

2 ✓

CONTRIBUTI  
DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE

a cura del Direttore  
Prof. FRANCESCO ZAGAR

NUOVA SERIE

N. 122

FEDERICO BRANDO e EDOARDO PROVERBIO

UN COMPARATORE DI FREQUENZA  
PER OSCILLATORI A QUARZO

Estratto dai *Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere*  
Vol. 92, 1957

MILANO  
1957

CONTRIBUTI  
DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE  
a cura del Direttore  
Prof. FRANCESCO ZAGAR

NUOVA SERIE

N. 122

---

FEDERICO BRANDO e EDOARDO PROVERBIO

---

UN COMPARATORE DI FREQUENZA  
PER OSCILLATORI A QUARZO

---

Estratto dai *Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere*  
Vol. 92, 1957

---

MILANO  
1957



## UN COMPARATORE DI FREQUENZA PER OSCILLATORI A QUARZO

Nota di FEDERICO BRANDO e EDOARDO PROVERBIO

Presentata dal s. c. Francesco Zagar

(Adunanza del 1 dicembre 1957)

**Summary.** — A description of a frequency-comparator to determinate the drift of Brera quartz crystal clock and his application are given. The instrument has been obtained by the frequency-interpolation and cathode-ray oscillographic combination methods. The test-frequency is of 899 Kc/s (Milan Broadcasting) of very high stability. It is given also a brief exposition over the precision of the results.

E' nota l'importanza dei comparatori di frequenza sia per la determinazione dello stato relativo di due orologi a quarzo, sia per la determinazione della loro marcia relativa, eseguendosi in quest'ultimo caso il confronto con le frequenze.

I metodi attualmente utilizzati per la misura di frequenze di oscillatori a quarzo si possono sintetizzare in:

- a) Metodi oscillografici diretti;
- b) Metodi di interpolazione;
- c) Metodi a contatore.

Per la comparazione della frequenza dell'oscillatore a quarzo in funzione all'Osservatorio di Brera sia con la frequenza della stazione radio di Milano, sia con gli orologi a quarzo del Politecnico di Milano, collegati mediante filo diretto con l'Osservatorio, e con quella di un secondo oscillatore a quarzo che dovrà entrare prossimamente in funzione a Brera è stato costruito all'Osservatorio un comparatore elettronico di frequenza, ottenuto dalla integrazione dei primi due metodi. La loro combinazione ha permesso di eliminare la maggior parte degli inconvenienti propri a ciascun metodo, aumentandone quindi la prestazione e la precisione.

## 1. - Principio di funzionamento.

Premettiamo alcune considerazioni. Se indichiamo con  $f_q$  la frequenza propria del quarzo e con  $f_t$  la sua frequenza teorica possiamo scrivere

$$f_q = f_t \pm \Delta f.$$

Indichiamo ora con  $N$  l'ordine di un'armonica superiore della frequenza propria del quarzo e con  $f_c$  la frequenza di confronto di un secondo oscillatore, e poniamo

$$Nf_q - f_c = Nf_t - f_c \pm N\Delta f = f_d.$$

Se supponiamo ora che

$$f_t/M = Nf_t - f_c,$$

si può scrivere a meno di termini trascurabili in confronto a  $N\Delta f$ ,

$$f_q/M = Nf_t - f_c$$

in cui  $M$  è un numero razionale (\*).

Da quanto precede si può dedurre quindi facilmente

$$\boxed{f_q/M - f_d = \pm N\Delta f.} \quad (1)$$

La relazione precedente ci permette di determinare  $N\Delta f$  come differenza delle due frequenze anzidette. Da cui, se  $T$  è il periodo di  $N\Delta f$ , si ha subito

$$\Delta f = 1/NT. \quad (2)$$

La realizzazione pratica della frequenza  $f_d$  è stata ottenuta inviando nell'antenna di un ricevitore Tipo Eddyston, adibito a questo uso e sintonizzato sulla stazione di Milano con frequenza  $f_c = 899$  KHz la frequenza propria del quarzo  $f_q = (10^5 \pm \Delta f)$  Hz, debitamente amplificata

(\*) Infatti indicando con  $\epsilon$  il termine trascurato si ha:

$$\epsilon + Nf_t - f_c = \frac{f_q}{M} \pm \frac{\Delta f}{M},$$

e cioè

$$\epsilon = \pm \frac{\Delta f}{M}$$

per mezzo di apposito amplificatore e quindi distorta per aumentarne il contenuto di armoniche (fig. 1). In questo modo la frequenza di 899 KHz componendosi con quella di 900 KHz, nona armonica della fondamentale  $f_0$ , dà luogo al fenomeno dei battimenti.

