

ACCADEMIA NAZIONALE DELLE SCIENZE DETTA DEI XL
HRVATSKA AKADEMIJA ZNANOSTI I UMJETNOSTI
INAF - OSSERVATORIO ASTRONOMICCO DI BRERA
PONTIFICIA UNIVERSITÀ GREGORIANA

EDIZIONE NAZIONALE
DELLE OPERE E DELLA CORRISPONDENZA
DI RUGGIERO GIUSEPPE BOSCOVICH

Volume XI/1
Opere Scientifiche
Geodesia

OPERE VARIE DI GEODESIA

a cura di Elio Antonello

Commissione Scientifica Nazionale
Istituita con D.M. 27 Aprile 2006 e successive integrazioni

2021

EDIZIONE NAZIONALE
DELLE OPERE E DELLA CORRISPONDENZA
DI RUGGIERO GIUSEPPE BOSCOVICH

Commissione scientifica

Presidente: ELIO ANTONELLO (INAF – Osservatorio Astronomico di Brera)

Vicepresidente: TOMMASO MACCACARO (INAF – Osservatorio Astronomico di Brera)

Segretario Tesoriere: MARIO CARPINO (INAF – Osservatorio Astronomico di Brera)

UGO BALDINI (Università degli Studi di Padova)

FABIO BEVILACQUA (Università degli Studi di Pavia)

VINCENZO CAPPELLETTI (Istituto di Studi Germanici)

PAOLO CASINI (Università di Roma «La Sapienza»)

GUIDO CIMINO (Università di Roma «La Sapienza»)

ŽARKO DADIĆ (Institute of the History and Philosophy of Science, Zagabria)

ALESSANDRA FIOCCA (Università degli Studi di Ferrara)

PAOLO FREGUGLIA (Università degli Studi dell'Aquila)

PAOLO GALLUZZI (Istituto e Museo di Storia della Scienza, Firenze)

LIVIA GIACARDI (Università degli Studi di Torino)

GIOVANNI MICHELI (Università degli Studi di Milano)

GIOVANNI PAOLONI (Università degli Studi della Tuscia, Viterbo)

GIOVANNI PARESCHI (INAF – Osservatorio Astronomico di Brera)

LUIGI PEPE (Università degli Studi di Ferrara)

EDOARDO PROVERBIO (INAF – Osservatorio Astronomico di Brera; S.I.A. – Società Italiana di Archeoastronomia)

CLARA SILVIA ROERO (Università degli Studi di Torino)

GIANCARLO SETTI (Università degli Studi di Bologna)

RITA TOLOMEO (Università di Roma «La Sapienza»)

MAURIZIO TORRINI (Università degli Studi di Napoli «Federico II»)

PASQUALE TUCCI (Università degli Studi di Milano)

EDIZIONE NAZIONALE
DELLE OPERE E DELLA CORRISPONDENZA
DI RUGGIERO GIUSEPPE BOSCOVICH

Volume XI/1
Opere Scientifiche
Geodesia

Opere varie di Geodesia

a cura di Elio Antonello

Enti patrocinatori dell'Edizione Nazionale delle Opere e della Corrispondenza di Ruggiero Giuseppe Boscovich:

- Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL
- Accademia Croata di Scienze e Arti
- INAF – Osservatorio Astronomico di Brera
- Pontificia Università Gregoriana

Copyright © 2021 Edizione Nazionale delle Opere e della Corrispondenza di Ruggiero Giuseppe Boscovich

Pubblicato nel 2021

Realizzazione: Commissione Scientifica per l'Edizione Nazionale delle Opere e della Corrispondenza di Ruggiero Giuseppe Boscovich

Sede Legale e Operativa: Osservatorio Astronomico di Brera, via Brera 28, 20121 Milano

Tutti i diritti sono riservati a norma di legge e a norma delle convenzioni internazionali

Indice

Introduzione	11
1.56 <i>De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem ad dimetiendos duos meridiani gradus et corrigendam mappam geographicam. Jussu, et auspiciis Benedicti XIV. Pont. Max. suscepta a Patribus Societ. Jesu Christophoro Maire et Roggerio Josepho Boscovich, Romae MDCCLV in Typographio Palladis; excudebant Nicolaus, et Marcus Palearini (1755)</i>	25

INTRODUZIONE

La forma della Terra

Erano due gli scopi della *spedizione letteraria*, il viaggio astronomico e geografico di Boscovich e Maire negli stati della Chiesa effettuato negli anni tra il 1750 e il 1753. Il primo, e il più importante, era la determinazione del grado di meridiano al fine di contribuire alla soluzione del problema della forma della Terra. Il secondo era il disegno di una carta geografica più accurata degli Stati della Chiesa.

Come noto, pressoché tutte le culture, anche molto ‘primitive’, nei miti delle loro cosmogonie includono una qualche descrizione immaginaria della forma della Terra. Giustificazioni razionali e tentativi di rappresentazione basati su osservazioni iniziano con gli antichi Greci, come lo stesso Boscovich riassume all’inizio del suo saggio. Dopo aver ricordato le concezioni più assurde (*absurdissimae*) dei primi filosofi naturalisti, e l’idea di una Terra a forma di globo accettata poi dai filosofi classici, l’autore passa in rassegna prove e osservazioni che portavano a dedurre tale forma. Egli ricorda l’ombra della Terra proiettata sulla Luna durante un’eclissi del nostro satellite: il profilo non si poteva spiegare se non con una curva, anche se non era possibile concludere che fosse circolare.¹

Fino al XVII secolo gli uomini di cultura avevano avuto quindi l’idea che la Terra fosse un globo. Ma i risultati di alcune osservazioni ed esperimenti mostrarono che la forma non doveva essere esattamente sferica. Newton aveva previsto un appiattimento ai poli, cioè la Terra sarebbe stata uno sferoide oblato. Le prime osservazioni accurate dell’effetto della gravità sugli orologi (a pendolo) avevano indicato una variazione con la latitudine, risultato in effetti incompatibile con una simmetria sferica perfetta. Come noto, Cassini aveva proposto invece uno sferoide prolato, allungato verso i poli. Si effettuarono molte misure del grado di meridiano a varie latitudini e longitudini, ottenendo valori diversi per le lunghezze, diversità che non potevano essere spiegate dagli errori di misura, e poiché non si potevano neppure riconciliare tra loro i valori, non era possibile identificare la vera figura della Terra, oblata oppure prolata. Successivamente si osservò anche l’effetto delle grandi masse vicine (montagne) sui pendoli. Trattandosi di misure molto delicate, le osservazioni erano state ripetute da vari autori, a partire dal Seicento, cercando di migliorare continuamente le prestazioni e l’affidabilità degli strumenti. Di questo progresso strumentale aveva tratto ovvio giova-

1 Anche Airy (1845), nel suo saggio sulla Figura della Terra che citeremo altre volte in questa Introduzione, prima di passare a discutere della storia delle determinazioni del raggio terrestre, ricorda lo stesso fatto. La giustificazione sulla base dell’eclissi di Luna la si trova ripetuta fin dai primi libri di argomento scientifico che furono stampati, si veda p. es. l’illustrazione *Hoc schema demonstrat terram esse globosam* in Apiano (1564). Una discussione critica degli argomenti riguardanti questo punto si può trovare in Couprie (2016).

mento anche l'applicazione delle tecniche geodetiche al disegno di mappe geografiche, sempre più accurate, per le necessità della società civile.

Discussioni dettagliate di questa attività di ricerca febbrile, e delle numerose e accese dispute da parte dei molti autori, per determinare la vera forma della figura della Terra, si possono trovare per esempio nei lavori di rassegna di Airy (1845), Todhunter (1873) e Hoare (2005).

Lavori precedenti di Boscovich

Il nostro autore aveva già pubblicato a Roma alcuni studi sugli argomenti che sarebbero stati trattati poi nella *De Litteraria expeditione*, e che vi si trovano citati (si veda Todhunter, 1873, p. 306). Il *De veterum argumentis pro Telluris sphaericitate* è del 1739, la *Dissertatio de Telluris figura* del 1739, il *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* del 1741, e il *De observationibus astronomicis* del 1742. Il lettore li può trovare nel volume dell'Edizione Nazionale curato da Proverbio (vol. III/1 delle Opere a stampa, *Opere varie di Astronomia*, 2014). Rimandiamo quindi all'*Introduzione* a quel volume per quanto riguarda le notizie relative alle pubblicazioni, per un loro riassunto, e per alcune osservazioni astronomiche effettuate in Roma nel 1752 legate alla *spedizione letteraria*. Boscovich, infine, cita anche il trattato *De Maris Aestu* del 1748, sui flussi e riflussi delle maree, in relazione alla figura di equilibrio della Terra, argomento che, dice, aveva da poco ridiscusso nel primo volume dei Supplementi alla filosofia di Benedetto Stay, e cita il trattato *De lege virium*.

Qui riassumiamo brevemente lo studio progressivo come espresso dallo stesso Boscovich nella *De Litteraria expeditione (Voyage astronomique)*. L'autore, dopo aver letto l'opera di Maupertuis, e aver riflettuto sui metodi di osservazione, afferma che gli era venuto un pensiero di cui non riusciva più a liberarsi, e cioè che le anomalie delle misure diverse del grado di meridiano e dell'isocronia dei pendoli proveniva in gran parte da una distribuzione irregolare delle masse all'interno della Terra, con effetti diversi a seconda della loro profondità. Se vicino alla superficie ci fosse stata una grande concentrazione di massa, un filo a piombo discosto lateralmente da essa ne sarebbe rimasto attratto. Da ciò Boscovich aveva calcolato che l'effetto di una montagna poteva causare una sensibile deviazione del filo, e quindi avrebbe potuto spiegare alcune delle anomalie osservate. Analogamente, un effetto poteva essere causato invece da grandi cavità sotterranee. Si sarebbe potuto supporre l'esistenza di irregolarità anche nella zona del nucleo della Terra; queste si sarebbero allora tradotte in irregolarità della figura stessa della Terra, cioè essa avrebbe presentato deformazioni rispetto a una sfera. Boscovich nota che questi suoi ragionamenti erano stati ripresi successivamente anche da Maupertuis e de la Condamine. Chiaramente, l'unico modo per rispondere alle molte domande era di fare misure accurate della lunghezza corrispondente a un grado in varie località della Terra, misurandolo non solo lungo i meridiani ma anche lungo i paralleli, benché la cosa fosse più difficile.

Erano diversi anni che Boscovich rimuginava su questi argomenti quando un giorno, intrattenendosi con il cardinale Valenti, aveva fatto cadere il discorso su di essi. Il cardinale gli chiese se c'era modo di eseguire una tale impresa negli Stati Pontifici. Al che il gesuita aveva risposto che gli Stati della Chiesa si estendevano da Roma verso nord per oltre due gradi di latitudine, che in mezzo si trovavano montagne visibili l'una dall'altra, e tratti piani facilmente misurabili, e quindi la cosa appariva fattibile e in conclusione molto promettente. Dopo aver fatto rapporto a Benedetto XIV, Valenti ordinò allora a Boscovich di descrivere geometricamente il meridiano di Roma, fino

all'estremità settentrionale degli Stati Pontifici, e di determinare il valore del grado.

Silvio Valenti Gonzaga (1690-1756)

Il promotore della *spedizione letteraria*, Silvio Valenti Gonzaga, cardinale dal 1738, era stato nominato segretario di stato nel 1740 dal neo-eletto Benedetto XIV, e poi camerlengo (amministratore delle finanze) nel 1747. Uomo colto, collezionista d'arte,² interessato alle scienze naturali,³ nel tempo libero lasciato dalle sue incombenze politico-amministrative e religiose⁴ si dedicava alle discussioni *letterarie* nella sua villa insieme ad alcuni dei migliori uomini di cultura presenti a Roma. In un poemetto dell'abate Bettinelli (Todeschi, 1776, p. 36) sono ricordati, tra gli altri, "l'onesto lucreziano Stay, e il mio diletto Boschovik [sic] che largo di saper versi, e d'eloquenza fiume, talché mi sembri udirlo, e udire a un tempo Livio, e Virgilio, ed Archimede, e Plato". Scrive Todeschi (1776) nell'*Elogio* del cardinale: "... vedendo il Valenti che in Roma lo studio della natura formava l'occupazione di pochi, pensò che non meglio si potesse riparare ad un tale disordine che coll'aggiungere all'Università della Sapienza due Cattedre, una di Chimica e l'altra di Fisica sperimentale". Inoltre, poiché "le fisiche verità per essere dimostrate hanno assai di bisogno del calcolo, o sia della Matematica, e per l'esperienza ed osservazioni di molti ordigni ed istrumenti meccanici, così il Valenti procurò che la Fisica fosse provveduta di quelli importanti due mezzi, facendo che si aggiungesse un'altra Cattedra per le matematiche, e si costruissero le macchine più utili, e necessarie. La Cattedra di Chimica venne assegnata al Dottor Giralda da Cento, e quella di Fisica sperimentale e di Matematica ai due dottissimi PP. Jacquer e Le Seur, soci delle più rispettabili Accademie di Europa, celebri per la insigne impresa di avere col nuovo metodo resa intelligibile la filosofia Neutoniana". Tuttavia "ciò, che rese più utile, e gloria non solo a noi sudditi, ma all'universal letteratura di Europa, fu la celebre impresa ideata dal magnanimo genio del Ministro Valenti di spedire per tutto lo Stato il sopralodato Boscovick [sic] ed il Maire Astronomo allora del Collegio Romano. Quella spedizione letteraria ebbe due gravissimi oggetti; l'uno fu di determinare la forma e la figura della terra, e l'altra di elevare una esatta topografica mappa indicante tutte le distanze, e le situazioni de luoghi, Città, Terre e Castelli, che esistono entro i confini del pontificio Dominio" (Todeschi, 1776, pp. 38-40).

Christopher Maire (1697-1767)

Per svolgere il (gravoso) compito assegnato, Boscovich ritenne essenziale dividere la fatica con un'altra persona, che identificò nel gesuita Christopher (Christophe) Maire, allora rettore del Collegio Inglese a Roma. Maire, nato in Inghilterra, aveva prima studiato e poi insegnato materie umanistiche nel collegio dei gesuiti di St. Omer nelle Fiandre, e quindi filosofia e teologia nel collegio di Liegi (Pedley, 1993). Fu rettore del Collegio a Roma dal 1744 al 1750. Ritornò a St. Omer nel 1757, e morì a Gand nel 1767.

2 Si veda Morselli e Vodret (2005); nel grande dipinto di Pannini del 1749, *Galleria del cardinale Silvio Valenti Gonzaga*, una rappresentazione ideale della sua quadreria, forse sarebbe stato rappresentato anche Boscovich.

3 Aveva fatto realizzare anche strumenti astronomici per suo uso (Todeschi, 1776, p. 34; Pedley, 1993).

4 Era anche prefetto di varie Congregazioni, tra cui quella di Propaganda Fide dal 1747. In precedenza aveva contribuito alla definitiva chiusura (1742) del problema dei riti cinesi, la questione spinosa sull'inculturazione religiosa che aveva coinvolto per più di un secolo i missionari di vari ordini religiosi in Estremo Oriente. Aveva contribuito anche a ribadire la condanna della massoneria. Scrive Todeschi (1776): "Mercé il di lui savio suggerimento vennero aboliti i Riti cinesi, si confermò la bolla di Clemente XII contro i liberi Muratori [...]".

A Roma aveva pubblicato le sue osservazioni astronomiche, fatte nel Collegio Inglese, di una cometa (1744) e dell'eclissi parziale di Luna del 23 dicembre 1749 (De Backer e De Backer, 1859). Boscovich scrive che Maire coltivava con interesse astronomia e geografia, e godeva di una salute adatta a sopportare le fatiche dell'impresa. Il consiglio di sfruttare il viaggio per effettuare le misure di longitudine e latitudine di città e villaggi sparsi per gli Stati della Chiesa, al fine di migliorare la carta geografica, era stato proprio del Maire. Queste misure sarebbero state agevoli utilizzando un quarto di cerchio più piccolo e più facilmente trasportabile di quello grande necessario per la misura del grado di meridiano.

Qualche dettaglio della spedizione

Il lettore interessato può trovare descrizioni e ricostruzioni della spedizione, insieme a notizie complementari, negli articoli di Pedley (1993), Crippa *et al.* (2012), Altić (2014) e Borčić (1964), in particolare per quanto riguarda l'attività legata alla cartografia. Il lavoro di Todhunter (1873) tratta gli aspetti fisico-matematici del problema della figura della Terra, e quindi del lavoro svolto da Boscovich e Maire per arrivare alla determinazione del grado di meridiano. Il lettore inoltre può trovare una tabella riassuntiva con il calendario della spedizione in Pedley (1993). Un calendario più dettagliato è presente nell'*Itinerario* incluso nella traduzione italiana del *Voyage* (Boscovich, 2011, pp. 7-10), mentre ulteriori informazioni sono riportate nell'*Introduzione* a tale traduzione (Pepe, 2011).

Segnaliamo che notizie si possono ritrovare anche nelle lettere del gesuita, e qui citiamo quelle indirizzate al Valenti (Varićak, 1911) e al fratello Natale (Proverbio, 2009).

In una lettera senza data e senza destinatario (presumibilmente il card. Valenti), Boscovich traccia brevemente il programma del viaggio, la necessità che i Governatori delle varie località fossero messi sull'avviso e fossero collaborativi, e accenna alle spese prevedibili. Il 14 ottobre 1750 (da Soriano) fornisce a Valenti un primo ragguaglio del viaggio verso settentrione iniziato l'11 ottobre, accennando ai segnali da apporre sulle cime dei monti prescelti in Umbria. Altri dettagli sono forniti nella successiva lettera del 17 ottobre (da Terni), dove Boscovich si mostra molto fiducioso, perché il compito "non può andar meglio", dato il tempo buono e la "felicità de siti" (Varićak, 1911).

Il 24 ottobre 1750 (da Perugia) descrive al fratello Natale gli spostamenti, gli incontri con persone del luogo e l'attività svolta, passando per le località di Soriano, Caprarola, Terni, inerpicandosi sui monti per definire e verificare i segnali (e portandosi appresso strumenti pesanti e ingombranti), fino ad arrivare a Perugia. Il 22 dicembre 1750 (da Roma) gli scrive del lavoro svolto tra il 27 novembre e l'11 dicembre nell'area laziale tra Tevere, mare e Toscana (corrispondente alla provincia di Viterbo) in mezzo a pioggia, vento e neve. Il 10 aprile 1751 (da Roma) illustra alcune interessanti caratteristiche tecniche della base delle triangolazioni tra Roma ed Albano, lavoro effettuato tra la fine di marzo e i primi di aprile. Il 22 giugno 1751 (da Roma) descrive il viaggio tra il 25 maggio e il 16 giugno passando per alcune località delle attuali province di Latina e Frosinone. Il 17 settembre 1751 (da Mesciano sopra Nocera) si lamenta di non essere arrivato ancora a Rimini dopo essere partito da Roma il 26 agosto; conclude la lettera dicendo "mi ha fatto raccapricciare una gagliarda scossa di terremoto, e Spello qui vicino appunto per S. Anna cadde quasi tutto, essendo cadute quantità di case in tutti questi contorni senza mai essere cessati ivi i terremoti". Il 22 febbraio 1752 (da Roma) descrive il viaggio di ritorno da Rimini, con partenza 31 dicembre 1751, passando per le Marche e l'Umbria, fino all'arrivo a Roma l'8 gennaio. Si era trattato di un

viaggio relativamente rapido, che, nonostante il pieno inverno, aveva goduto di un tempo clemente. Riporta poi alcuni dettagli del nuovo grande “istromento”, finalmente terminato a Roma. Il 4 aprile 1752 (da Senigallia), dopo aver ricordato i recenti danni occorsi con la piena del Tevere, racconta del viaggio verso Rimini, e il 20 luglio 1752 (da Rimini) accenna brevemente alle località attraversate della Romagna. Altri accenni si hanno nella lettera del 2 ottobre 1752 (da Fara Sabina), dettagli di misure in quella del 28 ottobre 1752 (da Visso), e una lamentela perché non erano riusciti a misurare alcune aree degli Stati Pontifici in quella del 21 novembre 1752. Parte del lavoro sul campo ancora mancante era stato poi svolto da Maire (lettere del 26 dicembre 1752, da Roma, e 22 maggio 1753, da Roma). Infine aveva effettuato le ultime misure in Roma (lettera del 24 luglio 1753): “Questa mattina sono stato in loggia prima della levata del Sole, per pigliare l’angolo, che verso il nascere essa fa col monte Soriano lontano 40 miglia di qua, e il quale per straordinaria fortuna si vede di qui”.

In un’altra lettera senza data, indirizzata al Valenti, presumibilmente dell’agosto 1752 (Varićak, 1911), risponde a un messaggio di conforto del cardinale, prima di informarlo dell’attività svolta in quel periodo. Gli scrive: “... compatendo alle dure circostanze nelle quali mi trovo quasi continuamente, V. E. mi dice che quasi crede aver’io un astro maligno, che mi perseguiti, e rende a lei il dispiacere di sentirmi continuamente inquietato”. Boscovich prosegue con una riflessione su fato e fortuna, dicendo che “io medesimo sono stato troppo tentato più volte a riconoscere una non so quale fatalità”. Tuttavia lo consolava il fatto che si sentiva anche fortunato, perché aveva superato dei momenti molto difficili, come durante l’esondazione del Tevere. Si era proposto di non rattristare ulteriormente il cardinale, ma non può fare a meno di informarlo dei recenti casi disgraziatissimi, legati al maltempo in luoghi disagiati, e in particolare la perdita di un prezioso libretto di appunti di Maire, nei giorni tra il 12 e il 17 agosto 1752. Dice comunque, “voglio sperare che questa sarà l’ultima volta che per questa via le reco molestia”.

Ricezione dei risultati

La *De letteraria expeditione per pontificiam ditionem*, dedicata a Benedetto XIV, venne stampata a Roma nel 1755. Divisa in cinque opuscoli, ogni opuscolo è scritto o da Boscovich oppure da Maire (come qui indicato tra parentesi):

- I – Un’introduzione (*commentarium*) storica e fisica alla spedizione (Boscovich);
- II – La determinazione del valore del grado, con il calcolo eseguito da Maire, dalle osservazioni fatte da entrambi gli autori (Maire);
- III – La riforma della carta geografica, con un disegno accurato eseguito da Maire, sulla base delle osservazioni fatte da entrambi gli autori (Maire);
- IV – La descrizione e l’uso degli strumenti utilizzati (Boscovich);
- V – Una lunga trattazione della figura della Terra, divisa in due capitoli: nel primo si determina la figura sulla base dell’equilibrio dei fluidi, nel secondo si deduce la figura sulla base della misura dei gradi (Boscovich).

Secondo l’*Avertissement* nell’edizione francese, il libro non avrebbe avuto una grande distribuzione fuori dall’Italia. Ad ogni modo, il lavoro di Boscovich e Maire circolò in Europa, venne recepito in genere positivamente, e indicato come esempio e come stimolo per imprese analoghe in altre nazioni, anche a seguito dell’abilità (e preoccupazione) di Boscovich nel diffondere la fama sua e dei suoi lavori. Per esempio, la menzione che oggi troviamo ripetuta in vari saggi contemporanei della sollecitazione di Boscovich, andata a buon fine, perché fossero effettuate le tre misure del grado di me-

ridiano che citiamo qui di seguito, pensiamo derivi da una nota alle pp. 36-37 dell'edizione francese; ma sarebbe interessante avere conferma delle affermazioni di Boscovich da altre fonti indipendenti.

Nel 1757 a Vienna, in occasione della sua attività diplomatica per la Repubblica di Lucca, "Boscovich successfully proposed that the Empress Maria Teresa in Vienna support measurements of the meridian there" (Pedley, 1993).⁵ Veres (2019) scrive che "In July 1759, Liesganig had already started surveying an arc of meridian between Vienna and Brunn with support from Maria Theresa and as a result of Roger Boscovich's suggestion". Il gesuita Liesganig aveva poi proseguito il lavoro geodetico, prima in stretta collaborazione con C. F. Cassini de Thury durante la sua permanenza a Vienna nel 1761, e poi negli anni 1769-1770 (Veres, 2019).

Durante la sua visita in Inghilterra nel 1760, è molto probabile che Boscovich abbia parlato alla Royal Society, e forse con gli stessi Mason e Dixon (Cope, 1939, p. 217; Udias, 2015), i quali successivamente ebbero il compito di effettuare misure geodetiche nel Nord America, iniziandole nel gennaio 1764, per quella che sarebbe stata chiamata la *Mason-Dixon line*.

Re Carlo Emanuele III di Savoia, a seguito delle informazioni avute da Boscovich,⁶ incaricò Giovanni Battista Beccaria della misura del *gradus taurinensis*, effettuata tra il 1760 e il 1764 in Piemonte (Widmalm, 1990, pp. 181-182). Ne seguirono accese discussioni, nel contesto del problema dell'effetto gravitazionale delle montagne sui pendoli.

Visti i risultati delle sollecitazioni di Boscovich, non sorprende allora che il testo latino della spedizione sia stato tradotto in francese, nel 1770, *Voyage astronomique et géographique dans l'état de l'Eglise*. Nell'*Avertissement* iniziale, dopo aver definito gli autori abili matematici già noti nella repubblica delle lettere, l'Editore si premura di farci sapere che, poiché da un secolo in qua la maggior parte dei lavori riguardanti la figura della Terra erano stati scritti in francese, anche questo non poteva sfuggire alla legge comune. Infatti conteneva cose troppo interessanti per non metterlo a fianco a quelli di autori come Maupertuis, Clairaut, Bouguer, de la Condamine, Cassini de Thury, de la Caille.

In anni più recenti è stata pubblicata la traduzione italiana del primo libro del *Voyage*, contenente i capitoli dedicati allo scopo dell'impresa e al resoconto del viaggio (Boscovich, 2011).

Giudizi storici

Se da un lato l'impresa di Boscovich e Maire fu giudicata già all'epoca un esempio e uno stimolo, dall'altro lato la valutazione della qualità dei risultati appare più articolata.

Delambre (1827) non sembra avere un'alta opinione di Boscovich come astronomo pratico, e nel lavoro dedicato alla figura della Terra pubblicato postumo (Delambre, 1912) in qualche modo mette in dubbio la professionalità sia di Boscovich sia di Maire nel campo dell'astronomia osservativa, considerandoli essenzialmente dei teorici che non avevano (ancora) esperienza con la costruzione e l'uso di strumenti. Obiettivamente, è un dubbio che pare eccessivo.

Il barone F. X. von Zach (De Zach, 1822) nel 1808, trovandosi a Rimini, aveva effet-

5 Il progetto fu intrapreso "by an amateur astronomer, Count Canale, and his sons" (Pedley, 1993); non è chiara la fonte di questa informazione. Il Conte Canale era un diplomatico torinese; si veda la biografia in Capecchi (2009).

6 https://www.accademiadelle scienze.it/storiaescienza/personaggi/giovanni_battista_beccaria_19981

tuato l'osservazione di alcune stelle e della levata del Sole dalla stessa posizione usata da Boscovich. De Zach nota che la latitudine del luogo derivata dalle misure delle stelle era praticamente identica a quella ottenuta dal gesuita, mentre rileva una discrepanza di vari secondi d'arco nel caso del Sole, non riuscendo a trovare altra spiegazione se non quella di un errore sistematico. Airy (1845, p. 207) ha analizzato il caso in dettaglio, e concluso che l'errore sistematico stava probabilmente nel metodo di osservazione di De Zach, mentre il risultato di Boscovich era da considerarsi affidabile. Ad ogni modo, Laplace aveva chiesto poi a Napoleone di incaricare Oriani di ripetere la misura del grado di meridiano tra Roma e Rimini, e l'astronomo di Brera, nel 1809-1810, aveva ottenuto un risultato in parte discordante da quello di Boscovich, ma si trattava di una conclusione, per vari motivi, incerta, e che avrebbe necessitato di ulteriori verifiche (Tagliaferri e Tucci, 1993).⁷ Ricchebach (1846) aveva successivamente effettuato un'analisi accurata del lavoro sul grado di meridiano, arrivando alla conclusione che "Boscovich non fu quel pessimo osservatore che, per sue ragioni a priori, ... ce l'ha dipinto il sig. Baron di Zach" (Ricchebach, 1848, p. 109). Il rilievo che si sentiva di fare a Boscovich, però, era di non aver evidenziato chiaramente le discrepanze di alcune misure, cosa che poteva aver dato adito a equivoci.⁸

Airy (1845) compie una rassegna delle osservazioni finalizzate alla figura della Terra e agli effetti gravitazionali sui pendoli effettuate fino alla sua epoca, e, come detto, considera affidabili i risultati di Boscovich e Maire. Per confronto, dopo aver discusso con qualche dettaglio le misure di Liesganig, per diverse ragioni conclude affermando che non può dare loro troppo peso. Ricorda inoltre che alcuni ufficiali francesi durante l'occupazione napoleonica, e successivamente G. Plana e F. Carlini, avevano ripetuto la determinazione delle latitudini del *gradus taurinensis*, trovando delle discrepanze nei risultati di Beccaria, per cui considera dubbi questi ultimi. Invece considera eccellenti le misure di Plana e Carlini (Airy, 1845, p. 218).

Todhunter (1873) analizza in dettaglio il quinto opuscolo della *De letteraria expeditione*, e inizia osservando che, a parte la scrittura in latino, il lavoro era già "out of date" fin dalla prima pubblicazione, perché scritto "in an antiquated geometrical fashion", piuttosto tedioso, senza usare il calcolo differenziale; era cioè un modo che si sarebbe potuto ritenere poco adatto dopo il trattato di Clairaut (*Théorie de la figure de la Terre*) del 1743. Si trattava di una scelta deliberata di Boscovich, e Todhunter (1873, n. 487, p. 319) scrive che il lavoro andrebbe considerato come quello di un professore piuttosto che di un ricercatore, ma comunque esso rivela "great knowledge and judgment in Natural Philosophy".

