

L. BUFFONI - F. CARTA - F. CHLISTOVSKY - A. MANARA - F. MAZZOLENI

★



Influenza di alcuni parametri sperimentali sui risultati delle osservazioni di stelle di uguale altezza all'Astrolabio Danjon

ESTRATTO DAL « *BOLLETTINO DI GEODESIA E SCIENZE AFFINI* »
RIVISTA DELL'ISTITUTO GEOGRAFICO MILITARE
ANNO XXXVI - N. 2 - APRILE - MAGGIO - GIUGNO 1977

Influenza di alcuni parametri sperimentali sui risultati delle osservazioni di stelle di uguale altezza all'Astrolabio Danjon.

L. BUFFONI — F. CARTA — F. CHLISTOVSKY — A. MANARA — F. MAZZOLENI
Osservatorio Astronomico di Milano — Merate

Riassunto. — Dopo un'indagine preliminare sulla dipendenza del parametro V_0 da fattori atmosferici (temperatura, pressione, umidità) si studia, mediante osservazioni all'Astrolabio Danjon di stelle di uguale altezza, l'influenza delle variazioni di V_0 e della rifrazione sulla determinazione di tempo, latitudine e distanza zenitale.

INFLUENCE OF SOME EXPERIMENTAL PARAMETERS ON THE RESULTS OF OBSERVATIONS AT THE DANJON ASTROLABE.

Summary. — After a preliminary study on the parameter V_0 in function of atmospheric conditions (temperature, atmospheric pressure, humidity) the influence of V_0 and atmospheric refraction variations on the time, latitude and zenithal distance determinations are analyzed by observations of equal altitude stars made with the Danjon Astrolabe.

L'INFLUENCE DE QUELQUES PARAMÈTRES EXPÉRIMENTAUX SUR LES RÉSULTATS DES OBSERVATIONS EFFECTUÉES PAR L'ASTROLABE DANJON.

Résumé. — Après une étude préliminaire des effets de la variation de quelques éléments atmosphériques (température, pression, humidité) sur le paramètre V_0 on examine l'influence des variations de V_0 et, à l'aide d'observations d'étoiles d'égale hauteur par l'Astrolabe Danjon, de la réfraction sur la détermination de temps, latitude et distance zénithale.

EINFLUSS EINIGER EXPERIMENTELLEN PARAMETERN AUF DIE ERGEBNISSE DER BEOBACHTUNGEN VON GESTIRNEN DERSELBER HÖHE MIT DEN DANJON ASTROLABIUM.

Zusammenfassung. — Nach einer einleitenden Erforschung über der Abhängigkeit des Parameters V_0 von atmosphärischen Faktoren (Temperatur, Druck, Feuchtigkeit), der Einfluss der Veränderungen des Parameters V_0 und der Refraktion auf die Zeit-Breite- und Zenith distanzbestimmungen von mit dem Danjon Astrolabium beobachteten Gestirnen derselben Höhe erforscht wird.

INFLUENCIA DE UNOS PARÁMETROS ESPERIMENTALES SOBRE LOS RESULTADOS DE LAS OBSERVACIONES DE ESTRELLAS DE IGUAL ALTURA EN EL ASTROLABIO DANJON.

Resumen. — Tras una investigación preliminar sobre la dependencia del parámetro V_0 de factores atmosféricos (temperatura, presión, humedad) se estudia, por medio de observaciones en el Astrolabio Danjon de estrellas de iguales alturas, la influencia de las variaciones de V_0 y de la refracción sobre la determinación de tiempo, latitud y distancia cenital.

1. — INTRODUZIONE.

Prima di intraprendere lo studio dell'accordo esterno delle variazioni di latitudine e di tempo determinate con l'Astrolabio Danjon, in riferimento ai dati del B.I.H. e I.L.S., è opportuno un'analisi dell'influenza degli errori di rilevazione dei dati sperimentali sui risultati finali sia per ottenere possibili miglioramenti della precisione, sia per effettuare un bilancio preventivo del suddetto accordo.