Come è noto infatti, componendo due frequenze  $f_1$  e  $f_2$  poco differenti, cioè tali che  $|f_2 - f_1|$  sia piccolo rispetto a  $f_1$  e  $f_2$  si ottiene una frequenza risultante del tipo

$$x = A \cos(2\pi t f + \varphi),$$

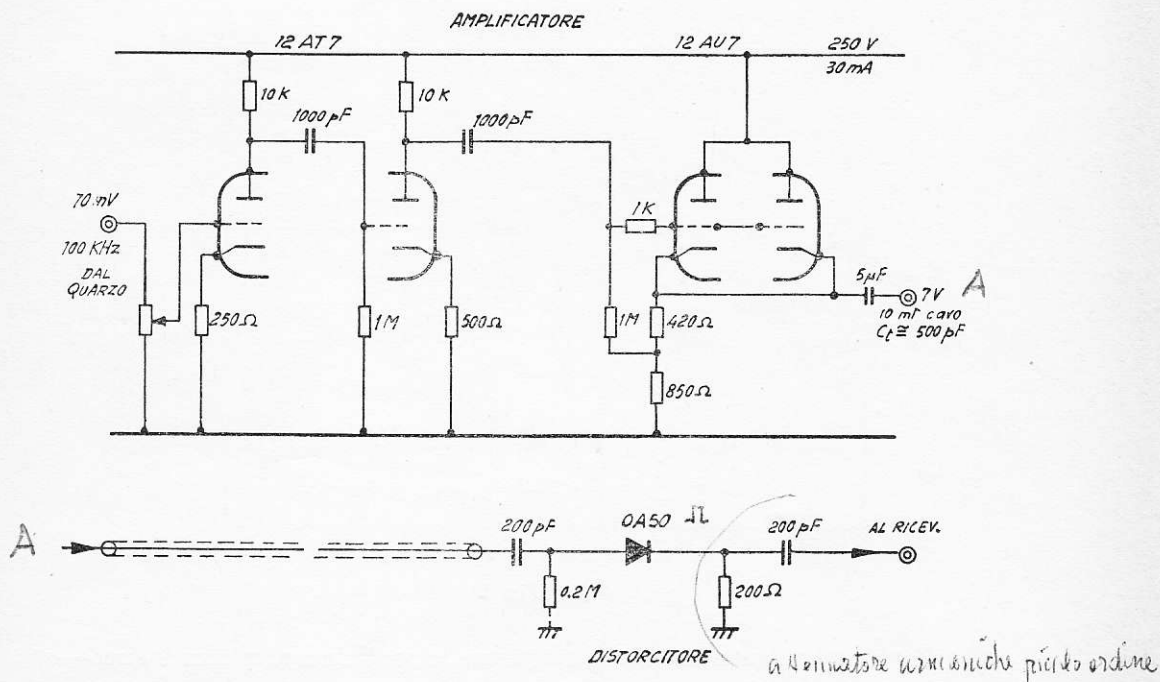


Fig. 1

in cui l'ampiezza A si può ritenere, con grande approssimazione, oscillante con la legge sinusoidale

$$A = u \cos\left(2\pi \frac{f_2 - f_1}{2} t + \psi\right),$$

dando luogo a battimenti di frequenza  $|f_2 - f_1|$ . Nel nostro caso si ha

$$\begin{aligned} f_2 - f_1 &= 9f_0 - f_0 = f_d = (0,001 \pm 9 \cdot 10^{-6}) \cdot 10^6 \text{ Hz.} \\ &= (1 \pm 9 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^3 \text{ Hz} \\ &= 1 \frac{1}{2} \text{ Hz} \pm 9 \Delta f \text{ Hz} \end{aligned}$$

Si consideri ora la frequenza  $f_q/100$  dell'oscillatore ottenuta dividendo per cento ( $M = 100$ ), per mezzo di un demoltiplicatore, la frequenza propria del quarzo. Essa si può ritenere eguale a 1 KHz, potendosi, come si è mostrato, trascurare l'incremento dovuto a  $\Delta f$  in confronto all'incremento  $N \Delta f$  di  $f_a$ . Ponendo quindi  $f_q/100 = 1$  KHz per mezzo della (1) si può facilmente ottenere il valore di  $\Delta f$ .

