

CONTRIBUTI
DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE
a cura del Direttore
Prof. FRANCESCO ZAGAR

NUOVA SERIE

N. 239

CARLO DE CONCINI - EDOARDO PROVERBIO

★

Determinazione unilaterale della differenza
di longitudine tra Milano (Brera) e Solferino
e valutazione critica dei metodi di riduzione

Estratto dal *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*
Rivista dell'Istituto Geografico Militare
Anno XXIV - N. 4 - Ottobre - Novembre - Dicembre 1965

CONTRIBUTI
DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE
a cura del Direttore
Prof. FRANCESCO ZAGAR

NUOVA SERIE

N. 239

CARLO DE CONCINI - EDOARDO PROVERBIO

★

Determinazione unilaterale della differenza
di longitudine tra Milano (Brera) e Solferino
e valutazione critica dei metodi di riduzione

Estratto dal *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*

Rivista dell'Istituto Geografico Militare

Anno XXIV - N. 4 - Ottobre - Novembre - Dicembre 1965

Determinazione unilaterale della differenza di longitudine tra Milano (Brera) e Solferino e valutazione critica dei metodi di riduzione

CARLO DE CONCINI, EDOARDO PROVERBIO

Sommario. — Vengono elaborate le osservazioni astronomiche eseguite a Brera e a Solferino nell'autunno del 1963 per determinare le longitudini delle due stazioni da Greenwich e la corrispondente differenza.

L'analisi critica dei metodi di riduzione porta alle seguenti conclusioni. Nell'interpolazione delle correzioni ΔT^* dell'orologio ottenute per via astronomica, per ridurle agli istanti di ricezione dei segnali orari, il metodo grafico è preferibile a quello analitico.

Le differenze sistematiche degli errori personali e strumentali rilevabili dai dati di osservazione sono in ottimo accordo con quelle ottenute in una determinazione specifica eseguita prime delle operazioni di campagna.

L'eliminazione di detti errori, porta per la longitudine di Solferino rispetto al sistema del TU2 di Brera, al seguente valore conclusivo :

$$\Delta \lambda = - 5^m 28^s.643 \pm 0^s.001$$

DÉTERMINATION UNILATÉRALE DE LA DIFFÉRENCE DE LONGITUDE ENTRE MILANO (BRERA) ET SOLFERINO, ET ÉVALUATION CRITIQUE DES MÉTHODES DE RÉDUCTION.

Résumé : Les observations astronomiques faites à Brera et Solferino dans l'automne 1963, pour déterminer les longitudes des deux stations de Greenwich et la différence correspondante, ont été élaborées.

L'analyse critique des méthodes de réduction porte aux suivantes conclusions. Dans l'interpolation des corrections ΔT^* de l'horloge obtenues par voie astronomique, pour les réduire aux instants de réception des signaux horaires, la méthode graphique est préférable à celle analytique.

Les différences systématiques des erreurs personnelles et instrumentales, qui peuvent être relevées des données d'observation, son en bon accord avec celles obtenues dans une détermination spécifique faite avant les opérations de campagne.

L'élimination de ces erreurs donne, pour la longitude de Solferino en comparaison du système du TU2 de Brera, à la suivante valeur conclusive :

$$\Delta \lambda = - 5^m 28^s.643 \pm 0^s.001$$

UNILATERAL DETERMINATION OF THE DIFFERENCE OF LONGITUDE BETWEEN MILAN (BRERA) AND SOLFERINO, AND CRITICAL EVALUATION OF THE REDUCTION METHODS.

Summary : The astronomic observations made at Brera and Solferino, in the Autumn 1963, in order to determine the longitudes of the two stations from Greenwich and the corresponding difference, have been elaborated in this article.

A critical analysis of the reduction methods brings to the following conclusions. In the interpolation of the corrections ΔT^* of the clock, obtained by astronomical observations, in order to reduce them to the instants of reception of the time-signals, the graphic method is preferable to the analytical one.

The systematic differences of the personal and instrumental errors, which can be noticed from the observation data, are in very good accordance with those obtained in a specific determination carried out before country operations.

The elimination of these errors brings to the following conclusive value for the longitude of Solferino in respect of the TU₂ system of Brera:

$$\Delta \lambda = - 5^m 28^s.643 \pm 0^s.001$$

EINSEITIGE BESTIMMUNG DER LÄNGENDIFFERENZ ZWISCHEN MAILAND (BRERA) UND SOLFERINO SOWIE KRITISCHE SCHÄTZUNG DER REDUKTIONSMETHODEN.

Zusammenfassung. — Es werden die astronomischen Beobachtungen ausgearbeitet, die im Herbst 1963 in Brera und Solferino ausgeführt wurden, um die Längen beider Stationen von Greenwich sowie die entsprechende Differenz zu bestimmen.

Die kritische Analyse der Reduktionsmethoden gibt den folgenden Schluss.

Die graphische Methode ist der analytischen bei der Interpolation ΔT^* der astronomisch erhaltenen Uhrverbesserung vorziehbar, um sie auf die Zeit zeichenangaben zu reduzieren.

Die systematischen Unterschiede der Beobachtungs- und Instrumentenfehler, aus den Beobachtungsgrößen erhaltbar, einigen sich völlig mit denen, die bei einer vor den Feldunternehmungen ausgeführten spezifischen Bestimmung erhalten wurden.

Die Ausscheidung der besagten Fehler bringt für die Solferinlänge in bezug auf das TU₂ System von Brera diesem abschliessenden Wert:

$$\Delta \lambda = - 5^m 28^s.643 \pm 0^s.001$$

DETERMINACION UNILATERAL DE LA DIFERENCIA DE LONGITUD ENTRE MILAN (BRERA) Y SOLFERINO Y VALUACION CRITICA DE LOS METODOS DE REDUCCION.

Sumario. — Vienen elaboradas las observaciones astronómicas efectuadas en Brera y en Solferino en el otoño de 1963 para determinar las longitudes de las dos estaciones de Greenwich y la relativa diferencia.

El análisis crítico de los métodos de reducción lleva a las siguientes conclusiones. En la interpolación de las correcciones ΔT^* del reloj logradas por vía astronómica, para reducirlas a los instantes de recepción de los señales horarios, el método gráfico se prefiere al analítico.

Las diferencias sistemáticas de los errores personales e instrumentales que se pueden relavar de los datos de observación están optimamente de acuerdo con aquéllas obtenidas en una determinación particular efectuada antes de las operaciones de campo. La eliminación de dichos errores, lleva por la longitudud de Solferino con respecto al sistema del TU₂ de Brera, al siguiente valor conclusivo:

$$\Delta \lambda = - 5^m 28^s.643 \pm 6^s.001$$

I. — LE OSSERVAZIONI ASTRONOMICHE.

I.1. — La misurazione della differenza di Longitudine fra il punto trigonometrico di Solferino e l'Osservatorio di Brera in Milano, venne effettuata la prima volta nel 1892. Da quanto risulta dal processo verbale della Comm. Geod. Ital.^[1] unica fonte che ci è stato possibile reperire, fu usato il metodo bilaterale, però con solo scambio di osservatori nelle due stazioni e con determinazione degli errori personali fatta prima e dopo le operazioni. L'evidente preoccupazione di eliminare

per quanto possibile l'equazione personale era giustificata dal fatto che gli strumenti usati non erano ancora dotati del micrometro impersonale e quindi si riteneva che gli errori personali assumessero un aspetto preminente rispetto agli altri errori di natura sistematica.

La differenza di longitudine conclusa per Solferino rispetto a Brera ottenuta da nove serate di osservazioni fu la seguente :

$$- 5^m 28^s.613 \pm 0^s.013 \text{ (e. prob.)}$$

Nell'autunno del 1963 venne eseguita fra le due stazioni una misurazione unilaterale che doveva costituire l'inizio della campagna dei punti di Laplace ultimamente indetta dalla Commissione Geodetica Italiana. In effetti, la misurazione è stata poi ripetuta nel luglio 1964, con modalità operative diverse, tenendo conto soprattutto della necessità di sollecitare il più possibile le operazioni di campagna. Perciò la prima di queste due ultime determinazioni, della quale si dà relazione in questa nota, va considerata come un saggio preliminare e orientativo, eseguito al di fuori della campagna vera e propria, per quanto riguarda gli errori ed i metodi di osservazione.

Lo scopo che ci proponiamo è quello principalmente di ricavare la differenza di Longitudine cercata attraverso procedimenti che implicano varie ipotesi sui dati di osservazione raccolti, estendendo inoltre l'analisi agli errori sistematici che i diversi metodi operativi possono mettere in evidenza. Questa ricerca non può risultare necessariamente completa troppo scarso essendo il materiale a disposizione per una indagine esauriente; tuttavia può servire sia per una prima valutazione quantitativa degli errori personali e strumentali nel loro complesso, sia per proporre un criterio nella scelta del metodo operativo e deduttivo più idoneo per le misurazioni delle differenze di Longitudine, in relazione alla finalità di esse e quindi alla precisione che si intende conseguire.

