.579       | 1.25     | 0.75       | 0.42                 | 3.1                         |
| 0.20   | 0.562       | 1.44     | 0.95       | 0.40                 | 6.0                         |
| 0.30   | 0.547       | 1.55     | 1.10       | 0.40                 | 7.5                         |
| 0.50   | 0.522       | 1.70     | 1.30       | 0.38                 | 8.5                         |
| 0.70   | 0.502       | 1.80     | 1.45       | 0.42                 | 10                          |
| 1.0    | 0.477       | 1.90     | 1.55       | 0.45                 | 13                          |
| 1.5    | 0.447       | 2.05     | 1.70       | 0.52                 | 13                          |
| 2.0    | 0.424       | 2.13     | 1.78       | 0.57                 | 13                          |
| 3.0    | 0.392       | 2.30     | 1.95       | 0.72                 | 12                          |

Profilo  $H\delta$  per  $\theta_0 = 0.6$ ,  $\log g = 2$ .

| $\Delta \lambda$ | $r$<br>$\epsilon = 1$ | $r$<br>$\epsilon = 0.08$ | $r$<br>oss. |
|------------------|-----------------------|--------------------------|-------------|
| 0.0              |                       | 0.15                     | 0.15        |
| 0.5              | 0.42                  |                          | 0.20        |
| 1.0              | 0.48                  | 0.38                     | 0.37        |
| 2.0              | 0.63                  | 0.58                     | 0.60        |
| 5.0              | 0.91                  | 0.86                     | 0.88        |
| 10.0             |                       |                          | 0.98        |

abbiamo già detto 0.35. Per  $\log g = 1.5$  i due valori di  $D$  sono rispettivamente 0.38 e 0.32, ma le profondità calcolate per  $H\delta$  risultano in tutti i

casi troppo piccole, mentre per  $\log g > 2.5$  la riga risulta tutta troppo più intensa.

La  $H\delta$  è stata calcolata solo per il modello radiativo. Se si tenesse conto anche della percentuale di calore trasportata per convezione si troverebbe che il flusso nelle parti centrali della riga resterebbe invariato, poichè a causa della grande opacità intervengono solo gli strati più superficiali in equilibrio radiativo. Il flusso nel continuo verrebbe invece ridotto per la diminuzione del gradiente di temperatura causata dal trasporto per convezione. Nelle ali l'effetto si ridurrebbe gradatamente. Ammettendo che il gradiente sia la media fra quello radiativo e quello adiabatico il massimo effetto che si avrebbe per  $\Delta\lambda < 2\text{ \AA}$  sarebbe di ridurre le profondità nel rapporto 1.15 circa, e l'accordo con l'osservazione sarebbe di nuovo raggiunto per un valore di  $\log g$  non superiore a 2.5. Si può in conclusione assumere come valori più probabili dei parametri che caratterizzano l'atmosfera di  $\nu$  Cep  $\theta_0 = 0.6$ , corrispondente ad una temperatura effettiva di circa  $10000^\circ\text{ K}$ , e  $\log g$  compreso fra 2 e 2.5.