Per quanto riguarda il principio di funzionamento dell'Astrolabio si rimanda alla numerosa bibliografia esistente [1]; è qui sufficiente ricordare che lungo il cammino ottico del raggio della stella è interposto un prisma doppio simmetrico di Wollaston che mosso da una vite micrometrica (alla quale è fissato il tamburo con due e quattro contatti) compensa il movimento dell'astro in distanza zenitale e rende il raggio luminoso prima dell'oculare parallelo all'asse ottico dello strumento. Un dispositivo limita a 12 oppure a 6 il numero dei giri del tamburo che porta i contatti; ogni contatto corrisponde alla posizione W_1, W_2, \dots, W_{24} del birifrangente che equivale al passaggio della stella alle distanze zenitali di $30^\circ + n \cdot x/2$, dove n assume i valori dispari compresi tra $[-23$ e $+23]$ e $x = 25''.85/N_{\text{cont}}$ è il valore della variazione di distanza zenitale della stella tra 2 contatti successivi (uguale a $12''.92$ oppure $6''.46$). Durante l'osservazione la vite micrometrica ruota ad una velocità proporzionale a $|\sin A|$ per cui lo spostamento del prisma di Wollaston è tale da permettere all'osservatore di vedere due immagini della stella che per alcune decine di secondi descrive un parallelo di altezza invece che di declinazione. Le due immagini per comodità sono tenute separate orizzontalmente di una quantità costante ed in modo che la retta congiungente i loro centri sia parallela ai fili orizzontali del reticolo; l'istante di chiusura di ogni contatto viene perforato su banda di carta [2] e la media \pm degli impulsi simmetrici mediati dà il tempo di passaggio della stella all'almucantarato di 30° (di distanza zenitale).

La posizione del piano focale dello strumento (e quindi anche la distanza zenitale strumentale) è funzione della temperatura, le sue variazioni si misurano sostituendo il prisma a sezione equilatera con uno specchio ad autocollimazione e portando le due immagini dei fili del reticolo a sovrapporsi (ciò avviene quando il piano principale del birifrangente coincide con il piano focale strumentale). Un disco graduato diviso in 100 parti è solidale alla vite micrometrica e permette di valutare uno spostamento V_0 del birifrangente dell'entità di qualche millesimo del passo della vite (5 mm). L'errore effettivo proprio dell'operazione di autocollimazione è di $\pm 25 \mu\text{m}$ (si veda la dispersione di V_0 in fig. 1).

Per determinazioni di tempo e di latitudine è sufficiente che nell'arco di due ore in cui si osserva un gruppo di stelle la distanza zenitale di osservazione non subisca variazioni irregolari (eventuali variazioni lineari durante l'osservazione di un gruppo sono facili da eliminare).

Nel caso in cui si volessero migliorare le posizioni delle stelle del catalogo locale assume grande importanza il residuo individuale (scarto in distanza zenitale) di