1.2. - Le osservazioni astronomiche dei passaggi stellari in meridiano, a Solferino sono state fatte dal Col. M. Carlà e da A. Pericoli dell'Istituto Geografico Militare con lo strumento Askania Ap. 70 piazzato su un pilastro appositamente costruito in vicinanza del centro trigonometrico. La differenza di Longitudine di detto centro dal pilastrino venne ricavata mediante triangolazione e risultò di $- 0^s.041$.

A Brera le osservazioni vennero effettuate dal E. Proverbio con l'istrumento dei passaggi Askania Ap 100 e da C. de Concini col Bamberg n. 13998 dell'Istituto di Geodesia e Geofisica dell'Università di Padova. I due strumenti erano piazzati rispettivamente sul pilastro centrale e su quello Sud della cupola principale dell'Osservatorio Astronomico.

Nella tab. I sono riportate in tempo siderale, per ciascuno degli strumenti usati, le costanti necessarie per la riduzione dei dati osservati. La buona analogia che vi si nota fra le costanti dell'Askania Ap 70 ed il Bamberg fa ritenere che, a parità di errori personali, la precisione ottenibile coi due strumenti sia la stessa;

ed è anzi questa una delle ragioni che hanno consigliato l'uso del Bamberg a fianco del più grande e più preciso Askania Ap 100 nella stazione fondamentale di Brera.

Il programma di osservazione serale includeva due gruppi di stelle per la maggior parte fondamentali, soltanto alcune essendo tratte dalle Effemeridi Russe. Ogni gruppo comprendeva circa 18 stelle orarie e almeno due circumpolari rispettivamente in culminazione superiore e inferiore.

TABELLA I

Caratteristiche e Costanti	Askania Ap 100	Bamberg	Askania Ap 70
Apertura obbiettivo (cm)	100	70	70
Distanza focale obbiettivo (cm)	103,1	90	64,5
Distanza focale oculare usato (cm)	1,00	1,06	0,60
Ingrandimento	103	85	107
Costante di livella (1 grad. /4)	0 ^s .0197	0 ^s .0179	0 ^s .0169
Passo vite micrometrica	6 .650	10 .508	10 .670
Ampiezza media contatti	0 .061	0 .102	0 .100
Passo morto della vite	0 .012	0 .0074	0 .0035

A Solferino ciascun operatore doveva osservare un gruppo per sera, cambiando gruppo la sera dopo, di modo che ogni gruppo stellare venisse osservato un eguale numero di volte da entrambi gli operatori. A Milano, non essendosi ritenuto necessario nè uno scambio di gruppo nè uno scambio di strumenti fra i due osservatori, E. Proverbio osservò sempre il primo dei due gruppi con l'Askania Ap 100 e C. de Concini il secondo gruppo col Bamberg. I gruppi osservati sono stati rispettivamente il gruppo 9 e 10 del programma di osservazione utilizzato nel servizio dell'ora dell'Osservatorio di Brera [2].

Le serate di osservazione furono complessivamente 11, ma, a causa delle avverse condizioni atmosferiche, soltanto 5 serate risultarono complete, nel senso che si poterono osservare tutti e due i gruppi in entrambe le stazioni.

Il materiale raccolto è tuttavia sufficiente per una discreta interpolazione sia analitica, sia grafica dei risultati, nel senso che verrà in seguito specificato.

1.3. - Per la registrazione dei tempi di passaggio delle stelle in meridiano vennero usati a Solferino l'orologio a quarzo Cronotome Patek Philippe, recentemente acquistato dall'Istituto Geografico Militare e un cronografo registratore munito di due punte a secco; mentre per la ricezione dei segnali orari venne usata la radio ricevente Hallicrafter SX 100 e un amplificatore.

Una delle punte del registratore fu riservata alla registrazione dei secondi del Cronotome, mentre l'altra servì sia per la ricezione dei segnali orari sia per gli impulsi del micrometro. Ne consegue che, nella riduzione dei dati di osservazione, viene automaticamente eliminato l'errore causato dalla eventuale parallasse e dalla diversa inerzia delle due punte.

A Brera si usò invece un registratore a quattro punte, delle quali una era riservata al quarzo fondamentale P_1 e le altre due erano azionate l'una dagli appulsi dell'Askania Ap 100, l'altra da quelli del Bamberg. Le correzioni sul tempo osservato, per effetto delle parallassi e delle inerzie delle due punte rispetto a quella del quarzo P_1 , sono rispettivamente di $+ 2$ e $- 1$ msec.

Il confronto fra il quarzo e i segnali orari, ricevuti mediante un ricevitore tipo GPR 90 venne fatto a mezzo di un oscilloscopio, che consente una precisione di 10^{-4} sec.

In entrambe le stazioni furono captati i segnali orari emessi dalla stazione di Praga (OMA 2,500 MHz), e ciò, oltre che all'inizio e alla fine delle osservazioni stellari di ciascuna sera, anche nel corso di esse ad intervalli di tempo pressochè regolari.

Sarebbe stato auspicabile uno studio accurato dei ritardi che le due apparecchiature usate a Brera e a Solferino provocano nella registrazione dei segnali orari, al fine di eliminare l'effetto differenziale che interviene sistematicamente nelle determinazioni unilaterali delle differenze di Longitudine. Purtroppo alcune prove eseguite a Brera dagli operatori dell'Istituto Geografico Militare un mese prima dell'inizio delle osservazioni di campagna non hanno portato a risultati concreti. È tuttavia presumibile che, per l'ottimo stato delle due attrezzature, la differenza del ritardo suddetto sia piccola di fronte alle altre cause di errore di natura sistematica.

Gli istanti di ricezione Q_i , ($i = 0$, Brera ; $i = 1$, Solferino) sono stati interpolati per le ore 20 T. U. di ciascun giorno di osservazione e sono quelli che figurano nelle colonne II e III della tabella II.

TABELLA II

Data 1963	Q_0	Q_1	H_d
16 Settembre	.5915	.577	.8901
17 »	.5917		.8896
21 »	.5930	.651	.8872
23 »	.5931	.690	.8858
25 »	.5933	.717	.8847
26 »	.5932	.731	.8841
27 »	.5931	.743	.8833
28 »	.5934		.8824
5 Ottobre	.5955	.771	.8785
7 »	.5957		.8774
8 »	.5961	.760	.8768

2. - LA RIDUZIONE DELLE OSSERVAZIONI.

2.1. - L'osservazione astronomica del passaggio in meridiano di una stella oraria permette di scrivere la relazione :

$$(\bar{\alpha}_{m1} - T) - b = \Delta t^* - c = \Delta T^*,$$

nella quale :

- $\bar{\alpha}_{m1}$ = ascensione retta apparente della stella corretta dagli errori strumentali di osservazione e dai termini a corto periodo della nutazione, ridotta in tempo medio locale a meno dell'intervallo siderale ;
- T = istante del passaggio osservato in tempo medio corretto per gli errori di registrazione e di quelli dipendenti dal moto della Terra ;
- b = tempo siderale alle ore 0 di tempo universale della data (intervallo siderale) ;
- Δt^* = correzione dell'orologio in tempo medio ;
- ΔT^* = correzione dell'orologio in tempo medio locale ;
- c = costante locale convenzionale.

Dalla precedente è quindi possibile ottenere il valore dell'unica incognita ΔT^* (o Δt^*) e, nell'ipotesi che la correzione dell'orologio risulti costante per il periodo di osservazione di un gruppo stellare entro la precisione media degli errori di osservazione, facendo successivamente la media aritmetica dei vari ΔT^* (o Δt^*) corrispondenti alle stelle orarie osservate, ricavare il valore della correzione media ΔT (o Δt) dell'orologio riferita all'istante medio della osservazione del gruppo.

Il confronto tra il tempo medio locale ed il tempo universale (per ottenere la longitudine della stazione rispetto a Greenwich) od un altro tempo locale (per la determinazione diretta di differenze di longitudine), può essere fatto interpolando o estrapolando, sulla base di particolari criteri che in seguito verranno meglio specificati, i valori delle correzioni osservate ΔT per gli istanti di ricezione dei segnali orari (in tempo universale o nel tempo medio locale di un'altra stazione).