Praticamente esso si ricava inviando la frequenza  $f_q/100$  sopra l'asse  $x$  di un oscilloscopio, mentre la medesima frequenza, sfasata di 90 gradi per mezzo di uno sfasatore (fig. 2), viene inviata sopra l'asse  $y$ .

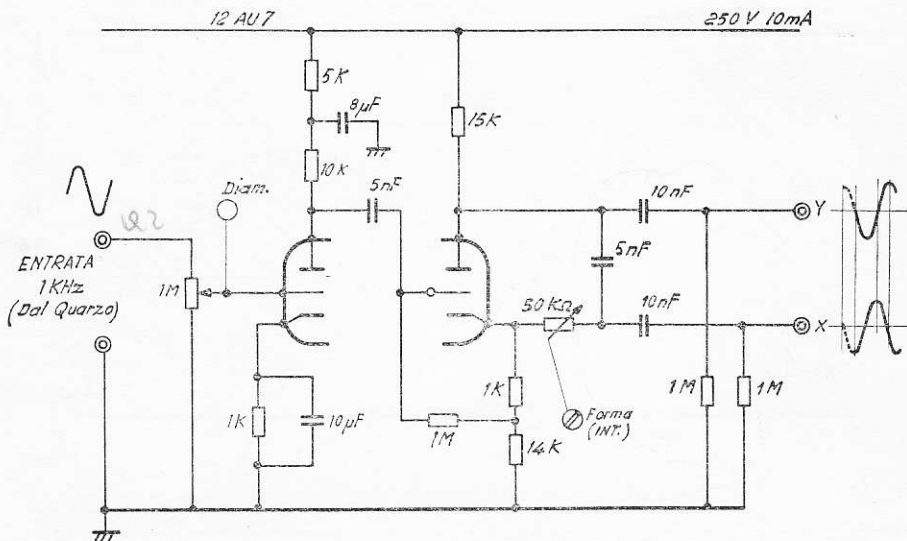


Fig. 2

Il moto risultante, avendo le frequenze la medesima ampiezza è circolare uniforme di frequenza  $f_q/100$ .

La frequenza  $f_a$  invece, dopo essere stata filtrata da un amplificatore selettivo (fig. 3), la cui caratteristica di selettività è data in fig. 4, in modo da eliminare le eventuali bande di frequenza fonica e passata attraverso ad un circuito squadratore e derivatore (fig. 3) è inviata all'asse  $z$  dello stesso oscilloscopio. Dal periodo di rotazione e dal senso della rotazione sullo schermo dell'oscilloscopio del « punto base » dell'asse  $z$ , che ruota lungo una traiettoria circolare, si può dedurre subito il periodo ed il senso della variazione relativa tra le due frequenze  $f_q/100$  e  $f_a$ , cioè il periodo  $T$ .