I contributi di Boscovich alla geodesia e geofisica sono stati ricordati nel secolo scorso da diversi autori, anche in occasione di convegni; si veda per esempio Čubranić (1963), Kopal (1962) e Čolić (1992).

Boscovich e il trattamento statistico dei dati

La monografia curata da Dodge (1997) è dedicata alla memoria di Boscovich, "father of L_1 methods". Nella sua introduzione, Dodge riassume la storia del metodo delle

7 Un grado di meridiano è lungo circa 111 chilometri. Il grado misurato da Boscovich in Italia era più corto di circa 140 metri di quello misurato in Francia, a parità di latitudine, e ciò non si accordava con l'idea della Terra quale ellissoide perfetto; ma il grado misurato da Oriani era ancora più corto. Da notare che, in questo contesto, un secondo d'arco corrisponde a circa 30 metri.

8 Ricordiamo che Angelo Secchi rideterminò la lunghezza della base della triangolazione, tra la tomba di Cecilia Metella e le Frattocchie, tra il 1854 e il 1856, trovando una differenza di 30 cm su 12 km rispetto alla misura ottenuta da Boscovich (Pepe, 2011, p. XXV).

minime deviazioni assolute, “introduced 50 years before the method of least squares”, nel 1757, e lo presenta quale alternativa ai minimi quadrati quando, nei set di dati, ci sono casi che deviano molto (“outliers”). Occasionalmente, il metodo di Boscovich fu utilizzato anche da Laplace, prima che con Gauss si usasse in modo diffuso quello dei minimi quadrati. Dodge, dopo aver ricordato le difficoltà intrinseche dei metodi L_1 , difficoltà che ne avevano limitato l’uso, descrive il rinnovato interesse per le minime deviazioni assolute a partire dalla metà del secolo scorso. In effetti, il lettore può trovare su web molti articoli, anche recenti, sui metodi L_1 , e gli autori generalmente ricordano Boscovich. Qui ci limitiamo a citare, oltre alla monografia di Dodge (1997), i lavori di Farebrother (1999, 2013), Howarth (2001), e inoltre quello di Bidabad (2019), non solo per il semplice motivo che, su web, era indicato come il più recente al momento della stesura di questa Introduzione, ma anche perché fornisce una corposa bibliografia.⁹

Notiamo che gli autori di statistica generalmente fanno riferimento non alla *De litteraria expeditione* del 1755, ma al saggio con lo stesso titolo pubblicato da Boscovich nel quarto volume dei *De Bononiensi scientiarum et artium instituto atque academia commentarii* nel 1757. Quindi quest’ultimo articolo forse non andrebbe considerato un semplice riassunto della pubblicazione del 1755, data l’importanza che esso riveste nella storia della statistica.

Una applicazione più aggiornata del metodo era stata poi riportata nell’edizione francese del *Voyage*, riprendendo la sua versione pubblicata da Boscovich nel 1760. Todhunter (1873, p. 331) ritiene che la parte più importante del lavoro di Boscovich (1760), dedicato alla figura della Terra nei Supplementi alla filosofia di Benedetto Stay, è quella che trattava appunto il modo di combinare un set di dati tra loro discordanti.

Secondo chi scrive, bisognerebbe vedere tutto questo come un’altra effettiva dimostrazione dell’attualità di Boscovich.

Geodesia e cartografia a Milano

Riteniamo opportuno concludere ricordando l’attività legata alla geodesia e cartografia svolta dagli astronomi di Brera, alcuni dei quali sono stati allievi o collaboratori di Boscovich durante la sua permanenza a Milano, e proseguita durante l’Ottocento. Il lettore interessato può trovare molte informazioni in Schiaparelli (1880), Mori (1903), Monti e Mussio (1980), Paolucci et al. (1988) e Mussio (2011). Qui riportiamo un breve riassunto (Antonello, 2009).

Intorno alla metà del Settecento, studi ed interessi fisico-astronomici a Milano erano coltivati dal barnabita Paolo Frisi (1728-1784), che aveva pubblicato una dissertazione sulla figura della Terra, mentre a Brera i Gesuiti avevano intrapreso delle osservazioni astronomiche (amatoriali) nel 1759. Nel 1762, con l’arrivo del gesuita astronomo francese padre Lagrange, l’attività a Brera aveva assunto carattere professionale, e nel 1764 con Boscovich era stato costruito un vero Osservatorio. Dopo la partenza di Boscovich (nel 1773), e poi del padre Lagrange, gli astronomi attivi a Brera erano Francesco Reggio, Angelo De Cesaris (allievo di Boscovich), e il giovane Barnaba Oriani (allievo di Frisi).

In quest’epoca, la carta topografica del Ducato di Milano, basata sulle mappe del censo, era ormai considerata del tutto insufficiente. Verso la fine del 1777, il padovano

⁹ Bidabad (2019) cita Galileo come il primo ad applicare la minore correzione possibile ad una osservazione astronomica. A volte il metodo di Boscovich viene ricordato anche nei manuali di statistica di uso comune.

Antonio Rizzi-Zannoni, noto in Europa come geografo e cartografo, aveva proposto al cancelliere austriaco Kaunitz un progetto che includeva la triangolazione del territorio milanese. Kaunitz lo trasmise al plenipotenziario Firmian a Milano per avere il parere degli astronomi di Brera e di Frisi. L'idea era che gli astronomi e Frisi si occupassero della parte scientifica del progetto, e Rizzi-Zannoni della parte geografica. Gli astronomi avevano già effettuato alcune misurazioni di tipo astronomico-geodetico, spronati da precedenti richieste di Cassini de Thury, ma consideravano il progetto di Rizzi-Zannoni troppo vasto, pur approvandolo in linea di massima. Inoltre giudicavano necessaria una maggiore precisione delle misure astronomiche e geodetiche. Frisi, entusiasta del progetto, giudicava invece inutile la suddetta precisione per una carta topografica. Per la crescente discordia, purtroppo insanabile, tra Frisi e gli astronomi, non se ne fece nulla.

Solo dopo la morte di Frisi (nel 1784) si riprese a lavorare al progetto. Dopo l'acquisto delle apparecchiature necessarie, le operazioni iniziarono nel 1788 con la misura della base di Somma Lombardo, e proseguirono fino al 1789 con la triangolazione della parte bassa del Ducato, mentre la parte montana venne coperta nel 1790-1791. Il disegno della carta e l'incisione delle lastre di rame proseguirono fino al 1796, quando gli eventi bellici con Bonaparte costrinsero a sospendere il lavoro.

Nel 1802 la triangolazione venne ripresa, estendendola alle altre province non incluse nell'antico Ducato di Milano; ma ormai era un'attività troppo impegnativa per le limitate risorse umane disponibili a Brera, e proseguiva lentamente. Intanto a Milano era stato istituito un Deposito della Guerra dove conservare i materiali topografici e cartografici della regione (più tardi sarà trasformato dagli Austriaci in Istituto Geografico Militare), e gli ingegneri del Deposito stavano lavorando a una Carta della penisola come prosecuzione di quella di Francia del Cassini. Poiché non aveva molto senso effettuare due lavori simili in parallelo, e viste le difficoltà incontrate, la Carta di Brera non fu più continuata. Mori (1903) ricorda tuttavia vari ingegneri degli inizi dell'Ottocento che furono allievi a Brera, e scrive: "Per essi la scuola degli astronomi di Brera doveva poi avere una larga e benefica influenza sulle grandi imprese topografiche, che nella prima metà del secolo si compivano in varie parti della penisola".

Negli anni 1821-1823 si effettuarono altre misure geodetiche, per il completamento della triangolazione dalla Francia fino all'Adriatico, con la collaborazione dei Governi francese, piemontese e austriaco. La parte astronomica fu curata da G. Plana (Torino) e da F. Carlini (Brera); si può trovarne una descrizione nel saggio di Airy (1845). Dopo l'arrivo di Giovanni V. Schiaparelli, iniziò nel 1870 "ciò che si può chiamare il quarto periodo delle osservazioni geodetiche" di Brera (Schiaparelli, 1880), in collaborazione con Giovanni Celoria. Vennero determinate "le differenze di longitudine di Milano con Neuchatel, l'Ospizio del Sempione, Monaco di Baviera, Vienna, Padova, Napoli, Roma e Genova", e si utilizzarono segnali elettrici (telegrafici) per un confronto degli istanti di tempo nelle stazioni osservative. Dato il livello di esperienza acquisito a Brera nella geodesia, gli astronomi furono chiamati a insegnare questa materia al Politecnico di Milano, Schiaparelli per alcuni anni e Celoria per ben trentacinque. A Celoria va il merito (e la responsabilità), insieme a Schiaparelli ed altri astronomi (Fergola, Nobile) e geodeti, del forte coinvolgimento italiano nell'impresa scientifica internazionale per lo studio dello spostamento del Polo (variabilità delle latitudini), con le misure fatte nella stazione di Carloforte in Sardegna a partire dal 1899.

In conclusione, possiamo dire che, per quanto riguarda geodesia e cartografia, a Milano con Boscovich si ebbe la fondazione di una scuola (Varičák, 1931) la cui illustre tradizione si tramandò a lungo, e al Politecnico dura tuttora (Mussio, 2011).

Appendice. Copie della Carta Geografica

Pedley (1993, Appendix C) riporta il seguente elenco di biblioteche (che non intendeva essere esaustivo) aventi in catalogo la *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico delin.ta dal p. Cristof.ro Maire d.a C.a di Gesù sulle comuni osservazioni sue e del p. Ruggiero Gius.e Boscovich d.a med.a C.a. Alla santità di N.S. papa Benedetto XIV*. Abbiamo effettuato una verifica della catalogazione on-line, e riportato, dove possibile, la nuova numerazione.

Biblioteca Apostolica Vaticana, Roma	Stampe.Geogr.S.37 Stampe.Geogr.S.18
British Library, Londra	004936663 004936666, ediz. Santini (Venezia 1776) ¹⁰
Royal Geographical Society, Londra	rgs525207
Bibliothèque Nationale, Parigi. Collection d'Anville	05410 05411 05411 bis B
Library of Congress. Hauslab Collection, Washington D.C.	Folio 38 (xx-20)

Non abbiamo eseguito una ricerca specifica di altre possibili biblioteche o siti aventi una copia della Carta. Segnaliamo comunque che la **Biblioteca Casanatense di Roma** ha effettuato una digitalizzazione accurata della Carta, visibile molto in dettaglio al link: <http://scaffalidigitali.casanatense.it/identifier/CFIE024577> (verifica effettuata il 29/04/2020).

Bibliografia

Nota: nel seguito, ENB indica le pubblicazioni dell'Edizione Nazionale delle Opere e della Corrispondenza di R. G. Boscovich.

Airy G.B., 1845, *Figure of the Earth*, in: Encyclopaedia Metropolitana or Universal Dictionary of Knowledge, Vol. V, London, p. 165.

Altić M.S., 2014, *Exploring along the Rome meridian: Roger Boscovich and the first modern map of the Papal States*, in: E. Liebenberg, P. Collier, Z. Gyozo Torok (eds.), *History of Cartography*, International Symposium of the ICA 2012, Springer, pp. 71-89.

Antonello E., 2009, *I primi 150 anni dell'Osservatorio Astronomico di Brera*, Convegno

¹⁰ Si possono trovare su web copie in vendita della edizione di Santini (*Nouvelle carte*).

“Dalla Luna, a Marte, all’Infinito”, Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere, 14-15 ottobre 2009; Atti non pubblicati; <http://www.brera.inaf.it/archeo/Lombardo-testo-1.pdf>

- Apiano P., 1564, *Cosmographia Petri Apiani per Gemmam Frisium*, Anversa.
- Bidabad B., 2019, *L1 Norm Based Data Analysis and Related Methods (1632-1989)*, Australian Finance & Banking Review, Vol. 3, No. 1, pp. 43-81.
- Borčić B., 1964, *Karta crkvene države u djelu Rudjera Boškovića. «De litteraria expeditione per pontificiam ditionem ad dimetiendos duos meridiani gradus et corrigendam mappam geographicam»*, Bošković Almanach Hrvatskoga Prirodoslovnog Društva, pp. 185-196; trad.: La carte de l’État ecclésiastique dans l’oeuvre de R. B.
- Boscovich R.G., 1760, *De recentissimis graduum dimensionibus et figura, ac magnitudine terrae inde derivanda*, in: *Philosophiae recentioris a Benedicto Stay in Rom. Archigymn. Publ. Eloquent. Profess. Versibus traditae Libri X, ad Sylvium Valentium Cardinalem amplissimum, cum adnotationibus, et Supplementis P. Rogerii Josephi Boscovich S.J. In Collegio Rom. Publ. Matheseos Profess.*, Tomus II, pp. 406-426.
- Boscovich R.G. [2011] *Viaggio astronomico e geografico nello Stato della Chiesa (1750-1752)*, introduzione di Luigi Pepe, traduzione e note di Stefano Franchini, Edizioni della Normale, Pisa.
- Capecchi D., 2009, ENB Corrispondenza, Vol. IV, *Carteggi con corrispondenti diversi, da Antonio Caccia a Pietro Corer*, p. 98.
- Čolić K., 1992, *Ruder Bošković (1711-1787) - als Geodät und Geophysiker*, Mitteilungen der Geodätischen Institute der Technischen Universität Graz, Folge 75, pp. 1-164.
- Cope T.D., 1939, *The stargazers’ stone*, Pennsylvania History, Vol. VI, pp. 205-220.
- Coupric D.L., 2016, *When the Earth was flat. Studies in ancient Greek and Chinese cosmology*, Springer; chapter: *Aristotle’s arguments for the sphericity of the Earth*, pp. 241-260; https://www.academia.edu/25717942/Aristotles_Proofs_of_the_Sphericity_of_the_Earth
- Crippa B., Forcella V., Mussio L., 2013, *Boscovich: his geodetic and cartographic studies*, Memorie Società Astronomica Italiana Supplementi, Vol. 22, 75-82.
- Čubranić N., 1963, *Il contributo di Ruggero Bošković allo sviluppo della geodesia*, in: Atti del Convegno internazionale, celebrativo del 250° anniversario della Nascita di R.G. Boscovich e del 200° anniversario della fondazione dell’Osservatorio di Brera. Milano-Merate 6-8 ottobre 1962, Milano, Istituto Italiano per la storia della tecnica, pp. 103-113.
- De Backer A., De Backer A., 1859, *Bibliothèque des écrivains de la Compagnie de Jésus*, Liège, p. 503.
- Delambre J.B.J., 1827, *Histoire de l’astronomie au dix-huitième siècle*, Paris, pp. 643-663.
- Delambre J.B.J., 1912, *Grandeur et figure de la Terre*, opera postuma a cura di G. Bigourdan, Paris, pp. 145-165.
- De Zach (F.X. von Zach), 1822, *Correspondance astronomique, géographique hydrographique et statistique*, Vol. VI, Genova (Gènes), pp. 3-30.

- Dodge Y. (ed.), 1997, *L₁-statistical procedures and related topics*, Institute of Mathematical Statistics.
- Farebrother R.W., 1999, *Fitting linear relationships. A history of the calculus of observations 1750-1790*, Springer; *Chapter 2: The methods of Boscovich and Mayer*, pp. 9-22; *Chapter 3. Laplace's work on the methods of Boscovich and Mayer*, pp. 23-31.
- Farebrother R.W., 2013, *L₁-Norm and L_∞-Norm estimation. An introduction to the least absolute residuals, the minimax absolute residual and related fitting procedures*, Springer.
- Hoare M.R., 2005, *The Quest for the True Figure of the Earth: Ideas and Expeditions in four Centuries of Geodesy*, Ashgate Publ. Ltd.
- Howarth R.J., 2001, *A History of Regression and Related Model-Fitting in the Earth Sciences (1636?-2000)*, Natural Resources Research, Vol. 10, No. 4, pp. 241-286.
- Kopal Z., 1961, *The contribution of Boscovich to astronomy and geodesy*, in: L.L. Whyte, Roger Joseph Boscovich S.J., F.R.S., 1711-1787. Studies of his life and work on the 250th anniversary of his birth, London: G. Allen and Unwin; ristampa: New York: Fordham Univ. Press 1964, pp. 173-182
- Monti C., Mussio L., 1980, *L'attività geodetico astronomica, topografica, cartografica degli astronomi di Brera dal 1772 al 1860 studiata attraverso gli Atti Ufficiali dell'Osservatorio*, Memorie Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere, Vol. XXVII, n. 5
- Mori A., 1903, *Cenni storici sui lavori geodetici e topografici e sulle principali produzioni cartografiche eseguite in Italia ...*, Firenze, Istituto Geografico Militare.
- Morselli R., Vodret R. (2005) *Ritratto di una collezione. Pannini e la Galleria del Cardinale Silvio Valenti Gonzaga*, catalogo della mostra, SKIRA.
- Mussio L., 2011, *Boscovich: l'attività geodetica e cartografica*, (preprint).
- Paolucci N., Tagliaferri G., Tucci P., 1988, *Le vicende scientifiche ed extrascientifiche della realizzazione della prima carta della Lombardia con metodi astronomici*, Atti della Sezione di Storia della Fisica del LXXIII Congresso della SIF, p. 383.
- Pedley M., 1993, *'I Due Valentuomini Indefessi': Christopher Maire and Roger Boscovich and the mapping of the Papal States (1750-1755)*, *Imago Mundi* 45, 59-76.
- Pepe L., 2011, *Introduzione*, in Boscovich [2011], pp. VII-XXV.
- Proverbio E., 2009, ENB Corrispondenza, *Volume III/Tomo I, Carteggio con Natale Boscovich (1730-1758)*.
- Proverbio E., 2014, ENB Opere a stampa, *Volume III/Tomo I, Opere scientifiche, Astronomia e Ottica*.
- Ricchebach G., 1846, *Esame imparziale della triangolazione del P. G. Ruggero Boscovich*, Memoria postuma, Roma, Tipografia Salviucci.
- Schiaparelli G.V., 1880, *Osservatorio di Brera*, in: Gli Istituti Scientifici, Letterari ed Artistici di Milano, Memorie pubblicate dalla Società Storica Lombarda, p. 325
- Tagliaferri G., Tucci P., 1993, *P.-S. de Laplace e il grado di meridiano d'Italia*, *Giornale di Fisica* 34, 257

- Todeschi C., 1776, *Elogio del cardinale Silvio Valenti Gonzaga*, Roma, Salomoni.
- Todhunter I., 1873, *A history of the mathematical theories of attraction and the figure of the Earth*, Vol. I, Ch. XIV, *Boscovich and Stair*, London, pp. 305-334.
- Udias A., 2015, *Jesuit contribution to science. A history*, Springer, p. 76.
- Varićak V., 1911, *Ulomak Boskovicve korespondencije*, RAD Jugoslavenske Akademije, Knjiga, p. 185.
- Varićak V., 1931, *Boškovićeve osnova za geodetsku školu u Milanu*, in Zbornik iz dubrovačke prošlosti Milanu Rešetar; Dubrovnik, «Jadran», pp. 321-322; riassunto: Il progetto di R. Boscovich per una scuola di geodesia a Milano, p. 322.
- Veres M.V., 2019, *Scrutinizing the Heavens, Measuring the Earth: Joseph Liesganig's Contribution to the Mapping of the Habsburg Lands in the Eighteenth Century*, *Journal of Jesuit Studies*, 6, 85-98.
- Widmalm S., 1990, 6. *Accuracy, rethoric, and technology: the Paris-Greenwich triangulation, 1784-88*, in T. Frängsmyr, J.L. Heilbron, R.E. Rider, *The quantifying spirit in the 18th century*, University of California Press, pp. 179-206.

1.56

De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem ad dimetiendos duos meridiani gradus et corrigendam mappam geographicam. Jussu, et auspiciis Benedicti XIV. Pont. Max. suscepta a Patribus Societ. Jesu Christophoro Maire et Rogerio Josepho Boscovich, Romae MDCCLV in Typographio Palladis; excudebant Nicolaus, et Marcus Palearini (1755)

D E
LITTERARIA EXPEDITIONE
P E R
PONTIFICIAM DITIONEM.

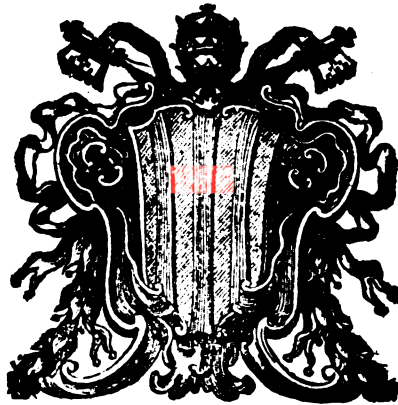
LIT

P
AD

BI

DE
LITTERARIA EXPEDITIONE
PER
PONTIFICIAM DITIONEM
AD DIMETIENDOS DUOS MERIDIANI GRADUS
ET CORRIGENDAM MAPPAM GEOGRAPHICAM
JUSSU, ET AUSPICIIS
BENEDICTI XIV.
PONT. MAX.

SUSCEPTA A PATRIBUS SOCIET. JESU
CHRISTOPHORO MAIRE
ET
ROGERIO JOSEPHO BOSCOVICH.



ROMÆ MDCCLV.

IN TYPOGRAPHIO PALLADIS
EXCUDEBANT NICOLAUS, ET MARCUS PALMARINI
PRÆSIDUM PERMISSU.



SS. D. N.
BENEDICTO XIV.
PONT. MAX.

CHRISTOPHORUS MAIRE, ET ROG. JOS. BOSCOVICH
FELICITATEM.



NEMO erit profecto, BEA-
TISSIME PATER, qui
nos audaciæ possit arguere, atque
impudentiæ, dum Tibi tanto Pontifi-
ci

ci non ingens aliquod theologicum opus , sed exigua hæc physica , astronomica , geographica opuscula ad sacros provoluti pedes offerimus . Novit fane universus terrarum Orbis , quo studio , qua liberalitate , atque munificencia , ut omne aliud optimarum litterarum genus , ita hanc ipsam rerum naturalium cognitionem foves , ac promove . In ea nimirum urbe progenitus , quæ tam multis hoc ipso in genere doctissimis viris , quos non tantummodo enumerare singulos , sed vel turmatim enunciare infinitum esset , ubique gentium semper inclaruit , & in dies magis inclarescit , in qua una stabilem quamdam Physica in primis , atque Astronomia fixisse sedem videri potest , studiorum eorundem existimationem , amoremque cum ipso lacte suxisti olim a prima infantia ; quem quidem amorem inter gravissima sacrarum litterarum , & utriusque juris studia (in quibus

bus ita excellis, ut si istam ipsam supremam Pontificiam Auctoritatem libeat cogitatione secludere, Te unum Christianus orbis universus præceptorem suum, ac tam multis, tam egregiis voluminibus editis institutorem agnoscat), inter assiduas gravissimorum negotiorum curas, ac difficillimum, molestissimumque totius Christianæ reip. regimen retinuisti semper, ac retines.

Testem appellamus in primis patriam ipsam Tuam. Quibus ingentem illam, ac præstantissimam rarissimarum rerum ad naturalem historiam potissimum, ac universam physicam pertinentium collectionem munificentissimis donis, quibus Astronomicam speculam accuratissimis, & vero etiam pretiosissimis instrumentis longissimè conquisitis, atque coemptis cumulasti? quibus doctissimos viros ad hæc ipsa excolenda studia instruxisti libris, excitasti stimulis, decorasti muneribus, ut jam

non

non Patronum tantummodo Te suum, sed velut alterum conditorem nobilissima illa Academia jure agnoscat, ac prædicet? Testem hanc ipsam appellamus Imperii Tui, & Mundi caput Urbem Romam: quibus annuis redditibus ad excolenda studia publicum Archigymnasium, quibus instrumentis, quibus sapientissimis doctoribus ditasti, auxisti, decorasti?

Sed quid ita longe evagati ejus rei testimonia conquirimus, cujus nos ipsi in primis testes sumus luculentissimi, cujus in hac ipsa nostra expeditione documentum quoddam locupletissimum continetur, atque firmissimum? Ubi primum ab Eminentissimo Cardinali Valentio, cuius consiliis in tota administranda Christiana rep. cum tanta communi omnium & privatorum, & Regum etiam approbatione, atque acclamatione uteris, nobilissimum hoc ipsius, atque utilissimum litterariæ hujusce

jusce expeditionis consilium proposi-
 tum tibi fuit, quam promptè, quam
 avide, cum quanta animi erga hæc ipsa
 studiorum genera significatione arripui-
 sti, & nobis Pontificiam voluntatem
 tuam per ipsum Cardinalem Valen-
 tium significasti! Tuis nimirum adacti
 imperiis, Tuo muniti præsidio; Tua
 liberalitate sustentati, atque alti labo-
 riosissimam hanc investigationem su-
 scipimus, universam ditionem Tuam
 peragravimus, summos montes con-
 scendimus, abditas, & confragosas val-
 les adivimus, curvaturam Telluris, &
 urbium, ac oppidorum, vicorumque
 ipsorum positionem per molestissimas
 intervallorum mensuras, triangulorum
 series, astrorum observationes deter-
 minavimus. Ea perquisitio, ex qua
 in illas ipsas facultates Physicam, A-
 stronomiam, Geographiam tanti di-
 manant fructus, Tibi debetur uni:
 Tua auctoritate, Tuis sumptibus, Tuis

x

auspiciis & suscepta est a nobis , & absoluta .

Nec vero summum sacrorum Moderatorem earum facultatum amplificatio , eorum studiorum amor , atque patrocinium dedecet . Mittimus illud , cum sacrorum regimine ipsum Tibi supremum tot populorum imperium commissum esse , quorum acuenda , atque exercenda ingenia , excitanda ad omne liberalium artium , ad omne ingenuorum studiorum genus excolendum industria , preterquamquod ad ipsam imperii felicitatem pertinet , locorum suæ ditionis distantias , ac positus accurate nosse , quod quidem commerciis vel instituendis , vel promovendis non aptissimum tantummodo est , sed etiam pernecessarium . Quanto ipsi sacrorum imperio adjumento est , ac præsidio Astronomia in primis ? Quæ quidem sine Geographiæ cultura , & vero etiam sine
ter-

terreſtris figuræ determinatione fatiſ
 excoli, & perfici nequaquam poteſt .
 Norunt id olim Niceni Patres , no-
 vit omnis conſequentium ætatum ſe-
 ries, novit ipſe ille ingens civis Tuus
 Gregorius tertius decimus Pontifex iti-
 dem Maximus , qui unius Aſtrono-
 miæ præſidio Cælum ipſum conſcen-
 dit, ac ita rationem temporum lon-
 ga ejus facultatiſ ignorantia deprava-
 tam reſtituit, ut ipſi Catholicæ Re-
 ligionis hoſtes acerrimi ei ſe demum
 poſt bina fere ſæcula, utut inviti, con-
 formarint, quod nimirum tanti Pon-
 tificiſ, ac Romanæ Religioniſ decus
 Tui demum Imperii temporibus re-
 ſervabatur . Quid vero illud , quod
 ab ipſa cognitione Naturæ ad ſupre-
 mum ejus Opificem contemplandum
 multo ſane facilius aſſurgitur , & a
 naturalibus hiſce ad illa divina ita fit
 gradus, ut in theologicis erudire ſtu-
 diis juventutem nulla ſoleat Acade-

mia, nisi eos ante in Naturæ investigatione exercuerit ? Et sane nihil ad sublimissimas de divina Immensitate, atque Omnipotentia cognitiones acquirendas conducit magis, quam universa Astronomia, ad quam excolendam, promovendamque maxima ex parte pertinent labores hi nostri.

Quæ quidem cum ita sint, patet sane, nos non culpandos tantummodo non esse, qui hujus potissimum argumenti genus Tibi sistimus, sed esse plurimum commendandos. Cui enim alteri, quam ipsi Tibi, quod Tuum tot rationibus potissimum est, quod usque adeo te decet, sisteremus ? Quod si quis non ita ingentem nobis molem objiciat voluminis; is illud, rogamus, consideret, minore hîc quidem volumine, sed plurium annorum labores nostros, ac diuturnarum & observationum, & meditationum fructum contineri. Nam quod ad nostram

stram

stram tenuitatem pertinet, qua ingens, qua nobilissimum, atque utilissimum argumentum pertractavimus, ea nos non deterrere tantummodo non debuit, sed debuit, quod sane præstitit, urgere acriter, atque impellere, ut ad patrocinium Tuum confugeremus. Opus Tua auctoritate susceptum, Tua itidem auctoritate munitum prodeat in publicum. Ea supplebit, quod nobis defuit, & qui nostræ imbecillitati diffidimus, Tuo præsidio, Tuo nomine tuti confirmabimur animo, & omni metu deposito conquiescemus.

LECTORI.

LITTERARIÆ expeditionis, quam jussu, & auspiciis, ac sumptibus BENEDICTI XIV. Pontificis sane Maximi susceptam una cum P. Christophoro Maire celeberrimo Soc. Nostræ Astronomo ad finem simul perduximus, & consilium, & rationem, & exitum, ac uberrimos, qui inde in Physicam, in Astronomiam, in Geographiam promanant fructus, in hac plurium opusculorum congerie, tibi propono, amice Lector, quorum alia ab ipso P. Maire, alia a me conscripta sunt.

Primum Opusculum a me conscriptum continet Commentarium Historicum, ac Pysicum expeditionis litterariæ per ditionem Pontificiam.

Secundum conscriptum a P. Maire continet determinationem gradus meridiani ex communibus observationibus definiti ipsius labore, & calculis.

Tertium, ipsius itidem, agit de correctione Mappæ Geographicae, quam ex communibus pariter observationibus restitutam summo labore, ac diligentia delineavit.