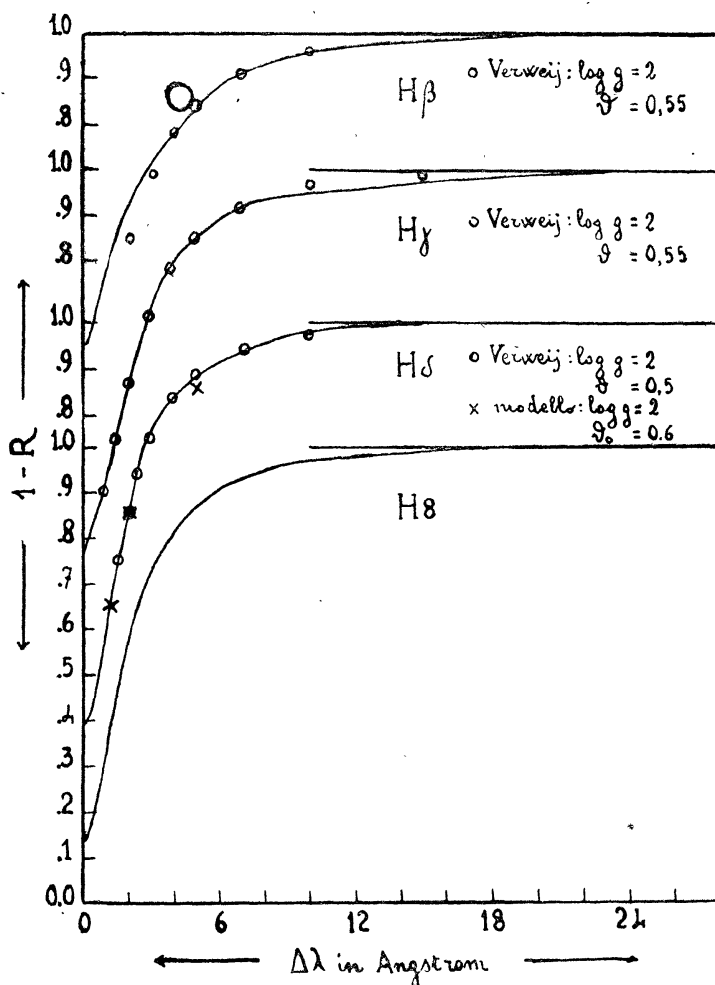


Fig. 1

Poichè la variazione di  $\eta$  in funzione di  $\bar{\tau}$  (Tabella IV) indica che gli strati che più contribuiscono all'assorbimento selettivo dell'idrogeno sono a profondità ottiche maggiori di 0.20 si può ammettere che la temperatura media degli strati in cui si formano le righe della serie di Balmer sia più vicina alla temperatura effettiva che alla temperatura di ionizzazione delle righe metalliche.

Quindi anche per il numero totale di atomi di idrogeno presenti in una colonna di base  $1 \text{ cm}^2$  e altezza  $h$  eguale all'altezza efficace dell'atmosfera si assume come più probabile il valore

$$\log Nh = 22,88$$

e quindi  $\log P_e = 1.44$ .

Anche il confronto dei profili osservati coi profili calcolati da Verweij (<sup>14</sup>) (nell'ipotesi però che la temperatura si mantenga costante entro tutta l'atmosfera) indica un ottimo accordo della  $H\beta$  e  $H\gamma$  per  $\log g = 2$  e  $\theta = 0.55$ , e di  $H\delta$  per  $\log g = 2$  e  $\theta = 0.5$  (fig. 1). Il valore di  $\theta$  in questo caso, essendo stato assunto da Verweij che la temperatura si mantenga costante, rappresenta la temperatura degli strati che più contribuiscono alla formazione della riga e quindi proprio la temperatura che a noi interessa introdurre nella formula di Saha per calcolare il numero totale di atomi di  $H$  presenti sopra la fotosfera. Questo confronto conferma quindi in pieno i risultati già trovati dal calcolo del modello di atmosfera.

#### CURVA DI CRESCENZA.

Gli spettri del Fe II, Ti II e Fe I presentano un discreto numero di righe poco o punto blend, provenienti dallo stesso livello inferiore di eccitazione, che hanno reso possibile la costruzione della curva di crescita.

Mediante traslazioni lungo l'asse delle ascisse dei vari rami relativi a una stessa famiglia di multipletti si costruisce la curva di crescita empirica; dal confronto di questa con la curva di crescita teorica si ricavano col solito procedimento la velocità di turbolenza e le abbondanze relative rispetto al Sole (fig. 2).

*Turbolenza.* — Per la velocità di agitazione degli atomi si trova  $v = 13,8 \text{ km/sec}$  e poichè per  $T = 10000^\circ \text{ K}$  la velocità termica  $v_T$  per gli atomi di Fe, Cr e Ti è di  $1,8 \text{ km/sec}$ , si ha per la velocità di turbolenza  $\xi_T = 13,7 \text{ km/sec}$ . Velocità di quest'ordine di grandezza sono già state riscontrate in altre supergiganti dello stesso tipo, come  $\alpha$  Cygni e 6 Cassiopeiae.

*Smorzamento.* — Il ramo della curva di crescita per  $\nu$  Cep abbraccia solo la fine del ramo Doppler e il tratto pianeggiante; non è così possibile stimare il valore della costante di smorzamento.

*Temperatura di eccitazione.* — Benchè si disponesse di 4 gruppi di righe del Fe I di potenziali compresi fra 1.50 e 3.35 e V, la determinazione della temperatura di eccitazione si è mostrata impossibile sia per il piccolo intervallo minore di 2 V abbracciato dai potenziali di eccitazione dei vari gruppi, ma soprattutto perchè le righe di uno stesso gruppo hanno circa la stessa intensità e quindi non permettono di costruire un ramo ben definito della curva di crescita e quindi di determinare con sufficiente precisione la traslazione rispetto alla curva teorica. D'altra parte le righe del Fe II e Ti II che danno luogo a due rami ben definiti, provengono tutte da livelli di eguale potenziale di eccitazione.