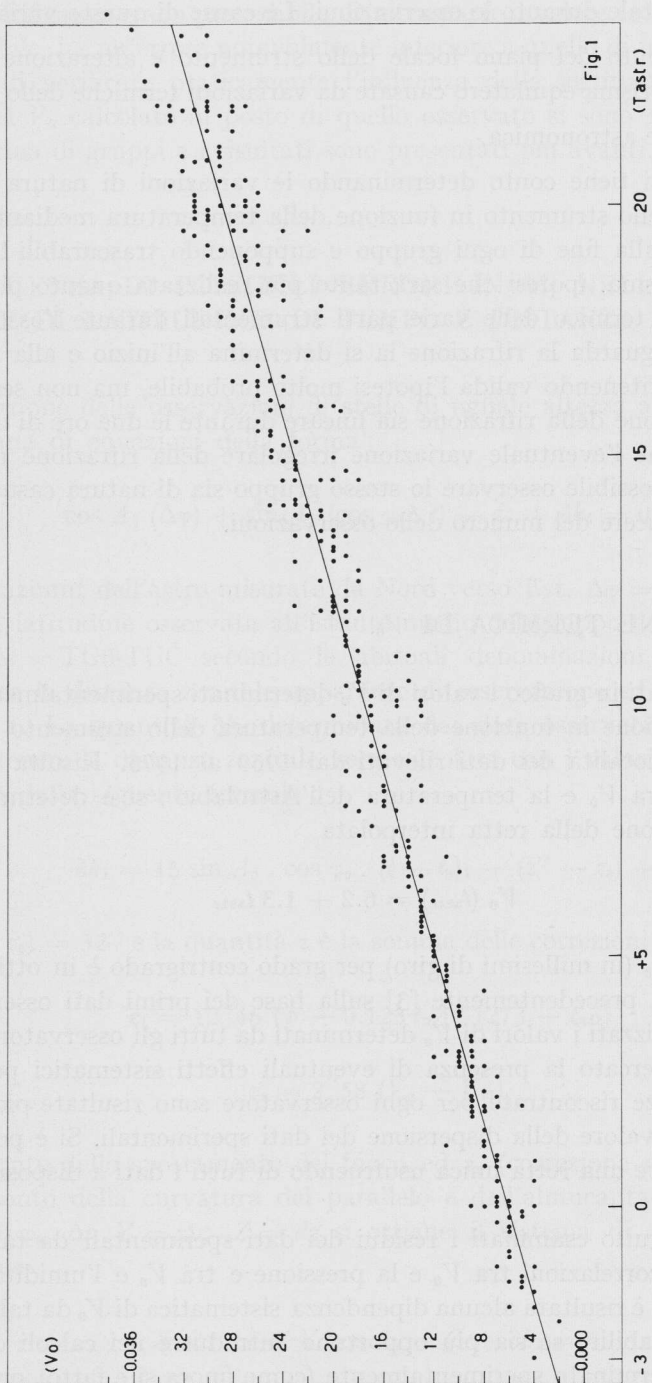


Fig. 1 — Interpolazione lineare di V_0 in funzione della temperatura dello strumento (T_{astr}).

ogni singola stella ed è necessario conoscere il più esattamente possibile l'evoluzione della distanza zenitale durante le osservazioni. Le cause di queste variazioni sono :

a) spostamento del piano focale dello strumento e alterazione delle facce e degli angoli del prisma equilatero causate da variazioni termiche dello strumento ;

b) rifrazione astronomica.

Della prima si tiene conto determinando le variazioni di natura sistematica del piano focale dello strumento in funzione della temperatura mediante la misura di V_0 all'inizio e alla fine di ogni gruppo e supponendo trascurabili le variazioni dell'angolo del prisma, ipotesi che sarà tanto più realizzata quanto più sarà assicurato l'equilibrio termico delle varie parti strumentali durante l'osservazione.

Per quanto riguarda la rifrazione la si determina all'inizio e alla fine di ogni gruppo osservato ritenendo valida l'ipotesi molto probabile, ma non sempre verificata, che l'evoluzione della rifrazione sia lineare durante le due ore di osservazione di un gruppo e che l'eventuale variazione irregolare della rifrazione nell'arco dei tre mesi in cui è possibile osservare lo stesso gruppo sia di natura casuale e quindi trascurabile al crescere del numero delle osservazioni.

2. — VARIAZIONE TERMICA DI V_0 .

Si sono riportati in grafico i valori di V_0 determinati sperimentalmente durante le sere di osservazione in funzione della temperatura dello strumento (fig. 1) utilizzando la quasi totalità dei dati rilevati dal 1969 al 1975. Risulta evidente la relazione lineare tra V_0 e la temperatura dell'Astrolabio ; si è determinata analiticamente l'equazione della retta interpolata

$$(1) \quad V_0 (t_{astr}) = 6.2 + 1.3 t_{astr}$$

La variazione di V_0 (in millesimi di giro) per grado centigrado è in ottimo accordo con quella trovata precedentemente [3] sulla base dei primi dati osservativi.