Quartum, quod est meum, agit de apparatu, & usu instrumentorum in eadem expeditione adhibitorum.

Quintum itidem meum de Telluris figura determinanda ex equilibrio, & ex graduum mensura.

Primum quidem opusculum ita a me conscriptum est, ut Lectorem alloquar Geometriae etiam, & calculi, vel ignarum, vel fastidiosum. Illud in primis curo, ut expeditionis ipsius utilitas summa, & vero etiam quadam velut nobilitas, atque dignitas innotescat, ac perpetuum, & ingens atatum fere omnium studium in Telluris figura investiganda, quæ primus extitit expeditionis nostræ scopus, proponatur ob oculos.

Idcirco primo capite brevem quandam exhibui eorum
noti-

notitiam, quae ante nos eo in genere sunt praestita, summa tamen quaedam plerumque perstringens capita; si enim omnia fusius aliquanto evolventa essent, & enarranda, amplum sane haec una historica pars volumen requireret; tum inde ortas meditationes quasdam meas, ac totum expeditionis suscipienda consilium, & curam nobis demandatam expono. Secundo autem capite itinerum nostrorum seriem, loca observationibus peragendis delecta, & vero etiam instrumentorum apparatus, observandi rationem, atque ipsum observationum fructum, quantum sine schematis licet, persequor, & evolvo, ubi & labores aliquando nostros, ac vitae pericula, & physicas observatiunculas quandoque intermisceo, quo magis varietate ipsa accidat non injucunda narratio.

Bina Patris Maire, quae consequuntur, ea & brevitate, & precisione conscripta sunt, quae Astronomis in observandi arte exercitatis, & harum rerum cognitionem intimam adeptis placere possit. Is ibi observationes omnes ad rem necessarias exhibet, & calculorum suorum fructum. Plures ego etiam subduxi, quos ipse calculis inveni admodum conformes, cujus & diligentia eo in genere, & patientia summa ita mihi longa consuetudine innotuit, ut illi multo magis fidere debeam, quam ipsi mihi. Inveniet autem ibidem studiosus Lector, quae & ad Geographiam perficiendam pertinent sane multa.

Attingit is in secundo Opusculo aliqua, quae ad expeditionis consilium spectant, & historiam, sed concise admodum. Idcirco ego quidem ea omnia aliquanto uberius persecutus sum in meo priore. Attingit etiam ea, quae ad instrumentorum pertinent formam, & correctionem, concise itidem. Ipsa ego idcirco multo diligentius, ac fusius expono opusculo quarto, ubi eorum etiam delineationem exhibeo, & pleraque, quae ad astronomicam praxim pertinent, persequor. Habent enim haec instrumenta, quorum ego constructioni praesui, novi non parum, quod si Astronomiae cultoribus diligentius explicetur, & utile fore censeo, & jucundum.

In tertio opusculo ipse exhibet plura, quae pertinent ad corre-

correctionem mappæ Geographica, ubi illud in primis exponit, quid nobis ipsis observare licuerit, quid aliunde fuerit repetendum; ac unde id ipsum deprompserimus, quæ quibusque fides adhibenda sit, diligenter persequitur. Videbitur fortasse illud minus peritis hoc opusculum perlegendibus, mappam, quam exhibemus, maxime imperfectam esse, & parum admodum nos eo in genere præstitisse. Nam Mairius, ut meritam fidem iis, quæ a nobis præstita sunt, conciliet, multas sane totius operis difficultates, quas offendimus, & quidquid vitii timeri potest, quidquid præstari ulterius laboris ad accuratam Topographicam mappam habendam, fufus in ipso initio, ac diligentius exponit. At qui perpenderit, vel illum solum catalogum omnium urbium, ac præcipuorum etiam locorum plurium, qui ad calcem ejusdem habetur opusculi, ubi eorum longitudes adscribuntur, & latitudes, in quibus illud confidimus, nusquam unius minuti errorem admissum esse, videbit sanè, quæ ad Geographicam mappam corrigendam pertinent, qui noster erat scopus, abunde omnia esse præstita. Qui autem præterea ipsam mappam inspexerit, quam quidem admodum amplam huic volumini non licet inferere, & præfatiunculam ipsi adjectam, atque una æri incisam perlegerit, & vero etiam, qui hoc ipsum Mairii opusculum diligentius consideraverit, videbit profecto, quam multa, quæ ad Topographiam etiam pertinent, a nobis perfecta sint.

Illud unum mihi monendum superest, quod pertinet ad ipsum catalogum longitudinum, ac latitudinum, longitudes quidem ab insula Ferri, uti moris est, computari, quarum differentias tantummodo a Romana longitudine Tholi D. Petri, nostræ nobis observationes exhibuerunt, latitudes vero ex Astronomicis observationibus Romæ, & Arimini ingenti nostro Sectore habitis profluxere. Quanquam autem intra eandem urbem plurimis secundis a se invicem differant tam longitudes, quam latitudes diversarum adium, & vero etiam alicubi plusquam uno minuto, adhuc tamen adjecta sunt minutis primis etiam secunda, quæ pertinent,

ad

ad illum ejus urbis locum , quem immediate observavimus .
 Is autem semper est ex editissimis , saepe admodum editissima
 urbis ipsius turris , & plerumque locus in ipso ejus meditul-
 lio situs .

In quarto opusculo ego quidem ita instrumentorum &
 apparatus , & usum fuisse , ac diligenter exposui , ut iis ,
 qui ea omnia satis jam callent , molestior fortasse futurus
 sim , at iis , qui Astronomia in primis practica operam dare
 velint , & ejus elementorum defectum doleant , non exiguan-
 ego quidem utilitatem allaturus esse mihi videar . Spero au-
 tem ipsos etiam exercitatos Astronomos inventuros novi ali-
 quid , quod omnino non improbent . Primo capite persequor ,
 quae pertinent ad observationes astronomicas , & determina-
 tionem arcus caelestis intercepti binis locis extremis , secun-
 do , quae ad geodeticas poligoni , & mapparum dimensiones ,
 tertio , quae ad basium determinationem per actualem mensu-
 ram . Initio quidem cujusque capituli instrumenta ipsa , secto-
 rem in primis , quadrantem , gignilla , & tripodes , fuisse descri-
 bo , & partes singulas , quae ad constructionem , vel ad re-
 ctificationem pertinent , expono , schematis singula illustrans
 suis ; tum collocationem instrumentorum eorundem , & usum
 persequor , ac rectificationes ipsas , & in errores , qui commit-
 ti possent , inquiri , theoremata generalia profero , quibus
 singulorum magnitudo definiatur , ut , si opus sit , corrigi possint .
 Omnem deinde ejusmodi theoriam nostris observationibus ap-
 plico , & qui in iis errorum limites timeri possint , accurate
 determino . Eorum vero omnium fructus ultimus est ipsa de-
 finitio magnitudinis gradus Romam inter , & Ariminum in-
 tercepti .

Quoniam praecipuus ipsius expeditionis & scopus , &
 labor fuit , in eo Meridiani gradu definiendo , quae definitio
 ad investigationem pertinet figurae , & magnitudinis Terrae to-
 tius , quintum adjeci opusculum , quo in ipsam Terrae figu-
 ram inquisivi , ubi Geometria vim experiri libuit ; plurimum
 enim solutionem problematum eo pertinentium , quae sine
 calculo

calculi ope viderentur solvi nequaquam posse, per solam Geometriam exhibeo.

Binis autem capitibus persecutus sum investigationem figurae Telluris; primo quidem ex aequilibrio gravium, tum ex mensura graduum. Quod ad primum pertinet, solius Geometriae ope determinavi figuram solidi revoluti circa proprium axem, primo quidem in hypothesei gravitatis directae ad unicum centrum, & utrumque datae per distantias, tum in hypothesei gravitatis mutuae Newtonianae, atque id quidem tam in hypothesei homogeneitatis, quam in hypothesei densitatis nucleis sphaerici paribus a centro distantibus ejusdem, & mutatis distantibus utrumque mutata. Deinde vero multa, quae pertinent ad irregularem textum Telluris ipsius, potissimum prope superficiem, quae quidem jam a septendecim ab hinc annis in dissertationibus pluribus innueram, aliquanto fufius exposui, quae quidem in hac perquisitione maximi usus esse arbitror. In fine autem figuram, quam pendulorum isochronorum longitudines huc usque observata videntur requirere, per plures combinationes exquiro.

Secundo autem capite praecipua problemata, quae ex datis gradibus figuram quaerunt, evolvo, & eorum, quae ad Ellipsoidem spectant, ubi ex datis vel parallelorum, vel meridiani, vel utriusque binis gradibus ellipticitas quaeritur, solutionem admodum expeditam, quae mihi post impressa caetera in mentem venit, & priore admodum faciliorem, propono in ipso fine opusculi. Graduum autem huc usque observatorum combinationibus omnibus evolutis, multa, quae ad irregularitatem pertinent curvae aequilibrii, & meam de re tota sententiam expono. Censeo autem, admodum quidem probabile esse, Tellurem ad polos esse compressam; sed quanta ipsa compressio sit, nequaquam adhuc esse compertum, & ejusmodi perquisitionem vix inchoatam adhuc esse, non absolutam. Geometria autem ubique sum usus ita, ut ubi semel integralem calculum, sed admodum elementarem adhibui, id ad confirmandam praestiterim determinationem solius Geometriae ope prodeun-

deuntem . Ac quod ad finitum etiam calculum pertinet , vix unquam aliud adhibui , quam notissimas formularum Geometria ope erucarum transformationes per additionem-subductionem , multiplicationem , divisionemque terminorum simplicium . Id ego quidem opusculum Pbysicis , ac Geometris confido fore non injucundum .

Est autem , quod hic in fine te etiam , atque etiam rogem , ut menda , quæ vel mihi præpopere scribenti , & in rem ipsam magis intento , quam in voces , vel litteras , exciderunt nonnulla , vel Typographo , & Typos præpropere corrigentibus , ignoscas , ac mature consulas ante lectionem , vel etiam corrigas . Eorum catalogum satis diligenter investigatorum & a me , & ab amicis pluribus , ad calcem totius operis invenies , ubi ea , quæ per te ipse primo intuitu facile corriges , omittenda censui , ac ea tantummodo recensenda , quæ legentem turbare possent . Illud unum eo in genere te hic monitum volo , me opusc. 5 n. 246 affirmasse , ut inaudieram , Caillium eodem ad Promontarium Bonæ Spei pendulo observationes gravitatis iniisse suas , quo Condaminius & in America , & mecum hic Romæ . At cognovi postea , non idem extitisse pendulum , sed ipsi simile , & ita elaboratum , ut isochronum evaderet , quod tamen deinde ab eo inventum sit nonnihil discrepans . Sed id quidem rem nostram hic nihil turbat , cum observationes eo pendulo habitas , & , ut ibi innui , mihi nondum sat cognitæ , nequaquam hic adhibuerim .

Fruere jam laboribus nostris , & SYLVII Cardinalis VALENTII studium , quo bonarum artium progressus curat , ac BENEDICTI XIV. P. M. , cui , ut sane par erat totum hoc opus communi nomine nuncupavi , Sapientiam , & Munificentiam commenda ; alterius enim consiliis , alterius auspiciis , ac liberalitate & suscepti sunt , & ad exitum felicem perducti .

HIERONYMUS RIDOLFI S. J.
IN PROVINCIA ROMANA
PRÆPOSITUS PROVINCIALIS.

CUM librum cui Titulus : *De Litteraria Expeditione &c.* a PP. Christophoro Maire , & Rogerio Josepho Boscovich Societatis nostræ Sacerdotibus conscriptum , aliquot ejusdem Societatis Theologi recognoverint , & in lucem edi posse probaverint , potestate nobis a R. P. Aloysio Centurioni Præposito Generali ad id tradita , facultatem concedimus , ut Typis mandetur , si ita iis , ad quos pertinet , videbitur . In quorum fidem has litteras manu nostra subscriptas , & sigillo nostro munitas dedimus .

Romæ die 1. Decembris 1755.

Hieronymus Ridolfi .

A D P R O B A T I O N E S

REverendissimi Patris Magistri S. Palatii jussu legi Volumen : *De Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem* , quo quinque Opuscula continentur ; in quibus nihil prorsus deprehendi , quod vel Orthodoxæ Fidei repugnet , vel bonis moribus adversetur . Vehementer omnia , dum legerem , mihi probabantur . Summa in secundo Opusculo astronomicarum rerum peritia , & in calculis ineundis , persequendisque magnus labor , & diligentia . Compendiarium vero exponendarum rerum , accuratissimamque rationem non satis poteram laudare . In quarto Opusculo illam Auctoris puto laudem esse præcipuam , quod Instrumentorum formam describat , eorumque usum commonstret incredibili perspicuitate ; ac plura exhibeat Theoremata , quorum ope , si qui in Instrumentorum usu obreperint , facile deprehendi , emendarique possint errores . Postremi denique Opusculi lectio mihi fuit jucundissima . Quæ enim nunc temporis Geometræ per implexos calculos assequuntur , ex magnus Geometra lineari , quam vocant , Geometria usus admirabili facilitate , novoque plane nitore in lucem extulit : tantamque reperiebam in demonstrationibus elegantiam , ut disciplinarum omnium severissimæ Geometriæ suus etiam lepos , & venustas non deesse videretur . Itaque Volumen illud publica luce dignissimum censeo .

Michael Angelus Giacomellus

SS. D. N. Cappellanus Secretus .

Jussu

J Ussu R^mi S. P. A. Magistri legi librum, cui titulus: *De Litteraria Expeditione &c.* in eoque nedum quidpiam Religioni, bonisque moribus contrarium repererim, nihil etiam fuit, quo doctius, aut exquisitius aliquid, aut utilius in hujusmodi scribendi genere desiderarem. Atque equidem, cum legerem, & Sapientissimi Pontificis mirifica in omnes optimas disciplinas voluntate, ac beneficentia vehementer commovebar, semperque magis in mea me confirmari de eo opinione gaudebam, & celeberrimorum Virorum egregios cum summa diligentia conjunctos labores commendabam animo; maxime vero admirabar acerrimam ingenii vim, tantamque industriam & in observationibus astronomicis insituendis, & in profundioris Geometriæ ac Mechanices rationibus & inveniendis, & pertractandis adhibitam, ut non levem huic doctrinæ a multis hoc tempore viris summo studio agitæ acceptionem factam nunc esse peritos harum rerum æstimatores affirmaturos, proindeque hæc libentissimo excepturos, omnino mihi persuaserim. Quod igitur Reipubl. litterariæ interfuturum valde sit, typis id mandari & posse, & debere censeo. In quorum fidem &c.

*Benedictus Stas Eloquentiæ in Archygymn. Rom.
Publicus Professor.*

I M P R I M A T U R

Si videbitur R^mo Patri Sacri Palatii Apostolici Magistro.

F. M. de Rubéis Patriarch. Const. Vicefg.

I M P R I M A P U R

Fr. Vincentius Elena R^mi P. Mag. Sac. Pal. Ap. Soc. Or. Præd.

INDEX

OPUSCULUM I.

*Litteraria per Pontificiam ditionem expeditionis Com-
mentarius historicus, ac physicus.* pag. I

CAPUT I. *De expeditionis incunda consilio, &
scopo.* ibid.

CAP. II. *De expeditionis inite ratione, & fructu.* 33

OPUSCULUM II.

*Mensura gradus Meridiani Romam inter, & Ariminum
medii a gradu $42\frac{1}{2}$ ad $43\frac{1}{2}$* 121

OPUSCULUM III.

*Enarratio eorum, quae ad corrigendam mappam geogra-
phicam Ditionis Pontificiae gesta sunt.* 167

OPUSCULUM IV.

De instrumentorum apparatu, & usu. 191

CAPUT I. *De Sectore.* 192

CAP. II. *De Quadrante.* 277

CAP. III. *De instrumentis, quae pertinent ad men-
suram basis* 360

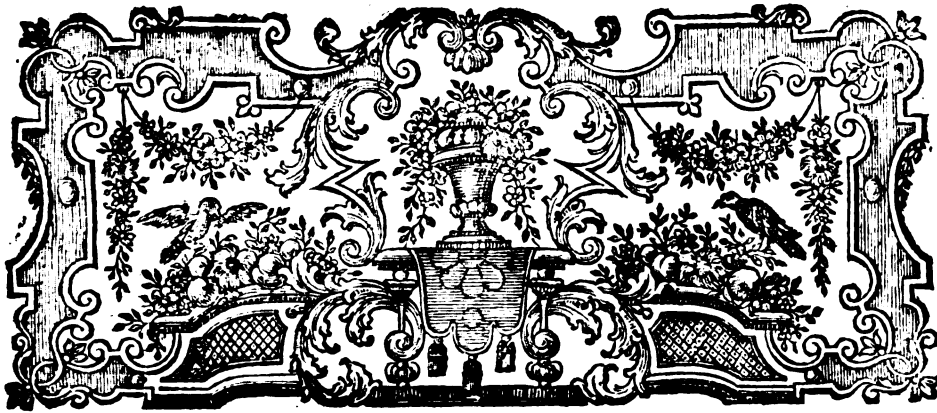
OPUSCULUM V.

*De figura Telluris determinanda ex equilibrio, & ex
mensura graduum* 385

CAP. I. *De figura Telluris, quae oritur ex equili-
brio* 387

CAP. II. *De figura Telluris, quae oritur ex mensura
graduum* 481

OPU-



OPUSCULUM PRIMUM

LITTERARIÆ PER PONTIFICIAM DITIONEM
 EXPEDITIONIS COMMENTARIUS,
 HISTORICUS, AC PHYSICUS.

C A P U T I.

De expeditionis ineunda consilio, & scopo.



DUPLEX extitit expeditionis nostræ scopus, alter ad Telluris figuram, & magnitudinem perti-
 nens, alter ad Geographicam Pontificiæ ditionis mappam. Priorem illum, ex quo ipsum expeditionis consilium est ortum, exponam hic aliquanto fufius, re altius repetita, & brevem eorum, quæ pertinent ad investigationem figuræ, ac magnitudinis Terræ, historiam, summa quædam tantummodo capita persecutus exponam; unde ipsius expeditionis & utilitas innotescat, & dignitas.

Duplex expeditionis scopus, mensura gradus, & mappa geographica.

A

2. Ne-

Quanti inter-
fit in Terræ fi-
guram inquire-
re.

2. Neminem sane latet, in litterarum studiis non penitus hospitem, ac peregrinum, quanta contentione sæpe etiam olim, sed potissimum postremis hisce temporibus, quanto labore, quibus impensis in Telluris magnitudinem, & figuram inquisitum sit.

Absurdæ ve-
rustissimorum de
ea sententiæ.

3. Et quidem, quod ad figuram pertinet, fuerunt sane in remotissima illa antiquitate absurdissimæ quædam plurium Philosophorum sententiæ, quas Ricciolius noster, vir & doctrinæ laude, & observandi diligentia, sed eruditione potissimum, ac eorum, quæ ante ipsum inventa fuerant, & producta, cognitione commendatissimus, Almagesti sui libro secundo, capite primo persequitur. Censuit enim columnæ similem Anaximander, cylindro Leucippus, cono Cleantes, scaphio Heraclitus, disco cavo Democritus, Mensæ planæ Anaximenes, & Empedocles, infinita autem radice deorsum nixam Xenophanes Colophonius.

Duplex me-
thodus inquiren-
di, ab æquili-
brio, & obser-
vationibus.

4. At earundem sententiarum absurditatem veteres ipsi melioris notæ philosophi agnoverunt omnes, qui uno fere consensu globosam Telluri formam tribuerunt. Duplex autem argumentorum genus ad hanc ipsam figuram Telluri assignandam est adhibitum, alterum petium ab æquilibrii legibus, alterum ab observationibus, quæ ipsam Telluris curvaturam exhibent, & oculis sistunt.

Quo pacto ex
æquilibrio de-
duceretur sphæ-
rica figura.

5. Ex æquilibrii legibus deducebatur, marium superficiem debere esse sphæricam, posito, quod gravia omnia ad certum punctum dirigantur, & Tellus stet, quod præstitit Archimedes in primis. Si enim tota hæc moles e terra, & aquis composita, esset fluida, & componeretur in sphæram circa id punctum, ad quod omnes ejus particulæ diriguntur, patet æqualibus hinc, & inde a centro ponderibus accurate libratis, eam debere consistere sine ullo motu, quo figuram mutet. Si jam ingens ejusdem pars concreseat, nihil hoc novum particularum vinculum inter se, cæterarum partium positionem mutabit, quæ idcirco adhuc consistent in æquilibrio. Si il-
læ

læ posteaquam concreverunt densitatem mutant utcumque, si illis addantur quæcumque moles procurrentes ultra globi ipsius superficiem, dummodo hæc solida massa circa illud idem centrum æquilibretur ita, ut superficies, quæ solidam partem a fluida dividebat, eodem persistet loco, eodemque modo fluidam illam partem sustineat, nullus idcirco in tota ipsa fluida massa motus habebitur, cujus proinde superficies sphæricam adhuc formam retinebit. Atque hoc quidem argumento sphærica marium figura evincebatur; unde consequens erat, universam Tellurem sphæricæ itidem ad sensum esse formæ, cum tot maria alia cum aliis jungantur, & montes non ita multum supra marium superficiem assurgant.

6. Hæc quidem ex æquilibrio: quod autem ad observationes pertinet, curvatura marium patebat sane, cum prospectantibus e littore prius summa vela apparent, tanquam emergentia ex ipsa aqua, navibus adhuc post aquarum curvaturam latentibus, tum ipsæ naves; adventantibus autem e mari prius summi montes, tum colles humiliores, deinde tecta domorum in littore existentium, ac demum earum limina, & littus ipsum. Ipsa curvatura & in mari, & in Tellure deducebatur ex eo, quod iter habentibus polum versus, stellæ, que polo propiores sunt, apparebant perpetuo sublimiores, & ab horizonte magis elevatæ, aliis, atque aliis stellis polo propioribus transeuntibus per cæli verticem, quem zenith dicimus; iter autem habentibus orientem versus, Sol, & omnia sidera citius orientur, & occiderent.

Quo ex observationibus curvatura.

7. Verum ex hisce argumentis, & crassioribus observationibus curvatura quædam tantummodo deduci poterat terrestris superficiei, non sphærica forma, immo vero nec circum orbicularis utcumque, quam ab oriente in occidentem integro gyro redire in orbem tum demum immediata observatione constitit, cum detectis tribus circiter ab hinc sæculis America totus terrarum or-

Eos sphæricitatem non evicisse.

bis circumnavigari cæpit, qui nunc quidem a navibus in occidentem proficiscentibus, ac redeuntibus ex oriente obitur perpetuo.

Sphæricitatem proximam deduci ex ecclipsis Lunæ.

8. At phænomenum ab ipsa quidem Tellure distans, sed ad eam maxime pertinens nequaquam deerat, quo multo sane validius Telluris forma ad sensum sphæricam comprobaretur. Erat id nimirum ipsius Telluris umbra in Lunæ defectibus. Neminem latet, Lunæ defectum nihil esse aliud, nisi ipsius Lunæ ingressum in umbram Terræ, vel potius atmosphæræ Terram ambientis. Præterea & illud facile concipitur, umbram sphærici corporis in quacumque directione projectam debere circulum esse, & curvaturæ circumquaque ejusdem, quod nulli alteri figuræ generatim convenire possit. Porro in omnibus Lunæ defectibus in quacumque fierent cæli plaga, (sunt autem in plagis admodum diversis, ubivis nimirum ab ortu in occasum, & per ingentem cæli tractum a Borea in Meridiem) terrestris umbræ limbus figura circulari observabatur, & curvatura illius circuli ad sensum eadem apparebat. Inde autem consequens erat, atmosphæræ terrestris formam, adeoque & formam Telluris ipsius, supra quam atmosfera non ita multum & ubique fere æqualiter assurgit, ut e crepusculis facile deducitur, ad sensum sphæricam esse.

Accuratam sphæricitatem ne inde quidem erui.

9. Ne hoc quidem argumento satis demonstrari poterat, figuram esse accurate sphæricam. Nam & admodum exiguus est arcus ille totius circuli, quo terrestris umbra in regione Lunæ concluditur, qui arcus in Lunam cadit eo circulo longe minorem, & is ipse arcus satis confusus cernitur ob illam, quam penumbram dicunt, ut idcirco curvatura ipsius satis accurate definiri non possit. Accedit, quod pro diversis distantis Solis a Terra umbrosus Telluris conus in eadem ab ipsa Tellure distantia diversæ crassitudinis est, & quod Luna pro diversis suis a Tellure distantis diversam ipsius coni perpetuo se coarctantis crassitudinem permeat, ut adeo curvatura

ra

ra ipsa accurate æqualis esse non possit, ne tum quidem, cum Tellus accurate spherica sit.

10. Verum cum & æqualis illa quædam ad sensum curvatura appareret, & spherica figura perfectissima censeretur, ut ad ejus adeptionem adspirare Natura videri posset, & æquilibrium illud accuratam marium rotunditatem suaderet; insedit alte Philosophorum animis, & arcte adhæsit ea opinio, Tellurem, abasis montibus, & vallibus coæquatis, accurate sphericam esse, nec ea de re dubitari est cæptum, nisi intra postremos hosce octoginta circiter annos, quod qua occasione evenerit, paucis indicabo.

Adhuc diu credidit esse accurate sphericam.

11. Abierat superioris sæculi anno secundo, & septuagesimo in Cayennam insulam Æquatori proximam Richerus, eo a Regia Parisiensi Academia missus, ad astronomicas observationes ineundas, & secum detulerat horologium, quod Parisiis cum cælestibus motibus accurate conspiraverat. Eo producto ad observationes instituendas,prehendit multo lentiolem ejus motum ita, ut singulis diebus per bina minuta cum dimidio ab integræ diei mensura deficeret. Rem miratus, quam nec ab aliqua machinæ mutatione, nec a suspensione, nec ab alia ejusmodi causa videbat oriri posse, illud conjecit, gravitatis vim ibidem minorem esse, quam in Europa, unde fieret, ut pendulum, a cujus oscillatorio motu totius machinæ motus pendet, lentius aliquanto oscillaret, & horologium ipsum retardaret.

Dubitandi occasio ex Richeri observatione de horologio retardato.

12. Ut autem certius constare posset, an res ita se haberet, accuratissime inquisivit in longitudinem penduli simplicis, quod singulis minutis secundis horariis singulas oscillationes absolveret, & ejus longitudinem æri incidit, ut eadem observatione, ubi in Galliam regressus esset, iterata, utramque mensuram conferre posset. Constat enim, pari gravitatis vi longiora pendula lentius oscillationes suas peragere, breviora citius; pari longitudine penduli, & diversa vi gravitatis, ea lentius move-

Pendulorum isochronorum inæqualitas ab eo deprehensa; inde inæqualitas gravitatis.

moveri, quæ minore agantur vi; si autem bina pendula eodem tempore oscillationes peragant suas, quæ idcirco isochrona appellantur, inæquali autem longitudine sint, illud, quod longius est, gravitate urgeri, quæ in eadem ratione sit major. Nec successus fefellit spem. Regressus enim Parisios ita brevior penduli isochroni mensuram invenit, ut is quidem de inæqualitate gravitatis in diversis Terræ locis dubitare omnino non posset.

Primum impugnata, tum plurimis observationibus confirmata.

13. Rei novitas universam perculit litterariam rempublicam, atque commovit mirum in modum, multis sub initium abnuentibus, & aliis Observatoris vitio, tribuentibus phænomenum, aliis calor vi metalla dilatantis; nec defuerunt, qui, observationibus per Europam institutis, gravitatem ubique æqualem se invenisse profiterentur; cum nimirum iis methodis, quæ tum in usu erant minus perfectæ, & perpolitæ, exiguum discrimen tam exiguis locorum intervallis debitum nequaquam deprehenderent. Hinc observationes multo accuratiores, & accuratioribus instrumentis institutæ sunt in plurimis, & admodum diffitis Terræ locis, quarum consensu illud jam certo definitum habemus, gravitatis vim in aliis Terræ locis aliam, ab æquatore ad polos augeri fere perpetuo; fere inquam, nam in exiguis intervallis exiguæ quædam anomaliz deprehenduntur, quæ tamen in majoribus distantis evanescent ita, ut si bina assumantur loca, quorum alter multo magis ab æquatore distet, quam alter, gravitas in hoc posteriore semper minor, quam in illo priore, inveniatur.

Idcirco ex æquilibrio sphericitatem non deduci.

14. Detecta hac gravitatis in diversis Terræ locis inæqualitate, actum jam de illo argumento pro Telluris sphericitate ex æquilibrio; Si enim ad unicum centrum gravitas circumquaque æqualis ita dirigitur, ut spherica inde figura consequi debeat, patet & illud, gravitatis ipsius vim ubique in superficie Terræ æqualem esse debere. Quo collapsa, cum cætera illa omnia ex antiquiorum observationibus repetita usque adeo manca sint, & incerta,

certa, solam enim curvaturam in se utrumque in globi formam redeuntem evincunt, satis patuit, nova theoria aliqua, novis observationibus in ipsam Telluris figuram esse inquirendum.

15. Verum antequam ipsa hæc inæqualitas gravitatis tot novis observationibus confirmaretur, ubi primum a Richero nunciata est, eam hinc Hugenius, inde Newtonus arripuerunt illico, & in ejus causas inquirentes, alter sola diurna Telluris vertigine in subsidium vocata, alter ipsa simul, & gravitate sua generali, illud pronunciarunt; debere omnino gravitatem, quam experimur ab Æquatore ad polos augeri perpetuo, figuram autem Telluris ad polos ipsos compressam esse, elevatam ad æquatorem, ut sphaeroidem quandam cæpæ similem referret.

Hugenii, ac Newtoni sententia.