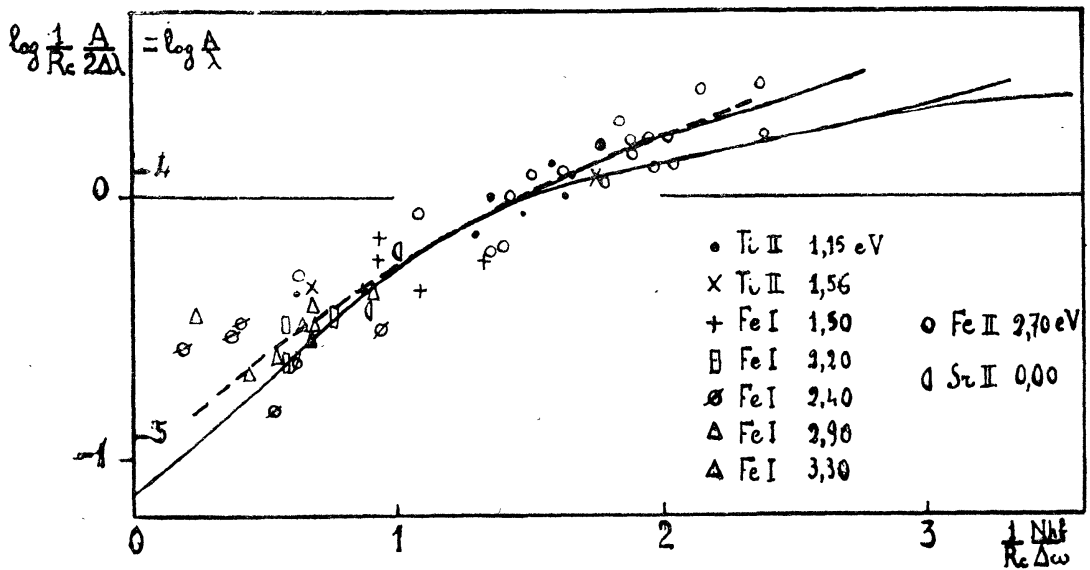


Fig. 2

*Temperature di ionizzazione e abbondanze relative al Sole.* — Per le differenze nelle traslazioni orizzontali da dare ai rami costituenti le curve di crescita stellare e solare, per riportarle sulla curva teorica, abbiamo

$$\Delta_* - \Delta_{\odot} = \log \frac{N_{rs*} h_*}{R_{c*} \Delta \omega_*} - \log \frac{N_{rs\odot} h_{\odot}}{R_{c\odot} \Delta \omega_{\odot}}$$

da cui

$$\log \frac{N_{rs*} h_*}{N_{rs\odot} h_{\odot}} = \Delta_* - \Delta_{\odot} + \log \frac{\Delta \omega_{\odot}}{\Delta \omega_*}$$

$$(R_{c*} \approx R_{c\odot}).$$

Il confronto delle velocità di agitazione (turbolenza e termica) della stella e del Sole dà

$$\log \frac{\Delta \omega_*}{\Delta \omega_{\odot}} = \log \frac{V_*}{V_{\odot}} = 1.01.$$

Per elementi le cui righe siano presenti in due consecutivi stati di ionizzazione, e per cui sia stato possibile determinare per ambedue gli stati di ionizzazione le differenze  $\Delta_* - \Delta_{\odot}$ , si può, tramite la legge di Saha, ricavare il valore della temperatura di ionizzazione, se la pressione elettronica è nota.

Nella tabella V sono riportati i valori delle abbondanze relative al Sole.

TABELLA V

| Elemento | $\chi_{r,s}$ | $\log \frac{N_{rs*} h_*}{N_{rs\odot} h_{\odot}}$ | peso (*) |
|----------|--------------|--|----------|
| Ca I     | 0.00         | - 3.39   | 1        |
| Sc II    | 0.59         | - 0.59   | 1        |
| Ti II    | 1.30         | - 0.51   | 11       |
| Cr I     | 0.00         | - 1.77   | 1        |
| Cr II    | 3.85         | + 0.75   | 3        |
| Fe I     | 1.50         | - 2.89   | 5        |
| »        | 2.20         | - 1.63   | 3        |
| »        | 2.40         | - 2.63   | 6        |
| »        | 2.90         | - 1.39   | 7        |
| »        | 3.35         | - 1.29   | 3        |
| Fe II    | 2.70         | + 0.63   | 18       |
| Ni II    | 4.01         | + 1.17   | 1        |
| Sr II    | 0.00         | - 2.15   | 2        |

(\*) numero di righe che sono servite alla determinazione.