Sono stati utilizzati i valori di V_0 determinati da tutti gli osservatori dopo aver preliminarmente cercato la presenza di eventuali effetti sistematici personali ; in pratica le differenze riscontrate per ogni osservatore sono risultate piccole, nettamente inferiori al valore della dispersione dei dati sperimentali. Si è pertanto ritenuto lecito calcolare una retta unica usufruendo di tutti i dati a disposizione senza alcuna distinzione.

Si sono in seguito esaminati i residui dei dati sperimentali da tale retta per cercare eventuali correlazioni tra V_0 e la pressione e tra V_0 e l'umidità, ma come era prevedibile non è risultata alcuna dipendenza sistematica di V_0 da tali parametri.

Rimane da stabilire se sia più opportuno introdurre nei calcoli di riduzione il valore di V_0 determinato sperimentalmente (come finora si è fatto) oppure quello dedotto dalla retta interpolata in base alla temperatura strumentale rilevata. Essendo V_0 un dato sperimentale andrebbe determinato volta per volta in quanto

un'eventuale variazione del suo valore potrebbe riflettere un'anomalia strumentale realmente verificatasi e non prevedibile. D'altra parte il valore teorico di V_0 , essendo il più probabile, ha un errore notevolmente inferiore a quello di una singola lettura. Allo scopo di verificare praticamente l'influenza della sostituzione nei calcoli di riduzione del V_0 calcolato al posto di quello osservato si sono rifatte le riduzioni di una trentina di gruppi e i risultati sono presentati più avanti.

3. — INFLUENZA DI POSSIBILI ERRORI IN δh_1 NELLA DETERMINAZIONE DI LATITUDINE, DI TEMPO E DISTANZA ZENITALE.

La riduzione delle osservazioni di stelle di uguale altezza all'Astrolabio porta ad un sistema di equazioni della forma :

$$(2) \quad \cos A_1 (\Delta\varphi) + \sin A_1 (\cos \varphi_0 \Delta t) - dz + \delta h_1 = 0$$

dove A_1 è l'azimut dell'astro misurato da Nord verso Est, $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$ è la differenza tra la latitudine osservata all'istante medio del gruppo e il valore approssimato φ_0 , $\Delta t = \text{TU0-TUC}$ secondo le abituali denominazioni, $dz = z - z_0$ è la differenza tra la distanza zenitale apparente di osservazione ed un suo valore approssimato z_0 . La quantità δh_1 determinata dai dati osservativi è la correzione di z_0 per ottenere la distanza zenitale vera calcolata con i valori approssimati φ_0 e t_0 ed è data dalla seguente formula :

$$(3) \quad \delta h_1 = 15 \sin A_1 \cdot \cos \varphi_0 \cdot (t - t_0)_1 - (z'' - z_0) + \varepsilon$$

dove $(z'' - z_0) = 32''$ e la quantità ε è la somma delle correzioni

$$(4) \quad \varepsilon_1 = 12''.46 (p - 0.123 t_{hg}) / (273 + t_{air})$$

$$(5) \quad \varepsilon_2 = 2''.58 (V_0 - V_m)$$

che tiene conto dello spostamento del fuoco ed ε_3 (correzione del secondo ordine) che tiene conto della curvatura del parallelo e dell'almeucantarato. Ponendo nella (2) $X = \cos \varphi_0 \cdot \Delta t$, $Y = \Delta\varphi$, $Z = dz$ si ottiene il sistema di n (≤ 28) equazioni di condizione

$$(6) \quad X \sin A_1 + Y \cos A_1 - Z + \delta h_1 = 0$$

Nel piano xy , con l'asse x orientato verso Est e y verso Nord, la (6) rappresenta l'equazione di una retta tangente (se il residuo dell'equazione i -esima è nullo)

ad un cerchio di centro (X, Y) e raggio z passante a distanza δh_i dall'origine e formante un angolo $A_i + \pi/2$ con l'asse y . Il residuo di ogni equazione è il valore della differenza tra la distanza della retta i -esima dal centro del cerchio (X, Y) e il raggio Z ed è dato dall'equazione

$$(7) \quad r_i = \delta h_i - \bar{X} \sin A_i - \bar{Y} \cos A_i - \bar{Z}$$

dove \bar{X} , \bar{Y} , \bar{Z} sono le soluzioni della (6). La soluzione più probabile del sistema (6) si determina col metodo dei minimi quadrati.