16. Satis est notum illud, in quovis circulari motu vim quandam oriri, quam centrifugam dicunt, quam quidem pro circulo certis legibus definivit primus omnium Hugenius, Newtonus autem ad curvas omnes traduxit. Eam vel ipsa funda satis evincit, qua dum circumagitur lapis, tenditur funiculus ille, ex quo habena constat, qui, etiam si debilior sit, & lapis satis celeri agatur motu, dirumpitur; idem vero & in rotæ cujusvis conversione celeri observamus, quæ aquam sibi adpersam excutit, & procul ejaculatur. Porro illud & ex theoria constat, & experimentis est confirmatum, in circulis inæqualibus, qui æquali tempore percurrantur, vim ipsam centrifugam ipsorum circulorum diametris accurate respondere ita, ut ubi diameter dupla, vel tripla sit, dupla itidem, vel tripla fiat ipsa centrifuga vis. Constat itidem illud, quod nomen ipsum vis centrifugæ præfert, eam dirigi ad partes contrarias centro circuli ipsius.

Vis centrifuga in motu circulari.

17. Desigamus jam mentis aciem in globum aliquem, qui circa suum axem convertatur. Partes illæ, quæ proximæ sunt polis, per quos axis ipse traducitur, gyros admodum exiguos eodem tempore peragunt, qui

In motu diurno maxima, & maxime gravitati contraria sub æquatore.

quidem eo magis crescunt, quo magis a polis receditur ita, ut omnium maximus sit is, qui ab utroque polo æque distat, & in eo globi motu æquator appellatur. Hinc ibi centrifuga vis omnium maxima esse debet, quæ, quo magis ad polos acceditur, eo gradatim decrefcit magis. Rem igitur Hugenus, ac Newtonus ad Tellurem transfulerunt. In ejus diurno motu considerarunt vim centrifugam sub æquatore maximam esse debere, prope polos minimam, in polis nullam. Notarunt præterea illud, ipsam vim centrifugam sub æquatore dirigi ad partes centro Telluris oppositas, quod ipsius æquatoris est centrum, in reliquis autem locis dirigi ad partes oppositas illi puncto axis, quod est circuli descripti centrum, quod nimirum eo est remotius a centro Terræ, quo circulus ille ipse ab æquatore recedit magis, & accedit ad polum utrumlibet; ac proinde cum vis gravitatis ubique dirigatur versus Terræ medium, observarunt, ipsam vim centrifugam sub æquatore magis etiam directe gravitati opponi, quam versus polos.

Inde gravitas
in terra inæqua-
lis, & figura
compressa ad po-
los.

18. Ex utroque igitur capite deducebatur illud, gravitatis vim sub æquatore maxime imminui, versus polos autem gradatim minus; unde inæqualitas illa gravitatis in superficie Terræ deprehensa consequetur, & vero etiam compressa Telluris forma. Cum enim idem deberet accidere in superficiebus omnibus sphæricis intra ipsius Telluris viscera consideratis eodem centro; patebat, totum pondus columnæ fluidi a superficie ad centrum minus fore sub æquatore, quam ad polos, nec posse haberi æquilibrium, nisi ad minorem gravitatem compensandam maria sub ipso æquatore elevarentur. Accedebat & illud; cum ea gravitas, quam in superficie observamus, componi deberet ex gravitate illa tendente in sphæra ad centrum ipsius sphære, & ex ejusmodi vi centrifuga aliam directionem habente, maria vi hac composita urgeri debere in latus directione non perpendiculari superficiæ ipsi sphæricæ, adeoque in superficie sphærica

rica æquilibrium haberi non posse, sed superficiem eandem ab æquatore ad polos declivem quodammodo esse debere, ut gravitas illa composita ipsi superfici ei perpendicularis evaderet.

19. Et quidem Hugenius gravitatem eodem modo consideravit, quo Galileus consideraverat, uniformem, & ad certum punctum directam. At Newtonus, qui ad machinam universam mundani systematis generalem, & mutuam gravitatem adhibuerat, hac ipsa ad Telluris figuram determinandam est usus. Censet is nimirum, gravitatem non dirigi ad certum punctum, quod habeat pro centro, sed componi ex mutua determinatione particularum materiæ accedendi ad se invicem, quam etiam mutuam attractionem appellat. Porro hujus attractionis ea est lex, ut particulæ æquales in iisdem distantiiis æque ad se invicem tendant; mutatis vero distantiiis, mutantur & vires ita, ut in majoribus distantiiis minores sint secundum eam legem, quam Geometræ vocant reciprocam duplicatam distantiarum, ut nimirum existente distantia dupla, tripla, vel decupla, sit ejusmodi vis bis duplo, ter triplo, vel decies decuplo minor, sive quadruplo, noncuplo, vel centuplo minor.

Gravitas
Newtoni ex generali
attractione.

20. In hac hypothese gravitatis, ubi ad servandum æquilibrium figura spherica in ellipticam abit, nova ratio exoritur differentie gravitatis, quæ itidem figuræ terrestris determinationem ingreditur, quod nimirum particula, quæ in diversis superfici ei locis est collocata, diverso modo respicit reliquas omnes particulas spheroidis totius, diversam nimirum habet & distantiam ab iis, & positionem respectu ipsarum. Inde fit, ut gravitas ex omnibus ejusmodi gravitatibus composita aliam alibi & magnitudinem, & directionem habeat, atque illud in primis demonstravit Newtonus, in polis spheroidis compressæ, & constantis ex materia homogenea majorem fore, quam in æquatore: unde fit, ut in ejus hypothese & gravitatis inæqualitas, & compressio Tellu-

Inde nova
inæqualitas
gravitatis, & major
Terre compressio.

ris multo major esse debeat, quam in Hugonii sententia gravitatis æquabilis.

Quantitas
compressionis in
Hugonii senten-
tia.

21. Uterque geometriæ, & calculi ope inquisivit in ipsam Telluris figuram, quæ ex sua hypothese de gravitate, & ex motu diurno Telluris ipsius consequi debeat. Et Hugonius quidem admodum facile rem expedivit, demonstravitque, gravitatem sub æquatore a gravitate sub polis debere deficere per unam ex biscentum octoginta novem suis partibus æqualibus, compressionem autem ejusmodi debere esse, ut Tellus sub æquatore septem circiter passuum millibus assurgat magis, quam sub polis, excessu sane perquam exiguo, quo sensibili cuidam, & proximæ sphericitati vix quidquam officitur; nec vero hanc tantummodo compressionem invenit, verum etiam totius curvaturæ formam definivit.

Eadem in sen-
tentia Newtoni
solventis pro-
blema per ac-
tuationem.

22. At Newtoni Provincia multo erat magis ardua, & difficilis. Ibi enim cujusque particulæ gravitas a Telluris figura pendet, Telluris autem figura ab ipsa ejusmodi gravitate, quarum altera determinari debet per alteram. Accedit, quod data etiam figura illa, admodum difficile erat generaliter pro quovis puncto molis totius determinare vim eam, quæ ex tendentia illa in omnes ipsius particulas coalescit. Quamobrem frustra is quidem in ejusmodi figuram inquisivit, nec aliter ad sui problematis solutionem devenire potuit, quam assumendo illud, figuram esse ovalem ejus formæ, quæ ex coni sectione oritur, ac ellipsis appellatur. Invenit nimirum methodum computandi gravitatem in polo, & æquatore in spherioide elliptica, ex cujus problematis solutione, methodo usus, quam falsæ positionis dicunt, illius spheroidis formam invenit, quæ, habita ratione & vis centrifugæ, & attractionis particularum omnium, in æquilibrio consisteret, ac definivit elevationem quidem superficiæ Terrestris a centro computatam sub æquatore majorem esse debere, quam ad polos una ducentesima trigesima totius altitudinis parte, nimirum passuum milli-
bus

bus septendecim, vim autem gravitatis sub æquatore ipso minorem, quam vim ad polos una itidem ducentesima trigesima parte hujusce posterioris.

23. Et quidem quo Newtonus nequaquam pervenerat, pervenit mira dexteritate Maclaurinus, vir sane summus, qui Newtoni problema multo adhuc magis auctum felicissime expedit. Invenit enim massam fluidam homogeneam, cujus singulæ particulæ se invicem trahant vi, quæ sit in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ præterea urgeantur in centrum datum vi proportionali distantiae a centro ipso, & alia vi tendente ad partes oppositas plano dato transeunti per ipsum centrum, & proportionali distantii ab eodem plano, debere componi in sphæroidem ellipticam habentem idem illud centrum pro centro suo, ac datis iis viribus ipsam figuram, & elevationem sub æquatore, & gravitatum discrimen accuratè determinavit, quæ ipsi eadem obvennerunt, ac Newtono obvenerant; cujus quidem problematis solutione ea etiam, quæ ad maris æstum explicandum pertinebant, obtinuit.

Problema a
Maclaurino solutum
cum accurate.

24. Dum Hugenius, ac Newtonus ex æquilibrii legibus in Telluris figuram inquirunt, & ejus compressionem ad polos definiunt, Cassinianæ observationes quædam circa terrestris meridiani gradum, collatæ cum aliis observationibus a Piccardo habitis, visæ sunt contrariam potius Telluri figuram tribuere, nimirum productam ad polos, & ovo similem, quod qua ratione contigerit, ut exponam, aliquanto altius rem repetam, & quid sit is ipse meridiani gradus, quid in ejus investigatione antiquiores præstiterint, quid recentiores, paucis explicabo.

Cassinianis
observationibus
contrarium e-
vinci visum.

25. Circulum quemcumque Geometræ dividunt in partes æquales tercentum sexaginta, quarum singulas appellant gradum, cujus sexagesimas partes dicunt minuta prima, primorum vero minorum sexagesimas minuta secunda, & ita porro. Ipsorum autem graduum & minorum ope angulos etiam, quos binæ continent

Quid gradus,
& quomodo in
caelestibus arcu-
bus definiantur.

rectæ linæ, ubi concurrunt, metiuntur. Quamobrem ubi alicujus circuli unicus etiam innotescit gradus, tota inde periphæria facile deducitur. Quot autem gradus contineantur in arcu circuli etiam remotissimi, ut cælestis, facile definitur ex ejus centro ope angulorum, quos continent binæ rectæ ad bina extrema ipsius puncta tendentes; ut si altera e Tellure, quæ respectu cæli habetur tota instar puncti, quod sit ejus centrum, tendat ad zenith, altera ad fixam aliquam stellam, ex earum inclinatione, sive angulo innotescit, quot gradibus distet illa eadem stella ab ipso zenith.

Qui meridia-
ni Terrestres,
& eorum gradus.

26. Hinc autem si Tellus sit sphærica, facile concipitur, quid sit gradus circuli cujuscumque ipsius sphære maximi, sive meridiani. Circulus maximus est is, qui mediam secaret sphæram ipsam, & transiret per ejus centrum: meridianus is, qui recta a Meridie tendit in Boream, & transit per binos polos. Ejus circuli tercentesima sexagesima pars, gradus meridiani appellatur. Si binæ rectæ ex ejus sphære centro ductæ in cælum usque per bina extrema arcus cujuslibet, ibi intercipient gradum cælestis circuli, is arcus unum continet terrestris circuli gradum. Hinc cæli, & astrorum ope in terrestres plerumque gradus inquiritur.

Dimensio gra-
dus Eratosthe-
nis, Possidonii,
Arabum.

27. Idcirco igitur, donec Telluris figura habita est pro sphærica, in illud a vetustissimis usque temporibus incubuerunt Philosophi, ut unum aliquem circuli Terræ maximi gradum dimetirentur, totum inde ambitum, & diametrum deducturi. Pluribus autem id ipsum methodis investigarunt. Eratosthenes, cum audisset, in urbe Syene ipso æstivi solstitii die Solem in meridie imminere in ipso vertice ita, ut profundissimos quosque puteos ad fundum usque illuminaret, meridiem autem eodem temporis momento in ea urbe haberi, ac Alexandriæ, ubi tum ipse versabatur, utramque nimirum urbem sub eodem meridiano sitam esse, ac ope umbræ, quam Sol in meridie projiciebat, deprehendisset, Solem sibi quin-

quingagesima parte totius cælestis ambitus, sive gradibus septem, minutis duodecim, distare a vertice; intulit inde, totidem gradus, & minuta terrestris circuli contineri inter urbem utramque, quarum altera Soli, altera cæli puncto totidem gradibus, & minutis a Sole distanti subjaceret. Cumque a viatoribus comperisset, stadiorum quinque millibus easdem urbes distare a se invicem, deduxit illud, uni gradui deberi stadia proxime 694, sive milliaria 87. Possidonius, cum videre sibi videretur Canobum stellam Rhodi horizontem stringere, Alexandria gradibus 7 cum dimidio supra horizontem elevari, distare autem Rhodum Alexandria stadiis 5000, intulit unius mensuram gradus stadiorum proxime 667, sive milliariorum proxime 83. Arabes sub Maimone Rege ejus jussu in campis Fingar recta in Boream progressi, donec polus uno gradu magis ab horizonte assurgeret, in eo terrestri gradu, qui ei cælesti gradui responderet, invenerunt sua milliaria circiter 56. Sic alii e veteribus aliis methodis, quarum aliquas utcumque adumbratas habemus, aliarum memoria intercidit, unum terrestris circuli gradum determinarunt.

28. At ii omnes a se invicem plurimum discrepant, quod quidem & crassioribus methodis, & instrumentis minus accuratis maxima ex parte tribuendum omnino est, ut in cæteris omnibus ipsorum astronomicis observationibus accidit, & vero etiam mensurarum discrimini; neque enim eadem erat apud omnes stadiorum, ac milliariorum mensura, nec nobis ulla fortasse ex iis mensuris, quæ ad eam rem sunt adhibitæ, satis innotescit. Hinc ubi aliquanto diligentius postremis hisce temporibus excoli cœpit Astronomia, in eam ipsam terrestris gradus mensuram iterum aliquanto diligentius est inquisitum. Dimensus est unum terrestris meridiani gradum Norvoodus in Anglia, Snellius in Hollandia, Fernellius in Gallia, Ricciolius in Italia: sed nondum adulta satis Astronomia, nec instrumentis, & observandi methodis satis per-

Eadem a pluribus recentioribus tentata.

perfectis, multa in ipsorum mensuris desiderata sunt, quæ ipsas minus certas, & vero etiam minus accuratas reddiderunt.

Gradus Piccardi, & Cassini. Cassinianus major, qui solito propior,

29. Primus omnium multo majori cura, & accuratioribus instrumentis, meridiani gradum dimensus est jussu Ludovici Magni Galliarum Regis Piccardus Parisiensis Astronomus, qui telescopium ipsis astronomicis instrumentis adjunxit primus, quod quidem ad promovendam, ac perficiendam Astronomiam, incredibile dictum est, quantum profuerit. Is autem in Boreali Galliarum parte gradum dimensus definivit Parisiensibus mensuris pedum senum, hexapedas vocant, 5760. Subinde Joannes Dominicus Cassinus, quem ad novi Observatorii curam ex Italia Ludovicus ipse Magnus advocaverat, meridiani Parisiensis ductum ab ipsa Parisiensi urbe in Austrum ad Pyreneos usque montes produxit, & mensuris cum summa diligentia captis gradum medium Piccardiano invenit longiorem hexapedis aliquot, cujus mensuras cum Jacobus ejusdem filius adhuc superstes post aliquot annos iterum iniisset, tum etiam in Boream ad Oceanum Dunkerkam usque meridianum ipsum produxisset, longiorem itidem aliquanto Australis Galliarum gradum invenit.

Inde deducta productio Telluris ad polos.

30. Detecta graduum cum tanta diligentia definitorum inæqualitate, cum de mensura rite inita nihil omnino dubitaret, statim Cassinus intulit illud, Telluris figuram accurate sphericam esse non posse, cum nimirum debeant in sphaera gradus omnes penitus æquales esse. Et primo quidem ex eo, quod sibi gradus Austrum versus major obvenisset, censuit inde deduci illud, Tellurem ad polos compressam esse, & elevatam ad æquatorem, prorsus uti diurna etiam conversio circa proprium axem exigere videbatur. At re maturius considerata facile patuit, contrarium omnino requirere incrementa graduum Austrum versus, nimirum compressionem ad æquatorem, & productionem ad polos, formam videlicet ovo similem,

31. Ut

31. Ut id ipsum magis perspicuum fiat, videndum illud, quid sit meridiani gradus in Tellure non sphaerica, in qua meridianus ipse accuratus circulus non sit, & qua ratione determinetur. Concipiatur curva illa linea, quæ prodiret Tellure prius ab omnibus asperitatibus libera, ac levigata, & ad proximam aliquam irregularem illi suæ regularem figuram redacta, tum a polo ad polum secta per centrum. Ea dicitur meridianus terrestris. Sit aliquis ubicumque in hujusmodi meridiano, ubi punctum aliquod cæli habeat sibi in ipso vertice imminens. Si is procedat Boream versus per illum ipsum meridianum, quoniam ob curvaturam Telluris, cui erectus insistit, directionem suam mutat, aliud cæli punctum habeat sibi ad verticem imminens. Ubi tantum processerit, ut duo illa puncta a se invicem distent uno cælestis circuli gradu, tum unum meridiani terrestris gradum percurrisse dicitur. Nimirum unus meridiani terrestris gradus dicitur is ejus tractus, cujus extrema puncta habent pro zenith bina puncta cælestis circuli a se invicem distantia per unum gradum, sive e cujus extremis punctis si concipiantur binæ rectæ lineæ intra ipsius Telluris viscera ad perpendicularum immersæ, ubi ob ipsam Telluris curvaturam coeunt, angulum continent unius gradus. Cæli verticem indicat filum cum appenso pondere, quod si pendeat e vertice regulæ adnexum habentis telescopium directum in fixam aliquam stellam ad meridianum appellentem, & filum per mediam regulam descendat, indicabit stellam illam esse in ipso zenith; sin autem stella ab ipso zenith distet, inclinatio nonnihil telescopio cum regula, distantia ipsius fili a media regula, inclinationem telescopii exhibebit, & distantiam ipsius stellæ ab ipso zenith, qua methodo definitur, quantam mutationem subierit ipsum zenith in excursu per meridianum terrestrem.

Quid gradus meridiani in Tellure non sphaerica.

32. Porro admodum facile patet illud, si Tellus sphaerica sit, adeoque meridianus ille circularis formæ, post

Gradum majorem esse, ubi curvatura est minor.

post æqualia emensa intervalla æqualem in ipso zenith mutationem debere fieri, adeoque gradus omnes omnium meridianorum æquales fore, & rectas illas superficiei perpendiculares debere in ipso centro Telluris concurrere. At si forma illa abludat a sphærica ita, ut vel compressa ad polos sit, vel producta, meridianus circulem formam non habebit, sed alibi curvaturam majorem, minorem alibi. Ubi curvatura est major, ibi citius directio illa perpendicularis mutabitur, & unius gradus mensura brevior erit, lineis illis perpendicularibus per extrema puncta traductis citius concurrentibus intra Tellurem; ubi vero minor est curvatura eadem, ibi ferius æqualis mutatio continget, gradus erit longior, & ferius intra Telluris viscera illæ eadem rectæ concurrent.

Terra inde producta ad polos ob curvaturam ibi minorem.

33. Jam vero si Tellus figuram habeat productam ad polos, & ovo similem, patet, in ipsis polis curvaturam majorem fore, in medio æquatore minorem. Contra vero si compressa sit, & capæ figuram referat, in ipso medio æquatore majorem habebit curvaturam, minorem ad polos, ac proinde in hoc secundo casu curvatura ab æquatore ad polos decrescet, crescente mensura graduum, contra in illo primo ab æquatore ad polos decrescet curvatura, augebitur mensura graduum. Quamobrem cum ex Cassinianis mensuris gradus ab æquatore ad polos decrescere viderentur, consequens videbatur esse, ut Terra non compressam haberet formam ad polos, sed productam, contra id, quod ex sua æquilibrii theoria Hugenius, ac Newtonus deduxerant.

Controversiæ inde ortæ.

34. Ingentes hinc apud Physicos plerosque controversiæ excitatæ. Qui totam illam Newtoni, ac Hugenii theoriæ aspernabantur, ii observationes Cassinianas, & Piccardianas extollere, quibus rem confectam esse vocitabant, & productionem Telluris ad polos habebant pro comperta, explorataque. Alii contra, qui ejusmodi theoriæ fidebant magis, notabant illud, nimis esse exiguum universæ Galliæ tractum cum toto Telluris ambitu

bitu comparatæ, nimis exiguum tam proximorum graduum discrimen, cui definiendo quævis observationum diligentia sit impar, erroribus, qui in observationes ipsas cadere omnino possint, & fere debeant, superantibus discrimen ipsum.

35. Dum autem ejusmodi controversia acri studio agitaretur, in ipsas theorias interea inquisitum est diligentius, & Astronomia, ac omnis instrumentorum apparatus, & observandi ratio mirum in modum exulta. Quod ad theoriam pertinet, Mairanius in primis invenit ejusmodi gravitatis terrestris legem, qua fieri posset, ut forma quævis, quævis graduum inæqualitas cum quavis inæqualitate gravitatis conciliari posset, æquilibrio nihil turbato, atque eam ipsam legem definiendam esse censuit ex accuratis observationibus, quæ mensuram graduum, & meridiani figuram exhiberent. Quod autem pertinet ad Astronomiam, Bradleyus binos quosdam, veteribus omnibus prorsus ignotos, stellarum fixarum motus deprehendit, exiguos quidem, sed ad accuratam graduum determinationem pernecessarios. Ubi enim gradus cujuscumque mensura inquiritur ope stellarum, determinando ejusdem stellæ distantiam ab utriusque loci zenith, plerumque Observator idem, ubi in altero gradus determinandi extremo observationes iniit suas, ad alterum se confert, & alteram ibidem observationem habet, quod aliquando post multos dies, & vero etiam menses peragitur. Porro stellæ, quas fixas dicimus, motus & ipsæ nobis exhibent quosdam, quorum is, qui diurnus dicitur, quo etiam oriuntur, & occidunt, vulgo ipsi notissimus semper fuit. Præter hunc, qui si solus esset, nihil ejusmodi investigationem turbaret, dummodo astri ipsius appulsus ad cælestem meridianum expectaretur, quem in eadem semper a polo, & ab ejusdem loci zenith distantia intersectaret, alium Astronomi lentissimum quendam ipsarum motum jam olim noverant, quem præcessionem æquinoctiorum appellant, quo perpetuo ad loci cujuscumque zenith

Theoria, & omnis Astronomia interea exulta magis.

accedunt nonnihil, vel perpetuo recedunt. Binos autem adhuc minores postremis hiſce triginta annis deprehendit Bradleyus, quorum alter a quadam luminis aberratione, alter a nutatione quadam axis ortum ducit, quorum utroque fit, ut diſtantia fixæ cujuſlibet a cujuſvis loci zenith mutationes perpetuas ſubeat.

Bradleyani
motus ſyderum
neceſſario no-
ſcendi, & jam
certi.

36. Horum motuum omnium niſi cognitionem habeat iſ Observator ita, ut dum ſecundam obſervationem peragit, poſſit ex ejuſmodi theoria deducere, quantum interea temporis ſtella illa eadem a priore illo zenith reſceſſerit, vel ad ipſum acceſſerit, patet inde erroneam graduum menſuram deduci debere. At vero ejuſmodi motus & Piccardo olim, & utrique Caſſino, dum illas ſuas graduum menſuras inirent, fuerant ignoti proſus, eorum autem ratione habita, ita accurate cujuſvis ſtellæ fixæ ſemel obſervatæ locus pro alio quovis tempore invenitur, ut ſi idonea inſtrumenta adſint, nunquam binorum ſecundorum minorum error deprehendatur, quod innumeris & Bradley ipſius, & plurimorum deinde primæ notæ Aſtronomorum obſervationibus abunde conſtat, ut proinde de aliis fixarum earundem motibus, quæ ejuſmodi inſtigationem turbare poſſint, timere non liceat.

Refractionum
theoria itidem
neceſſaria, &
jam nota.

37. Ad ipſam itidem Aſtronomiæ exultæ perfectionem pertinet earum quoque, quas refractiones appellant, multo acuratioſ determinatio. Dum radius luminis e rariore æthere in aerem denſiorem ingreditur, iter detorquet ſuum, quæ itineris mutatio, & flexus refractionis nomine a philoſophis appellatur. Ea id præſtat, ut aſtra omnia elevatioſ nobis appareant, quam deberent, ac prope horizontem admodum ingens, cum dimidium excedat gradum, ſenſim eo decreſcit magis, quo magis acceditur ad zenith. Eam veteres Aſtronomi vel ignorarunt penitus, vel parum norunt, quæ quidem & Ricciolio in primis obfuit, nunc ita comperta eſt, ut citra ullum erroris periculum, qui quidem ſub ſenſu cadere poſſit, in exigua ſaltem diſtantia a zenith, innotefcat. To-
tidem

tidem enim fere secundorum est, quot gradibus ipsa distantia continetur, ut adeo si quis proximas ipsi zenith stellas adhibeat, errare omnino non possit.

38. Demum ipsa Astronomica instrumenta multo accuratiora construi cæpta sunt, in quibus Grahams in primis celeberrimi inter Anglos ejusmodi instrumentorum Artificis industria mirum in modum eluxit. Omnes autem Astronomi ita in instrumentorum ipsorum vim, in Opticæ leges, in ea omnia, quæ ad correctionem pertinent divisionum, inquisierant, ut hoc etiam in genere quidquid ad rem bene gerendam requireretur, in promptu esset, ac demum certi fuerant mensurarum moduli constituti, ut ne ex eo quidem capite ullus in diversorum graduum comparatione error timeri posset.

Instrumenta
astronomica
magis exulta.

39. In eo statu erant res, quæ ad figuram Telluris pertinent, anno hujusce sæculi quinto, & trigésimo, cum de ipsa multo accuratius, quam ante factum esset investiganda consilium cæpit Parisiensis Academia. Sapientissimo Ludovici decimi quinti sapientissimi itidem, & munificentissimi Regis administro Comiti *de Maurepas* significatum fuit, quanti interesset, non ad Physicam tantummodo, & Astronomiam excolendam, promovendamque, verum etiam ad Geographiam, & Nauticam, ex quibus in ipsos humanæ vitæ usus tanti promanant fructus, ejusmodi investigatio: æstimato navis itinere juxta Cassinianam Telluris figuram in eos eosdem scopulos incurrat nauta, a quibus in Newtoniana sententia per plures leucarum decades aliquando longe absit. Possè autem Regiis auspiciis, Regiis impensis binas Academicorum turmas dimitti, alteram in Boream, ut ad nostrum borealem polum, quamproxime liceret, accederet, alteram in Austrum, ut ad ipsum æquatorem deveniret, binosque maxime inter se remotos gradus metirentur, quorum ope de eo constare posset, an accurate spherica, an producta, an vero compressa ad polos esset Telluris figura, cum potissimum si elliptica sit, ex iis

Expeditiones
in Gallia propo-
sitz ad investi-
gandam Terræ
figuram.

tantummodo binis gradibus de ipsa ejus ellipseos, & Terræ totius magnitudine constare possit. Fore id quidem ipsi Regi, & toti regno honorificentissimum, & multo majorem ex ejusmodi litteraria expeditione gloriam sperari debere, quam ex illo usque adeo celebrato Argonautarum itinere derivatam fabulosa jactarit antiquitas.

Telluris compressio prodita a Maupertuisio in Laponiam misso.

40. Consilio avide arrepto, alii in Americam Godinio duce profecti sunt, alii duce Maupertuisio in Laponiam. Et hic quidem, opportuno loco circa Torneam Laponiæ flumen invento, brevij gradum dimensus est, quem ipse polaris circulus interfecat, quem cum invenisset Piccardiano gradu, a se correcto per Bradleyanos illos fixarum stellarum motus, & refractiones, ac magis etiam per eam correctionem imminuto, quingentis circiter majorem hexapedis, anno 1737. opusculum edidit, quo ex hisce binis gradibus non tantummodo demonstratam esse compressionem ad polos, sed ipsam Telluris totius & magnitudinem, & figuram accuratissime definitam in ipsa libri fronte affirmavit.

Varie vices gradus Piccardiani certo de numero definiti.

41. Verum, cum inde multo major compressio deduceretur, quam non Hugenii tantummodo, sed ne ipsa quidem Newtoni theoria requireret, paullo post ipsas eodem accuratissimo Grahami instrumento, quo in Laponia erat usus, astronomicas Piccardi observationes repetiit, retentis, quæ ille definiverat locorum intervallis, & ex observationibus novis gradum ipsum augeri oportere ratus, discrimen illud binorum graduum fere duplo minus invenit, adeoque & compressionem multo minorem constituit, quam antea statuisset. Verum cum de ipsis locorum intervallis a Piccardo definitis suspicio oborta esset, Jacobo Cassino eadem iterum dimetiendi cura demandata fuit, qui in Piccardi mensuris terrestribus errorem admodum manifestum deprehendit, quo sublato illud inventum est; Piccardi gradum cælestibus ipsius, ac terrestribus erroribus se mutuo corrigentibus, ad eandem fere ab ipso Piccardo definitam olim magnitudinem
miro

miro sane casu rediisse . Ipse autem Cassinus instrumentis per universam Galliam circumductis totum in primis meridiani Parisiensis tractum per Galliam observationibus quamplurimis definivit, ac singulos gradus dimensus est ita, ut de vera graduum meridiani mensura per ipsam Galliam dubitari non posse videatur . Qui tamen gradus licet , quo borealiores sunt , sint itidem majores , adhuc tamen inter se multo minus differunt , quam theoria requireret .

