SULLA DETERMINAZIONE FOTOGRAFICA DELL' INDICE DI COLORE DELLE STELLE

Nota di E. DE CARO

RIASSUNTO. — Ammessa una nota relazione di fotometria fotografica, l' A. propone una formula la quale, utilizzando i soli dati di osservazione nelle due radiazioni dell' azznrro e del giallo, porge direttamente l' indice di colore c e, in generale, qualunque variazione o differenza di colore esprimibile in grandezze stellari.

1. - È nota l' importanza che in Astronomia ha assunto lo studio dell' indice di colore delle stelle

$$c = m_f - m_v \tag{1}$$

definito generalmente come differenza fra grandezza *fotografica* (m_f) e grandezza *visuale* o *fotovisuale* (m_v) (rispettivamente col massimo di sensibilità intorno a 4500 e 5600 U. Å.).

Allo scopo di eliminare una fonte non trascurabile di incertezze sistematiche, la presente Nota studia la possibilità di determinare l' indice di colore partendo direttamente dai *soli dati sperimentali*, che nel metodo che ora esponiamo vengono forniti dalle misure di densità fotografiche (D) eseguite al microfotometro e dai tempi di esposizione τ.

Indicate rispettivamente con I_a e I_g le intensità radianti nell' azzurro e nel giallo, l' indice di colore c, come è noto, può definirsi con la relazione:

$$c = \text{costante} - 2.5 \log \frac{I_a}{I_g} \tag{2}$$

A stretto rigore, una precisazione dell' indice di colore, o meglio del rapporto I_a/I_g, ottenuto attraverso ordinari procedimenti visuali e fotografici, o semplicemente fotografici, non è possibile, poichè i due fasci luminosi relativi a I_a e I_g non sono monocromatici. In pratica la difficoltà vien superata definendo c quale differenza fra le grandezze m_a e m_g ottenute nelle due lunghezze d'onda effettive λ_a λ_g che rendono massimi i prodotti

$$\delta_a(\lambda)\,\sigma(\lambda) \quad , \quad \delta_g(\lambda)\,\sigma(\lambda)$$

in cui $\sigma(\lambda)$ rappresenta la sensibilità della lastra o dell'occhio per le varie lunghezze d'onda, mentre δ_a e δ_g sono i coefficienti di trasmissione di due filtri selettori. Ciò equivale a supporre λ_a e λ_g implicitamente costanti per tutte le stelle [1].

In secondo luogo, dal punto di vista puramente fotografico, il rapporto fra le intensità (fotografiche) di due sorgenti luminose, diversamente colorate, può, in qualche caso, risultare completamente privo di senso e ciò si verifica nelle regioni estreme dello spettro, verso le piccole lunghezze d'onda, per il fatto che in queste zone il comportamento delle curve caratteristiche è piuttosto incerto [2]. Tuttavia, trattandosi nel nostro caso di radiazioni comprese nell'ambito dello spettro visibile, l'andamento della curva che lega i valori delle densità fotografiche D alle intensità I e ai tempi di posa τ può ritenersi praticamente indipendente dalla lunghezza d'onda effettiva adoperata.

Fra queste tre quantità si può scrivere, come è noto, la relazione seguente:

$$D = \gamma \log I \tau^p - i \tag{3}$$

dove γ (fattore di *sviluppo* o di *contrasto*) è un coefficiente che si conserva praticamente costante per un tratto più o meno lungo della curva caratteristica (regione di esposizione normale) secondo i vari tipi di lastre e p è il così detto esponente di SCHWARZSCHILD (normalmente $p =$ circa 0.86) [3].

---

(1) Nel giallo, ove sia scelto il sistema lastra-filtro in modo che l'andamento di sensibilità e il relativo massimo corrispondano presso a poco a quelli della percezione visuale, tale condizione è abbastanza bene realizzata, poichè il rapporto fra l'intensità visuale I_v e l'intensità bolometrica I_b *limitata* in quella regione è praticamente costante per quasi tutte le stelle; nell'azzurro, invece, la posizione ora fatta appare sotto un certo aspetto un po' più incerta.