Mediante questo confronto la longitudine $\lambda_G^{(i)}$ della stazione i rispetto a Greenwich (o la sua costante locale $c = \lambda + h$) può essere ricavata dalla relazione :

$$(I) \quad \lambda_G^{(i)} = \tau_{j,i} + H d_j - (Q_{j,i} + \Delta T_j) - h,$$

nella quale :

- h = ora del fuso della stazione i per 0^h del fuso fondamentale ;
- $Q_{j,i}$ = istante di ricezione in T.U. dei segnali orari trasmessi dalle stazioni j ;
- $H d_j$ = istanti definitivi di emissione in T. U. dei segnali orari della stazione j rispetto al sistema del B.I.H. ;
- $\tau_{j,i}$ = ritardi di propagazione dei radio segnali da j ad i ;

mentre $\Delta T'_i$ rappresenta il valore della correzione ΔT_i interpolata per l'istante $Q_{i,i}$.

Dalle precedenti discende subito che la differenza di Longitudine di una stazione $i = 1$ rispetto alla stazione $i = 0$ (appartenenti allo stesso fuso orario), quest'ultima presa come fondamentale o di riferimento, potrà essere scritta, nell'ipotesi che la stazione trasmittente j sia comune ad ambedue,

$$(2) \quad \lambda' - \lambda'^{(0)} = Q_{i,0} - Q_{i,1} + (\Delta T'_0 - \Delta T'_1) - (\tau_{i,0} - \tau_{i,1}),$$

nella quale compaiono soltanto gli istanti di ricezione e le corrispondenti correzioni in tempo medio locale (o tempo siderale) degli orologi delle due stazioni astronomiche.

Da quest'ultima importante caratteristica delle determinazioni di differenze di longitudine discende subito che nel caso che le due stazioni potessero utilizzare una medesima base di tempo locale, la precedente relazione (2) verrebbe ulteriormente semplificata nella seguente :

$$\lambda' - \lambda'^{(0)} = \Delta T'_0 - \Delta T'_1 - (\tau_{i,0} - \tau_{i,1}),$$

Allo stato attuale della tecnica la realizzazione di questa condizione potrebbe essere ottenuta :

(a) mediante un procedimento di sincronizzazione degli orologi delle due stazioni utilizzando i segnali orari trasmessi da una terza stazione ;

(b) con un procedimento di sincronizzazione dell'orologio della stazione non fondamentale utilizzando segnali orari o comunque segnali di sincronismo trasmessi dalla stessa stazione fondamentale ;

(c) utilizzando nelle due stazioni come base di tempo per la durata delle osservazioni gli stessi segnali orari emessi da una terza stazione, eliminando cioè la funzione dell'orologio locale ;

(d) utilizzando come orologio locale della stazione non fondamentale segnali orari trasmessi dalla stazione fondamentale.

Prescindendo in questa sede dall'esame delle difficoltà e delle caratteristiche tecniche che ciascuna di queste soluzioni presenta praticamente, il vantaggio che deriverebbe dall'uso di uno di questi procedimenti sarebbe comunque duplice. Infatti secondo i punti (a) e (b) qualsiasi operazione di ricezione e comparazione mediante registratori elettromeccanici dei segnali orari, che richiede personale e tempo, potrebbe essere sostituita da dispositivi automatici di sincronizzazione, mentre d'altra parte negli ultimi due casi (c) e (d) anche l'orologio locale verrebbe sostituito da appositi dispositivi formatori di segnali orari che costituirebbero la nuova base del tempo locale. In secondo luogo questo stesso nuovo procedimento porterebbe alla eliminazione o alla riduzione di tutti i numerosi errori sistematici insiti nelle operazioni di comparazione dei segnali orari.

3. - LA LONGITUDINE DI SOLFERINO E DI BRERA RISPETTO A GREENWICH.

3.1. - Le osservazioni astronomiche per la determinazione della Longitudine vennero condotte rispettivamente, come è stato detto, a Solferino dagli osservatori Ten. Col. M. Carlà e Top. A. Pericoli ed a Brera dagli osservatori dott. E. Proverbio e dott. C. de Concini.

Nella tabella III sono dati, assieme al numero delle stelle orarie (n) e polari (n_p) prese in considerazione nei calcoli di riduzione (1), i valori delle correzioni medie serali $\bar{\Delta} T$ dell'orologio dedotti direttamente dalle osservazioni e non corrette. I valori corretti ΔT sono ricavati dalla relazione,

$$\Delta T = \bar{\Delta} T + \bar{c} + \Delta \lambda + \Delta T_s,$$

nella quale \bar{c} rappresenta la correzione per gli errori di registrazione, $\Delta \lambda$ e ΔT_s rispettivamente le correzioni per gli errori dipendenti dal moto del polo e dalle variazioni periodiche di velocità di rotazione della Terra.

Le correzioni ΔT sono state utilizzate per calcolare mediante la (1) la Longitudine di Solferino e la Longitudine di Brera rispetto a Greenwich e successivamente per mezzo della relazione (2) la determinazione della differenza di Longitudine Brera-Solferino.

Per utilizzare la (1) o la (2) è necessario, come è stato accennato, fare certe ipotesi sui criteri che stanno alla base delle operazioni di interpolazione o estrapolazione delle correzioni dell'orologio ricavate dalle osservazioni.

Come è noto, sino a qualche decennio addietro, allorchè gli orologi utilizzati per la conservazione del tempo erano costituiti dai pendoli astronomici, la cui marcia presenta generalmente fluttuazioni e variazioni irregolari difficilmente prevedibili, l'andamento dei pendoli stessi veniva rappresentato più o meno fedelmente da una curva passante per i punti di osservazione: in altre parole questi ultimi rappresentavano i capisaldi di questa curva.

Attualmente con l'introduzione degli orologi a quarzo la situazione appare in un certo senso capovolta, poichè l'ipotesi che viene generalmente accettata è basata sulla ammissione che la marcia dell'orologio segua una certa legge esprimibile a priori graficamente o analiticamente come una funzione del tempo, e le osservazioni servono sì ancora di sostegno a questa curva secondo il metodo dei minimi quadrati ma non ne determinano più a posteriori l'andamento. In tal modo possono essere in gran parte eliminate le variazioni e gli errori di carattere locale a corto periodo.

Questa ipotesi viene a subire certe restrizioni solo quando le osservazioni si prolunghino per durate relativamente lunghe o lo scopo della ricerca non sia più unicamente la determinazione della Longitudine.

(1) Nel numero delle polari dell'osservatore Proverbio sono incluse anche stelle equatoriali utilizzate per la determinazione dell'azimut strumentale.

GRUPPO 9 - STAZIONE BRERA - OSSERVATORE PROVERBIO

	16-IX-63	17-IX-63	21-IX-63	23-IX-63	25-IX-63	26-IX-63	27-IX-63	28-IX-63	5-X-63	7-X-63	8-X-63
$\frac{\bar{\Delta} T}{\bar{c}}$	- 23 ^m 14 ^s .845	- 23 ^m 14 ^s .804	- 23 ^m 14 ^s .841	- 23 ^m 14 ^s .855	- 23 ^m 14 ^s .847	- 23 ^m 14 ^s .843	- 23 ^m 14 ^s .841	- 23 ^m 14 ^s .853	- 23 ^m 14 ^s .859	- 23 ^m 14 ^s .871	- 23 ^m 14 ^s .839
$\Delta \lambda + \Delta T_s$	- .002	- .002	- .002	- .002	- .002	- .002	- .002	- .002	- .002	- .002	- .002
	- .017	- .017	- 0.16	- .016	- .016	- .016	- .016	- .016	- .016	- .014	- .014
	- 23 14 .864	- 23 14 .823	- 23 14 .859	- 23 14 .873	- 23 14 .865	- 23 14 .861	- 23 14 .859	- 23 14 .871	- 23 14 .876	- 23 14 .887	- 23 14 .855
n	16	9	17	17	12	16	16	13	11	14	15
n_p	5	2	6	6	1	3	6	6	9	6	5

GRUPPO 9 - STAZIONE SOLFERINO - OSSERVATORI CARLA' E PERICOLI

	16-IX-(CA)		21-IX-(PE)	23-IX-(CA)	25-IX-(PE)	26-IX-(CA)	27-IX-(PE)		5-X-(CA)		8-X-(PE)
$\frac{\bar{\Delta} T}{\bar{c}}$	- 17 ^m 46 ^s .265		- 17 ^m 46 ^s .339	- 17 ^m 46 ^s .411	- 17 ^m 46 ^s .428	- 17 ^m 46 ^s .435	- 17 ^m 46 ^s .452		- 17 ^m 46 ^s .495		- 17 ^m 46 ^s .400
$\Delta \lambda + \Delta T_s$	- .017		- .016	- .016	- .016	- .016	- .016		- .015		- .014
	- 17 46 .282		- 17 46 .355	- 17 46 .427	- 17 46 .444	- 17 46 .451	- 17 46 .468		- 15 46 .510		- 17 46 .414
n	7		13	14	14	12	14		12		14
n_p	2		2	2	2	2	2		1		2