42. Interea vero ex America redierant Bouguerius , & Condaminius, determinata in Quitensi valle priorum ab æquatore trium graduum mensura post incredibiles annorum decem labores , quorum singuli observationes suas & magnitudinem gradus æquatori proximi ediderunt apprime consentientes inter sese , nec multum discrepantes ab iis , quas aliquanto prius vulgaverant bini Mathematici ab Hispaniæ Rege Gallorum turmæ adjuncti comites , qui cum Godinio a Bouguerio , & Condaminio recesserant . Ingentibus autem inter omnes ejusmodi Observatores contentionibus excitatis debemus illud , quod nimirum cura maxima adhibita ad omne errorum genus evitandum demum , & ipsa gradus determinati mensura , multo nobis evidentius patuerunt .

Gradus ab
Accademicis in
Americam missis
definitus .

43. At is quidem gradus , & Polari , & Gallico demum correcto, fatis minor, compressionem Telluris ad polos confirmavit , sed in magnitudine compressionis ipsius derivanda ex elliptica meridiani figura nequaquam convenit . Alia oritur ratio axis ad diametrum æquatoris , si extremos gradus Americanum , & Lapponicum inter se conferas, alia, si Americanum cum Gallico , alia demum, si cum Lapponico Gallicum ; atque id quidem discrimen est , quod nec tantorum Astronomorum oscitantiae , nec instrumentorum vitio , quorum accuratas habemus descriptiones , tribui omnino possit . Accedit , quod cum penduli ad singula secunda minuta oscillantis longitudinem utraque turma diligenter notaverit , Lapponica quidem gravitas Parisiensi est major , Parisiensis Americana ,
sed

Disensus eorum , quæ ex gradibus definitis consequuntur .

fed non ea est accurate inæqualitas, quam aut Newtonus definiverat, aut Ellipsis per binos quoscumque ex iis gradibus determinata juxta æquilibrii leges videtur exposcere.

Variis ad con-
ciliationem co-
natus.

44. Hinc ubi maxime jam definita esse videbatur, & accuratissime per novas graduum mensuras determinata Telluris figura, & compressionis magnitudo, repente iterum evasit admodum incerta. Bouguerius tribus meridiani gradibus Americano, Parisiensi, Lapponico inter se collatis, & cum eo circuli æquatori paralleli gradu, quem postremis itidem hisce annis Parisienses Academici in Gallia dimensi fuerant, invenit quandam regularem meridiani figuram, quæ cum omnibus ejusmodi gradibus conspiraret. In ea incrementa graduum ab æquatore ad polos, quæ juxta Newtonianam gravitatis legem in Tellure homogenea debebant esse, ut ea, quæ Mathematici vocant, quadrata sinuum latitudinis, essent ut eorum sinuum, quæ vocant quadrato-quadrata. At nec ea cum cæteris Cassini gradibus per Galliam convenit, nec ulla in promptu est theoria, quæ ejusmodi potissimum curvaturam exigat, & ut post binos definitos gradus tertius cum ellipsi, quam theoria cum innumeris cæli phænomenis apprime consentiens requirebat, a prioribus binis inde derivata nequaquam consentit, facile dubitari poterat, ne si quartus alicubi novis mensuris definiretur, a Bougueriana hypothesi longe recederet, & legem per cæteros tres definitam turbaret. Clerautius autem Mau-pertuisii in Polari expeditione comes in æquilibrii leges diligentius inquirens, ad inæqualem Telluris densitatem recurrendum censuit, quam tamen certa quadam lege variatam posuit centrum versus, & variationis nexum cum Telluris figura, & cum gravium inæqualitate elegantissime definivit, qua lege phænomenis accommodata & graduum quorundam magnitudinis, & longitudi-nis pendulorum rationem reddi posse existimavit.

Auſtoris opi-
nio de inæquali
textu partium
Terræ.

45. At mihi quidem post primum illud Maupertui-

ſii

ſui opusculum perlectum, & obſervandi methodos, ac rem omnem hanc diligentius conſideranti, illud alte inſedit animo, quod inde nunquam divelli potuit, magnam ſane partem & inæqualis graduum menſuræ, & inæqualis iſochronorum pendulorum longitudinis deberi inæquali cuiſpiam, & irregulari internarum Terræ partium textui, quæ inæqualitas ſi ſuperficie proxima ſit, menſuram graduum, ſi paullo altius velut deſoſſa, figuram illam ipſam, quæ abraſis aſperitatibus omnibus, & externis inæqualitatibus cœquatis obtinetur, perturbet, ac multa, quæ eo pertinent, propoſui in diſſertatione de Telluris figura jam ab anno 1738. alia in diſſertatione de Inæqualitate gravitatis in diverſis Terræ locis anno 1741. alia in diſſertatione de Obſervationibus Aſtronomicis anno 1742; quod ſi accidat, nemo mirabitur, ſi nullam certam legem ſatis accurate ſervet vel graduum, vel gravitatis inæqualitas.

46. Nam quod pertinet ad inæqualitates ſuperficie Terræ proximas, concipiamus totam Telluris maſſam, homogeneam, ac proxime ſphæricam, tum in ejus ſuperficie globum alterum ipſi homogeneum conſtituamus. Pendulum, quo ponduſculum filo appenſum ſuſtinetur, urgebitur in ſententia gravitatis generalis duplici vi, quarum alia in totam Terram, alia in illum globum dirigitur, ac eæ vires eam ad ſe invicem habebunt rationem, quam ſemidiameter Terræ habet ad ſemidiametrum globi. Hinc ab ea poſitione, quam ſine ejuſmodi globo habere deberet, deſlectetur pendulum poſteriore vi, quam penduli deviationem calculo admodum facili, & expedito demonſtravi, in globum proximum fore integri fere minuti, ſi globus ille ſemidiametrum habeat milliarii unius, adeoque 15 ſecundorum minutorum, ſi quartam milliarii partem adæquet; dum e contrario aberratio ejuſmodi in globum remotum erit ad ſenſum nulla.

Aberratio penduli in inſtrumentis aſtronomicis inde orta.

47. Hinc

*Perturbatio
ingens mensuræ
graduum ex ma-
fā exigua .*

47. Hinc mons quipiam loco observationis proximus, cujus actio æquivaleat actioni spheræ habentis quartam milliarii partem, sive passus 250 pro semidiametro, pendulum instrumenti astronomici, cujus ope determinamus distantiam siderum a nostro zenith, errorem inducet secundorum 15, qui si in binis extremis punctis gradus unius in partes contrarias agat, errorem inducet dimidii minuti, sive hexapedarum fere quingentarum, quantum fere est totum discrimen graduum observatorum. Ubi autem plures simul determinantur gradus, eo errore in singulos distributo, minus a vero distant singuli, sed adhuc distant multo sane magis, quam opus sit ad perturbandam certam quandam legem, qua graduum mensuræ mutantur.

*Inæqualitates
proximas super-
ficiæ & esse, &
plurimum agere.*

48. Porro montes, qui multo majori adhuc globo, quam illi passuum 250, magnitudine æquivaleant, passim occurrunt in superficie Telluris, qui si intra sua viscera vacui non sint, quod ingenti illi Peruvix monti Chimboraco fortasse accidit, cujus vim septem tantummodo secundorum minorum deviationem parere invenit cum Condaminio Bouguerius, sed ita compacti, ut mediæ densitati Telluris æquivaleant, errores illos ingentes omnino parient. Quod autem montes, qui supra superficiem prominent, præstare possunt, idem præstare debet multo densior infra superficiem Terræ materia ex altera parte, quam ex altera, idem in partem oppositam vacuum aliquis ingens hiatus, quo ex altera parte materia desit, qui quidem errores minuuntur si Terra in descensu ad centrum multo densior sit, quam hic apud nos, sed crescit etiam, si contra sit rarior, & multo magis augetur, si ea non solidus quidam est globus, sed crusta quædam vacuum habens in medio immanem tractum.

*Ei difficultati
non satis respon-
sam a Maupe-
ruisio .*

49. Jam vero cum tanta sit inæqualitas in situ materiæ supra superficiem Terræ extantis, cum tantulum discrimen inducat aberrationem penduli tam immanem; quis

quis non sibi persuadeat, inæqualitates ejusmodi ubique occurrere, quæ aliquot minorum secundorum aberrationem inducant? Saltem quis aperte non videat, jure optimo ea de re dubitari posse, immo & debere? Maupertuisius quidem in elementis Geographiæ, quæ anno 1740. conscripsit, hanc a montibus ortam aberrationem sibi objectam (scio autem meam illam dissertationem ad ejus manus tum devenisse) commemorat, ac respondet, astronomicas observationes institui non solere ad ingentium radices montium, qui tanta vi polleant. At ea responsio inæquali textui partium superficiæ terrestri subjectarum, & hiatibus, quæ quidem omnia ego simul commemoraveram, aptari omnino non potest. Ea Observator nec videre potest, nec nosse, ut caveat; ac internarum Terræ partium constitutionem conjecturis fortasse aliquibus divinare possumus, satis certo nosse omnino non possumus.

50. Quid vero, si in ea ipsa constitutione solidus ille Telluris nucleus, quem maria alluunt, inæqualitates habeat in imis ipsis visceribus aliquanto majores, & admodum irregulares; an non ex ipsis æquilibrii legibus debebit externa ipsorum marium superficies hoc uno etiam e capite alicubi turgere aliquanto magis, alibi aliquanto magis complanari, ut graduum inæqualitas vel penitus irregularis sit, vel a regularitate quadam recedat plurimum? Nam illud, quod in Telluris figura ex æquilibrio derivanda solent assumere, totam Tellurem fuisse olim fluidam, & ubi ad æquilibrium redacta fuerit, concrevisse, nullo sane argumento evincitur, nulla ne levi quidem conjectura fulcitur. Telluris vero massam ita compactam esse, ut æquilibrium requirebat, quod satis periti artifices in fornicibus extruendis cavere solent, tenuem quidem veri similitudinem habet aliquam, si de ingenti agatur discrimine a statu illo, quem æquilibrium requirit, si vero de minori, omnino nullam. Nam in ipsis etiam illis fornicibus æquilibrium satis accuratum

Intimiores
inæqualitates
quid possint.

D

peri-

peritissimi quique artifices nunquam requirunt, quod nimirum cohæſio partium ſupplere poteſt, & videmus profecto tantam montium, atque inſularum molem contra æquilibrîi leges ſua ipſa ſoliditate conſiſtere. Quid ni, ejuſmodi aliquid in ipſis intimis Terræ viſceribus accidat, ut vel centrum magnitudinis cum maſſæ, & gravitatis centro nequaquam coeat, partibus hinc, & inde ab eodem communi centro libratis, vel in iisdem circumquaque a centro diſtantiis admodum inæqualis materiæ denſitas habeatur, & hiatus immanes adſint, ſine ulla certa lege diſperſi?

Maupertuiſi,
& Condaminii
ſuſpicio de irregu-
laritate.

§ 1. Et quidem Maupertuiſius ipſe hiſce paullo altius conſideratis, in eo opusculo, quod de progreſſu ſcientiarum edidit poſt aliquot annos, ita hoc potiffimum ex capite & ſuam, & aliorum determinationem factam per graduum menſuram pro incerta habet, ut illud etiam aſſermet, timeri poſſe, ne bina hemiſpheria hinc, & inde ab æquatore inter ſe diſſimilia communi baſi innixa ſint; ac Condaminii expoſita graduum a ſe cum Bouguerio definitorum menſura, inæqualitatum, & irregularitatum periculum ſuſe, & eleganter perſequitur.

Ejuſdem con-
firmatio ex ana-
logia Naturæ.

§ 2. Et quidem ipſa nos eo analogia Naturæ deducit, ut irregularitatem potius aliquam, quam certam in Telluris figura legem ſuſpicemur. Quanta enim in cæteris ejus partibus inæqualitas ubique ſe prodit, in pomis arborum, ac foliis, in ſalinis concretionibus, in animantium membris! In ipſis aſtrorum motibus minores inæqualitates habentur, ſed habentur ſane, quæ tamdiu in Luna potiffimum, in Jove, in Saturno Aſtronomorum torſerunt ingenia. Si quidquam ex ejuſmodi analogia inferre liceat, irregularem potius Terræ totius figuram inferemus, quam regularem. Præjudicium a regularitate, & ſimplicitate petitum ſæpe ingentes admodum errores in univerſam induxit philoſophiam. Ea aſtrorum circularem, & æquabilem motum Veteribus diu perſuaſit, ea hanc ipſam accurate ſphæricam Telluris mo-

molem , ea sexcenta alia ejusmodi cum ingenti sane Reipublicæ litterariæ detrimento ; cum diu ex ejusmodi præjudiciis observationes , quæ ad rem detegendam aptiores futuræ erant , sint penitus prætermiffæ .

53. Hæc ego cum altius perpenderem , consideravi illud , figuram Telluris , quæ circumquaque olim circularis formæ censebatur , per graduum mensuram initam in diversis ab æquatore distantibus inventam esse ejusmodi , ut meridiani singuli a polo ad polum censeantur a circulari forma recedere , qui quidem ex theoria habiti pro ellipticis , nova gradus tertii dimensione inventi sint ab elliptica forma recedere , vi omnino inæqualitatis cujuscumque prius ignotæ . At adhuc habetur eadem Telluris figura pro circulari circa polum ita , ut singuli paralleli formam habeant circularem , tanquam si sphærica quidem Tellus omnino non sit , sit tamen veluti torno elaborata , & ovo , vel cæpæ similis . Hinc mensuræ graduum omnium , qui in diversis omnino , & vero etiam admodum a se invicem distantibus meridianis definiti sunt , in figura Telluris determinanda habentur , tanquam si in eodem meridiano essent habitæ . Nemo adhuc in illud inquisivit , an in hoc etiam sensu a circulari figura abludat Tellus . Si accurate circulares sint paralleli , oportet sane in eadem ab æquatore distantia graduum mensuras æquales obvenire , secus inæquales . Cur non igitur alicubi in eadem , vel fere eadem locorum latitudine , sub eodem nimirum parallelo , in diversis longitudinibus binos meridiani gradus dimetitur , ut constet , an ii æquales sint ? Nam ipsos parallelorum gradus multo difficilius , & multo minus accurate , quam meridianorum gradus definiri posse norunt Astronomi . Qui eam provinciam suscipiat , næ ille quidem non actam agat , sed novam , sed utilem , & necessariam investigationem suscipiat .

54. Cum hæc jam a pluribus annis mecum animo agitaviffem , contigit , ut de iis cum SYLVIO VALENTIO Cardinali amplissimo , & bonarum artium cultore exquiri possent .

Auðoris dubium de parallelis non accurate circularibus .

Innotescit Cardinali VALENTIO hic in id idem .

mio, BENEDICTI XIV. sapientissimi, ac doctissimi Pontificis administro, pro ea summa, qua me frequentem excipiebat humanitate, ac de litteris, quibus in primo ætatis flore apprime excultus, inter tot gravissimorum negotiorum curas mecum colloquebatur, sermonem iniicerem. Sensit illico rei utilitatem vir acutissimus, ac illud interrogavit, an rei tentandæ in ipsa Pontificia ditione Locus esset. Reposui, extendi quidem Pontificiam ditionem in Boream ab ipsa urbe Roma ultra gradus duos, esse autem & montium cuspides, & camporum, ac littorum strata, quæ rei bene gerendæ offerrent spem. Jacere autem borealem ejusdem tractus partem cum Australi parte Gallici Parisiensis meridiani sub eodem parallelo non ita paucis gradibus ad Orientem, ut idcirco Nostri Meridiani gradus cum illo Gallico conferri posset.

Negotium committitur auctori, & socio: additur correctio mappæ.

55. Hæc ille cum ad Sapientissimum, & de omni litteratura usque adeo bene merentem Pontificem detulisset, negotium mihi mandat ipsius jussu meridiani Romani accuratis mensuris per Pontificiam ditionem traducendi in Boream, & dimetiendæ magnitudinis gradus. Aderat autem Romæ P. Christophorus Maire vir e Societate Nostri in omni litterarum genere versatissimus, sed Astronomiæ in primis, atque Geographiæ amantissimus cultor, perferendis autem molestissimæ expeditionis incommodis valetudine par. Cum eo ut expeditionis societatem inirem, multo enim facilius, & accuratius a binis, quam ab unico observatore omnia peraguntur, facile obtinui & a Cardinali VALENTIO, & ab ipso, qui quidem illud opportune suggessit, cum ad ipsam meridiani directionem, & mensuram gradus determinandam ingenti instrumento per summos montes traducto multorum locorum positiones accuratissime determinari vel omnino deberent, vel admodum facile possent, opportunum fore, peragrata cum minore quadrante universa Pontificia ditione, mappas, quæ plurimis scatebant erroribus

roribus, corrigere, urbium omnium, & præcipuorum saltem oppidorum positione correctâ, ac longitudine, & latitudine Geographica definita. Privatum quemque suorum accuratam positionem, ac delineationem prædiorum habere. Multo autem magis necessarium esse Principi ditionis suæ accuratiorem habere mappam.

56. Id ipsum consilium illico arreptum est, atque ad expeditionem litterariam, quæ utrumque caput contineret, destinati fuimus anni 1750. mense Julio, cujus rationem & brevem quandam velut historiam sequenti capite exponam. Ex iis autem, quæ diximus patet & consilium expeditionis ipsius, ac tota origo, & duplex ejusdem scopus, & vero etiam ipse titulus, quem in libri totius fronte proposui. Alter nimirum est determinatio curvaturæ Telluris in Pontificia ditione, quam exhibet ipsa graduum mensura, alter Geographicæ mappæ correctio. Dimensi sumus intervallum binis gradibus aliquanto longius, ex quo intermedii gradus mensuram, & curvaturam ipsam Telluris in hac ejus regione deduximus. Curvatura ejusmodi ad figuræ totius Telluris investigationem adhibetur, sed eam solam exhibet mensura gradus, pro eo loco, in quo ejusmodi mensura est habita. Ea deinde cum aliorum locorum curvatura comparari debet, ad ea consuetaria, quæ ad Telluris figuram, & magnitudinem pertinent, eruenda.

Duplex expeditionis scopus & libri titulus exponitur.

57. Porro is nostræ expeditionis est exitus, ut curvatura nobis obvenerit multo minor, quam in Gallia meridionali sub eadem fere latitudine a Parisiensibus Academicis inventa sit. Noster enim gradus in Latitudine graduum 43. inventus est hexapedarum 56979, cum Cassinus in latitudine graduum 43. $\frac{1}{2}$ invenerit hexapedarum 57048, quod quidem irregularitatem aliquam, & inæqualitatem in ipsis etiam parallelis videtur significare prorsus, ut ego ante expeditionem susceptam fueram suspicatus. Quamquam idem hic Noster gradus, qui Cassiniano Australi multo est minor, 18 hexapedis est potius

Ex gradu hic minore colligi parallelos non esse circulos.

tius major eo, quem Bouguerii theoria illa requirebat, quæ pro hac latitudine exposcit hexapedas 56961.

Inæqualitas figuræ major ex gradu Caillii in Africa.

58. Interea vero dum nos in ditione Pontificia meridiani gradum definiēbamus, Caillius Parisiensis Academicus ad observationes in Australi hemisphærio habendas missus ad promontorium Bonæ Spei, commodum ibidem locum nactus unius definiēdi gradus in latitudine graduum 33. minutorum $18. \frac{2}{3}$, eum invenit hexapedarum 57037 qui nec cum nostro convenit, quo cum multo brevior esse deberet evasit major, nec cum Cassiniano illo in Gallia definito, quo itidem est major. Ab illo vero, quem Bougerius in sua theoria deduxit pro ejusmodi latitudine differt fere biscentum hexapedis, quibus est justo longior; ut non tantummodo a circulari forma recedere videantur paralleli, sed, quod Maupertuisius in postremo illo opusculo de Scientiarum progressu fuerat suspicatus, bina Hemisphæria dissimilia esse videantur.

Non idcirco inuicem ejusmodi investigationem.

59. Nec tamen inde illud intulerim, quod ibidem Maupertuisius videtur innuere, & plerique ex invento postea multo majore dissensu inferent, abjiciendam esse investigationem Figuræ Telluris per graduum mensuras, Lunæ parallaxibus in subsidium vocatis, quas ad ejusmodi determinationem opportunissimas esse significavit olim Parisiensi Academiæ Eustachius Manfredius, ac Maupertuisius ipse & eleganti, & accurata methodo ad figuræ Telluris investigationem applicavit.

De methodo investigationis per Lunæ parallaxes.

60. Pendet fere methodus ipsa a Lunaribus motibus, qui haud scio an unquam ita accurate ad certas leges reducendi sint, inæqualitatibus omnibus, vel ex theoria, vel ex observatione definitis; ut adeo & in ea methodo errores aliqui timeri possint, quanquam ultro fautor, utilissimam eam quoque methodum fore, si semel de omnibus Lunæ erroribus satis costiterit.

Plurimos gradus metiri oportere in locis etiam proximis.

61. Verum quod ad graduum mensuram pertinet, acuendam potius arbitror Astronomorum industriam, ac Regum munificentiam, ut plurimos, plurimis in locis

cis gradus defini carent, quod quidem ad ipsam Telluris figuram determinandam utilissimum fore putato. Nam inæqualitates eæ, quæ oriuntur ab inæquali positione, & densitate partium Terræ superficiei proximarum, sive supra eam extent, ut montes, & colles, sive infra ipsam delitescant, irregulares cum sint, alibi contrahent mensuram gradus, alibi producent. Ac proinde si inter plerosque proximos assumatur medius aliquis, ut ubique in Astronomicis observationibus fieri solet, errores ipsi se corrigent. Tum medijs hisce graduum mensuris inter se collatis, constabit jam de curvatura Telluris in locis pluribus, a se itidem remotis, ex qua etiam sola innotescet constitutio superficiei Terrestris in locis iis ipsis, qui jam ingens est fructus; ac si præterea certa aliqua curvaturarum omnium inveniatur lex, licebit inde in ipsam intimarum Terræ partium constitutionem inquirere. Iterata observationum repetitione, & Physica univèrsa, & singillatim Astronomia perficienda est, atque Geographia.

62. Est autem mihi satis valida conjectura, qua suspicor, inæqualitatem omnem, atque irregularitatem haberi non in intimis Terræ visceribus, sed prope superficiem a partibus potissimum supra ipsam extantibus, prope quam ingentes etiam sæpe commutationes fiunt. Nam illud facile demonstrari potest, inæqualitatem materiæ superficiei proximæ, quæ maximum errorem inducere possit in graduum mensuras, eandem per quam exiguum parere in longitudine penduli ad singula minuta secunda oscillantis, qua in gravitatem inquirimus, contrarium vero accidere, si alte infra superficiem inæqualitas ipsa demersa sit, quæ ibidem esse etiam debeat multo major. Nam mons qui ad latus jaceat, & sphæræ æquivalet habenti pro semidiametro quartam tantummodo milliarum partem, ac pendulum uti diximus 15 circiter secundis deflectit, quingentarum fere hexapedarum errorem pariet in unius gradus mensura, si duplicetur. At idem oblique

Conjectura de
inæquali textu
tantummodo su-
pra superficiem
Terræ.

que trahens eodem pacto, nihil ad sensum turbabit longitudinem penduli oscillantis ad singula secunda; sed ejus molis massa infra superficiem collocata, ut directe pondus augeat, quarta circiter lineæ parte, quæ magnitudo est admodum notabilis, pendulum isochronum augebit ejus positu nihil mutato. Si autem inæqualitas materiæ infra superficiem alte depressa sit, ut ut ad latus, satis oblique pondusculum trahet, & idcirco multo minus deflectet; pondus autem augebit itidem magis, cum tota reliqua gravitate conspirans, & penduli isochroni longitudinem immutabit. Multo autem major debet esse, ut utrumlibet ex majore distantia effectum præstet.

Inde graduum mensuram tyrbari plurimum, vim gravitatis parum.

63. Jam vero si pendulorum longitudines observatas conferamus inter se, multo minus eas a lege, quam servare deberent ab æquatore ad polum, aberrare invenimus, quam hosce gradus, qui huc usque definiti sunt, quod indicio cuiquam esse potest, detorqueri perquam exiguo secundorum numero in latus pendula ab inæqualitatibus in superficie positis, gravitatis vim vel nihil ad sensum, vel eadem certa lege augeri, vel minui.

Eidem consentire nostri, & gallici graduum mensuram.

64. Id ipsum videtur confici ex nostro gradu collato cum Gallicis. Nostræ observationes astronomicæ Romæ, & Arimini peractæ sunt, inter quæ loca non omnis tantummodo Appenini tractus interjacet, sed solum omne statim affurgit, quod penduli deviationem ejusmodi parere debet, quo cælestis arcus binis eorum locorum zenith interjectus augeatur, & inde minor uni gradui tribuatur numerus hexapedarum. Contrarium fortasse aliquid Pyrenæi montes in Gallia præstiterunt, contrariam enim positionem habent, unde factum sit, ut ille postremus gradus productior aliquanto evaserit, ac aliæ ejusmodi causæ aliquæ cæteros etiam per Galliam perturbarunt, quorum postremi si minuerentur nonnihil, nostro e contrario nonnihil aucto, satis belle cum reliquis mutatis itidem nonnihil consentirent, ut & noster ipse.

Summa utilitas hujusmodi expeditionum.

65. Verum hæc omnia pluribus observationibus repetitis

petitis in locis pluribus, multo magis constare poterunt, quod quidem satis evincit summam hujusmodi expeditionum utilitatem, & vero etiam necessitatem ad Geographiam, ad Astronomiam, ad omnem Physicam promovendam.

C A P U T I I.

De expeditionis inite ratione, & fructu.

UBI primum ineunte Julio mense anni 1750 onus nobis hujusce litterariæ expeditionis ineundæ demandatum est, illud in primis curæ fuit, ut instrumenta ad ejusmodi rem necessaria compararem, quod primum extitit commissi officii munus, & ad rationem pertinet inite expeditionis. Porro ad geographicam mappam, corrigendam, reformandamque multo minori instrumentorum apparatu opus erat, & res omnis perfici poterat quadrantis minoris usu, ubi saltem in definiendo meridiani gradu ipsius meridiani ductus, & plurium stationum situs majoribus essent instrumentis determinati. Habebat autem quadrantem ejusmodi P. Maire pedalis semidiametri delatu facilem atque ita constructum, & observationibus iteratis correctum, ut unius minuti error, si satis diligenter adhiberetur aut timeri vix posset, aut etiam omnino non posset, qui quidem nobis ad geographicas locorum positiones summo semper usui fuit.

Instrumentorum cura: eorundem apparatus pro mappa multo minor.

67. Determinatio directionis meridiani, & magnitudinis gradus longe majora, atque accuratiora instrumenta requirebat. Porro utrumque & geodæticas mensuras exposcit, & astronomicas observationes admodum delicatas. Geodæticæ dimensiones requirunt basim aliquam rectilineam alicubi in planitie satis æquali definitam plurium milliariorum, ad quam mensura requiritur, cujus ratio ad mensuras ab aliis in eodem hoc investigationis genere adhibitas, ut unius Parisiensis hexapedæ, ac-

Pro gradu apparatus multo major. Instrumenta pro basi.

E

cura-

curatissima habeatur , atque certissima . Requirit præterea longiores , crassioresque regulas , sive tigilla potius , ad eam mensuram accurate exacta , atque alia nonnulla ad faciliorem , accuratiorumque tigillorum ipsorum collocationem , libellam in primis , ac tripodes , seu mensulas tribus sustentatas pedibus , quæ inferius innuam .

Pro poligoni
triangulis qua-
drans major , &
signa in monti-
bus .

68. Eædem geodæticiæ demensiones requirunt quadrantem aliquem majorem , cujus ope intra paucorum admodum minorum secundorum errorem definiri possint anguli ingentium triangulorum , quorum series circa ipsum meridiani tractum utcumque proxime cognitum , ab altero ad alterum caput continuanda est , ac aliquod poligoni ea serie triangulorum constituti latus , cum Sole vel oriente , vel occidente conferri , stationum quoque , quæ in summis plerumque montibus deliguntur altitudo supra horizontem , vel depressio infra ipsum satis itidem accurate determinari . In ipsis autem stationibus certa quædam requiruntur signa , in quæ ex multorum etiam milliariorum distantia certo , ac determinate , tanquam in triangulorum cuspides liceat collineare .

Observatio-
nes astronomicæ
necessariæ ad de-
finiendum arcum
cælestem deter-
minandum .

69. Hæc necessaria sunt ad obtinendam & accuratam meridiani directionem , & distantiam ad æqualem quandam terrestris molis superficiem redactam binorum extremorum arcus intercepti parallelis transeuntibus per bina extrema loca ad observationes astronomicas delecta , quibus arcus cælestis terrestris respondens , & numerus graduum , ac minorum , qui in ipso terrestris arcu continetur , definiatur . Hisce cognitis , requiruntur præterea observationes illæ astronomicæ in extremis binis locis institutæ , quibus arcus ille ipse cælestis definiatur , quod quidem perficitur investigando stellæ cujuscumque ad meridianum appellentis distantiam a zenith , unde , ut supra etiam innuimus , alterius zenith ab altero distantia in gradibus , & minutis innotescat . Habito enim numero hexapedarum , & numero graduum ; ac minorum , quæ illo terrestris meridiani arcu continentur ; satis patet ,

tet, admodum facile deduci illud, quot gradus, & minuta uni medio gradui debeantur.

70. Porro hæc investigatio distantiae stellæ cujuscumque a zenith ita in re præsentis delicata est, ut omnino oporteat unius, aut ad summum alterius minuti secundi errorem evitare. Ubi enim unius tantummodo gradus mensura geodætica habetur, atque astronomica, singulorum secundorum minorum errores errorem sexdecim circiter hexapedarum secum trahunt. Is quidem error, quo plures unâ mensurâ gradus complectimur, eo magis, in eos nimirum omnes distributus, decrescit; at quoniam paucos admodum licet inter se gradus conjungere, tum plerumque ob locorum naturam, ut hic apud nos, tum etiam ubique, ne remotiores ab ipso zenith adhibeantur stellæ, quarum refractio minus certa, novum possit errorem inducere; illud omnino curandum est semper, ne in astronomicis observationibus unius, aut ad summum alterius minuti secundi error committi possit.