Nella formula di Saha esprimiamo il numero totale di atomi in un dato stato di ionizzazione, in funzione del numero di atomi in quello stato di ionizzazione e nello stato di eccitazione le cui righe sono direttamente osservabili. Dal confronto delle due relazioni così ottenute, relative alla stella e al Sole, abbiamo

$$(3) \quad \log \frac{N_{r+1,s*}}{N_{r+1,s\odot}} - \log \frac{N_{r,s'*}}{N_{r,s'\odot}} = (\vartheta_* - \vartheta_{\odot}) (\chi_{r,s'} - \chi_{r+1,s} - \chi_r) + \\ + 25 \log \frac{T_*}{T_{\odot}} - \log \frac{P_{e*}}{P_{e\odot}}$$

Il primo membro si calcola per mezzo dei valori della tabella V. Nel secondo si introducono un valore di  $T_*$  e corrispondentemente di  $\vartheta_*$  e si ricava  $P_e$ . Si varia  $T_*$  fino ad ottenere un valore di  $P_e$  che dia un valore di  $N_e$  in accordo con quello ricavato dalla formula di Holtsmark.

Per  $T_{\odot}$  e  $P_{e\odot}$  si sono presi valori <sup>(15)</sup>  $T_{\text{ion}} = 5675^{\circ} \text{K}$   $\log P_e = 1,51$ . La (3) è stata applicata al Fe II e al Fe I, e al Cr II e al Cr I. I risultati per  $\vartheta$  e  $\log N_e$  sono dati in tabella VI.

TABELLA VI

| elemento | $\chi_{r,s}$ | $\phi$ | $\log N_e$ | $\log P_e$ | peso |
|----------|--------------|--------|------------|------------|------|
| Cr I     | 0.00         | 0.7    | 13.27      | 1.27       | 1    |
| Cr II    | 3.85         |        |            |            |      |
| Fe I     | 1.50         | 0.6    | 13.01      | 1.07       | 5    |
| Fe II    | 2.70         |        |            |            |      |
| Fe I     | 2.20         | 0.7    | 13.12      | 1.12       | 4    |
| Fe II    | 2.70         |        |            |            |      |
| Fe I     | 2.40         | 0.6    | 13.01      | 1.07       | 4    |
| Fe II    | 2.70         |        |            |            |      |
| Fe I     | 2.90         | 0.7    | 13.22      | 1.22       | 7    |
| Fe II    | 2.70         |        |            |            |      |
| Fe I     | 3.35         | 0.7    | 13.24      | 1.24       | 3    |
| Fe II    | 2.70         |        |            |            |      |
|          |              | 0.66   | 13.12      | 1.15       |      |

Un valore di  $T$  un po' minore di  $7600^\circ$  K porterebbe a coincidere i valori di  $\log N_e$  ricavati dalla formula di Saha e da quella di Holtmark. Non ha significato cercare la perfetta coincidenza poichè le righe metalliche e dell'idrogeno non si formano, negli stessi strati. E' probabile come abbiamo visto, che le righe metalliche si formino in strati superiori con densità elettronica, temperatura e pressione minori di quelli in cui si formano le righe dell'idrogeno. Da questi risultati si può comunque dire che la temperatura di ionizzazione data dalle righe del Fe I e Fe II, e del Cr I e Cr II è dell'ordine di  $8000^\circ$  K e quindi inferiore anche al valore di  $8600^\circ$  K assunto per la temperatura superficiale, nel calcolo di un modello che rendesse conto dei profili osservati per la  $H\delta$ . Si ritrova ancora una volta un comportamento comune a molte stelle: la temperatura indicata dalle righe dell'idrogeno risulta sempre più alta di quella fornita dalle righe metalliche, e in misura tale da poter difficilmente attribuire tale discordanza solo al fatto che le righe dell'idrogeno si formano prevalentemente in strati più profondi, mentre quelle metalliche si formerebbero proprio in superficie. Questo fenomeno si può spiegare ricorrendo a ipotesi di inomogeneità di temperatura nell'atmosfera e scostamento dalle condizioni di equilibrio termico, per cui valgono rigorosamente le leggi di Boltzmann e Saha.