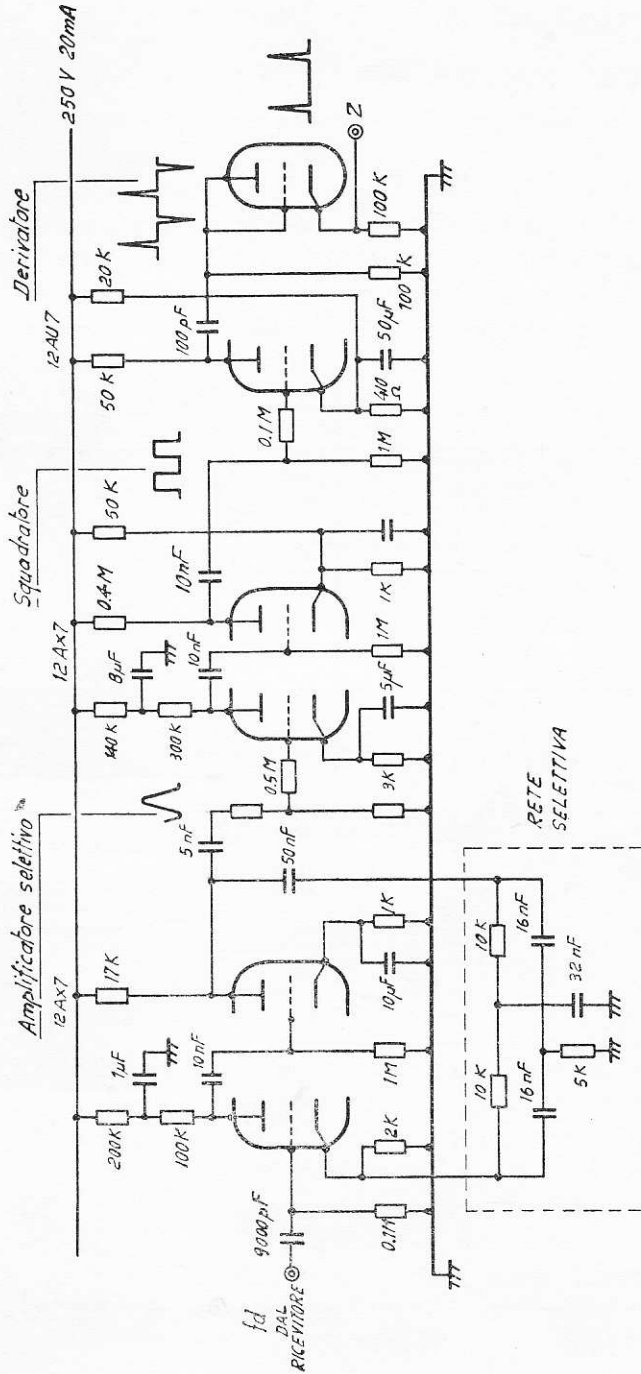


Fig. 3



Conoscendo  $T$ , dalla (2) si ottiene subito  $\Delta f$ , e quindi

$$\Delta f/f = \Delta f \cdot 10^{-5}.$$

Nel nostro caso la precedente si può scrivere

$$\Delta f/f = 1,11 \cdot 10^{-6}/T. \quad (3)$$

La rapidità e la precisione con cui è possibile stimare con il presente metodo l'andamento istantaneo di un oscillatore è certo superiore a

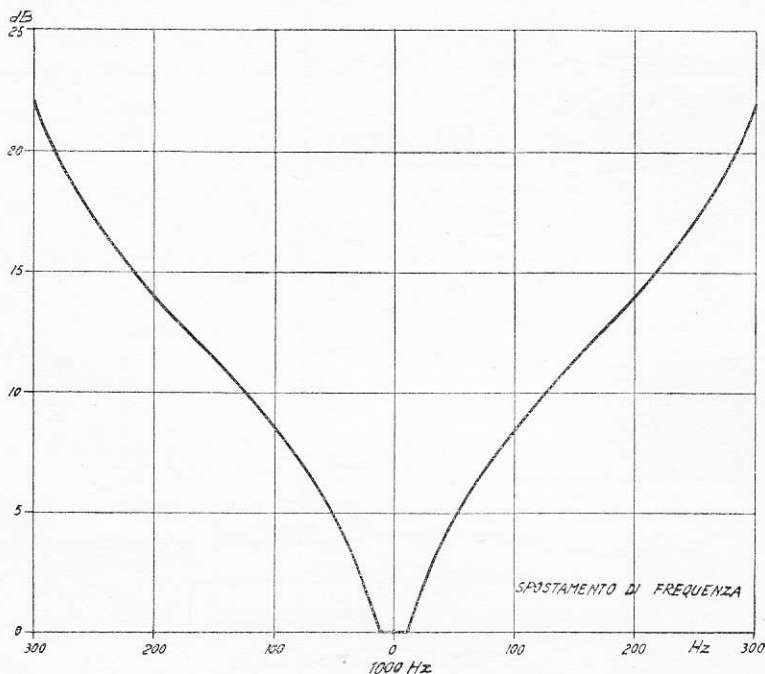


Fig. 4

quello che si ottiene impiegando i metodi oscillografici diretti, utilizzando le figure di Lissajous. La comparazione diretta tra oscillatori diversi sulla frequenza di 1 KHz porta inoltre ad aumentare  $T$  del rapporto  $N$ , ciò che spesso non è conveniente.