Eas intra unum vel alterum secundum oportet esse oportere.

71. Hinc autem illud manifesto consequitur, instrumentum ad eam adhibendum rem, debere & multo esse longius, quam communes integri quadrantes esse soleant, ac etiam possint, & longe accuratissimum. Id quidem instrumentum, quod ad aliquot tantummodo gradus determinandos adhiberi debeat, arcum circuli quendam, paucorum graduum habere solet, quam ob causam sector appellatur. Potest tamen & recta linea pro circulari arcu adhiberi, ut ego adhibui, quo casu crucis figuram referet potius, quam sectoris; verum sectoris nomine appellabimus, cujuscumque figuræ sit instrumentum illud, quod sectoris vice fungi possit, & eos exiguos angulos dimetiri.

Sector ad id necessarius, vel aliud sectori æquivalens.

72. Tres igitur nobis commissi muneris partes, dimensio basis, series triangulorum poligoni, distantiae Fixarum a zenith, sua quæque instrumenta exposcebant, quorum singula in ipso expeditionis suscipiendæ exordio paranda erant.

Tres partes determinationis gradus, tria instrumentorum genera necessaria.

Tigilla &c. pro
basi : hexapedæ
mensura neces-
sario advehenda
ex Gallia.

73. Et primo quidem, quod pertinet ad dimensionem basis, tigilla illa, quæ usui esse debebant, libella, tripodes, ac alia ejusmodi, siqua sunt, admodum facile hic etiam parabantur. At accuratam, & certam unius hexapedæ mensuram, nisi ex Gallia adveheremus, habere omnino non licebat. Neque enim satis est ex iis instrumentis, quibus Parisiensis pes insculptus esse solet, sex pedum mensuram determinare, quæ hexapedæ usum expleat. Nam si in uno pede admittatur error decimæ partis unius lineæ, quæ in ea est pollicis pars duodecima, pedis centesima quadragesima quarta, qui quidem error ita exiguus est, ut a communibus artificibus multo major timeri possit, in uno pede committetur error $\frac{1}{1440}$ pedis ipsius, adeoque in totius mensura gradus, quæ est hexapedarum 57000 circiter, committeretur error hexapedarum proxime 40, immanis sane.

Hexapedæ mensura petita a Mairanio, transmittenda a Nuncio Pontificio.

74. Hinc ego quidem ad Mairanium celeberrimum virum, quem ipsa mihi Parisiensis Academia destinaverat ante aliquot annos, cum me sibi pro litterario commercio (appellant *Correspondentem*) adjunxisset, litteras dedi, in quibus significato Pontificis consilio, rogabam magno opere, ut ferream regulam cum incisa accurate hexapeda, parari curaret ab experto artifice, quam in basi dimetienda adhiberem. Ipse autem SYLVIVS Cardinalis VALENTIVS, cujus patrociniò, atque curæ totum expeditionis nostræ debemus successum, Pontificio Parisiensi Nuncio, cum ea res ad accuratæ mensuræ gradus certitudinem maxime pertineret, negocium idem commendaverat, quemadmodum & illud, ut quanto maturius fieri posset, a Mairanio recepta Romam transmitteretur.

Cura Mairanii pro hexapedæ accurata mensura transmissenda.

75. Et quidem Mairanius ipse in veram hexapedæ longitudinem Academicorum omnium diligentissime inquisiverat, ac ad illum ejus modulum, quem apud se retinuerat, utraque Academicorum turma Lapponiensis, atque Americana suam exegerat hexapedæ secum delatæ mensuram a peritissimo Artifice Langloisio ferreæ regulæ con-

consignatam, qui ejusdem modulum apud se quoque retinuerat, alio extante apud Mairanium. Ex eodem igitur modulo ejusdem Langloisii opera Mairanius & eam deprompsit, quæ ad me Romam transmitti debuit, in ferrea itidem regula, in qua ipse artifex plures & pedum, digitorum, linearum, ac minorum etiam particularum divisiones ope transversalium rectorum, adjunxit. Scripsit autem ad me Mairanius humanissimus vir, atque diligentissimus, se Parisios reducem post Autumnales ferias anni ejusdem, ante quam ipsa illa regula ex ea urbe, emitteretur, lente adhibita, eandem cum sua contulisse iterum, & ad exactissimam æqualitatem redigisse; ut idcirco de ea dubitare omnino non liceat.

76. Quanquam tamen mature admodum Parisiis mensura illa discesserit, adhuc tamen, mari transmissa, & in pluribus portibus hærens, non nisi post multos menses Romam delata est, cum interea dimetiendæ basi jam tempus instaret. Partim igitur eam ob causam, partim ne si etiam interea adveheretur, incertis eam itinerum nostrorum casibus, & aperto, ac sæpe admodum humido aeri committeremus, communi consensu aliam paravimus ferream itidem regulam, in qua binis tenuissimis punctis determinavimus intervallum palmorum Romanorum novem, desumptum ex capitolino lapideo modulo publice profante (in quo tamen divisionum lineæ admodum crassæ, non ita certum, & accuratum limitem palmorum exhibent) cum sex illis Parisiensibus pedibus conferendam deinde, ut de ratione inter eum pedem, & romanum palmum aliquanto certius constare posset. Et ea quidem mensura sex illis pedibus sive integra hexapeda, debuit esse aliquanto longior; sed cujuscumque, etiam arbitrariæ, mensuræ esset, ad rem nostram futura erat æque utilis, dummodo certa aliqua methodo factis accurata ejus ratio ad hexapedam obtineri posset; quod quidem binis methodis, ut in quarto opusculo diligentius exponam, præstitimus, pluribus vicibus iterato
exa-

Ea serius Romam delata substitutam esse mensuram palmorum cum ea conferendam.

examine successu semper eodem, & miro sane consensu, semoto omni erroris, qui mensuram gradus ad sensum perturbare possit, periculo.

Tigilla ex vetustissimo parata ligno pro basi dimetienda.

77. Hæc quidem ad mensuræ adhibendæ modulum pertinent. Tigilla vero tria, quorum singula tres ejusmodi mensuras, sive palmos Romanos 27, continebat, excidi curavi ex vetustissima trabe, alia hîc Romæ, alia Arimini, binas enim bases prope eas urbes, ut primo capite innui, dimensi sumus, quæ trabs utraque diu etiam jam olim navigaverat, adhibita pro malo, quod omnino curandum erat, ut minus esset in ipsis tigillis ex aeris mutata temperie mutationis periculum. Ea tigilla cujusmodi tripodum generi imposuerimus in ipsa mensuranda basi, quas ipsis adjunxerimus laminas, qua ratione redegerimus ad libellam, qua methodo pluribus in dies vicibus ad ferream regulam exegerimus, & contractionem, productionemque, atque etiam perquam exiguam curvaturam, quam humidus aer, & alternus calor induxerat, definiverimus, exponam ipso quarto opusculo, in quo aliquanto fufius de instrumentorum apparatu agam, & usu,

Quadrantis & Sectoris cura: Aloysii Woodæ logium.

78. Majoris interea quadrantis, & sectoris cura me urgebat acrior, quod nullum Romæ satis peritum, & exercitatum artificem haberemus, celeberrimo Dominico Lusvergio vita functo, nec ullo paternæ diligentiae, atque industriæ fatis idoneo hærede relicto. Aderat quidem Aloysius Wood nobilis Anglus, & ipsius Cardinalis VALENTII aulæ addictus, cujus immaturum fatum profusis lacrymis universa nuper luxit Roma, atque ego in primis, cum quo ille arctissimo amicitiae vinculo conjungebatur, vir plane summus, singulari ingenio, incredibili industria, in omni difficillimorum machinamentorum genere suis etiam elaborando manibus, perficiendoque, ac perpoliando, nulli Europæ artifice impar, quem ego quidem ad hæc instrumenta efformanda & amicitiae nostræ jure, & ipsius VALENTII auctoritate libentissime perpuliffem, nisi longe aliis gravissimis curis, atque

ope-

operibus jamdiu inchoatis viderem nimis distractum .

79. Erat autem hic Romæ itidem , qui & adhuc est , Augustinus Rufus Veronensis Sacerdos , vir in opticis operibus , perspicillis , telescopiis & microscopiis , elaborandis egregius , idem in aliis itidem , que ad physicam experimentalem pertinent , instrumentis vel construendis , vel reparandis exercitatus , qui haud ita multo ante , ad omnem machinamentorum publici Archigymnasii curam , constructionem , reparationem fuerat adlectus ; at is quadrantes nullos unquam perfecerat , sectores videbat nullos .

Quis Augustinus Rufus instrumentorum Archigymnasii curator .

So. Illius tamen ingenio , atque industriæ , cum alii deessent , ac nos ipsi possemus opus dirigere , & frequentes invisere , fidendum fuit ; quæ res eo minus accidebat incommoda , quod ego quidem sectorem nova quadam mea methodo , in qua reliquos etiam artifices quoscunque novos esse oporteret , construi volebam , quam in quarto itidem opusculo summa cura , ac diligentia explicabo . Ibidem autem exponam & quadrantem , in quo telescopium fixum duplicari curavit P. Maire , quod summo nobis adiumento fuit , ut in eodem patebit opusculo quarto , ad eam rectificationem in primis , quæ necessaria est , ubi verticales altitudines investigantur , præstandam sine conversione quadrantis : plura , quæ ad micrometri commodiorem usum , & ad obliquam ipsius quadrantis positionem quamcumque facile obtinendam pertinent , pro suo ipse ingenio Rufus , re nobiscum , communicata , satis apposite excogitavit , atque perfecit . Ego autem additamentum quoddam , quod rectificandis limbi divisionibus aptissimum , atque utilissimum censeo fore aliis etiam imposterum , apponendum curavi . Sed de iis omnibus fusius , atque opportunius agemus infra opusculo ipso quarto . Illud unum hic præterea addendum superest , ita ipsum officio suo functum esse , ut instrumentum utrumque ad observationes quam accuratissime habendas extiterit opportunissimum , dem-

Ruso id negotii demandatum : quid Mairius Pro quadrante præstiterit , quid ipse , quid Autor .

pto

pto solo micrometro telescopii fixi in quadrante, quod facile labefactatum in itinere, nusquam satis restituere licuit artificum inopia, & ad usus quosdam satis aptum, ad alios ineptum deinceps exitit, quos alia ratione supplere oportuit, ut ibidem uberius exponam.

Ordo observationum destinatus, si instrumenta mature haberentur.

81. Utriusque instrumenti idea, & cura homini tradita, sperabam equidem quadrantem intra duos menses commode haberi posse, tum vero sectorem post alios binos, ut brevi tempore, quæ ad mensuram gradus pertinebant, haberemus, ut nimirum seriem triangulorum Ariminum versus, quo ex Blanchini observationibus geodæticis, & conjecturis aliis, ac observationibus astronomicis nonnullis Romanum meridianum tendere Eustachius Manfredius deprehenderat, produceremus ante hyemem, delectis stationibus simul, & angulis observatis, tum Arimini loco aliquo basi dimetiendæ idoneo selecto, basim ipsam metiremur, dum interea ex Urbe adveheretur sector, quo ibi astronomicas observationes perageremus, quibus peractis ad alias Romæ exiguo temporis intervallo instituendas regrederemur, & basi alia, qua mensuræ omnes confirmarentur delecta, ac mensuris definita, de gradus magnitudine constare posset. Ita paucorum mensium intervallo absoluta essent omnia.

Eorum lenta constructio: interea stationes pro poligono delectæ per otium aptiores.

82. At mea me longe sefellit spes. Aliis interea curis distentus Artifex, quadrantis constructionem produxit in annum integrum, eoque amplius, sectorem in menses alios plures, quod quidem omnem itinerum nostrorum rationem, & observationum seriem pluribus vicibus interturbavit, & itinera ipsa in binos annos, ac aliquot menses produxit; in quo illud tantummodo accidit opportunum, quod dum instrumenta lentissime pararentur, variis ad corrigendam mappam, & montium positus cognoscendos factis excursibus, stationes poligoni ante priorum angulorum mensuras, delegerimus omnes multo sane opportunas magis per otium, quam con-

continuo operationum geodæticarum ductu licuisset.

83. Quamobrem cum quadrante minore ipso primo Octobris die ex Urbe egressi ad explorandos locorum positus juxta meridiani ductum in Sabinam profecti sumus, in Burghesiæ familiæ oppidum, quod Palumbariam vocant. Utar autem plerumque ubique vulgo nunc receptis locorum nominibus, iis aliquando demptis urbium potissimum, quorum latina etiam nomina vulgo sunt cognita; nam plurium locorum nomina vetera supersunt nulla, aliorum incerta maxime sunt, aliorum nota quidem iis, qui antiquitatis studio delectantur, ignota cæteris, nec hujus est loci, aut ista diligentius disquirere, aut importunam eruditionem affectare. Jacet id oppidum ad radices editissimi montis, Januarium appellant accolæ, quem ex ipsa urbe Roma nostro poligono aptissimum fore agnoveramus. Desinit enim in cuspidem ita circumquaque acuminatam, ut nullo fere alio signo indigere videatur ad eo longissime collimandam. Imminet autem anteriori latere erectus fere ad perpendicularum immensæ planitie, quæ ultra urbem ad occidentem sitam ad mare usque porrigitur; prospectus inde longissime ex altera parte in Hetruriam patet, ex altera in Neapolitanum regnum, cujus tamen vicina etiam loca a tergo positus Appennini dorso ductus intercipit.

Iter ad ipsas
stationes deli-
gendas. Palum-
baria oppidum:
Januarius mons.

84. Montem ipsum conscendimus, una cum egregio sane viro, mihiq; amicissimo Petro Paulo Tosio, (quid enim eorum amicorum commemorationem omittam, qui me sibi & hospitii jure devinxerunt magis, & ad montes ipsos cum summo labore suo comitati observationibus interfuerunt diligentia nostræ testes idonei) qui quidem nunc apud Eminentissimum Cardinalem Sorbellonium Bononiæ legatum ejus jurisconsultus, *Auditorem* Generalem appellant, ibidem jus dicit, tum vero ex urbe Roma Palumbariam autumnii tempore concesserat. Is autem nos & eo, & insequentibus binis annis, quibus eodem redeundum fuit, in paterna domo lauto sane excepit

Montis opportu-
nus situs. Petri
Pauli Tosii lau-
des.

F

hospi-

hospitio, & pluribus vicibus ad summum montis apicem deduxit, atque observationes instituentibus præsto fuit. Inde jam patuit, posse Soractem montem, qui in media planitie affurgit observationibus perquam idoneus, præteriri, cum longe inde ultra ipsum pateret omnis Sorianensis, & Viterbiensis montis tractus, cujus alter vertex, binos enim habet vertices, adhuc antiquo Cimini nomine appellatur. Inde cum Romano Divi Petri Tholæ primum haberi posse ad Austrum satis idoneum triangulum apparebat: secundum itidem ad Boream cum monte aliquo, quem circa Interamnensem urbem deligeremus, ex quo & Sorianensis Ciminus mons, & ille ipse Januarius prospiceretur.

Pro signis in
summis montibus
tuguria quædam
ex ramis arborum
constituta.

85. Hic illud etiam constitutum fuit, ut pro signo, quod commemoravimus, ex arborum ramis in summo monte quoddam velut ingens tugurium constructum, quod hic quidem non ita necessarium, cum nimirum in quandam velut pyramidem ex ingenti acervo lapidum affurgentem desinat, opportunum tamen futurum erat; alibi autem, ubi montis dorsum ampliore superficie extenditur, erat omnino pernecessarium, ut ad certum circum undique punctum triangulorum lineæ per telescopia dirigerentur. Placuit id fieri ex arborum ramis, quod plerumque paulo infra nudorum etiam montium vertices, ejusmodi materiæ copia haberi soleat. Alibi autem, pro loci opportunitate quadratum, alibi circulare tugurium extructum est, alte infixis solo per plures palmos crassioribus, atque altioribus ramis, qui transversis aliis itidem crassis per funes, & clavos jungerentur ita, ut quo magis affurgerent, eo magis ad se invicem nonnihil versus suæ basis medium inclinarentur. Iis ita dispositis, & connexis, totum opus tenuioribus ramis convestiebatur, ac frondibus. Totius autem tugurii crassitudo 20 circiter palmorum erat, altitudo plerumque aliquanto major, ut longe prospectantibus cujusdam veluti editæ turris speciem ingereret.

86. Por-

86. Porro illud deinde experientia nos docuit, ejusmodi tuguria, ubi in summo vertice, vel jugo montis ita extent, ut liberum aerem, & cælum prospicientibus e longinquo post se relinquunt, non montem alium, facillime, ac evidentissime brevioribus etiam telescopiis discerni. Exhibet enim ipse limes cælum inter, & montem quandam veluti continuam lineam, quam ubi nigricans tugurium illud interrumpit, nonnihil in cælum procurrentes, incurrit statim in oculos, & videndum se præbet ita, ut licet aliquod nostrorum triangulorum latus 50 milliariorum esset, adhuc tamen telescopiis exiguis illis, quæ quadranti aptata fuerant, evidentissime cælo etiam non ita puro discernerentur. At ubi mons altior post tugurium assurgat, quod in binis montibus, ac in eorum singulis ex unica tantummodo statione visis bis tantum nobis accidit, nisi cælum omnino sudum sit, ac ab omni tenuissimorum vaporum genere purissimum, distinguere omnino non potest, & ægre admodum eo etiam casu distinguitur, atque id ea ferme diei hora tantum, qua Sol vapores ultra ipsum tugurium sitos inter bina illa montium juga illuminat, ut tugurium ipsum in ea aliquanto clariore veluti nebula optice projectum, & nigricans appareat. Quod quidem si aliquanto inferius situm sit, distinguere omnino ex tanta distantia nequaquam posset, quo casu multo breviora latera triangulorum seligenda forent, & lintea, vel aliud quidpiam ejusmodi albicans potius, quam nigricans adhibendum. Id quidem monendum duxi, ut si quis eadem tentare alibi debeat, stationes apte seligat, ne oleum necquidquam perdat, & operam,

*In summis ca-
montibus cou-
stitui oportere,
ut e longinquo
discerni possint.*

87. Ex eo monte Romam regressi Sorianum, frequens, & opulentum Albanæ familiæ oppidum profecti sumus, ubi in summum evecti montem omnia ejus latera, & dorsum, & verticem densis, & proceris arboribus occupatum deprehendimus. Quare illud, quoad ejus fieri posset, curandum censuimus, ne nimis magnam

*Soriani Ciminus
mons arboribus
impeditus, locus
Caprarolæ pro-
ximus stationi
creditus aptus.*

arborum stragem ederemus, ut vertice omisso, aliam aliquam ejus jugi partem humiliorem, sed arboribus spoliatam adhiberemus. Et erat sane supra Caprarolæ, ut vocant, oppidulum, in summo jugo ædicula, unde prospectus patebat longe, & hinc D. Petri Tholus, inde mons ille Januarius prospiciebatur; ex altera vero parte ad Boream patebat prospectus in jugum illud, quod Ameriæ, & Tuderto ad sinistrum Tiberis latus interjacet, e regione urbis Interamnæ, cujus plures cuspides usui futuræ videbantur, ut tertium triangulum terminarent. Cernebatur autem & versus Interamnanos urbem montis bicipitis vertex, qui cum Januario illo, & hoc postremo Tudertino, sive Amerino monte triangulum novum constitueret.

Iter Interamnam, inde in jugum montium delentis binis stationibus, tum Tudertum, & Perusiam, ac in ejus montem Tertium.

88. Inde igitur trajecto Tiberi primum Ameriam, tum Interamnam adivimus, & montem ipsum Interamnesem, quem Turrim majorem appellant accolæ, habentur autem in ipso vertice rudera ingentis arcis everisæ, conscendimus, & cum inde præcedentes stationes conspicuas esse videremus, loco designato pro tuguriolo, jugum illud Ameriæ, & Tuderto interjacens adivimus, & arborem longe conspicuam in summo vertice tugurioli vices supplere posse arbitrati, Tudertum inde descendimus, Perusiam progressuri, cui proximus ingens sane mons & amplissimo in longum dorso excurrens, Tertium, vel Tesium vocant, continuandis triangulis aptissimus videbatur.

Aeris inclementia. Rusticorum suspicio de thesauris quærendis: tuguriorum glades.

89. Processerat jam October, & commutato repente cælo immanis imbrium, grandinum, ventorum vis se effuderat procellis adeo frequentibus, ut non uno in loco ea tum temporis percrebuerit fama, visos in montibus proximis homines, quorum jussu effoderetur tellus, tuguria construerentur, dejicerentur arbores, ut nimirum in defossos inquireretur thesauros, quos malis commissos genis Rustici latere arbitrantur. Inde illam tantam cæli intemperiem, inde campis perniciem imminere.

re. Ea sæpe etiam pluribus aliis in locis evulgata post nostrum discessum ipsis etiam quandoque tuguriis pro signo erectis exitio fuit, uti tum quidem illud, quod in Interamnensi monte erectum fuerat, biduo post, non sine Rusticorum ope non solum concidit, sed & distractum est, ac iterum reparatum, concidit iterum. Alia itidem clades erectis semel tuguriis ejusmodi, ac signis perniciem sæpe attulit, Rusticorum, Pastorumque aviditas, qui ut clavos ferreos eruerent, proscindebant aliquando ramos ipsos, & molem furtim evertabant, quam licentiam ægre publica auctoritas, & gravissimarum poenarum minæ, publicis enim litteris Pontificia auctoritate conscriptis Gubernatoribus omnibus injunctum fuerat, ut nobis, & nostræ expeditioni quantum fieri posset, faverent, mederi demum potuerunt, quæ quidem nostræ incolumitati opportunissimæ satis nos ipsos ubique, magistratibus etiam adnitentibus, tutatæ sunt.

90. Verum nec Interamnensis illius montis, nec arboris in jugo Amerino relicte, quam Rustici paullo post nostrum discessum, necquidquam inhibiti, exciderant, usum fore ullum statim patuit, cum ad Perusinum montem

Præcedentes
binæ stationes
relectæ, ipso li-
mini montis ver-
tice deletæ, cum
Spolefino, ac
Perusino.

deventum est. Inde enim, quanquam 50 circiter passuum millibus distans, Sorianensis mons súdo cælo satis distincte conspiciebatur, ac alius se offerebat Spoletio non multum distans editus mons, qui quidem inde acuminatus etiam apparebat, eo autem situ erat positus, ut timeri omnino non posset, ne inde & Sorianensis Ciminus & Palumbariensis Januarius videri posset, ut idcirco cum iisdem tertium compleret triangulum, quartum autem Perusinus is cum eo, & cum Sorianensi præberet, in quo si arboribus aliis excisis, aliis decussis nonnihil, & vertice multatis tantummodo prospectus aperiretur, ingenti sane compendio triangulorum numerum minui posse videbamus. Nec vero alius ad usum poligoni intermedius mons ullus requirebatur, cum, ut ut ingentis trianguli, nullum plus æquo exiguum fore angulum appare-

ret.

ret. Nec vero dubitari poterat, quin in ipso perpetuo Appennini jugo vertex aliquis prope Nuceriam inveniri posset, ex quo & hic Perusinus, & Spoletinus ille conspicuus foret ad quintum triangulum terminandum.

Nucerinus mons
electus: accessus
in ipsum ren-
tatus necquid-
quam.

91. Perugia itaque post tugurium in ipso monte excitatum digressi, Assisium, & inde Nuceriam delati sumus, ubi imminentis verticem editissimi montis, Appeninum, vel Penninum etiam dicunt incolæ, conspicati delegimus, cum & Rustici affirmarent omnes, & Cives pluri-
mi, patere ex eo prospectum longissime inde in Pice-
num, & Adriaticum mare, hinc vero non in Spoletinos
tantummodo, & Perusinos montes, verum in remotissi-
mos etiam, & ipsi proximos urbi Romæ. Eum montem
cum Rusticis ad tugurium erigendum necessariis, quod
in delecta statione quavis continuo erigendum curaba-
mus, ut locum ipsi stationi designatum e longinquo pro-
spicientes possemus agnoscere, nubes densissimæ occupa-
runt verticem, quem ventorum furor, & imminens pro-
cella ipsis etiam Rusticis penitus inaccessum reddiderunt.
Redeundum igitur fuit infecta re, cumque in dies magis
cæli intemperies, atque inclementia sæviret, & in me-
dio nimirum Appenino nives etiam ingruere possent,
præscripto Rusticis & loco tugurii, quem ex ipsa Nuce-
rina urbe prospexeramus, & forma, retro iter fleximus
Fulginium versus, & Spoletium, ut de illo etiam, quem
e Perusino monte conspicati delegeramus, Spoletino
monte liceret certius aliquid nosse, quem, si poligono
aptum invenissemus, ut certa spes erat, habebamus ante
hyemem plusquam dimidium poligoni definitum, statio-
nibus per tuguria jam erecta designatis.

Fionchii Spoletini
montis delectus:
Laudes Antonii Anca-
jani nobilissimi vi-
ri.

92. Spoletium advecti ab Antonio Ancajano nobilif-
simo, atque humanissimo viro edocti sumus, montem,
cujus indicia prodebamus, eum omnino esse, quem
Fionchium accolæ dicerent, qui Ancajano suæ ditionis
pago, unde & nomen familia trahit, immineret. Quan-
tum ei viro debeamus, vix ego quidem satis explicare
pos-

possum, qui homines sibi ante ignotos, pro sua ipsa humanitate, & Geometricorum, ac Geographicorum studiorum amore, omni beneficiorum genere cumulavit, ac opera ipse sua adjuvit. Primum enim dum Interamnæ ad montes Ameriæ, & Tuderto interjectos haberemus iter, in exiguo pago, quod Quadrellorum nomine nuncupant, quo nobis transeundum erat, fere per vim retinuit lautissimo exceptos hospitio, ibidem enim cum suis, & conferta nobilissimorum hospitem turba rusticabatur, ac in fundum suum, ei proximum monti, quem tum quidem adibamus, dimisit. Spoletum autem advectos, & de novo monte sciscitantes ipse nos longo, ac difficili plurium milliariorum itinere omnino comitari voluit, me frustra obluctante, & intemperiem aeris, quæ jamdiu nos insectabatur, objectante. Ubi primum serenus affulsit dies, una montem conscendimus, quem nostris usibus deprehendimus aptissimum sane. Inde enim & Januarii illius montis, & Sorianensis, & Perusini, & Nucerrini patebat prospectus, quorum omnium positionem minoris quadrantis ope, ut & aliorum locorum plurium eo & inspectante, & adjuvante determinavimus, quod quidem ubicumque se commoda offerret occasio, & in hoc excursu, & in insequentibus omnibus ubique semper & in summis montibus, & in urbium, pagorumque turribus, quas continuo conscendebamus, præstitimus. Tugurio itidem definivimus locum in editissima parte longioris, & in aciei cujusdam formam acuti dorfi, quod tugurium ipso curante loci domino Ancajano, ita firmum constructum est, ut per annos plures nihil prorsus tota hyeme, ac ventorum immanium vi labefactatum perstiterit.

93. Et quidem cælo admodum sereno usi usque ad Meridiem, paullo post id ipsum, quod ego metueram, experti sumus. Primo quidem in summo monte nivem, tum in primo descensu gradinem, deinde vero ad noctem usque effusum imbrem. Ubi ego quidem, cum viderem, præ-

Horridus e monte descensus, ob cæli inclementiam.

præcipitem descensum pedibus, quam equo, minus & periculosum fore, & incommodum, equo famulis relicto, processu velocior, cumque per dimidiam fere horam comitatum omnem prævertissem, ac ad torrentem, qui Spoletinos muros præterfluit, devenissem sub ipsam primam noctem, imbre madidus adhuc decidente, quo torrens ipse excreverat, nec ibi adesset pons, nec comites, per dimidiam horam sub dio expectati nequidquam, adventarent cum equis, detractis caligis trajeci utcumque, quas in opposita ripa induentem Mairius, & Ancajanus ægre demum equis advecti, ac nihilo minus circumquaque disfluentes compererunt. Mirum sane, quod nullius valetudinem tantum incommodi tentaverit; sed iis jam nos in omni præcedenti itinere assueveramus. Illud magis mirum, ipsum viæ comitem Ancajanum ita nihil ea re deterritum, ut binis insequentibus annis, quibus cum ingenti quadrante in ipsius montis verticem redeundum fuit, nobiscum iterum, atque iterum redire voluerit, & observationibus interesse, quamquam tum quidem feliciore successu.

Gravissimum vitæ periculum in itinere Afsisio Nuceriam.