Per altre considerazioni in analogo ordine d'idee, cfr. la ricerca del prof. M. MAGGINI sull'influenza del colore nelle misure fotoelettriche di stelle (Rend. della R. Acc. dei Lincei, Vol. XVIII, serie 6ª, fasc. 5-6, sett. 1933 XI).

(2) BUISSON e FABRY, sperimentando dalle radiazioni visibili alla regione $\lambda = 2500$ trovano che il coefficiente *gamma* diminuisce nel rapporto 3 a 1 (Revue d'Optique, Janv. 1924, n. 1).

(3) JONES e HUSE propongono la formula:

$$D = \log(I\tau) - a\sqrt{\left[\log \frac{I_0}{I}\right]^2 + 1}$$

alquanto più complicata (Journ. Opt. Soc. Am., Vol. II, n. 4).

Derivando la [3] abbiamo (supposto τ costante):

$$\frac{dI}{I} = \frac{1}{\gamma}\, dD$$

Potendosi porre

$$\gamma' = \gamma p$$

la precedente relazione può anche scriversi:

$$D = \gamma \log I + \gamma' \log \tau - i \qquad [3']$$

2. - Il metodo che ora esponiamo si fonda sul principio di ridurre le energie radianti nell'azzurro e nel giallo I_a e I_g di una data stella S, secondo un determinato rapporto:

$$\log I'_a / I_a = \log I_g / I'_g = N \qquad [4]$$

A tale scopo diversi sono i procedimenti impiegati in fotometria a seconda dei casi; essi sono ad esempio (*a*) il prisma di NICOL, (*b*) il settore ruotante, (*c*) il cuneo ottico, (*d*) l'apertura variabile dell'obiettivo, (*e*) il reticolo di diffrazione, ecc. Per gli usi della fotografia celeste i due ultimi metodi appaiono di più facile impiego. Tanto col reticolo, quanto col diaframma posto davanti all'obbiettivo, il rapporto di riduzione N che si ottiene può considerarsi praticamente costante qualunque sia la natura della sorgente; in realtà esperienze fatte in proposito hanno messo in luce piccole differenze col variare della lunghezza d'onda effettiva, ma il loro importo è così piccolo che non val la pena pel momento addentrarsi ad esaminarne le cause.

Operando, ad es., con un reticolo di HERTZSPRUNG e limitandoci a considerare l'immagine *principale* I_a e la *prima immagine diffratta* I'_a, otteniamo per una data stella S fotografata nell'azzurro, con due tempi di posa diversi τ_1 e τ_2 le quattro seguenti relazioni, giusta la [3']:

$$(A) \qquad \begin{aligned} D_{a1} &= \gamma_a \log I_a + \gamma' \log \tau_1 - i_a \\ D'_{a1} &= \gamma_a \log I'_a + \gamma' \log \tau_1 - i_a \\ D_{a2} &= \gamma_a \log I_a + \gamma' \log \tau_2 - i_a \\ D'_{a2} &= \gamma_a \log I'_a + \gamma' \log \tau_2 - i_a \end{aligned}$$

---

ed esprimendo in grandezze stellari:

$$\Delta m = -\frac{2.5}{\gamma} \Delta D \quad ;$$

il che dimostra che l'errore Δm, commesso nell'indice di colore per una inesatta valutazione di D è tanto più grande quanto più piccolo è γ; emerge da questo risultato che uno sviluppo debole o flacco è, in linea di massima, da evitare in questo genere di ricerche.

Alcuni sperimentatori mettono in rilievo una notevole proprietà del così detto sviluppo fisico, il quale consente di ottenere valori di γ più che doppi di quelli che si hanno col procedimento normale. Cfr. MEIDINGUER (Zeits. f. phys. Chemie, t. 114, 1924, pagg. 89-113). HANOT et GUILLEMENT (Revue d'Optique, n. 9, Sept. 1928).