La quantità δh_i come risulta dalla (3) contiene tutti i termini forniti dall'osservazione e quindi soggetti ad errori sperimentali. Non si prendono in considerazione gli errori nel termine $(t - t_0)$ essendo essi di natura accidentale e caratteristici dello strumento impiegato e si esaminano solo quelli in ε_1 e ε_2 . Ricordando che i valori di ε_1 e ε_2 vengono calcolati solo per gli istanti iniziale e finale di ogni gruppo e che si suppone lineare la variazione di ε nell'arco del tempo di osservazione di un gruppo, risulta che anche $\Delta(\delta h_i)$ ha un andamento lineare. Per semplicità si considerano separatamente i due casi:

a) gli scarti (8) $\varepsilon_{in}(O - C)$ (9) $\varepsilon_{fin}(O - C)$ tra i valori di ε ottenuti direttamente con i dati osservativi e quelli calcolati con la (1) secondo le temperature dello strumento soddisfano una delle due condizioni

$$(a.1) \quad (8) \simeq (9) \simeq 0 \quad (a.2) \quad (8) - (9) \simeq 0$$

$$b) \quad (8) - (9) \neq 0$$

Nel primo caso si dimostra facilmente risolvendo il sistema (6) che l'errore $\Delta(\delta h_i) \simeq \text{cost.}$ per ogni valore di $i = 1, \dots, 28$ non ha alcun effetto sulla X , sulla Y e sui residui mentre entra totalmente nella distanza zenitale. Anche nel secondo caso le due variabili X e Y non subiscono variazioni, la distanza zenitale Z varierà di una quantità $\Delta Z = 1/2 [(8) + (9)]$, mentre la variazione $\Delta r_i(O - C)$ dei residui sarà

$$(10) \quad \Delta r_i(O - C) \simeq 1/2 [(9) - (8)] - 1/28 [(9) - (8)] \cdot i = 1, \dots, 28$$

a meno degli eventuali errori in $(t - t_0)_i$ e ad anomalie nella rifrazione.

4. — CONCLUSIONI.

Come abbiamo già accennato si sono rifatti i calcoli di riduzione per diversi gruppi osservati, sostituendo i valori iniziali $\varepsilon_{in}(O)$ e finali $\varepsilon_{fin}(O)$ ottenuti dai valori di V_0 osservato con i valori $\varepsilon_{in}(C)$ e $\varepsilon_{fin}(C)$ calcolati. Nelle Tab. I e II sono riportati i dati ottenuti che mettono bene in evidenza l'entità delle variazioni

di Δt , $\Delta\varphi$ e dz e dei residui r_1 nell'ipotesi di uno scarto massimo di V_0 ($O - C$) = 0.010. In realtà si è verificato sperimentalmente che l'errore di una singola lettura di V_0 è al massimo pari a 0.005.

In Tabella III sono date le variazioni di δh_1 corrispondenti agli errori di determinazione dei parametri V_0 , P , t_{hg} , t_{air} . I valori sottolineati sono i più probabili in condizioni normali di osservazione. Si deve rilevare che la rifrazione viene calcolata supponendo una situazione statica e linearmente variabile degli strati più bassi dell'atmosfera. Ora non è assolutamente certo che ciò si verifichi in realtà, soprattutto in momenti di forti escursioni termiche a breve periodo. Studi fisici condotti sulla rifrazione hanno infatti portato alla conclusione che sue variazioni effettive possono dare errori in distanza zenitale persino di $0''.2$ (per distanze zenitali minori di 40°) [4] e [5].