Il numero totale di atomi presenti nell'atmosfera in una colonna di  $1 \text{ cm}^2$  di base, ricavato dai dati della tabella V per mezzo delle leggi di Boltzmann e Saha, quando si assuma per le rispettive abbondanze solari i dati di Wright (<sup>16</sup>) è riportato nella Tabella VII, per i soli elementi per cui la determinazione è abbastanza sicura. Il rapporto H/Fe (in numero di atomi) è trovato eguale a 10000.

## CONFRONTO CON ALTRE STELLE DI TIPO A.

E' interessante un breve confronto con le supergiganti dello stesso tipo  $\alpha$  Cygni (<sup>3</sup>) e 6 Cassiopeiae (<sup>17</sup>) e con le nane  $\alpha$  Canis Majoris (<sup>18</sup>),  $\gamma$  Geminorum (<sup>18</sup>) e  $\alpha$  Lyrae (<sup>19</sup>). Nella tabella VII e VIII sono raccolti i principali dati sulle loro atmosfere.

TABELLA VII

| log Nh | $\nu$ Cep | 6 Cas | $\alpha$ Lyr |
|--------|-----------|-------|--------------|
| H      | 22.88     | 23.7  | 22.54        |
| Ti     | 15.15     | 15.7  | 14.91        |
| Cr     | 16.93     | 16.3  | 15.83        |
| Fe     | 18.95     | 18.3  | 17.34        |

TABELLA VIII

| stella       | spettro | H $\beta$ |                | H $\gamma$ |                | H $\delta$ |                | K   |                | D    | $\xi_T$ | log Pe<br>(H) |
|--------------|---------|-----------|----------------|------------|----------------|------------|----------------|-----|----------------|------|---------|---------------|
|              |         | A         | R <sub>c</sub> | A          | R <sub>c</sub> | A          | R <sub>c</sub> | A   | R <sub>c</sub> |      |         |               |
| $\nu$ Cep    | A2 Ia   | 4.7       | 0.68           | 5.3        | 0.85           | 4.5        | 0.88           | 1.6 | 0.89           | 0.35 | 13,7    | 1.4           |
| $\alpha$ Cyg | A2 Ia   | 2.7       | 0.50           | 2.7        | 0.73           | 2.7        | 0.77           | 1.4 | —              | 0.36 | 13      | — 0.3         |
| 6 Cas        | A3 Ia   | 1.0       | 0.32           | 1.7        | 0.50           | 1.6        | 0.55           | 1.4 | 0.80           | 0.37 | 16      | 0.2           |
| $\alpha$ CMa | A1 V    |           | 0.92           |            | 0.81           |            | 0.92           |     |                | 0.50 | 2       | 2.0           |
| $\gamma$ Gem | A0 IV   |           |                |            | 0.70           |            | 0.70           | 1.1 |                | 0.54 | 2       | 2.0           |
| $\alpha$ Lyr | A0 V    | 16        | 0.84           | 16         | 0.84           | 15         | 0.83           | 0.7 |                | 0.52 |         | 3.0           |

Tanto per  $\nu$  Cep che per  $\alpha$  Cyg e 6 Cas i valori della turbolenza ricavati dalla curva di crescita sono dello stesso ordine di grandezza, 15 km/sec; per le nane invece la turbolenza è eguale o inferiore ai 2 km/sec.

La pressione elettronica media ricavata dalle righe dell'idrogeno è di un ordine di grandezza più bassa per  $\alpha$  Cyg e 6 Cas che per  $\nu$  Cep; le larghezze equivalenti delle righe della serie di Balmer, 3.5 volte meno intense in 6 Cas, e 1.7 volte meno intense in  $\alpha$  Cyg che in  $\nu$  Cep, indicano infatti la presenza in quest'ultima di un più forte campo elettrico e cioè di una maggiore densità elettronica. Malgrado tutte e tre siano classificate come appartenenti alla classe Ia, la dispersione nelle grandezze assolute è forte. La relazione di Petrie (<sup>20</sup>) fra larghezza equivalente e grandezza assoluta dà risultati in accordo con quelli che si ricavano dalle parallassi date dal catalogo di Schlesinger (<sup>21</sup>) e precisamente: 6 Cas  $M_v = -7$ ;  $\alpha$  Cyg  $M_v = -5$ ;  $\nu$  Cep  $M_v = -2.5$ . Anche il confronto dei

profili osservati con quelli calcolati per le righe di Balmer indica che la gravità superficiale è 10 volte più grande in  $\nu$  Cep che in 6 Cas.