Per mezzo del comparatore di frequenze è sempre possibile inoltre confrontare indirettamente vari oscillatori determinandone l'andamento relativo. La comparazione indiretta è poi da preferirsi quando gli oscillatori da confrontare sono alimentati da un unico stabilizzatore o hanno

addirittura una comune termostattizzazione. In tal caso le variazioni di frequenza dovute a variazioni di tensione o di temperatura sono difficilmente rivelabili con metodi di comparazione diretta.

La Fig. 5 rappresenta schematicamente l'insieme delle apparecchiature componenti il comparatore di frequenza costruito all'Osservatorio di Brera.

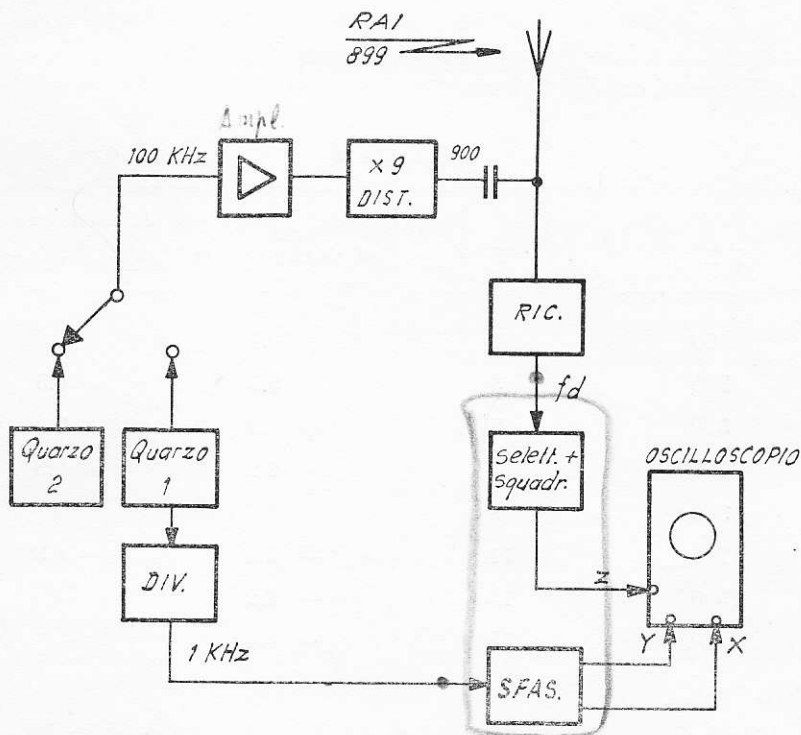


Fig. 5

## 2 - Particolarità dei circuiti.

La tensione di uscita della frequenza propria del quarzo  $f_q$ , dell'ordine di 10 mV, risulta molto debole e povera di nona armonica in confronto alla frequenza portante  $f_c$  della stazione di Milano. E' stato quindi necessario oltre che amplificare convenientemente la  $f_q$ , arricchirla nello stesso tempo di armoniche dispari superiori. Quest'ultimo risultato è stato ottenuto per mezzo del distorcitore di fig. 1. In esso il raddrizzatore

OA50, trasformando la frequenza  $f_q$  in un segnale pulsante, permette la formazione di armoniche dispari, togliendo di mezzo quelle pari. La presenza inoltre del condensatore da 200 pF e della resistenza del circuito d'ingresso del ricevitore, formando un circuito derivatore consente una attenuazione delle armoniche in ragione inversamente proporzionale al loro ordine.

La tabella I dà, in funzione di N, il valore di  $\text{dB} = 20 \log V_1/V_n$ , dove  $V_1$  è la tensione di uscita dell'armonica utilizzata (nona armonica) fatta eguale a 1, e  $V_n$  la tensione delle armoniche di ordine dispari da 1 a 15 uscenti dal distorcitore.