Resta infine da dire che l'errore in tempo legato alle irregolarità di inseguimento di una singola stella e che noi non abbiamo preso in considerazione, è dell'ordine di $0''3 \div 0''5$ ed è caratteristico del nostro strumento. Quindi si può concludere che per quanto riguarda l'analisi delle latitudini e del tempo non è necessario prendere in considerazione gli errori precedentemente analizzati, mentre negli studi che si basano sull'esame dei residui delle stelle occorrerà tenerne conto; dovremo anche attenderci un errore standard non trascurabile sulla chiusura dei gruppi in distanza zenitale.

TABELLA I

$\Delta (T_{(o-c)})$	$\Delta (\Delta\varphi_{(o-c)})$	$\Delta (dz)$	$\varepsilon_{in (o-c)}$	$\varepsilon_{fin(o-c)}$
caso a)				
0 ^s .0001	0''001	- 0.101	- 0''103	- 0''099
- 0.0002	0.000	0.013	0.028	0.001
0.0001	- 0.001	- 0.162	- 0.169	- 0.155
0.0000	0.000	- 0.103	- 0.103	- 0.103
0.0000	0.000	- 0.178	- 0.176	- 0.200
0.0000	0.000	0.026	0.026	0.026
0.0000	- 0.001	- 0.111	- 0.120	- 0.101
0.0000	0.003	- 0.142	- 0.127	- 0.159
0.0001	- 0.001	- 0.077	- 0.083	- 0.072
0.0000	- 0.002	- 0.060	- 0.065	- 0.057
0.0000	0.000	- 0.112	- 0.109	- 0.114
0.0001	0.000	- 0.011	- 0.022	0.000
caso b)				
- 0.0004	- 0.006	- 0.033	- 0.083	0.022
0.0001	- 0.008	- 0.041	- 0.075	0.000
- 0.0006	- 0.003	0.025	0.042	0.006
0.0002	0.009	- 0.123	- 0.092	- 0.149
- 0.0008	- 0.006	- 0.201	- 0.181	- 0.221
- 0.0005	0.011	- 0.055	- 0.018	- 0.095
0.0012	0.008	0.065	0.014	0.101
0.0013	- 0.009	- 0.068	- 0.100	- 0.031
- 0.0020	- 0.016	- 0.055	0.000	- 0.111

TABELLA II'

$\varepsilon_{in} (O - C) = - 0.022$	$\varepsilon_{in} (O - C) = - 0.169$	$\varepsilon_{in} (O - C) = - 0.083$
$\varepsilon_{fin} (O - C) = 0$	$\varepsilon_{fin} (O - C) = - 0.155$	$\varepsilon_{fin} (O - C) = - 0.072$
$\Delta r (O - C)$	$\Delta r (O - C)$	$\Delta r (O - C)$
0.012	0.007	0.005
0.011	0.006	0.006
0.009	0.005	0.005
0.008	0.005	0.004
0.007	0.004	0.003
0.006	0.002	0.004
0.006	0.003	0.003
0.006	0.004	0.004
0.003	0.002	0.003
0.001	0.003	0.001
0.001	- 0.001	0.000
- 0.002	0.001	0.000
- 0.002	- 0.001	- 0.001
- 0.002	- 0.002	0.001
- 0.003	- 0.001	- 0.001
- 0.003	- 0.002	0.000
- 0.005	- 0.002	- 0.002
- 0.006	- 0.001	- 0.003
- 0.007	- 0.003	- 0.001
- 0.007	- 0.003	- 0.002
- 0.007	- 0.003	- 0.002
- 0.007	- 0.004	- 0.002
- 0.009	- 0.005	- 0.004
- 0.013	- 0.006	- 0.003
	- 0.007	- 0.003
		- 0.006
		- 0.005
		- 0.005

TABELLA II''