94. Idcirco autem hunc ego subitum hic casum commemoravi, ut constaret, nostros etiam hosce montes incommodis, ac periculis feracissimos esse, nec idcirco, quod in media Italia versaremur, minus difficilem, & molestam expeditionem nostram extitisse. Integrum enim, & satis amplum volumen perscriberem, si omnia commemorare vellem frequentissima incommoda, atque gravissima, & vero etiam præsentia plurima vitæ ipsius pericula, cum per præruptos, & ægre pervios sæpe calles, ac incerta itinera, cælo etiam dubio, & minus opportuno anni tempore eundem esset. Ut cætera omnia prætermittam, adhuc horresco animo dum mentem subit ea hujus ipsius itineris dies, qua Afsisio Nuceriam per transversos montes adivimus; triplo enim brevius est iter, quam si Fulginio Romanâ via eundem esset. In medio itinere viæ ducem improvise morbo correptum ita repen-

repente vires defecerant , ut progredi omnino non posset . Constitit , in rustica aliqua domuncula commoraturus : nobis progressum suadet , illud affirmans , pronam esse reliquam viam , & nihil omnino ambiguum . Processimus vecti equis , cum incerto bivio in transversum acti , deducimur ad arctissimam , & præruptam semitam per montis latus declive fere ad perpendicularum , & imo torrenti imminens . Angustia semitæ nec equos reflectere , & retro regredi , nec equis defilire , & se reptando subducere , permittebat : progressum interruptus imbribus callis pluribus in locis reddebat ita periculosum , ut equi ipsi contremiscerent : diu metum inter , ac spem processimus , & ægre demum post diuturnam animi agitationem evasimus in summum jugum . Rusticum errantem ibi repente fors obtulit , qui nos ingentis præmii spe allectus ægre demum per anfractus præcipientes ad alterius torrentis alveum deduxit , quo inter ingentia saxa , & periculosa vada centies hinc , & inde transmissis ad Romanam viam pluribus a Nucerna urbe milliariis delati sumus , ad quam nocte jam obscura devenimus . Verum hæc omnia imposterum raro admodum commemorabo , quod ad ipsum expeditionis nostræ scopum nihil pertineant .

95. Quoniam vero in dies magis inclementia aeris , & effusi imbres ingravescebant , quorum immani copia bis ea deinceps hyeme altissime elatus Tybris intra Urbem exundavit , & late effusus est , duodecima Novembris die Romam regressi sumus , ut majorum in primis instrumentorum constructionem urgeremus , reliquorum montium Ariminum usque inveniendorum cura amicis proxima loca incolentibus per litteras demandata , quibus montium conditionem , & situm , ac totam tuguriorum pro signo adhibendorum rationem exposui . Partim autem eorum consilio , partim ipsa observatione insequentis anni Autumno , quo Ariminum usque delati sumus , prioribus quatuor montibus binos alios adjecimus , alterum Catriæ nomine appellatum , Cantiano frequenti oppido proximum , alterum ,

Aeris inclementia semper major . Selecti bini montes Catria , & Carpegna , & collis dictus Mons Lurus .

terum, quem appellant Carpegna, qui nobilissimæ Romanæ familiæ nomen dedit, magnam ejus partem, & vicum ad radices positum possidenti, ubi postremus ex ejus familia celeberrimus Cardinalis palatium ingens, & magnificentissimis Romanis non impar extruxit. Gollem præterea ab Adriatico mari haud ita remotum adjecimus, Montem *Lurum* dicunt, in quo campanaria turris in summo vertice sola, ædificiis cæteris omnibus collapsis, ac ipsa sacrâ æde inferius extructâ ad collis latus, & longissime conspici, & facile dignosci poterat.

Septem stationum ope, & octo triangulorum conjunctus D. Petri tholus cum littore Ariminensi.

96. Porro Catriæ mons cum Pennino Nuceriensi, & Tetio Perusino quintum triangulum constituit, ubi polygonum nostrum nonnihil inclinatur, quatuor triangulis in Perusino monte cuspidem figentibus, cum ad reliquos terni tantummodo terminentur. Carpegnæ mons cum Pennino, & Catria sextum, Lurus cum Catria, & Carpegna septimum triangulum concludit, postremo octavo ad extremum basis in littore Ariminensi constituto cum Carpegna, & Luro. Ita 7 intermediis stationibus a D. Petri Tholo ad oram Adriatici maris Arimino proximam per 8 triangulorum seriem devenimus. Sed de iis, quæ ad Polygonum, & bases pertinent iterum sequenti anno.

Excursus in oram mari, & Hetruscæ viz interjectam. Sutrium: Romana arx: Viterbium.

97. Sex in Urbe diebus commorati curatis nonnullis, quæ ad instrumentorum constructionem pertinerent, & imbrium vi compressa, discessimus ad determinandum illum omnem tractum, qui Romanæ viæ in Hetruriam ducenti, ac Mediterraneo mari interjacet, conclusus hinc Tyberi, inde ejus finibus, quam nunc Hetruriam dicimus, quod ad secundum expeditionis scopum pertinebat. Eo nimirum per hyemem eundem erat, mitiorem ad mare campestribus in locis, & per æstatem aeris insalubritate inaccessis. Defleximus ex Romana via Sutrium vetustam urbem, sed infrequentem ad lævam; unde pluribus excursibus factis, plures observationes inivimus, nequidquam imbribus effusis iterum, qui nos hoc potissimum anno acerrimè sunt infectati. Est in primis longissime

me conspicuus per omnem Romanorum camporum planitiem, & maritimæ oræ ingentem tractum in coniformam assurgens mons lacui imminens, quem veteres Sabatinum lacum appellabant, nunc a finitimo oppido dicitur *Bracciani* lacus, ad observationes geographicas aptissimus, Arcem Romanam appellant finitimi, haud ita multo a Sutrina urbe distans. Ipsum etiam conscendimus, ubi dum quadrantem adhuc adhiberemus, imber subitus, ac diurnus multa nobis loca e conspectu primum eripuit, mox oppressit nos ipsos; sed præcipua quæque definita jam fuerant. Viterbio iterum ad lævam defleximus Tuscaniam vetustam itidem urbem, *Toscanellam*, nunc nominant, & olim frequentissimam, nunc aeris gravitate per æstatem potissimum intolerabili, cum omnibus circumjectis maritimæ oræ campis ita desolatam, ut e quinquaginta fere oppidulis, ac pagis ipsi olim subiectis, & frequentissimis, quos in urbis aula depictos vidimus, vix quatuor, aut quinque nunc habeant incolas, & quidem admodum paucos.

98. Inde eam, quam Faliscum olim montem dicebant, nunc *Montefiascone*, urbem generoso celebrem vino in Romana via positam devenimus, cujus eminent tholus longissime conspicuus ex remotissimis etiam montibus ingenti nobis adiumento fuit ad plurium locorum determinationem, ac cælo admodum sereno, sed solo nive obruto, in area subjecta arci dirutæ, nec ita multum distante ab ipso tholo, observationem habuimus copiosam inter ipsam nivem, determinata etiam distantia, & positione losi, in quo observatio peragebatur, a tholo, in quem ex aliis locis collineabamus, quod ubique accurate præstitimus. Illud tamen hic potissimum nobis obfuit, quod & alibi sæpe, ut loca maritima ad meridiem sub Sole sita se aspectui subducerent, quadam oblecta veluti nubula, & delitescencia in umbra sua, quod ubique meridianis locis per hyemem accidit, & quavis anni tempestate occideptalibus vespere, mane orientalibus. In-

Observationes
Montis Falisci
vulgo *Montefiascone*, Aculeæ,
vulgo *Acqua
pendente*, oppi-
di Verentani,
vulgo *Valentano*, & Canini.

de autem Romana via Aculam, quam nunc *Aquam pendentem* dicimus, extremam Pontificiæ dititionis urbem ex ea parte, & Hetruriæ finitimam delati sumus, cujus in ima quadam veluti concha depressæ positionem ægre omnino, nec vero tum quidem penitus, sed in alio deinde itinere per loca ad dextrum Romanæ viæ latus posita determinavimus. Regressi postridie aliquantulum Romana via, per oppida Verentaneum (nunc *Valentano*) & Caninum ad mare defleximus.

Per oram maritimam Graviscæ, Cornuetum, Centumcellæ: inde Tolfa, & Bracciano iter Romanam.

99. Graviscis (nunc *Montalto*), in oppido ad mare sito, & jam fere penitus diruto, finibus Hetruriæ proximo, observationes habuimus, vespere in primo adventu, tum insequenti die primo mane; unde per oram maritimam Cornuetum delati sumus, urbem itidem insalubrem, turribus editissimis ingenti numero ita confertam, ut sylvam quandam cupressis confitam procul inspectanti referat, & certam deligenti turrim ad positum determinandum, mutato ipsorum turrium prospectu, facile imponat. Meridie in editissima Faniorum turri observationes peregrimus, tum Centumcellas, celeberrimum maritimum emporium nocte jam intempesta devenimus, ea nocte, quæ diem 12 Decembris consequitur, qua nocte Lunarem ibidem Ecclipsim observare cupiebamus. Verum, nec eo maturius devenire licuit, ut quæ necessaria ad observationem erant, pararemus, & nubes, cælo per totam noctem obducto, phænomeni conspectum eripuerunt. Observationibus ibidem peractis, & aliquot excursionibus inde factis, montes, relicto mari, conscendimus, ac Forum Claudii, nunc *Tolfam* dicunt, tum quod supra nominavimus Braccianum adivimus, inde Romanam decima nona Decembris die regressi sumus.

Observationum ratio in toto itinere, perquisitione mapparum.

100. In omni autem hoc itinere (in quo urbes tantummodo, ac oppida præcipua nomino, vel quæ observationibus geographicis aptiora sunt, innuo, quod & in posterum præstabo, omissis reliquis) ubicumque, vel in ipso itinere, vel in oppidis, ac pagis, & vicis, ad quos delata-

delabebamur , se rei bene gerendæ præberet occasio , editissima continuo loca conscendebamus , turres campanarias in primis , & locorum , quæ inde videri possent positionem definiebamus , vel quadrantis minoris ope , vel alio instrumentorum genere tractatu faciliorem , ubi methodos plures , pro locis potissimum proximioribus adhibuimus cum fructu , quas quarto fortasse opusculo inuam . In urbibus autem , atque amplioribus oppidis , apud Magistratus , ad quos litteras Pontificiâ auctoritate conscriptas , ut & ad Episcopos , habebamus , excutiebamur diligenter quidquid mapparum esset , vel ejus generis monumentorum , quod ad finitimorum locorum , & fluviorum in primis positionem pertineret ; quæ quidem paucis admodum in locis totius Pontificiæ ditionis satis accurate definita invenimus , fere ubique nimirum neglecta .

101. Illud autem hic nequaquam omittam , non u-
 sticos tantummodo , & monticolas , sed & cultiores ho-
 mines aliquando in pagis , quamvis id quidem admodum
 raro nobis accidit , licet Pontificias viderent litteras , no-
 stris observationibus obstitisse . Est prope Vulsiniensem
 lacum nunc di *Bolsena* , exiguus S. Laurentii pagus in
 ipsa Romana via , ubi etiam equos rhedarii mutant .
 Cum eo transeundum esset , & a sacerdote Pagi sacro-
 rum Præfeco exporceremus , ut campanariam aperiret
 Turrim observationes instituturis , diu obluctatus ita
 obstitit , ut vix demum litteris Pontificiis ostensis , &
 minis etiam incussis , cesserit . Accepimus paullo post ab
 incolis persuasum illi , latere in ea ipsa Turri thesaurum
 olim abditum , quem viatores nonnulli præcedentibus
 diebus quæsierant . Alius alibi , quamquam incredibili
 cum modestia accedentes , multo durior atque asperior
 acerrime repulit iterum , atque iterum , post inspectas
 etiam Pontificias litteras , nec profuit quidquam conte-
 statio nobilis amici , qui Romæ me noverat , & ibi tum , ut
 apud ipsum diverteremus , ad ædes sane pro loco magnifi-

Observationum
 impedimenta a
 binis sacrorum
 Præfectis in hi-
 nis pagis .

cas nostro adventu cognito humanissime rogatos deduxit . Ne Turrim nobis ipse concederet Curator ille sacrorum , aut in ea se præfente aliorum auctoritate conscendere- mus , quod & accidit , se e pago proripuit , nec nisi post discessum nostrum regressus est , qui deinde Romam evocatus , increpatusque , errorem suum sero demum agnovit . Usque adeo vana nescio quæ superstitiõ homines dementaverat .

Mora in Urbe:
iter ad ostium
Tiberinum: ex-
undantia ipsius
Tiberis .

102. In Urbe tanquam hyematuri constitimus per mensem circiter , tempestate admodum pluvia , & observationibus inepta . Sub finem autem Januarii mensis infrequentis anni 1751 , ad Tiberis ostium missi sumus , ubi in postrema exundatione Tibris præcedenti mense repagula omnia labefactaverat , quibus in ipso ingressu in Tyrrhenum mare coercetur , ut naves velocitate fundum excavante , & aggestas a mari arenas dimovente , possit excipere . Eo libenter profecti sumus , tum ut , si quod imminente malo remedium se offerret , proderemus , & Urbis commercio consulere- mus , tum etiam , ut finitima loca , & utrumque Tyberis ostium , ac oram littoris , & turrium maritimarum situs definiremus . Vix eo deveneramus , cum iterum imbribus assiduis confluyente undique immani aquarum vi , exundare annis , & alvõ relicto universos circum campos obruere ; quo quidem tempore Roma iterum cimbulas vidit per urbis compita circumcursantes . Abest is locus a Portuensi urbe binis passuum millibus , nec ullas fere habet ædes præter publicas quasdam & arctas , & humiles , in quibus diversabamur , ac Turrim ad ostii tutelam extructam olim in ipso littore , nunc arenarum aggestione facta , remotiorem aliquanto ab ipso mari . Cæterum tuguria tantummodo piscatorum visuntur aliqua , & stramineæ casæ , in quibus tum quidem trecenta circiter capita Piscatorum , Nautarum , & Operarum ad ostii ipsius tutelam , ac reparati- onem pecunia publica conductarum versabantur .

Periculum in-
gens a fame ob
diuturnum an-
nonæ defectum .

103. Ubi primum erupit fluvius , ita brevi excrevit ,
ut

ut casas omnes, & tuguria occuparet. Nostræ etiam domus atrium impleverat aqua, & jam scalis ad superius tabulatum conscendebat, non sine aliquorum metu, ne nos obrueret, quod in tanta maris vicinia, quo se aquarum moles effundebat, fieri omnino non poterat, nisi forte ipsarum aquarum vis convulsas potius ædes evertisset. Longe gravius a fame periculum. Per octo integros dies obsessi constitimus, & nobis quidem annona non defuisset, sed miserabilis nos angebat tot inopum turba omni alimento destituta, cum quibus, quæcumque parata pro nobis fuerant, partiri erat opus. Admodum difficulter ad Portuensem urbem contra fluminis impetum per undantes campos naviculam misimus, ut panem adveheret, sed vix ullus ibidem inventus panis, in urbe nimirum penitus diruta, intra quam vix nunc quidem viginti homines vivunt. Ipse ille Pistor, qui panem Rusticis circumjacentibus, & ipsum ostium Tiberinum incolentibus sufficit, profugerat per eos dies ære alieno gravis, nec farinæ quidquam, nec frumenti reliquerat. Res erat sane commiseratione dignissima, & quæ lacrymas, vel invitis eliceret, cum tantam miserorum turbam videremus in summis tuguriis, in cimbarum malis pallentes, trepidantesque, ac panem inclamantes exaudiremus.

104. Et primo quidem die, cum forte campos, ac ripas telescopio circumspicerem, repente mihi sese obtulit fere mille passibus procul religiosus vir e Minimorum familia, cum egregiæ sane indolis adolescente, qui inter denfos cespites, dum e Portuensi urbe ad naviculam suam descenderent, undis circum affusis cohibiti, frustra manus tendebant, & inclamabant, nec conspecti, nec exauditi. Cimbam illico, cum peritis hominibus eo dimisimus, & in nostras ædes advectos communi mensa nobiscum excepimus per eos dies. Erat autem is quidem nobilis Helvetius Adolefcens, qui ad suos in Neapolitano regno militantes a matre missus, argento spoliatus omni in itinere, omnibus jam rebus ad iter necessariis care-

Religiosus vir,
& nobilis adolefcens periculo
subduci.

carebat. Quem Romam reductum, ad suos Neapolim transmissi deinde incolumem.

Nuncius Romam
missus: inde an-
nonæ subsidium.

105. Ingravescente igitur malo, & Tiberis tumore obfirmato, de nuncio Romam mittendo per affusos campos, neque enim contra fluminis impetum licebat ascendere, diu consultatum, ac demum ægre inventus est, qui cimbula exigua vectus cum binis remigibus tantum adiret periculi, qui quidem vix integro die per quinque milliaria ad proximos evasit colles, unde Romam citato cursu perrexit. Verum jam ex Urbe Magistratus de nobis, de militibus, de tanta inopum turba solliciti ingentem annonæ vim validiori navi impositam secundo fluvio demiserant, quæ quidem ad extremam necessitatem adductis peropportune advecta est, nec ita multo post undarum resedit furor, & Tybris alveo sese restituit.

Valli labes: us-
vium periculum.

106. Per eos autem dies nobis prospectantibus moles omnes ad ostium ipsum ingenti vallo, & tabulatis extructæ hinc, & inde ab amnis alveo, quas priore exundatione Romana labefactatas diximus, convulsæ, & ex altera parte penitus in mare illatæ sunt, & contractæ, ex altera inclinatæ, prostratæque ita, ut nulli usui jam esse possent; ac una ex iis noctibus parum abfuit, quin quidquid aderat onerariarum in ipso fluminis ostio periret, cum una ex iis amplior aquarum impulsu assiduo vallum, cui alligata fuerat convellere jam cæpisset, cui malo ægre inter nocturnas tenebras remedium adhibitum.

Auctoris scri-
ptum de re tota
Mappa Mairii
Tiberinæ insulæ.
Alter excursus
eodem, & valli
reparatio.

107. Ego quidem & phænomena omnia per eos dies, & locorum situs, diligenter expendi, ac meam de re tota sententiam longiore scripto Romam redux magistratibus tradidi, illud indicans, quas tanti damni crederem causas, quid remedii censerem esse imposterum adhibendum, ne similes exundantiæ fluvii, quas nec ab ostio pendere, nec penitus summoveri posse arbitror, penitus iterum omnia vertant, ac prouant. Mairius autem mappam etiam Tiberinæ insulæ diligenter delineatam

tam

tam adjecit . Porro nos quidem , reducto in alveum Tiberi , Romam illico regressi sumus , unde iterum cum aliis earundem rerum peritis ad decernendum demum , quid facto opus esset , haud ita multo post eodem redivimus . Ad vallum vero deinde restituendum biennio fere ingens operarum numerus defudavit .

108. Interea ad basim dimetiendam prope ipsam urbem Romam nos comparavimus . Ejus locum invenimus in longo Appiæ viæ tractu Albanæ , & Romanæ urbi interjectum , aptissimum sane e regione Januarii montis , cum quo satis idoneum triangulum contineret . Eam viam jamdiu a viatoribus derelictam , ob lapidum , quibus olim constrata fuerat , loco dimotorum incommodum , viginti circiter ab hinc annis , fere penitus eruerunt ii , qui ad Romana sternenda compita , lapidum ingentem vim inde transtulerunt in Urbem , ut idcirco identidem tantummodo extent lapides editiores illi , qui hinc , & inde viam mediam apud Romanos coercebant . Pluribus autem in locis jam & aratro dimota terra segetes proveniunt . Hinc , atque inde continua visitur sepulchrorum antiquorum series , quorum tamen nonnisi rudera quædam extant , & parietinæ aspectu horridæ , quæ tamen , cum iis ipsis veteris viæ lapideorum laterum vestigiis nobis plurimum profuit . Nam omnis ille ejusdem tractus qui ab urbe Roma ad Albanam portam porrigitur , rectissimus omnino est . Affurgit illa quidem nonnihil prope S. Sebastiani ædem , ubi ingenti gyro erigitur lapidea mole sepulchrum Metellæ cum veteri inscriptione adhuc incolumi , apud antiquitatis studiosos celeberrimum . Inde visitur constrata viæ pars , qua ubi nonnihil processeris , Albanæ portæ adiacentem editam veterem Turrim conspicis per medium viæ ductum , inter binas sepulchralium ruderum veluti lineas , ut de directo positu dubitare non liceat .

109. Pro altero igitur basis extremo ipsam Metellæ molem delegimus , punctum nimirum illud , quod in eadem

H

Via

Basis extremi
fines : ejus op-
portunitas : pe-
riculum a cani-
bus .

via mediæ inscriptioni respondet ad perpendicularum , alterum autem , ubi infra eum locum , quem *Frattochias* dicunt , tribus circiter ab Albana porta milliariis ipsa via interrumpitur pomario , circumsepto qua muro , qua maceria , ad Columnensium familiam pertinente , & ipso villulæ ex opposita viæ parte respondente . Ibi autem paullo ante maceriam ipsam lapidem in editiore loco , basis dimensæ finem , effossa humo condidimus , certis circum signis adjectis , quo deinde facilius inveniri posset . Profuit sane nobis illud , quod via ipsa a nullis jam viatoribus frequentaretur , ne quis nimirum opus inchoatum interturbaret , verum ipsa tanta solitudo parum abfuit , quin & exitio mihi fuerit semel potissimum . Cum enim uno tantummodo comitatus homine ad locum , ubi præcedenti die mensuram abruperamus , incederem , e pastorum mapali viæ jam desertæ proximo immanis se octo ingentium canum effudit vis , quorum impetum capto tumulo , & densam ejaculantes lapidum grandinem , diu colluctati ægre compressimus , uno graviter vulnerato , cæteris a Pastoribus , qui e longinquo accurrerunt demum , revocatis . Hujus basis mensuram cepimus ineunte Aprili mense , & bis incredibili aeris intemperie , & imbrium vi coacti abrumpere , ac Romam regredi (initio enim prope Metellæ sepulchrum ad alterum caput basis , sub finem vero in Albana urbe alteri capiti propiore noctes transegimus) vix demum progresso jam Majo mense absolvimus .

Instrumenta ad
basim dimetien-
dam necessaria :
tria tigilla: vir-
ge ferreae duæ .

IIO. Instrumenta in ea dimensione adhibita erant hujusmodi . Habebamus tria illa tigilla ternarum mensurarum singula , quarum quælibet continebat palmos 9 , utriusque autem singulorum capiti adscripti erant numeri 1 , 2 , 3 eodem ordine , quo collocari debebant in directum . Singula itidem tigilla habebant quatuor horizontales lamellas ex auricalco infixas sibi , quarum binæ ad extrema capita , binæ ipsis ad easdem distantias interjectæ , per exigua puncta in iis notata tres illas mensuras distinguebant .

bant. Aderat regula ferrea illa 9 palmis longior, in qua intervallum 9 palmorum bina tenuissima puncta denotabant. Alia ferrea regula habebatur ipsi par cum binis cuspidibus sibi perpendicularibus, quarum altera fixa, altera mobilis ipsi regulæ ferreæ per cochleam firmissime adnectebatur ita, ut cuspidum intervallum produci ad libitum posset, vel contrahi, quod instrumentum appellant fidelem circinum, ob cuspides parallelas, & firmissime connexas. Hujus ope pluribus vicibus singulis diebus, e priore regula eruebatur mensura illa palmorum novem, & transferebatur in lamellas tigillorum, ut innotesceret, quantum ex aeris mutatione singula ipsorum intervalla mutata essent. Qua autem methodo per transversas quasdam lineolas in lamellis inscriptas hæc ipsa productio minutissime deprehendi posset, in IV opusculo exponam.

III. Præterea aderant tripodes sex cum horizontali plana mensula regulæ lignæ crassæ verticali affixa ita, ut elevari posset, & deprimi, ac ope cochleæ, ubi liberet, detineri, cum ligneis amplioribus, sed gracilibus cuneis imponendis mensulæ, & capiti tigilli supponendis ad elevationem ipsius augendam nonnihil, vel minuendam. Libella etiam aderat ex tubo liquore pleno cum bullula aeris, instrumentum notissimum, & pendulum e filo tenui. Accedebat Reaumurianum thermometrum ad definiendum caloris gradum. Hic erat omnis instrumentorum apparatus. Operas præterea quatuor conduxeramus, cum puero, qui omnibus præsto esset. Hoc autem ordine procedebamus in dimensione.

Tripodes, cuneis libella, pendulum, thermometrum:

II. Constituebatur primum tigillum super binas binorum tripodum mensulas in directione basis, & in plano horizontali, tum super secundam mensulam, & tertiam secundum tigillum, super tertiam, & quartam tigillum tertium. Ubi tertium collocatum esset, dimovebatur loco suo primum, & super quartam, & quintam mensulam collocabatur. Una ex Operis erat Faber murarius manu, & ingenio promptus, cujus curæ commissum erat,

Dimensionis ratio: cura primæ Operæ disponentis tripodes.

ut novum tripodem collocaret in directum cum prioribus in distantia debita ab eorum proximo, quam funiculo metiebatur, cujus ipse alterum caput, alterum in media priore mensula tenebat puer, vel nostrum alter. Curabat itidem, ut mensula horizontalis esset, quod facile præstari poterat, puero, ubi solum horizontale non esset, faxa, vel cuneos supponente iis binis pedibus, qui mensula horizontaliter collocata elevati essent a solo. Ut autem ad eandem horizontalem proxime altitudinem jaceret mensula, id præstabat ipsam elevando, vel deprimendo, dum in eodem jaceret plano cum reliquis, teste oculo ad ejus marginem collocato, tum in ea ipsam positione obfirmando ope cochleæ.

Cura transferentium tigilla.

113. Dum hæc ille pararet, bini alii homines tigillum novum transferebant singuli singula tenentes capita, & imponebant postremæ e prioribus mensulis, & huic novæ. Id autem præscriptum fuerat, ut posterius tigilli caput priori mensulæ imponeretur summa cum dillgentia, ne quidquam ipsa mensula cum tripode commoveri posset; nec vero ad contactum deveniret novum tigillum cum priori, quo minus esset periculum ipsius commovendi, sed caput capiti proximum collocaretur, cujus superficies superior, si forte non penitus, ob exiguam aliquam mensulæ inclinationem, in eodem esset plano cum superiore proximi tigilli superficie, elevabatur nonnihil ope duplicis cunei, aciebus in contrarias partes directis; ut autem id novi tigilli caput elevari deberet, non prioris, præscriptum fuerat ei, qui tripodes, & mensulas collocabat, ut antrorsum potius nonnihil pendentem collocaret mensulam, quam retrorsum.

Ratio, qua directio debita obtinebatur.

114. Interea nostrum alter ad caput postremi tigilli directionem novi manu indicabat, prospiciens Albanam portam per ductum reliquorum binorum, & ductum itidem mediæ viæ a veteribus sepulchrorum rudibus satis indicatum, vel ubi, quod raro admodum contigit, viæ situs aliquanto demissior, aut nebula, perspectum.

Alba-

Albanæ portæ eriperet , prospiciebat perticas , quas tum erecto positu defigebamus pluribus locis in mediâ via , cujus marginis frequentia occurrébant indicia . Is nimirum , qui tripodem cum mensula collocaverat , suum tigilli caput commovebat in dextrum , vel lævum latus ad nutum ipsius , dum posterior ex iis , caput alterum tigilli manu elevabat tantillum supra priorem mensulam , ne qui interea motus in ea cosequeretur .

115. Nostrum alter libellam imponebat tigillo , quæ si ejus inclinationem aliquam proderet , statim is , cui mensulæ cura demandata fuerat , eam nonnihil elevabat , deprimebatve , ut opus erat , iis , qui tigillum detulerant , assistentibus , & ipsum vix quidquam elevantibus , ne in priori mensula motus aliquis accideret , ac , mensulâ novâ elevatâ , vel depressâ , restituentibus , donec libella horizontalem positum proderet . Aliquando autem & cunei duplicis ope antè hoc tigilli caput elevabatur , vel mensula in latus pendente nonnihil , ad horizontalem positum redigebatur . Et quidem hæc omnia exercitatis aliquantulum Operis admodum expedite , ac tuto præstabantur . Ea autem curabantur ad superstitionem usque , licet tripodum , & mensularum soliditas omnem metum motus cujuslibet e tigillis prius positis summovertet . Semel autem accidit , ut subitus venti immanis impetus tigilla , & tripodes everteret , quo casu iterum ad locum , unde primo mane discesseramus , regressi sumus cum mensuris .

Qua positio horizontalis .

116. Novo tigillo constituto accurrebamus ad posterius novi , & antè veteris tigilli caput , & circino assumebamus intervallum exiguum illud inter puncta lamellarum ipsius tigillorum capitibus affixarum , quod transferebamus in scalam Tychonicam partium tenuissimarum , & distantia ipsa consignabatur in libello , in quo tabula pro mensuris parata fuerat , quatuor columnas continens , quarum prima numerum exprimebat mensurarum , terna simul tigilla continentium , secunda inter-

Notatio intervallorum : ratio notatōnis .

val-

vallum inter tigilli tertii caput anterius, & primi posterius, tertia inter primi anterius, & secundi posterius, quarta inter secundi anterius, & tertii posterius, ac in vertice scriptum erat *ad primum, ad secundum, ad tertium*; unde fiebat, ut nec in numero mensurarum errare possemus, cum in quavis nova collocatione novus numerus loco suo scribendus esset, nec, nisi ternarum mensurarum numeri omitterentur, possent reliqui consentire cum numero ipsis tigillorum capitibus adscripto. Ubi enim ad tertium ex.gr. procederetur tigillum, distantia conscribenda fuisset in ea columna, quæ ad caput haberet *ad secundum*. Porro tabellam ipsam summa diligentia parabat Mairius, qui & numeros conscribebat incredibili cura, ac conscriptis etiam numeris, plerumque iterum capiebatur intervallum ipsum, quod ante etiam frequentissime uterque nostrum cum scala seorsum contulerat.

Tripodum, &
instrumentorum
translatio: usus
thermometri.

117. Quarta Opera tripodes transferebat, ut primæ præsto essent, ac eam capsulam, in qua ferrea longior regula cum fideli illo circino, & Reaumeriano thermometro servabatur alicubi in umbra, quo thermometro caloris etiam gradum identidem observabamus, ut de ferreæ novem palmorum regulæ longitudine constaret, quod quidem admodum diligenter præstabatur, licet in climate temperato, & virga Soli nunquam exposita, per quam exiguum intra eundem diem observaretur discrimen. Medius autem caloris gradus hujus mensuræ tempore prope virgam fuit 17 supra numerum 1000, qui glaciem denotat.

Quid, ubi solum
inclinabatur, ad
horizontem.