TABELLA I

K Hz	N	dB (relativi a 900 KHz)	Attenuazione (*) dB (relativi a 900 KHz)
100	1	+ 10.1	0
300	3	+ 9.5	- 0.5
500	5	+ 5.1	0
700	7	+ 2.2	- 0.3
900	9	0	0
1100	11	- 1.8	- 0.3
1300	13	- 3.2	-
1500	15	- 4.4	-

I valori dei dB sono stati ricavati utilizzando lo sviluppo in serie di Fourier relativo ad un'onda quadra; approssimazione largamente sufficiente per rappresentare la forma dell'onda prodotta dal distorcitore, che, eliminando una semionda, limita nello stesso tempo in ampiezza la semionda che rende conduttore il diodo. Tale sviluppo si può scrivere

$$V_n = \frac{4E}{\pi} \sum (-1)^k \frac{\cos(2k+1)\omega t}{2k+1}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

(\*) Ampiezze relative dopo il circuito di equalizzazione a resistenza e capacità.

nel quale  $n = 2k + 1$ , e dove  $E$  rappresenta la tensione massima dell'ondata quadra e  $\omega$  la pulsazione della fondamentale ( $\omega = 2\pi f_1$ ).

Il valore della attenuazione delle armoniche di piccolo ordine si può avere dalla funzione di trasferimento, relativa al circuito resistenza-capacità finale,

$$\frac{E_0}{E_1} = \frac{j\omega RC}{j\omega RC + 1},$$

$$R_1 = R - \frac{j}{\omega C} = R + \frac{1}{j\omega C}$$

dove  $E_0 = RI$ ,  $E_1 = \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right) I$  sono le tensioni all'uscita ed all'entrata del circuito stesso, e  $R = 500$ ,  $C = 200$  pF sono la resistenza d'ingresso del circuito ed il condensatore in serie con quest'ultimo.

In questo modo l'attenuazione della rete aumenterà di 6 dB per ottava. I valori delle tensioni attenuate relativi alle varie armoniche e riferiti a 900 KHz (nona armonica), sempre espressi in dB, sono riportati nell'ultima colonna della tabella I.

Per quanto riguarda la rete selettiva di fig. 3, essa ha dato risultati soddisfacenti, permettendo anche durante le trasmissioni della stazione Milano una buona utilizzazione dell'immagine oscilloscopica. Solo durante la trasmissione di programmi musicali il punto luminoso dell'oscilloscopio presenta un leggero allungamento, che non pregiudica però la precisione dei risultati.

### 3 - Precisione dei risultati.

Se si escludono sia gli errori dovuti alle apparecchiature (ritardi, etc.), sempre trascurabili nel caso di buone apparecchiature elettroniche a regime, sia gli errori causati dalle variazioni della frequenza propria del quarzo (funzione delle variazioni di temperatura, tensione di alimentazione e ampiezza delle oscillazioni), per i quali è necessario un accurato studio ma che non sono da attribuire al comparatore, gli errori che possono intervenire alterando i risultati nella determinazione del periodo  $T$ , e quindi di  $\Delta f/f$ , sono di due tipi fondamentali: errori di trasmissione ed errori di lettura.

I primi, che possono nascere durante la trasmissione di frequenze, in special modo della frequenza di 100 Kc, per via radio o per via diretta mediante filo, sono risultati da determinazioni effettuate all'Osservatorio di Brera ed al Politecnico di Milano certamente inferiori a  $10^{-8}$  [1]. Lo stesso risultato (ordine di  $10^{-9}$ ) ottenuto in altri Osservatori [2] ci permette di considerare questi errori in generale trascurabili.

Per quanto riguarda gli errori di lettura, essi intervengono durante la stima del periodo  $T$ . Ponendo  $\Delta f/f = A$ , dalla (3) si ha

$$|dA| = 1,11 \cdot 10^{-6} dT/T^2.$$

Se si vuole quindi una precisione di una unità su  $10^8$ , deve essere

$$dT < 9 \cdot 10^{-3} \cdot T^2.$$

Per esempio, se il periodo  $T$  risulta eguale a 3 sec, per avere la precisione richiesta è necessario stimare il periodo  $T$  con una precisione di 0,1 sec. Naturalmente se il periodo è minore, essendo d'altra parte impossibile aumentare la precisione di lettura visuale oltre un certo limite, è necessario effettuare numerosissime letture onde ottenere col metodo dei minimi quadrati una lettura media sufficientemente precisa. Ciò naturalmente se non si vuole ricorrere a metodi automatici di lettura molto più esatti.