$\varepsilon_{in} (O - C) =$	$\varepsilon_{in} (O - C) =$	$\varepsilon_{in} (O - C) =$	$\varepsilon_{in} (O - C) =$
$= 0.014$	$= -0.092$	$= -0.083$	$= -0.018$
$\varepsilon_{fin} (O - C) =$	$\varepsilon_{fin} (O - C) =$	$\varepsilon_{fin} (O - C) =$	$\varepsilon_{fin} (O - C) =$
$= 0.101$	$= -0.149$	$= 0.022$	$= -0.095$
$\Delta r (O - C)$	$\Delta r (O - C)$	$\Delta r (O - C)$	$\Delta r (O - C)$
0.041	-0.036	0.050	-0.037
0.048	-0.035	0.050	-0.035
0.030	-0.015	0.041	-0.024
0.023	-0.020	0.039	-0.019
-0.004	-0.012	0.029	-0.019
0.015	-0.013	0.032	-0.013
0.011	-0.015	0.034	-0.031
-0.005	-0.006	0.024	-0.019
-0.003	-0.014	0.021	-0.015
-0.014	-0.006	0.014	-0.006
-0.015	0.008	0.018	0.009
-0.023	0.007	0.007	0.009
-0.019	0.007	0.003	-0.006
-0.026	0.015	0.003	-0.006
-0.025	0.010	-0.004	0.004
-0.019	0.018	0.003	0.013
-0.021	0.010	-0.015	0.021
	0.018	-0.015	0.000
	0.018	-0.020	0.009
	0.028	-0.011	0.007
		-0.016	0.008
		-0.036	0.012
		-0.035	0.017
		-0.031	0.020
		-0.035	0.042
		-0.045	0.037
		-0.053	
		-0.040	

TABELLA III

Variatione di δh_i
in funzione di V_o :

ΔV_o	$\Delta (\delta h_i)$
0.003	0''077
0.005	0.129
0.007	0.181
0.010	0.258

in funzione di P :

	$t_{air} = 0^\circ$	$t_{air} = 10^\circ$	$t_{air} = 20^\circ$
ΔP	$\Delta (\delta h_i)$	$\Delta (\delta h_i)$	$\Delta (\delta h_i)$
0.1	0''005	0''004	0''004
0.2	0.009	0.009	0.009
0.4	0.018	0.018	0.017
0.8	0.037	0.035	0.034

in funzione di t_{Hg} :

	$t_{air} = 0^\circ$	$t_{air} = 10^\circ$	$t_{air} = 20^\circ$
Δt_{Hg}	$\Delta (\delta h_i)$	$\Delta (\delta h_i)$	$\Delta (\delta h_i)$
0.1	- 0''001	- 0.001	- 0.001
0.4	- 0.002	- 0.002	- 0.002
0.8	- 0.004	- 0.004	- 0.004

in funzione di t_{air} :

$t_{Hg} = 0^{\circ}5$
 $t_{air} = 10^\circ$

	$P = 730$	$P = 735$	$P = 740$
Δt_{air}	$\Delta (\delta h_i)$	$\Delta (\delta h_i)$	$\Delta (\delta h_i)$
0.1	- 0.012	- 0.012	- 0.012
0.2	- 0.024	- 0.025	- 0.025
0.5	- 0.061	- 0.061	- 0.062
0.8	- 0.098	- 0.098	- 0.099

$t_{Hg} = 10^{\circ}5$
 $t_{air} = 10^\circ$

	$P = 730$	$P = 735$	$P = 740$
Δt_{air}	$\Delta (\delta h_i)$	$\Delta (\delta h_i)$	$\Delta (\delta h_i)$
0.2	- 0.023	- 0.023	- 0.023
0.3	- 0.034	- 0.034	- 0.034
0.5	- 0.057	- 0.057	- 0.057

BIBLIOGRAFIA

- [1] DANJON A., *L'astrolabe impersonnel de l'Observatoire de Paris*. Bull. Astron. t. 18, 1955.
- [2] BUFFONI ET AL., *Automazione delle registrazioni...* Boll. Geod. Sc. Aff. Anno 34 n° 3.
- [3] MAZZOLENI F., *Installazione dell'Astrolabio Danjon...* Mem. SAI. Vol. 43, F3, 1972.
- [4] NEFED'EVA A.I., *Compilation of new astronomical refraction tables*. Soviet Astron. Vol. 18, n° 1, 1974.
- [5] NEFED'EVA A.I., *Diurnal and annual variations of astronomical refraction*. Sov. Astron. Vol. 18, n° 3, 1974.