GRUPPO 10 - STAZIONE BRERA - OSSERVATORE DE CONCINI

	16-IX-63			23-IX-63			26-IX-63	27-IX-63			7-X-63	8-X-63
$\frac{\bar{\Delta} T}{\bar{c}}$	- 23 ^m 14 ^s .853			- 23 ^m 14 ^s .871			- 23 ^m 14 ^s .837	- 23 ^m 14 ^s .839			- 23 ^m 14 ^s .851	- 23 ^m 14 ^s .860
$\Delta \lambda + \Delta T_s$	+ .001			+ .001			+ .001	+ .001			+ .001	+ .001
	- .017			- .016			- .016	- .016			- .014	- .014
	- 23 14 .869			- 23 14 .886			- 23 14 .852	- 23 14 .854			- 23 14 .864	- 23 14 .873
n	11			8			15	13			13	12
n_p	0			1			2	1			1	2

GRUPPO 10 - STAZIONE SOLFERINO - OSSERVATORI CARLA' E PERICOLI

	16-IX-(PE)			23-IX-(PE)			26-IX-(PE)	27-IX-(CA)			5-X-(PE)	8-X-(CA)
$\frac{\bar{\Delta} T}{\bar{c}}$	- 17 ^m 46 ^s .250			- 17 ^m 46 ^s .375			- 17 ^m 46 ^s .410	- 17 ^m 46 ^s .453			- 17 ^m 46 ^s .485	- 17 ^m 46 ^s .465
$\Delta \lambda + \Delta T_s$	- .017			- .016			- .016	- .016			- .015	- .014
	- 17 46 .267			- 17 46 .391			- 17 46 .426	- 17 46 .469			- 17 46 .500	- 17 46 .479
n	6			13			14	14			11	13
n_p	1			2			2	2			2	2

3.2. — Sulla base dei numerosi elementi a disposizione del servizio dell'ora dell'Osservatorio di Brera è stato possibile ammettere che la marcia dell'orologio a quarzo P1 utilizzato durante le osservazioni di tempo per la determinazione della Longitudine fosse espressa mediante una forma lineare del tempo, del tipo :

$$\sqrt{n_i} a + t \sqrt{n_i} b = \Delta T_i \sqrt{n_i}, \quad (i = 1, 2, \dots, r)$$

nella quale n (numero delle stelle orarie osservate) rappresenta il peso di ciascuna delle r osservazioni serali di un gruppo di stelle orarie e ΔT il corrispondente valore della correzione ricavato, tratto dalla tabella III. Risolvendo con il metodo dei minimi quadrati il corrispondente sistema di equazioni si ottengono i valori di a e b , sicchè la retta di interpolazione diviene,

$$a + b t = \Delta T',$$

che permette, nell'ipotesi lineare, di ricavare secondo la (1) e la (2) le correzioni $\Delta T'$ per gli istanti di ricezione dei segnali orari. Nella tabellina IV sono dati separatamente per i due osservatori de Concini (DE) e Proverbio (PR) i risultati della risoluzione dei due sistemi di equazioni e la somma totale delle stelle osservate $[n_i]$. I risultati sono espressi in msec, ed il valore di a è dato a meno della parte costante $23^m 14^s$.

TABELLA IV

Osservatore	a (msec)	b (msec/g)	$[n_i]$
PR	855,0	+ 0,85	156
DC	864,4	- 0,02	73

Utilizzando i valori di a e b della tabella IV è possibile determinare le nuove correzioni $\Delta T'$ ed i relativi scarti $\varepsilon_{T,i}$ tra le correzioni osservate e queste ultime.

Nella tabella V, assieme ai valori osservati ΔT_i e calcolati $\Delta T'_i$ della correzione dell'orologio è riportata la differenza $\varepsilon_{T,i}$ di queste due quantità (errore esterno) nonchè l'errore accidentale interno e_i relativo a ciascun gruppo osservato calcolato sulla base degli scarti tra le correzioni ΔT^* di ciascuna stella osservata e la media di gruppo.

Nella tabella VI infine sono indicati :

(a) I valori degli istanti Q di ricezione dei segnali orari della stazione OMA, nonchè i valori H_a degli istanti di emissione, gentilmente comunicati da

N. Stoyko, direttore del S.I.R. (vedi tabella II) corretti per la durata di propagazione $\tau = + 0^s.003$. Tutti questi dati sono riportati alle ore 20 di T. U.

(b) I valori $\Delta T'$ della correzione interpolata per le ore 20 di T. U. per gli osservatori PR e DC.

(c) Le Longitudini serali calcolate secondo la (1) nella quale è stato posto $h = 1$, e infine la relativa Longitudine media rispetto a Greenwich.

TABELLA V

OSSERVATORI		PR				DC			
DATA 1963	t_1	ΔT_1	$\Delta T'_1$	$\varepsilon_{T,i}$	$\pm e_1$	ΔT_1	$\Delta T'_1$	$\varepsilon_{T,i}$	$\pm e_1$
Sett. 16	0	.864	.855	— 9	6	.869	.864	— 5	15
» 17	1	.823	.856	+ 33	10				
» 21	5	.859	.859	± 0	6				
» 23	7	.873	.861	— 12	5	.886	.864	— 22	21
» 25	9	.865	.863	— 2	10				
» 26	10	.861	.863	+ 2	5	.852	.864	+ 12	13
» 27	11	.859	.864	+ 5	6	.854	.864	+ 10	12
» 28	12	.871	.865	— 6	6				
Ott. 5	19	.876	.871	— 5	7				
» 7	21	.887	.873	— 10	7	.864	.864	± 0	13
» 8	22	.855	.874	+ 19	6	.873	.864	— 9	12

TABELLA VI

DATA 1963	Q	$\Delta T'$		$H_d + \tau'$	$\lambda_G^{(0)}$	
		PR	DE		PR	DE
16 Sett.	+ .592	— 23 ^m 14 ^s .855	.865	— .107	— 36 ^m 45 ^s .844	— 36 ^m 45 ^s .834
21 »	.593	.859	.865	.110	.844	.838
23 »	.593	.861	.865	.111	.843	.839
25 »	.593	.863	.865	.112	.842	.840
26 »	.593	.864	.865	.113	.842	.841
27 »	.593	.865	.865	.114	.842	.842
5 Ottobre	.596	.871	.865	.119	.844	.850
8 »	.596	.874	.865	.120	.842	.851
Media					— 36 ^m 45 ^s .843 $\pm .000$	— 36 ^m 45 ^s .842 $\pm .002$

3.3. - Per la determinazione della Longitudine di Solferino non è stato più possibile accettare l'ipotesi di una marcia lineare per l'orologio a quarzo a causa della diversa classe dell'orologio impiegato in questa stazione. In mancanza di sicuri elementi di riferimento per esprimere le correzioni osservate in funzione del tempo e tenendo d'altra parte conto dell'intervallo di tempo relativamente breve si può tuttavia ammettere come ipotesi immediata che la marcia stessa segua una legge di tipo quadratico, cioè della forma,

$$(3) \quad \sqrt{n_i} \Delta T_i = a \sqrt{n_i} + b \sqrt{n_i} t + c \sqrt{n_i} t^2, \quad (i = 1, 2, \dots, r)$$

Utilizzando la correzione ΔT tratta dalla tabella III per gli osservatori Pericoli (PE) e Carlà (CA) sono stati calcolati, utilizzando il calcolatore elettronico IBM 1620 dell'Osservatorio di Brera, due sistemi lineari di equazione di condizione (3), tenendo conto anche dei pesi n_i relativi a ciascun ΔT_i . I valori così trovati per le quantità a , b , e c sono dati nella tabella VII a meno della parte costante di a .

TABELLA VII

OSSERVATORI	a (msec)	b (msec/g)	c (msec/g ²)	$[n_i]$
CA	281,7	+ 25,61	- 0,750	72
PE	264,6	+ 25,46	- 0,789	99

TABELLA VIII

OSSERVATORE		CA				PE			
DATA 1963	t_i	ΔT_i	$\Delta T'_i$	ε_{T_i}	$\pm e_i$	ΔT_i	$\Delta T'_i$	ε_{T_i}	$\pm e_i$
Sett. 16	0,0	.282	.282	± 0	18	.267	.265	+ 2	18
» 21	4,8					.355	.370	- 15	15
» 23	6,8	.427	.422	- 5	9	.391	.403	- 12	7
» 25	8,7					.444	.429	+ 15	10
» 26	9,7	.451	.461	+ 10	12	.426	.440	- 14	9
» 27	10,7	.469	.473	+ 4	11	.468	.451	+ 17	10
Ottobre 5	18,5	.510	.499	- 11	15	.500	.464	+ 30	11
» 8	21,4	.479	.485	+ 6	8	.414	.444	- 30	14

Nella tabella VIII sono invece dati i valori $\Delta T'$ delle correzioni calcolate nonchè l'importo degli errori esterni ed interni $\varepsilon_{T,i}$ e e_i per i due osservatori PE e CA.