Le prestazioni del comparatore di frequenza in funzione da qualche tempo all'Osservatorio di Brera sono state più che buone. Esso ha permesso di studiare il comportamento dell'oscillatore a quarzo dell'Osservatorio e di correggere e ridurne rapidamente l'andamento diurno. Questa correzione, ottenuta per mezzo di una induttanza di 500  $\mu\text{H}$ , messa in serie col quarzo vero e proprio in modo da diminuirne la frequenza di risonanza serie, è stata resa possibile e grandemente semplificata dal fatto che il comparatore di frequenza utilizza ambedue i parametri: periodo e senso di rotazione del punto base dell'asse  $z$ . E' stato possibile in tal modo, regolando successivamente il condensatore variabile in serie col quarzo, variare in poco tempo il rapporto  $\Delta f/f$ , fino ad ottenere un valore abbastanza piccolo.

Il comparatore viene attualmente utilizzato giornalmente per determinare l'andamento istantaneo dell'oscillatore a quarzo rispetto alla stazione di Milano, e per lo studio della funzione

$$\Delta f/f = F(T, V, A),$$

dell'oscillatore stesso, dove  $T$ ,  $V$  ed  $A$  sono la temperatura, la tensione d'alimentazione e l'ampiezza di oscillazione del quarzo.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] C. MAZZON, La Ricerca Scientifica, 27, 2727, 1957.  
 [2] F. BERGER, Actes V.e Congr. Int. de Chron. 385, 1955.

*Senso antiorario ~*  
*Senso orario +*

## Contributi dell'Osservatorio Astronomico di Milano-Merate

NUOVA SERIE

- N. 101 - F. ZAGAR. *Sulla dinamica della galassia. Parte I.*
- 102 - P. BROGLIA e A. MASANI. *Osservazioni fotometriche in due colori della variabile BD + 37° 2635.*
- 103 - A. KRANJC. *Rettifica e determinazione delle costanti strumentali di un equatoriale.*
- 104 - M. HACK. *Le variazioni spettrali di  $\zeta$  Tauri dal 1950 al 1956.*
- 105 - P. BROGLIA e A. MASANI. *Osservazioni di RR Lyrae con filtri a banda stretta.*
- 106 - M. G. J. MINNAERT. *Problèmes modernes concernant le spectre solaire.*
- 107 - B. CASATI e M. HACK. *Ricerche sulle stelle A peculiari:  $\epsilon$  U Ma.*
- 108 - P. BROGLIA. *Osservazioni fotoelettriche di 12 Lacertae.*
- 109 - M. HACK. *Misure di velocità radiali di 12 Lacertae.*
- 110 - A. KRANJC. *Miglioramento delle prestazioni di un microfotometro Moll.*
- 111 - A. KRANJC. *Considerazioni teoriche sulla scelta delle lastre fotografiche a scopo spettrofotometrico.*
- 112 - G. ARRIGHI. *Sopra alcune classi di modelli anisotropi nella cosmologia newtoniana.*
- 113 - P. BROGLIA. *Osservazioni fotoelettriche della variabile ad eclisse CW Cassiop.*
- 114 - J. O. FLECKENSTEIN, F. ZAGAR, *Un diario di G. V. Schiaparelli, Giacomo Bernoulli cartesiano.*
- 115 - J. O. FLECKENSTEIN, *Osservazioni di 62 sistemi multipli.*
- 116 - E. PROVERBIO, *Studio sugli errori cronografici.*
- 117 - LUIGI GABBA, *Ricordo dell'astronomo Giovanni Angelo Cesaris.*
- 118 - M. HACK, *Stelle a righe forti e stelle a righe deboli.*
- 119 - A. MARTINI e A. MASANI, *Studio di modelli di atmosfere stellari a flusso integrale costante.*
- 120 - M. FRACASSINI e M. HACK, *Calcolo del profilo di H $\delta$  per modelli di atmosfera stellare in equilibrio radiativo ed in equilibrio adiabatico nella zona convettiva.*
- 121 - A. KRANJC, *Un microfotometro a registrazione automatica dell'intensità.*
- 122 - F. BRANDO e E. PROVERBIO, *Un comparatore di frequenza per oscillatori a quarzo.*