Con tre di queste quattro relazioni si ottiene immediatamente:

[5] $$\gamma_a = (D_{a1} - D'_{a1})/N \qquad , \qquad \gamma'_a = (D_{a1} - D_{a2})/\log \frac{\tau_1}{\tau_2}$$

dove N è il logaritmo del rapporto *noto* della intensità.

Operando con filtro giallo possiamo scrivere analogamente:

(B) $$\begin{aligned} D_{g1} &= \gamma_g \log I_g + \gamma'_g \log \tau'_1 = i_g \\ D'_{g1} &= \gamma_g \log I'_g + \gamma'_g \log \tau'_1 - i_g \\ D_{g2} &= \gamma_g \log I_g + \gamma'_g \log \tau'_2 - i_g \\ D'_{g2} &= \gamma_g \log I'_g + \gamma'_g \log \tau'_2 - i_g \end{aligned}$$

dove i tempi di posa τ'_1 τ'_2 possono essere differenti dai tempi τ_1 τ_2 precedentemente adottati.

Dalle (*B*) si ottiene come per le (*A*):

[6] $$\gamma_g = (D_{g1} - D'_{g1})/N \qquad , \qquad \gamma'_g = (D_{g1} - D_{g2})/\log \frac{\tau'_1}{\tau'_2}$$

Notiamo qui di sfuggita che, operando sulla medesima lastra, i coefficienti γ_g e γ'_g non dovrebbero risultare molto diversi dai corrispondenti coefficienti γ_a e γ'_a precedentemente considerati; in realtà una piccola differenza c'è sempre fra due coppie di valori e non sarebbe quindi inutile verificarne l'accordo. Totalmente differente da i_a risulta in ogni caso il termine i_g, poichè la sostituzione del filtro giallo modifica completamente la soglia di sensibilità (inerzia) della lastra.

Dalle (*B*) e dalle (*A*), limitandoci a considerare soltanto le equazioni relative alle immagini principali (prima o terza), otteniamo per sottrazione:

[7] $$\log \frac{I_a}{I_g} = \frac{D_a}{\gamma_a} - \frac{D_g}{\gamma_g} - p_a \log \tau + p_g \log \tau' + C$$

ove C è una costante incognita.

Ciò posto, possiamo scrivere per l'indice di colore, giusta definizione [2]:

[8] $$c = k - 2.5 \left[\frac{D_a}{\gamma_a} - \frac{D_g}{\gamma_g} - p_a \log \tau + p_g \log \tau' + C\right]$$

Come è noto, il *punto zero* della sequenza dei valori c è stabilito in modo che ad esso corrisponda una particolare classe di stelle bianche (tipo spettr. *A* 0 e grandezza intorno alla sesta). Indichiamo quindi con D, τ

i dati di osservazione di una di queste stelle $\boldsymbol{S}$, fotografata *accanto* alla stella S, di cui si vuol conoscere l'indice di colore e poichè si ha in tal caso, per convenzione:

$$c = k - 2.5 \log \frac{\boldsymbol{I}_a}{\boldsymbol{I}_g} = 0$$

si ricava:

$$k = 2.5 \left[\frac{\boldsymbol{D}_a}{\gamma_a} - \frac{\boldsymbol{D}_g}{\gamma_g} - p_a \log \boldsymbol{\tau} + p_g \log \boldsymbol{\tau}' + C \right] \tag{9}$$

Sostituendo questo valore di k in [8] otteniamo:

$$c = -2.5 \left[\frac{D_a - \boldsymbol{D}_a}{\gamma_a} - \frac{D_g - \boldsymbol{D}_g}{\gamma_g} - p_a \log \frac{\tau}{\boldsymbol{\tau}} + p_g \log \frac{\tau'}{\boldsymbol{\tau}'} \right] \tag{10}$$

I vantaggi di questa formula, nella quale γ_a γ_g γ'_a γ'_g si calcolano a mezzo delle [5] e delle [6] nel modo indicato, possono riassumersi così:

a) nessun impiego di valori di grandezze stellari note, relative a stelle di confronto;

b) nessun riferimento a indici di colore noti;

c) nessun uso di coefficienti o costanti la cui determinazione richieda particolari ricerche di laboratorio. Il metodo è quindi esclusivamente astronomico (1).