A differenza di quanto in precedenza indicato nella tabella V i tempi t_i non sono stati qui arrotondati al giorno intero ma ridotti al baricentro dei gruppi osservati poichè, dato il valore notevole della marcia dell'orologio, la prima approssimazione introdurrebbe errori interessanti il millesimo di secondo.

3.4. - L'ipotesi in precedenza fatta sulla forma analitica da attribuire all'andamento della marcia del quarzo utilizzato nella stazione di Solferino appoggia unicamente sul fatto che in generale, la marcia a lungo periodo di un oscillatore a quarzo può essere espressa da uno sviluppo limitato alla seconda potenza del tempo.

Su periodi medi però questa relazione può essere non sufficientemente precisa e il vero andamento della marcia potrebbe essere in questo caso ottenuto solo disponendo di confronti diretti tra l'orologio ed una base di tempo uniforme.

Noi abbiamo ammesso (seconda ipotesi) che i segnali orari trasmessi dalla stazione OMA, confrontati ogni giorno con l'orologio a quarzo della stazione di Solferino, potessero con sufficiente approssimazione rappresentare una scala di tempo uniforme per l'intervallo considerato.

L'andamento dell'orologio ottenuto con la differenza quarzo Q_1 -OMA è rappresentato nella fig. 1 secondo una scala con origine arbitraria. Ritenendo quindi che questa curva costituisca la rappresentazione del vero andamento dell'orologio, è facile ottenere graficamente quale dovrà essere la dislocazione di questa curva rispetto ai valori delle correzioni ΔT osservate. Evidentemente la dislocazione più probabile sarà quella che renderà minima la somma dei quadrati delle distanze, algebricamente determinate, dei vari ΔT dalla curva stessa. Nella stessa fig. 1 sono tracciate per i due osservatori PE e CA le relative curve soddisfacenti alla condizione testè accennata, dalle quali sono stati ottenuti i valori delle correzioni interpolate $\Delta T'_i$ con i relativi scarti $\varepsilon_{T,i}$ riportati nella tabella IX.

TABELLA IX

OSSERVATORI		CA		PE	
DATA	t_i	$\Delta T'_i$	$\varepsilon_{T,i}$	$\Delta T'_i$	$\varepsilon_{T,i}$
16	0.0	.302	+ 20	.280	+ 13
21	4.8			.359	+ 4
23	6.8	.411	- 16	.389	- 2
25	8.7			.419	- 25
26	9.7	.454	+ 3	.434	+ 8
27	10.7	.467	- 2	.446	- 22
5	18.5	.500	- 10	.478	- 22
8	21.4	.480	+ 1	.458	+ 44

Infine nelle tabelle X e XI, secondo gli stessi criteri precedentemente esposti, sono dati gli elementi ridotti alle ore 20 T. U. per la determinazione della Longitudine della stazione di Solferino secondo la (1), tenendo conto nella riduzione della curva delle osservazioni della ipotesi parabolica e grafica.

I valori della Longitudine media relativi ai due osservatori, determinati considerando le due precedenti ipotesi sul comportamento dell'orologio a tempo medio risultano in soddisfacente accordo.

Per contro gli errori medi della Longitudine media dimostrano che la seconda ipotesi conduce a risultati senza dubbio più convincenti e dello stesso ordine di quelli ottenuti nella stazione di Brera, per cui è lecito ritenere che questi ultimi risultati siano maggiormente rappresentativi.

Ipotesi parabolica.

TABELLA X

DATA	Q	$\Delta T'$		$H_d + \tau$	$\lambda_G^{(1)}$	
		CA	PE		CA	PE
Settembre 16	+ 0.577	- 17 ^m 46 ^s .282	.265	- 0.107	- 42 ^m 14 ^s .402	.419
» 21	.652	.389	.370	.110	.373	.392
» 23	.690	.421	.403	.111	.380	.398
» 25	.717	.449	.429	.112	.380	.400
» 26	.731	.461	.439	.113	.383	.405
» 27	.744	.471	.451	.114	.387	.407
Ottobre 5	.771	.498	.464	.119	.392	.426
» 8	.760	.485	.444	.120	.395	.436
Media					- 42 ^m 14 ^s .385 ± .011	.411 ± .017

Ipotesi grafica.

TABELLA XI

DATA	Q	$\Delta T'$		$H_d + \tau$	$\lambda_G^{(1)}$	
		CA	PE		CA	PE
Settembre 16	+ 0.577	- 17 ^m 43 ^s .302	.280	- 0.107	- 42 ^m 14 ^s .382	- 42 14 .404
» 21	.652	.380	.359	.110	.382	.403
» 23	.690	.411	.389	.111	.390	.412
» 25	.717	.441	.419	.112	.388	.410
» 26	.731	.454	.434	.113	.390	.410
» 27	.744	.467	.446	.114	.391	.412
Ottobre 5	.771	.500	.478	.119	.390	.412
» 8	.760	.480	.44	.120	.400	.422
Media					- 42 ^m 14 ^s .389 ± .002	.411 ± .002

3.5. — Le Longitudini medie riportate nelle tabelle VI, X e XI possono permettere di determinare una Longitudine calcolata di Brera e Solferino. Per procedere a questa ultima riduzione è necessario tuttavia rappresentare le singole Longitudini con il loro peso, caratteristico di ciascun osservatore. Per la determinazione dei pesi p di ogni singola Longitudine si è fatto uso della seguente relazione,

$$(3) \quad \frac{1}{p_j} = e_{\lambda,j}^2 = \frac{k_j}{[n_{i,j}]} \frac{[v v]_j}{[n_{i,j}] - k_j} + \varepsilon_{T,i,j}^2 = e_{i,j}^2 + \varepsilon_{T,i,j}^2, \quad (j = 1, 2, 3, 4)$$

nella quale k_i è il numero dei gruppi osservati j , $[n_{i,j}]$ come già è stato detto, il numero totale delle stelle osservate, e $[v v]_j$ la somma totale dei quadrati degli scarti delle correzioni osservate per ogni singola stella rispetto ai ΔT medi di gruppo. Il primo termine della seconda e terza eguaglianza rappresenta quindi l'errore medio interno di ogni singolo ΔT , mentre $\varepsilon_{T,i,j}^2$ costituisce il contributo dell'errore medio esterno, calcolato sulla base dei singoli $\varepsilon_{T,i}$ relativi ad ogni singolo osservatore j .

A rigore nella (3), come è stato rilevato da altri osservatori [3], dovrebbero comparire anche uno o due termini che tengano conto degli errori accidentali interni ed esterni che intervengono durante il confronto del tempo locale con il T.U. per la determinazione di $Q_{j,i}$. Questi termini risultano però, nel nostro caso, di valore di gran lunga inferiore agli errori di osservazione, inoltre la parte dell'errore esterno può essere rivelata solo con notevoli difficoltà e ricorrendo a particolari misure che non abbiamo ritenuto necessario effettuare. Di conseguenza si può ritenere che l'esclusione di questi termini non altera sensibilmente il risultato del calcolo dei pesi.

Tenendo conto dei dati che si trovano nelle precedenti tabelle si hanno per le quantità $\varepsilon_{T,i}^2$ e $e_{i,j}^2$ (espresse in msec) e per i rispettivi pesi i valori riportati nelle tabelle XII e XIII che si riferiscono, per quanto riguarda gli osservatori PE e CA ai casi di interpolazione parabolica e grafica.

Ipotesi parabolica.

TABELLA XII

OSSERVATORI	e_i^2	$\varepsilon_{T,i}^2$	$e_i^2 + \varepsilon_{T,i}^2$	p
Proverbio	48	170	218	1.00
de Concini	215	139	354	0.62
Pericoli	152	407	559	0.39
Carlà	136	70	206	1.06

Ipotesi grafica.

TABELLA XIII

OSSERVATORI	e_i^2	$\varepsilon_{T,i}^2$	$e_i^2 + \varepsilon_{T,i}^2$	p
Proverbio	48	170	218	1.00
de Concini	215	139	354	0.62
Pericoli	152	460	612	0.36
Carlà	136	128	264	0.83

Tenendo conto dei pesi ed effettuando le medie pesate delle Longitudini relative ai vari osservatori si ottengono le seguenti Longitudini medie ed i relativi errori medi pesati :

Longitudine di Brera da Greenwich	= - 36 ^m 45 ^s .843
	±.001
Longitudine di Solferino da Greenwich (ipotesi grafica)	= - 42 ^m 14 ^s .396
	±.002
Longitudine di Solferino da Greenwich (ipotesi parabolica)	= - 42 ^m 14 ^s .392
	±.015

4. - LA DIFFERENZA DI LONGITUDINE TRA SOLFERINO E BRERA.