Le profondità centrali per  $\nu$  Cep sono nettamente maggiori che per 6 Cas e per  $\alpha$  Cyg. Le relativamente piccole profondità centrali di 6 Cas sono probabilmente dovute ad una componente in emissione. Infatti 6 Cas presenta la  $H\alpha$  in emissione; e il valore di  $R_c$  cresce progressivamente da  $H\beta$  ad  $H 10$ , fino a raggiungere il valore  $R_c = 0.68$ . Anche  $\alpha$  Cyg presenta la  $H\alpha$  in emissione e  $H\beta$  è notevolmente meno profonda delle altre. Le profondità centrali di  $\nu$  Cep sono dello stesso ordine di quelle delle due nane  $\alpha$  C Ma e  $\alpha$  Lyr, mentre per  $\gamma$  Gem si hanno valori leggermente più bassi.

L'inomogeneità delle fonti da cui sono tratti questi risultati non dovrebbe avere troppa influenza nel caso di righe forti come quelle della serie di Balmer.

Per quello che riguarda l'opacità, (Tabella IX) confrontiamo il numero di atomi contenuti in una colonna di base  $1 \text{ cm}^2$  e altezza rispettivamente eguale all'altezza dell'atmosfera di  $\nu$  Cep e di  $\alpha$  Lyr.

TABELLA IX

| Elemento | $\log \frac{Nh_{\nu \text{ Cep}}}{Nh_{\alpha \text{ Lyr}}}$ |
|----------|---|
| H        | 0.4   |
| Ti       | 0.2   |
| Cr       | 1.1   |
| Fe       | 1.6   |

In media si ha perciò che l'atmosfera di  $\nu$  Cep è circa 10 volte più trasparente di quella di  $\alpha$  Lyr (naturalmente nell'ipotesi che la composizione chimica sia la stessa). Il rapporto delle opacità per due stelle di temperatura effettiva  $10000^\circ \text{ K}$  e  $\log g$  rispettivamente eguale a 2 e a 4.3 ( $\alpha$  Lyr) <sup>(19)</sup> è eguale a 6.5. Quindi anche il valore dell'opacità osservata conferma il valore della gravità precedentemente trovato per  $\nu$  Cep. Per 6 Cas il numero di atomi di idrogeno presenti nell'atmosfera indica una trasparenza 6 volte più grande che in  $\nu$  Cep; i dati relativi a Ti, Cr e Fe indicherebbero invece circa la stessa opacità. E' però possibile che la determinazione del numero di atomi di idrogeno, a mezzo della formula di Minnaert, risenta del fatto che le profondità centrali  $R_c$  che entrano nella formula, siano falsate dalla presenza di componenti in emissione. Ammettendo per 6 Cas una profondità centrale un po' maggiore di quella realmente osservata la differenza si ridurrebbe notevolmente.



## BIBLIOGRAFIA

- (1) Slettebak - Ap. J. **119** 146 (1954).
- (2) Hack - Contr. Oss. Astr. Milano-Merate, n. 60 (1955).
- (3) Buscombe - Ap. J. **114** 73 (1951).
- (4) Allen - Comm. Sol. Obs. n. 5 e 6 (1934-35).
- (5) Chalonge e Divan - Ann. Astroph. **15** 201 (1952).
- (6) Kuiper - Ap. J. **38** 429 (1938).
- (7) Vitense - Z. f. Ap. **28** 81 (1950).
- (8) Aller - Astrophysics Ronald Press Company. New York (1953) pag. 312.
- (9) Aller - Astrophysics Ronald Press Company. New York (1953) pag. 313.
- (10) Aller - Astrophysics Ronald Press Company. New York (1953) pag. 204.
- (11) Strömgren - Ap. J. **86** 1 (1937).
- (12) Aller - Ap. J. **114** 52 (1951).
- (13) Aller - Astrophysics-Ronald Press Company. New York (1953) pag. 267.
- (14) Verweij - Publ. Astr. Inst. Amsterdam, n. 5 (1936).
- (15) Unsöld - Z. f. Ap. **24** 307 (1948).
- (16) Wright - Publ. Victoria, **8** 1 (1951).
- (17) Hack - Mem. S.A.I. **25** 481 (1954).
- (18) Aller - Ap. J. **96** 321 (1942).
- (19) Hunger - Z. f. Ap. **36** 42 (1955).
- (20) Petrie - Publ. Victoria **8** 253 (1951).
- (21) Schlesinger - General Catalogue of stellar parallaxes. Yale Un. Obs (1935).