3. - La [10] può essere utile per studiare, in base ai dati osservati, le variazioni rapide di colore nelle stelle *nove* e in alcuni tipi di variabili (2), per desumere sperimentalmente le variazioni apparenti di colore dovute all'assorbimento selettivo atmosferico con le diverse altezze ecc.

Indichiamo, ad es., con D_{a0} D_{ai}, D_{g0} D_{gi} i dati di osservazione di una stella qualunque, per due epoche differenti t_0 e t_i. La variazione di colore Δc, nell'intervallo di tempo $t_i - t_0$ potrà essere espressa da una relazione analoga alla [10] già considerata:

$$\Delta c = -2.5 \left[\frac{D_{a0} - D_{ai}}{\gamma_a} - \frac{D_{g0} - D_{gi}}{\gamma_g} - p_a \log \frac{\tau_0}{\tau_i} + p_g \log \frac{\tau'_0}{\tau'_i} \right]$$

---

(1) Il ROSSIER, basandosi sulla validità dell'equazione spettrale di WIEN, ha proposto di recente una formula per il calcolo dell'indice di colore assoluto in funzione dei soli dati di esperienza, senza ricorrere a una scala di temperature; tuttavia vi si richiede l'impiego di alcune costanti da determinarsi in laboratorio. (Publ. Obs. *Genève*, fasc. 26, 1934).

(2) Cfr. M. MAGGINI - *Sulle variazioni rapide di colore di alcune stelle*. (Estr. Rend. della R. Acc. dei Lincei, Vol. XXIII, serie 6ª, marzo 1936 XIV). Ad es. nella *AR Cassiopeiae* di tipo Algol, osservata con due cellule (al sodio e al rubidio) l'A. riscontra, nell'intervallo di una quarantina di minuti, differenze di colore per l'ammontare complessivo di $0^m.15$ circa.

e poichè nulla vieta di scegliere i tempi di esposizione in modo che sia:

$$\tau_0 = \tau_i \qquad , \qquad \tau_0' = \tau_i'$$

si può scrivere:

$$[11] \qquad \Delta c = -2.5 \left[\frac{D_{a0} - D_{ai}}{\gamma_a} - \frac{D_{g0} - D_{gi}}{\gamma_g} \right]$$

Se tutte e due le coppie di immagini son date dalla medesima lastra, si ha la relazione ancora più semplice:

$$[11'] \qquad \Delta c = -\frac{2.5}{\gamma} (D_{a0} + D_{gi} - D_{ai} - D_{g0})$$

È facile dimostrare che quest' ultima relazione, come la precedente, attesta esclusivamente fluttuazioni di colore, *indipendentemente* da ogni variazione di grandezza dell' astro in esame; in altre parole, se la variabilità di una stella non si accompagna ad alcun cambiamento di colore, la [11] e analoga [11'] risultano identicamente nulle.

Nella pratica astronomica converrà servirsi di una scala di annerimenti K definiti dalla relazione:

$$K = q + \mu D$$

e ottenuti preferibilmente sulla stessa lastra. A tale scopo si esponga la lastra alla luce di una stella qualsiasi, in modo che i tempi di esposizione τ soddisfino la relazione

$$K = a + b \log (n \tau)$$

ove a, b ed n possono essere arbitrariamente scelti. In tal modo, mentre i tempi τ si fanno variare con una certa progressione geometrica, gli annerimenti K che ne risultano saranno in progressione aritmetica.

Questa sostituzione di K a D non cambia sostanzialmente le cose; solo che, in luogo di γ e γ', si otterranno dei coefficienti g e g' proporzionali ai primi.

R. Specola di Collurania, Dicembre 1937 XVI.