4.1. - La differenza di Longitudine tra Solferino e Brera potrebbe essere indirettamente dedotta come differenza tra le Longitudini delle due stazioni rispetto a Greenwich. La determinazione diretta della differenza di Longitudine mediante la relazione (2) risulta tuttavia, a nostro avviso, in ogni caso preferibile e necessaria per ottenere un risultato più corretto per i seguenti motivi :

(a) Nel calcolo diretto e indiretto della differenza di Longitudine i pesi relativi ad ogni singolo osservatore intervengono in diverso modo e con diverse combinazioni, col risultato di fare variare il peso della media generale.

(b) Gli errori medi relativi alla media generale della differenza di Longitudine ricavata per via indiretta non tengono conto degli errori di carattere esterno tra osservatore e osservatore dei quali invece si tiene conto nel calcolo diretto.

Nelle tabelle XIV e XV sono dati i risultati dei calcoli di riduzione per le due ipotesi parabolica e grafica della differenza di Longitudine Solferino-Brera ottenuti a partire dalla relazione (2) ed i pesi relativi a ciascuna differenza di Longitudine, ottenuti dalla combinazione a due a due degli osservatori dei due gruppi ricavati dalla relazione nota,

$$p_{i,k} = \frac{p_i p_k}{p_i + p_k},$$

ove $j = 1, 2$ e $k = 3, 4$ sono rispettivamente e successivamente i quattro osservatori.

Le medie pesate delle differenze di Longitudine calcolate direttamente forniscono i seguenti risultati :

Differenza di Longitudine Solferino-Brera (ipotesi parabolica)	= - 5 ^m 28 ^s .553
	±.008
Differenza di Longitudine Solferino-Brera (ipotesi grafica)	= - 5 ^m 28 ^s .556
	±.006

Ipotesi parabolica.

TABELLA XIV

DATA 1963	$\lambda'(1) - \lambda'(0)$			
	CA-PR	PE-PR	CA-DE	PE-DE
Settembre 16	— 5 ^m 28 ^s .559	— 5 ^m 28 ^s .578	— 5 ^m 28 ^s .569	— 5 ^m 28 ^s .588
» 21	.529	.548	.535	.554
» 23	.537	.555	.541	.559
» 25	.538	.558	.540	.560
» 26	.541	.563	.542	.564
» 27	.545	.565	.545	.565
Ottobre 5	.548	.582	.542	.576
» 8	.553	.594	.544	.585
Medie	— 5 ^m 28 ^s .544	— 5 ^m 28 ^s .568	— 5 ^m 28 ^s .545	— 5 ^m 28 ^s .569
Pesi	0,51	0,28	0,39	0,23

Ipotesi grafica.

TABELLA XV

DATA 1963	$\lambda'(1) - \lambda'(0)$			
	CA-PR	PE-PR	CA-DE	PE-DE
Settembre 16	— 5 ^m 28 ^s .538	— 5 ^m 28 ^s .560	— 5 ^m 28 ^s .548	— 5 ^m 28 ^s .570
» 21	.538	.559	.544	.565
» 23	.547	.569	.551	.573
» 25	.546	.568	.548	.570
» 26	.548	.568	.549	.569
» 27	.549	.570	.549	.570
Ottobre 5	.546	.568	.540	.562
» 8	.558	.580	.549	.571
Medie	— 5 ^m 28 ^s .548	— 5 ^m 28 ^s .568	— 5 ^m 28 ^s .547	— 5 ^m 28 ^s .569
Pesi	0,45	0,26	0,36	0,23

5. - CONSIDERAZIONI CRITICHE SUI METODI DI RIDUZIONE E CORREZIONI DEGLI ERRORI SISTEMATICI.

5.1. - In un recente lavoro [4] uno degli autori ha analizzato i vari errori che intervengono in una determinazione di Longitudine seguendo differenti procedimenti di osservazione, e studiato i criteri più idonei per ridurre in tutto o in parte detti errori a seconda del modo in cui la Longitudine viene determinata, in modo da compensare così le osservazioni stesse.

Chiamando δe_a e δe_s rispettivamente gli errori sistematici variabili (errori di carattere locale) e quelli che si presuppongono costanti durante una campagna di determinazione di Longitudini, le Longitudini osservate rispetto a Greenwich, o le differenze di Longitudine osservate tra le due stazioni, sono date dalle relazioni,

$$\lambda'_G = \lambda_G + \delta e_a + \delta e_s + \Delta e ,$$

$$\lambda^{(1)} - \lambda^{(0)} = \lambda^{(1)} - \lambda^{(0)} + \delta e_a^{(1)} - \delta e_a^{(0)} + \delta e_s^{(1)} - \delta e_s^{(0)} ,$$

ove Δe che rappresenta l'errore dipendente dalla variazione del meridiano di Greenwich rispetto all'Osservatorio medio del B. I. H., può essere per la sua entità trascurato rispetto agli altri errori. La possibilità di conoscere il vero valore della Longitudine o della differenza di Longitudine dipende quindi dalla possibilità di determinare in un qualsiasi modo tutti i precedenti errori.

A questo scopo in occasione della determinazione di questa differenza di Longitudine sono state effettuate osservazioni astronomiche particolari aventi come scopo la determinazione degli errori personali e strumentali tra i quattro osservatori e gli strumenti *Ap* 100 e *Ap* 70.

I risultati di queste osservazioni recentemente pubblicati [5] ci hanno permesso di correggere, ammettendo certe ipotesi preliminari i risultati delle precedenti determinazioni di Longitudine.

Diciamo subito che le ipotesi che stanno alla base di questo procedimento di correzione sono essenzialmente due :

(a) che il metodo di determinazione degli errori strumentali e personali impiegato [5] risulti sufficientemente corretto e fornisca quindi con la necessaria precisione detti errori ;

(b) che gli errori così determinanti si suppongono costanti almeno entro un periodo di tempo non eccessivamente lungo.

Mentre riteniamo che la prima ipotesi risulti senza dubbio soddisfatta, nessun elemento può essere portato a priori a favore della seconda.

Fatte queste necessarie precisazioni, consideriamo ora, separatamente, i risultati delle determinazioni di Longitudine rispetto a Greenwich e della differenza di Longitudine. Nel primo caso, separando l'errore sistematico δe_s nelle due compo-

nenti strumentali δe_s e personali δe_p , si può scrivere, a meno dell'errore Δe , indicando rispettivamente con I, II, e III gli strumenti Ap 100, Bamberg, e Ap 70, e con 1, 2, 3, 4 gli osservatori PR, DE, CA, PE :

$$\begin{aligned}
 \lambda'_{G,1} &= \lambda_G^{(0)} + \delta_{e_a}^{(0)} + \delta_{e_{IS}}^{(0)} + \delta_{e_{1P}}^{(0)} , \\
 \lambda'_{G,2} &= \lambda_G^{(0)} + \delta_{e_a}^{(0)} + \delta_{e_{IIS}}^{(0)} + \delta_{e_{2P}}^{(0)} , \\
 \lambda'_{G,3} &= \lambda_G^{(1)} + \delta_{e_a}^{(1)} + \delta_{e_{IIIS}}^{(1)} + \delta_{e_{3P}}^{(1)} , \\
 \lambda'_{G,4} &= \lambda_G^{(1)} + \delta_{e_a}^{(1)} + \delta_{e_{IIIS}}^{(1)} + \delta_{e_{4P}}^{(1)} ,
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

mentre per la differenza di Longitudine si avrà,

$$\begin{aligned}
 \Delta \lambda'_{1,3} &= \lambda'_{1(1)} - \lambda'_{3(0)} = \lambda^{(1)} - \lambda^{(0)} + \delta_{e_a}^{(1)} - \delta_{e_a}^{(0)} + \delta_{e_{IIIS}}^{(1)} - \delta_{e_{IS}}^{(0)} + \delta_{e_{3P}}^{(1)} - \delta_{e_{1P}}^{(0)} , \\
 \Delta \lambda'_{1,4} &= \lambda'_{1(1)} - \lambda'_{4(0)} = \lambda^{(1)} - \lambda^{(0)} + \delta_{e_a}^{(1)} - \delta_{e_a}^{(0)} + \delta_{e_{IIIS}}^{(1)} - \delta_{e_{IS}}^{(0)} + \delta_{e_{4P}}^{(1)} - \delta_{e_{1P}}^{(0)} , \\
 \Delta \lambda'_{2,3} &= \lambda'_{2(1)} - \lambda'_{3(0)} = \lambda^{(1)} - \lambda^{(0)} + \delta_{e_a}^{(1)} - \delta_{e_a}^{(0)} + \delta_{e_{IIIS}}^{(1)} - \delta_{e_{IIS}}^{(0)} + \delta_{e_{3P}}^{(1)} - \delta_{e_{2P}}^{(0)} , \\
 \Delta \lambda'_{2,4} &= \lambda'_{2(1)} - \lambda'_{4(0)} = \lambda^{(1)} - \lambda^{(0)} + \delta_{e_a}^{(1)} - \delta_{e_a}^{(0)} + \delta_{e_{IIIS}}^{(1)} - \delta_{e_{IIS}}^{(0)} + \delta_{e_{4P}}^{(1)} - \delta_{e_{2P}}^{(0)} ,
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Tenendo conto ora successivamente dei dati delle tabelle IV, IX e XIII ed inoltre considerando come noti i seguenti dati, come risulta dai risultati delle precedenti osservazioni [5],

$$\begin{aligned}
 \delta e_{IS} - \delta e_{IIS} &= - 0^s.103 \quad , \\
 \delta e_{1P} - \delta e_{2P} &= + 0^s.067 \quad , \\
 \delta e_{1P} - \delta e_{3P} &= + 0^s.043 \quad , \\
 \delta e_{1P} - \delta e_{4P} &= + 0^s.068 \quad ,
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

dalle prime due e dalle ultime due relazioni (4) si ottiene, rispettivamente,

$$\begin{aligned}
 \delta e_{IS} - \delta e_{IIS} &= - 0^s.068 \quad , \\
 \delta e_{3P} - \delta e_{4P} &= + 0^s.022 \quad .
 \end{aligned}$$

Confrontando questo ultimo valore con quello analogo ottenibile, indipendentemente, dalla conoscenza degli errori relativi personali (6), che risulta,

$$\delta e_{1P} - \delta e_{4P} - (\delta e_{1P} - \delta e_{2P}) = + 0^s.025 \quad ,$$

si ha un primo risultato di controllo che conferma, a meno di una circostanza fortuita, le due ipotesi ammesse in precedenza. D'altra parte sottraendo rispettivamente dalla terza e quarta la prima e seconda relazione (5) si ottengono due valori indipendenti per la differenza degli errori sistematici degli strumenti Ap 70 e Bamberg. Eseguendo i calcoli si trovano per questa differenza i valori ;

$$e_{115} - e_{118} = + 0^s.037 \quad , \quad (\text{Primo valore})$$

$$e_{115} - e_{118} = + 0^s.037 \quad , \quad (\text{Secondo valore}).$$

Anche questa sostanziale identità, trovata indipendentemente nei due casi, per questa quantità, rappresenta una ulteriore conferma di quanto in precedenza ipotizzato.

Utilizzando questi ultimi risultati la differenza di Longitudine Brera-Solferino risulta, a meno degli errori locali,

$$(7) \quad \begin{aligned} \Delta \delta_{1,3} &= \lambda^{(1)} - \lambda^{(0)} + \delta_{e_a}^{(1)} - \delta_{e_a}^{(0)} = - 5^m 28^s.608 \quad , \\ \Delta \delta_{1,4} &= \quad \quad \quad .603 \quad , \\ \Delta \delta_{2,3} &= \quad \quad \quad .608 \quad , \\ \Delta \delta_{2,4} &= \quad \quad \quad .605 \quad , \end{aligned}$$

da cui si ricava per il valore medio della differenza di Longitudine Brera-Solferino, corretto per gli errori sistematici,

$$(7') \quad \begin{aligned} \Delta \lambda &= - 5^m 28^s.606 \\ &\quad \quad \quad \pm .001 \quad . \end{aligned}$$

La differenza di Longitudine così determinata risulta quindi ridotta al sistema costituito dallo strumento Ap 100 e dall'osservatore Proverbio, limitatamente però al breve periodo di osservazione.

Per passare ad un sistema molto più rigoroso che possiamo chiamare assoluto, dando a questo termine il significato limitativo con cui esso deve essere normalmente inteso nelle scienze sperimentali, è necessario :

(a) ridurre in primo luogo la differenza di Longitudine al sistema di Brera, ciò che equivale a considerare per la marcia dell'orologio utilizzato a Brera quella dedotta dal sistema basato sul servizio dell'ora all'Osservatorio, che differisce da quella qui utilizzata poichè il periodo di osservazione da cui questa viene tratta risulta molto più esteso ;

(b) ridurre successivamente la differenza di Longitudine riportata al sistema di Brera al sistema dell'ora definitiva del Bureau International de l'Heure. Questa correzione può essere apportata solo a posteriori poichè le correzioni della Longitudine di Brera sono comunicate dal B. I. H. dopo un periodo di tempo relativamente lungo.

La riduzione della differenza di Longitudine al sistema del B. I. H. corrisponde a sostituire nella (7) e nella (7') al termine $\delta_{e_a}^{(0)}$, dipendente dagli errori sistematici locali della Longitudine della stazione di riferimento, il termine Δe , trascurabile rispetto a questo, dipendente dalle fluttuazioni del meridiano fondamentale nel sistema del B. I. H. La differenza di Longitudine si potrà quindi in tal modo ritenere unicamente affetta dall'errore $\delta_{e_a}^{(1)}$ della stazione di Solferino, la cui determinazione non può essere effettuata per mezzo dei dati a disposizione.

Chiamando Δr_B e Δr_{BIH} le correzioni per la riduzione della differenza di Longitudine (7') al sistema di Brera ed a quello del B. I. H. si avrà,

$$\Delta \lambda_{BIH} = \Delta \lambda + \Delta r_B + \Delta r_{BIH} = \Delta \lambda_B + \Delta r_{BIH} .$$

Dai dati del servizio dell'ora dell'Osservatorio di Brera si ricava per la correzione Δr_B il valore $+ 0^s,004$, di conseguenza sarà,

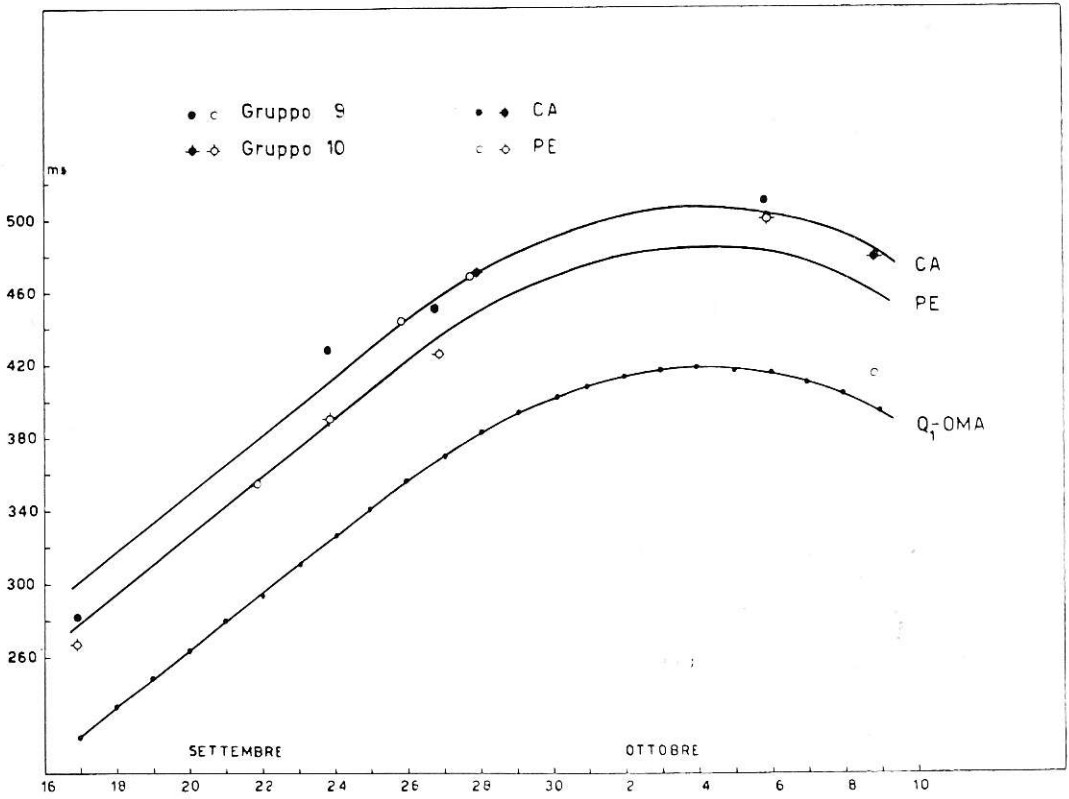
$$\begin{aligned} \Delta \lambda_B &= - 5^m 28^s,602 \\ &\pm .001 . \end{aligned}$$

La differenza di Longitudine così ricavata tra Brera e Solferino si riferisce, per quanto riguarda quest'ultima stazione, al pilastrino fuori centro rispetto al punto trigonometrico di Solferino.

La correzione per la riduzione al centro risulta $- 0^s,041$ trovandosi il fuori centro spostato verso Ovest rispetto al punto trigonometrico.

Pertanto la differenza di Longitudine Brera-Solferino rispetto al sistema del servizio dell'ora dell'Osservatorio di Brera risulta,

$$\begin{aligned} \Delta \lambda_B &= - 5^m 28^s,643 \\ &\pm .001 . \end{aligned}$$



BIBLIOGRAFIA

- [1] COMMISSIONE GEODETICA ITALIANA, *Processi verbali*. Seduta del 6 sett. 1895 tenuta al Palazzo Brera in Milano. Firenze, 1900.
- [2] PROVERBIO E., *La determinazione della Longitudine dell'Osservatorio Astronomico di Brera durante l'anno Geofisico Internazionale 1957-1958*. Pubbl. n. 39 del C.N.R., Serie IQSY, Roma, 1964.
- [3] ENGI P., *Sur la précision des différences des Longitudes de premier ordre*. « Bull. Geod. », n. 26, 50, 1930.
- VOCCA P. - ZAGAR F., *Differenza di Longitudine Milano-Zurigo determinata nell'anno 1929*. « Pubbl. R. Oss. Astron. Brera, N. LXII, 1932.
- [4] PROVERBIO E., *Sulla determinazione di differenze di Longitudine per scopi geodetici*. « Boll. Geod. e Sc. affini », XXIII (3), 367, 1964.
- [5] PROVERBIO E., *Riduzione degli errori sistematici nelle osservazioni meridiane di tempo e di Longitudine*. « Mem. S. A.It. », XXXV (2), 183, 1964.

IL "BOLLETTINO DI GEODESIA E SCIENZE AFFINI",
riceve in scambio o in omaggio i seguenti periodici :

P O L O N I A

- Prace Instytutu Geodezji i Kartografii - Warszawa.
- Geodezja i Kartografia - Warszawa.
- Przegląd geodezyjny - Warszawa.
- Annales Universitatis Marie Curie - Lublino.
- Bulletin de l'Académie Polonaise de Sciences - Varsovie.
- Przegląd geograficzny - Warszawa.

P O R T O G A L L O

- Boletim do Instituto Geográfico e Cadastral - Lisboa.

P R I N C I P A T O D I M O N A C O

- Revue Hydrographique International - Montecarlo.

R O M A N I A

- Buletinului Institutului Politehnic IASI.

S P A G N A

- Anales de la Asociación Española para el progreso de la ciencias - Madrid.
- Urania - Madrid.
- Revista de Geofísica - Madrid.
- Revista de la Real Academia de ciencias exactas físicas y naturales - Madrid.
- Ejercito - Madrid.

S V E Z I A

- Svensk Lantlättnings Tidskrift - Uppsala.

S V I Z Z E R A

- Schweizerische Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik - Zurigo.
- Schweiz meteorologische zentralanstalt - Zurich.

T U R C H I A

- Harita Dergisi - Ankara.

IL " BOLLETTINO DI GEODESIA E SCIENZE AFFINI " ,,
riceve in scambio o in omaggio i seguenti periodici :

U N G H E R I A

- Geodezia es Kartografia - Budapest.
- Acta Technica - Sopron.

U. R. S. S.

- Isvestia - Leningrado.

U. S. A.

- Surveyng and Mapping - Washington.
- The Military Engineer - Washington.
- Journal of the Franklin Institute - Philadeplhia.
- Journal of geophysycal research - Washington 15 D. C.
- Annual Report - Washington.
- Photogrammetric Engineers - Falls Church.
- Military Review - Kansas.
- Science - Washington.

CONTRIBUTI DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE

NUOVA SERIE

- » 201 - F. ZAGAR, *L'Osservatorio di Milano nella storia.*
- » 202 - H. HACK, *Absolute Magnitudes of O-type stars.*
- » 203 - G. DE MOTTONI, *Il nuovo riflettore di 1,37 m dell'Osservatorio di Merate.*
- » 204 - M. FRACASSINI, *The solution of the van de Hulst's integral equations for computing electron density of the solar corona.*
- » 205 - M. HACK, *The shell spectrum of W Serpentis.*
- » 206 - A. CÖKGÖZ, M. HACK, I. KENDIR, *Study of the spectrum ξ Tauri in 1960.*
- » 207 - J. O. FLECKENSTEIN, *Boscovich als Mitbegründer der sphärischen Trigonometrie.*
- » 208 - A. MASANI, *The propagation of shock waves in the inside of Stars-II.*
- » 206 - F. ZAGAR, *Galileo Astronomo.*
- » 210 - E. PROVERBIO, *Condizioni per la determinazione della costante micrometrica per mezzo di coppie stellari fondamentali.*
- » 211 - A. MASOTTI, *Sopra alcuni cimeli bibliografici della Specola braidense.*
- » 212 - M. FRACASSINI, *The solution of the van de Hulst's integral equations, ecc.*
- » 213 - E. PROVERBIO, *Determinazione fotografica di precisi istanti dei contatti durante l'eclisse totale di Sole del 15 febbraio 1961.*
- » 214 - G. DE MOTTONI, *Considerazioni sulla collaborazione internazionale nello studio fotografico del Pianeta Marte.*
- » 215 - M. HACK e L. PASINETTI, *Quantitative analysis of the Hydrogen - poor star ν Sagittarii.*
- » 216 - A. MASANI, *Sui recenti sviluppi della teoria delle stelle variabili.*
- » 217 - M. FRACASSINI e M. HACK, *Intensities, polarization and electron density of the solar corona during the total solar eclipse of 1961, february 15: (final results) paper II.*
- » 218 - R. FARAGGIANA e M. HACK, *The magnetic star γ Equulei.*
- » 219 - E. PROVERBIO, *La variazione della latitudine di Milano (Brera) nel periodo 1960. 1-1961.3.*
- » 220 - E. PROVERBIO, *Sul problema della determinazione dell'azimut strumentale meridiano.*
- » 221 - R. FARAGGIANA e M. HACK, *Results obtained from the 1961-62 eclipse of 31 Cygni.*
- » 222 - P. BROGLIA, *The ultrasort period variable SZ Lyncis.*
- » 223 - A. PASINETTI e L. PASINETTI, *The problem of ionizing radiations in space flight.*
- » 224 - E. PROVERBIO, *Possibilità della misura di distanze nel campo topografico con metodi ottici.*
- » 225 - T. TAMBURINI, *Studio spattrofotometrico di 56 rietis.*
- » 226 - P. BROGLIA, *Light curves variations and elements of Cassiopeise.*
- » 227 - A. MASANI e G. SILVESTRO, *Energy Spectrum of Neutrinos Produced in e^+ , e^- Pair annihilation.*
- » 228 - M. FRACASSINI e L. E. PASINETTI, *Study of ϵ Del: Reduction and Elaboration of the observations by the electronic computer IB: 1620.*

- » 229 - E. PROVERBIO, *Riduzione degli errori sistematici nelle osservazioni meridiane di tempo e di longitudine.*
- » 230 - E. PROVERBIO, *Sulla determinazione di differenze di longitudine per scopi geodetici.*
- » 231 - E. PROVERBIO, *Osservazioni sulla propaganda di segnali orari su 2.500 e 5.000 Mc/s durante l'eclissi totale di sole del 15 febbraio 1961.*
- » 232 - R. FARAGGIANA, *Quantitative analysis of γ Capricorni.*
- » 233 - A. MASANI, *La produzione di neutroni nei plasmi ad altissima temperatura.*
- » 234 - E. PROVERBIO, *Ricerche sulla marcia e sulla deriva di campioni di frequenza a quanto.*
- » 235 - E. PROVERBIO, *Sur la détermination du facteur de qualité du Système Balancier-Spiral d'un oscillateur mécanique.*
- » 236 - M. FRACASSINI e L. PASINETTI, *Teorie e problemi attuali sulle variazioni ecc.*
- » 237 - A. MASANI, R. GALLINO, G. SILVESTRO, *Neutrino Emission of Massive Star Evolutions, in the Late Stages.*
- » 238 - R. FARAGGIANA, A. GOKGOZ, M. HANCK, I. KENDIR, *Spectrographic Observations of the 1962 Eclipse of ζ Cygni.*