118. Ita autem licebat procedere, ubi solum diu fere horizontale perstabat. Ubi autem inclinatio aliquanto major mensulam vel elevare plus æquo coegisset, vel deprimere; tum vero anterius prioris tigilli caput non mediæ mensulæ imponebatur, sed procurrebat ultra ipsam, ac ultra alteram mensulam procurrebat itidem caput posterius tigilli novi, vel elevatum magis, vel depressum, ut res ferebat, ut nimirum mensulæ posteriores adhuc deprimi possent magis, vel elevari ad positum tigillorum hori-

horizontalem habendum, & pendulo demisso curabamus ut capiti alteri, alterius capitis situs responderet, vel circino capiebamus inferioris distantiam a filo penduli. Id quidem raro opus erat, cum & viæ ductus pluribus in locis ad horizontalem positum satis accederet, & mensuræ, non ita exiguo intervallo elevari possent, ac deprimi. Idcirco autem sex tripodes requirebantur, ut si alicubi nimis declivè, vel acclivæ solum esset, & ad novas quasque tigillorum positiones pendulo utendum foret, binis quodque tigillum mensulis imponi posset. Id solum in exiguo postremæ basis tractu nobis contigit, quo in editiorem locum evasimus, ut inde prospectus pateret in alterum basis extremum, & Januarium illum primum poligoni montem, qui cum ipsa basi triangulum debebat constituere, primum omnium dimensionum principium, & normam.

119. Ubi autem opus abrumpebamus vel adventante nocte, vel imbrium vicino metu, ex anteriori tigilli capite demittebamus pendulum in excavatam foveolam, & laterem, in cujus superficie linea transversa designabatur, admovebamus filo penduli ita, ut ab eo lateris ipsius facies raderetur e regione ipsius lineæ designatæ, ac laterem condebamus: tum ubi opus iterum resumebatur, detecto latere, idem tigillum collocabatur penduli ope in eodem situ præcedenti, vel novum ita, ut pendulum ex ejus capite demissum raderet eundem laterem.

Quid, ubi abrumpebatur, ac resumebatur.

120. Hac dimetiendi methodo nec humi reptare cogebamur, ut cum Bouguerio Condaminus, nec tigillorum motum pertimescebamus, & septingentas, vel octingentas hexapedas metiri in dies singulos nullo negotio poteramus, ut octo, vel novem diebus totum opus absolveretur. Verum aeris inclementia, & imbrium vis coegit nos sæpius opus abrumperè, & bis, ut monui in desperationem actos Romam redire, ne & nos in ea solitudine nequidquam commoraremur, & operas pretio conductas frustra detineremus. In ipsa autem mensura,

Dimensio basis, bis interrupta: absoluta diebus 12. ejus longitudo.

nos

nos exereuimus per dies tantummodo 12, quam die octava Maij absolvimus, nec eam basim iterum dimetiri libuit, cum ipsa uti decrevissemus pro basi verificationis, ut ajunt, & alteram in Ariminensi littore æquiore solo multo facilius bis dimetiendam pro basi præcipua destinaremus. Invenimus autem reductionum omnium ratione habita, in ea basi palmos $53562\frac{2}{3}$ quos, hexapedæ modulo recepto, constitit valere hexapedis $6139\frac{1}{3}$ quamproxime a media inscriptione Metellæ, ad lapidem defossum in tumulo Frattocchianæ illi Columnensium mæceriæ proximum. Invenimus enim mensuram nostram palmorum novem continere lineas pedis Parisiensis $891\frac{10}{100}$, quarum hexapeda continet 864, adeoque esse ad illam ut 89130 ad 86400, sive ut 2971 ad 2880.

121. Instabant interea Societatis nostræ Comititia ad novum Generalem Præpositum deligendum, ad quæ Anglicana Provincia Mairium destinaverat, pro altero e binis electoribus suis, quæ in diem Junii 21 indicta fuerant, & is ad eum diem Romæ debebat adesse iterum. Id quidem, ut & nondum absolutus quadrans, in causa fuit, cur de poligoni angulis dimetiendis per æstatem, quæ sane ei operi aptissima omnino est, cælo plerumque sereno magis eo anni tempore, & minore in montuosis locis calor vi, consilium capere non liceret. Utrumque enim ea res, si satis accurate perfici debeat, Observatorem requirit. Libuit itaque, ne id omne tempus, quod ad Comititia supererat, sine fructu præteriret, eam Latii veteris lustrare partem, quam nunc Maritimam provinciam appellant, & Campaniam, ac ad Occidentem Tyberi, & Sabinis, ad Boream Appennino jugo, ad Orientem Neapolitano Regno, ad Meridiem Tyrrheno mari concluditur, ut locorum positus definiremus ad geographicam mappam corrigendam.

Mairius ad Comititia delictus: quid actum interea.

Iter Roma Taracina per oram maritimam tum Norbam usque.

122. Die igitur Maij decima septima Roma cum minore quadrante digressi sumus, & per Gandulfi arcem, ubi ex ædibus Pontificum rusticationi destinatis, observatio-

vationes inivimus; patet enim in omnem maritimam oram prospectus, per Albanam, ac Velitrensem urbem, observationibus utrobique institutis, Antium adivimus, ubi apud Eminentissimum Cardinalem Corfinium, ibidem enim cum universa familia rusticabatur, hospitati sumus. & tum in ipso eorum palatio, tum in edita Costagutorum villa coram tot nobilissimis hospitibus observationes habuimus. Inde per oram maritimam Circærum, ac Taracinam, tum Romana via Privernum, & Setiam adivimus, ultra quam urbem excursu facto Serminetam devenimus, & Norbam observationibus ubique institutis, præter ipsum Circæi montis verticem, ad cujus radices in turri, quam Paulam dicunt, pluribus diebus immani nebula occupante cælum, & ipsum montem, nec sine nubibus aliquando, & imbre, incassum commorati, ex altero montis latere in edito sancti Felicis pago observationes inivimus, ac montis accessu desperato, locum reliquimus, ad quem Geometriæ practicæ peritum Juvenem hoc demum anno cum quadrante, vicinos enim tum agros metiebatur, submisi, qui inde etiam Vesuvii verticem e fumo cognitum, cum Antio, & pluribus Latii locis conjunxit.

123. Norba retro cursum refleximus, ac in editissimum, & aptissimum observationibus Geographicis erecti pagum, incolæ appellant *Rocca secca de Massimi*, per angustas fauces trajecto jugo montium, quod maritimam Provinciam a Campania dirimit, Frusinonem devenimus, inde Pophium, & Cepranum, quod oppidum in ipsis est Regni Neapolitani finibus via Romana, quæ Cassinum ducit; unde Arcenum montem conscendimus, & Soram delati sumus, quæ loca in Neapolitano quidem regno sita, sed in ipsis finibus, & observando Pontificiæ ditionis tractui opportuna, non omittenda censuimus, cum potissimum hujus ipsius Romanæ Provinciæ Collegium Soræ habeamus, & fas esset omnino, ut in tanta vicinia cum nostris sacrum Pentecostes diem celebraremus, quo

Iter Norba Serminetam usque.

die multo ante Meridiem eo devenissemus, nisi nos diu effusus imber, & grando, qua totum repente solum est obrutum, in sædissimo stabulo detinuisset.

Iter Sora Civitellam usque .
Treba : Sublacum .

124. Soræ biduo commorati, & observationibus institutis in Pontificiam ditionem regressi sumus, ac per oppida Montem S. Joannis, & Bovillas nunc *Bauco* Verulum, ac Alatrium devenimus. Inde Fumonem conscendimus oppidum editum, & toti Campaniæ imminens, cujus ingens tractus inde facile observari poterat; tum ad dexteram deflexo itinere nos intra montes abdidimus asperos Trebam usque, nunc *Trevi*, oppidum olim & frequens, & nobile, quod in angusta Anienis valle quatuor circiter passuum millibus infra ejus fluvii fontem, & Feletinum oppidum jacet, montibus editis circumseptum ita, ut ægre admodum ejus positio definiri possit. Positione tamen ipsa utcumque definita, Anienis ductum sequuti per loca admodum aspera Sublacum devenimus Divi Benedicti cœnobio, & sacro celeberrimo specu, tum in editum pagum ascensu horrido sane everti sumus, *Civitellam* vocant, opportunum observationibus locum, quas tamen ægre, nec nisi postridie instituerre licuit, partim imbrium immani intemperie, quos in toto fere hoc itinere, licet Junius mensis esset, omnino præter reliquorum annorum morem experti sumus viæ, & observationum nostrarum comites infestos, ac molestissimos, partim ejus inurbanitate, qui ibidem sacrorum Curator, accessum in campanariam turrim interdicebat. Ibi enim accidit, quod num. 101 narravi pluribus.

Iter inde usque ad pagum & montem *Gnadagnolo*.

125. Ex eo oppido Palianum descendimus, celeberrimam Columnensium familiæ arcem, cujus vertex summus copiosissimæ observationis opportunitatem exhibuit. Inde Anagniam nobilem, & opulentam urbem; tum Campaniæ valle trajecta, Signium devenimus in urbem ad montium latera sitam, Ferentino, cujus positionem ex pluribus jam locis definiveramus, relicto in medio Anagniam inter, & Frusinonem. Hic rursus immani imbrium vi deprehensi

prehensi biduo constitimus, tum ipso solemni die, quem *Corpus Domini* dicimus, urgebant enim angustiae temporis, ubi primum illuxit, turrim Campanariam conscendimus, & caelo admodum sereno, flante ita acriter Borea, ut in ipsa aestate immani frigore contremisceremus, copiosam admodum observationem instituimus; deinde vero sacris rite peractis, equos conscendimus, & paullo ante Meridiem advecti in oppidum, quod nunc dicitur *Valmontone*, aliquibus vero est vetus Labicum, in magnificentissimo Pamphiliorum Palatio, quorum juris est ipse locus observationibus institutis, Præneste per summum meridianum æstum adivimus, ubi per aliquot comorati horas, re bene gesta, proximum montem conscendimus, in quo & pagus exiguus est (ibi autem erat olim urbs ipsa) ac in ipso pago companaria turris, ex qua prospectus fere circumquaque longissime patet. Ibidem ad noctem usque perstitimus, tum montoso admodum, & molesto itinere nocte jam intempesta, assiduo labore fessi, delapsi sumus in oppidum in ima situm angusta valle ad radices editissimi montis, quem cum exiguo pago ipsi summo vertici imposito dicunt *Guadagnolo*. Oppido nomen Poli, quod ad nobilissimam pertinet familiam de Comitibus, & magnificentissimæ adjacet eorum villæ, quam dicunt Catenam. Reparatis nocturna quiete viribus, insequenti die, primo mane in ipsum pagum evecti sumus, ex quo multo etiam longius, quam ex illo Januario monte paucis inde millibus disjuncto prospectus patet in omnem Sublacensem vallem, in universam circum Campaniæ oram, & ultra eam in regnum Neapolitanum, ultra Romanam urbem in Mediterraneum mare, ultra Sorianensem Ciminum montem in ipsam Hetruriam.

126. Observationes ad loci puteum extantem alte instituimus, tum ad alterum montis latus prope celeberrimam per ea loca Beatæ Virginis ædem, *Mentorellam* appellant, in edita rupe, in qua S. Eustachii sacellum, ut vulgo ibi creditur, ceryi ibidem cum cruce visi in alta fronte me-

Iter inde usque ad regressum in Urbem.

moriã servat ; ac iterum conscenso summo monte , eodem regressi sumus , unde mane discefferamus . Inde sequenti die , trajecta amplissima valle , in Tusculanos montes evasimus , ac in editissimo pago , *Rocca Priora* dicitur , nocte transacta , & observationibus habitis , insequenti die laboriosissimo sane , primum quidem trasmiffa valle , quæ Algido subjacet , in eum ipsum Velitrensis montis conscendimus verticem , in quo in postremo Italico bello prius quidem Germani brevem , tum iis inde pulsis Neapolitani , atque Hispani stationem habuerunt admodum diuturnam , ac circa meridiem in ardentissimo Sole commorati per horas tres ob ingentem loci opportunitatem , Cinthianum descendimus nunc *Gensano* Cæsarinorum oppidum amoenum , & frequens , ac observationibus in colle proximo ad pedem semidirutæ turris institutis , declinante ad occasum die ingenti gyro , Aricia , quod Ghisiorum oppidum est , Arce Gandulfi , Marino , Columnensium oppido , Tusculum multa jam nocte devenimus in celebrem Romani hujusce Collegii villam , ex qua insequenti die Romam regressi sumus Junii tertiadecima , tanto itinere cum observationibus tam multis breviorē quam unius mensis tempore peractis .

Albanus mons
cur omiffus .

127. In hoc itinere Albani montis verticem opportunissimum itidem observationibus astronomicis , longissime enim circumquaque prospicitur , omiffimus , quod & ibi aliàs Mairius observationes instituerat plures , & ex ipsa Tusculana villa facile erat eo feriarum autumnalium tempore insequentibus annis excurrere , quod ipsum deinde est præstitum . Illud autem hîc omittendum non cenfeo , quod nos quidem in omnium , quorum plurima subivimus , gravissimum , & præsentissimum certæ mortis periculum adduxit , aliis autem prodesse potest per maris littora iter habentibus .

Præfens gravissimum vitæ periculum .

128. Antio Circæum petebamus , rheda vecti per ipsum littus , quod ostio Fogliani lacus , ita eum appellant , ac pertinet ad Pontinas Paludes , interrumpitur ,
nec

nec eo unquam Rhedarius transferat. Significatum autem nobis fuerat, esse quidem in eo ostio aliquid periculi per hyemem, per ætatem omnino nihil: posse nos tuto sequi littoris ductum, qui ad ipsas esset Circæi montis radices facili admodum, & tutissimo itinere rhedam deducturus. Ad id ostium devenimus, & quoniam Custos Turris Paulæ ad Circæi montis radices positæ, ante binas horas equo vectus forte præcesserat, eo suos Rhedarius immisit equos in aquam, ubi recentia ejus equi vestigia observabat, id maxime tutum ratus. Jam per plures passus processerat, cum repente ex adversa ripa Custos ille ipse, qui ibidem in medio itinere ad umbram diu conquieverat, & tum maxime equum conscendebat progressurus, conspecta rheda, quanta maxima voce potuit, inclamare, ac manu indicare, ut consisteremus, ac ad dexteram converso itinere, ab ostio longius per ipsum maris fundum circumiremus. Ubi ad eum longiore gyro deventum est, se quidem agnoscere pronunciat, ac præsentem venerari Divinam providentiam, quæ nos in tanta solitudine salvos ejus ope voluisset. Se videlicet loci peritum eo caute processisse, ut fundi statum perspiceret: invenisse imbrium vi, qui præteritis diebus effusi deciderant, infuetam ea tempestate undarum copiam e lacu ad mare transmissam, ac earum impetu perruptum vadum ita, ut binorum hominum altitudinem præceps hiatus superaret. Eo immisissis equis, necessarium omnino fuisse rhedam subsequi, qua & equi, & Rhedarius, & nos oppressi, atque aquis obruti sine ullo effugio perivissemus, quin fortasse, arena iterum opplente hiatum, posset ulli mortali quidquam de nostro exitio innotescere. Cavendum nimirum id maxime in lacuum, & minorum fluviorum ostiis, ut per maris fundum multo utique solidius, gyro ampliore tam equo, quam rheda factò, evitetur periculum, quod intra ipsa ostia occurrit frequens.

129. Binis mensibus in Urbe constitimus, quo tempore Mairius Comitiis, ego quadrantis constructioni ur-

Tentaminu irrita pro quadrantis reedificatione.

gen-

gendæ, quæ nobis absentibus parum admodum progrediebatur, & corrigendis nonnullis, quæ ad telescopia, & micrometra in primis pertinebant, operam dedi. Sub initium Augusti mensis quadrantem demum absolutum recepimus. Paulo post ipsum receptum, ejus rectificationem etiam aggressi sumus, pluribus angulis captis ex editiore specula in ipsis Urbis moenibus a Cardinali Valentino extracta intra elegantissimam villam suam, ut & integri quadrantis correctio, horizonte toto circumquaque per ipsum dimenso, & singularum partium ad eadem intervalla applicatarum discrimen, quo a se invicem differrent, innotesceret. Sed ea examinis ratio non ita accurata est, ut non plurium minorum secundorum errorem admittat; quæ quidem cum ex voto nequaquam succederet, ac interea tempus effugeret, illud consultius fore duximus, si ante ipsum quadrantis examen poligoni angulos definiremus, quos deinde, explorato per otium quadrante corrigeremus, Et quidem alia etiam Arimini tentamina instituimus nequidquam, donec, posteaquam in Urbem itineribus omnibus absolutis regressi sumus, construi potuit instrumentum quoddam a me inventum, quod in quarto exponam opusculo, quod ad hujusmodi usus aptissimum fore censeo, ut superius innui, & nobis quidem plurimum profuit.

Cura pro signis
in montium verticibus. Ordo
itinerum speratus.

130. Curaveram ego quidem interea illud, ut in Sorianensis montis vertice dejectis arboribus, quæ prospectum impedirent, unica relinqueretur, quæ pro signo esset, & tugurii expleret vices. Id quidem auctoritate publica præscriptum fuerat, nec nimio futurum erat incolis damno, quorum quilibet potestatem habet, sternendi quotcumque ejus generis arbores, lignandi causa. Verum nec satis multæ dejectæ fuerant, in dorso potissimum, quod vergit Spoletium versus, nec in ipso nudato vertice unica, sed tres haud multum a se invicem distantes relictæ fuerant, quarum binæ, dum eas ex urbe Roma prospiceremus, in directum positæ cum ipsa urbe,

be.

be, in unicam videbantur coalescere, quæ ipsa cum tertia ita apparebat, ac si bini essent ingentis arboris divergentes rami, quod, ubi eo devenimus, deprehensum sero, mensuras initas primo hoc anno turbavit plurimum. Rogaveram itidem amicum per litteras, ut in ipsis Gatriæ, & Carpegnæ verticibus tuguria extrui curaret, ac ad reliquorum tuguriorum reparationem, plura enim per hyemem labefactata fuerant, proximarum urbium, vel pagorum Præfectos per litteras excitaveram. Quibus peractis, sperabam equidem ejus anni autumno, posse angulos omnes poligoni definiri Ariminum usque.

131. Primum, igitur, ut poligoni angulorum mensuram aggredieremur in binis extremis Romanæ basis, signa excitari curavimus, quæ a Januario monte plusquam 24 passuum millibus distante videri possent. Quæ quidem cum ex editiore loco optice projecta in humum videri deberent, alia ratione construenda erant. Tria nimirum tigna crassiora erigi curavimus ita, ut rectæ lineæ, quæ a medio ad extrema tendebant, rectum angulum constituerent, altero latere directionem basis servante, altero vero ipsi perpendiculari ad sensum. Eorum vertices transversis tignis coniuximus, tum crassiore cannabina tela calce illita binas illas facies a medio tigno ad extrema obduximus. Et primum quidem in ipsa summa sepulchri Metellæ mole constituimus, prope murorum pinnas, quæ inscriptioni imminent, cum subiecto altiore tabulato, ubi possemus cum ingenti quadrante consistere; unde prospectus in alterum basis caput pateret, & in Januarium montem; secundum autem in tumulo ipsi alteri basis capiti proximo. Eodem autem die, & angulos ad primum basis caput determinandos suscepimus, quo die parum abfuit, quin & quadrans, ubi primum adhiberi cæperat diffringeretur, & nos ipsi cum iis murariis fabris, qui tabulatum construxerant, periremus.

132. Tota nimirum moles binis trabibus horizonti parallelis innitebatur, quarum altera jam olim fere pernitus

Signa in extremis basis capitibus.

Ingens & nostrum, & quadrantis periculum.

nitus in transversum resecta fuerat, sed obductus pulvere sectionis margo non apparebat. Quadrantem ingenti labore sustulerant murarii fabri in eam altitudinem, quem antequam ipsi tabulato imponerent, & nos, & ii tabulatum ipsum conscenderamus; cum subito pressa pondere trabs paulatim cessit, & penitus diffracta est, tabulato partim inclinato, partim collapsio. Mairius ex altera parte ad trabem firmam verticale tignum brachiis amplexus hæsit incolumis: ego in majore periculo constitutus, cum mihi solum sub pedibus viderem discedere, profilui in murum proximum, qui ad pinnarum pedem procurrebat nonnihil, & pinnam utraque complexus ulna ægre periculum evasi. Fabri alii alio profilverunt inter saxa ex edito sane loco, nec defuit, qui & vulnus acceperit. Si ex externa molis parte, qua editissimus est murus, nec usquam procurrit, tabulatum fuisset constitutum, actum omnino erat de nobis, ac si in illud ipsum tabulatum, quod fornici interiori imminerebat, una nobiscum quadrans illatus jam fuisset, nulla is quidem ratione in ea subita ruina servari potuisset.

Ratio observationum in singulis stationibus. Observationes ad extrema Romæ basis.

133. Revocatis a subito terrore animis, & reparandi tabulati cura commissa, observationes in alium diem distulimus, quo die observationes ipsas ad utrumque caput ejusdem basis absolvimus. Hæc autem erat observandi ratio, quam & ibi, & ubique deinde in stationibus omnibus tenuimus. Collocato primum quadrante in situ proxime horizontali, dirigebamur telescopium fixum in alteram e stationibus inde observandis, telescopium autem mobile in alteram, & eodem tempore singuli singulorum telescopiorum ope in eas collineabamus, ne quis interea adveniret motus. Quadrante in eo situ collocato mutabamus telescopium, ut qui prius per fixum collineabat, jam collinearet per mobile. Ubi satis constaret fila telescopiis inserta omnino stationibus respondere, angulum, quem mobilis regula ostenderet, æstimabamus alter post alterum, & æstimationem nostram conferebamus

mas, in quam raro admodum quatuor, vel quinque secundis nostra discrepabant judicia, quod ubi accideret, iterum accurate notabamus omnia. Dicam autem in quarto opusculo, qua ratione per divisiones, quæ in limbo quadrantis aderant, collato prius telescopio mobili cum fixo, quod fiebat semper, ætimationis ipsius judicium efformaremus. Porro singulis angulis observatis, notabamus diligenter distantiam, & positionem centri quadrantis, respectu medii ejus signi, prope quod observatio ipsa peragebatur, cum potissimum in montibus in medio tugurio observationem instituere non liceret. Id autem ad correctiunculam angulis observatis adhibendam necessarium omnino erat, & facilis admodum est ea correctio, de qua fortasse aliquid ipso quarto opusculo.

134. Ubi de omnibus ejusmodi angulis satis constiturat, tum vero, sublata regula cum telescopio mobili, & quadrante in verticali situ collocato, ac pendulo adjecto, primo quidem eam, quam rectificationem dicimus, ope duplicis telescopii fixi præstabamus, cujus rationem itidem exponam opusculo quarto, tum altitudines supra horizontem stationum omnium, vel depressiones infra ipsum definiebamus altero pe telescopium collineante in stationem ipsam, altero eodem tempore observante penduli positum, cujus pondusculum immittebamus in aquam, ne diutius agitaretur, & si ventus forte adesset, instrumento ad ipsum præparato, penduli filum protegebamus.

Observationes altitudinum supra, & depressionum infra horizontem.

135. Iis observatis angulis ad caput utriusque baseos, quadrantem alio die in summum verticem tholi D. Petri cum incredibili operarum labore eveximus, tota enim moles cum lignea capsula, quam ut ad omnes casus tutior esset, crassiolem fieri curaveramus, fere 300 libras pendebat. Ibi observationibus peractis, sed Sorianensi monte ægre trans nebulam prospecto, postridie ejus diei, erat autem Augusti prima, & vigesima, ex Urbe egressi sumus, & Palumbariam delati, ac quadrante in summum

Observationes in summo tholo D. Petri, & monte Januario: iter Sorianum.

evecto montem, primo quidem die per nebulam observare non licuit; secundo observationes habuimus ita tamen, ut & signum ad Frattocchias ægre admodum videri posset, Sole jam obliquo, & tres illæ arbores Sorianensis montis ingentem parerent ambiguitatem. Re tamen utcumque peracta, Romam regressi sumus, & Sorianum adivimus illico, cujus monte conscenso, statim potuit, tres pro una arbores relictas, & nimis paucas circa ipsam dejectas.

Observationes
in summa arbore
montis Sorianensis.

136. Illud autem in primis accidebat incommodum, quod a summo vertice Spoletium versus montis dorsum paullo humilior, & aliquanto longius, prospectum ex ea parte surripiebat. Optimum sane fuisset consilium, si arbores omnes, quæ in ea directione jacerent, illico abscindi jussissemus, sed incolis id ægre ferentibus, & affirmantibus, posse firmissimum inter crassiores adhuc arboris ramos tabulatum constitui, unde prospectus pateret late, & quo vehi posset quadrans, indulgendum censuimus. Et quidem elato in tabulatum quadrante, quævis aura, utut levissima, concussis frondibus, ita movebat tabulatum ipsum, ut observatio peragi omnino non posset. Sed decussis frondibus omnibus ejus arboris, quæ erat una e tribus relictis, motum admodum exiguum experiebamur ita, ut satis serenum diem nacti, quem ut demum nancisceremur saltem decies in montem conscenderamus sesquihoræ itinere ex oppido, in quo per binas hebdomadas commorati suimus, observationes peragi, tuto inde posse arbitraremur.

Iter Spoletium :
observationes
Geographicæ in
itinere, & in
summis montibus.

137. Iis peractis, & ejus arboris frondibus omnibus, & minoribus ramusculis rescissis, altera autem dejecta, ut unica frondescens, ac virens relinqueretur, discessimus inde eodem, quo superiore anno itinere, Ameriam, tum non Interamnam, sed obliquo itinere Spoletium, observationibus minori quadrante habitis pluribus in locis in itinere, quod ipsum in posterioribus omnibus ejusmodi itineribus præstitimus. Illud autem hic semel innuam,

in

in summis montibus, quidquid temporis superesset, id omne impensum fuisse semper in determinandis majore quadrante positionibus earum urbium, vel insignium locorum, quæ caderent sub conspectum, nec post nebulas, vel sub adverso Sole delitescerent.

138. Fionchio in monte felicior extitit observationis exitus, ubi enim primo conscendimus, eodem die cælum invenimus circumquaque admodum sudum, ut & Palumbariensis, & Sorianensis, & Perusinus, & Nucerinus mons admodum distincte conspicerentur. Inde igitur digressi Romana via primo Fulginium, tum Nuceriam devenimus. Distabat inde Penninus mons millibus passuum non amplius quinque, & tamen ægre admodum post horas quinque equis vecti in summum verticem evasimus ad tugurium, quod e Fionchio monte prospexeramus. Verum irritus cessit labor omnis, cælo nebulis, & nubibus tecto pluribus in locis, quæ plurium e stationibus observandis aspectum surripiebant. Quare ibidem aliquandiu necquidquam commorati, quadrante in pastorum montanorum custodia relicto intra tugurium, regressi sumus Nuceriam infecta re.

Observationes in Monte Spolino: iter Nuceriam, & irritus in marem ascensus.

139. Id quidem cum admodum molestum accidisset, ne iterum tanto labore irritum necquidquam defatigaremur, in exiguo vico sito ad montis latus, Muscianum appellant, haud ita multo distante a salubribus celeberrimis Nucerinis frontibus, sedem fiximus in rustica domuncula, aberat autem duarum, vel trium horarum itinere a summo vertice. Ibi per novem integros dies commorati sumus, neque enim, nisi rei bene gerendæ spes cælo sudo affulgeret, conscendebamus in montis verticem, quem inde quater adivimus, cum prioribus tribus vicibus, vel ipse ille vertex intra nebulam, dum ascendebamus, se condidisset, vel alii montes inde prospectandi delitescerent. Et ibi quidem cum etiam imbres ingruerent, qui nos in vico ipso plures continuos dies detinuerunt, rogata venia a Nucerinò Episcopo, qui nos Nuceriæ excep-

Mora in vico ad ejus radices: Cura divinorum pro humanis non succedentibus.

perat domi suæ, omnium Rusticorum, qui vicum incolabant, Confessiones excepimus, quos ego & concionibus, & catechesi ad id ipsum disposueram, ut nimirum, cum humana, & Philosophica succederent minus, Divina, & Theologica curaremus.

Observationes
in monte perquam incommo-
dæ, sed demum
habitæ.

140. Effuso tandem gravi imbre Boreas erupit die 21. Septembris, quo die confestim in montem evasimus. Usque ad Meridiem, eoque amplius nebulæ texerunt verticem, quibus dissipatis, & Spoletinus, & Perusinus apparuit mons, Catria adhuc obtecto. Sed Borea ingravescente tandem, & is emerfit e nebulis, & observationem licuit perficere, quam tamen in noctem ipsam produximus. Ita autem intensum erat frigus, dum instrumenta componerem, & in arca concluderem, ut per plures menses manus alterius digitos ægre deinde contrahere potuerim, torpore quodam oppressos.

Terremotus:
gravis, & periculofus
lappus, sed insons.

141. Ibidem quodam die, dum multa jam nocte vigilarem adhuc, & litteras ad Cardinalem Valentium darem, quem eorum, quæ gesta erant, bis in hebdomada faciebam certiorum, gravis repente totam domunculam Terremotus concussit, qui quidem haud ita multo ante *Gualdum* vicinum oppidum, & plures vicos everterat, quem ipsum adjeci casum in ea epistola. At multo gravius periculum per eos dies subiit Mairius, & Divina ope evasit. Dum de more montem conscenderemus, itineris dux per breviorum, & fere ad perpendiculum erectam semitam nos quodam die perduxit. Ego quidem ætate floridior, ac viribus, periculo commotus pedes subibam; Mairius gravior annis, equo vehebatur; cum repente fasciâ, qua ephippium pectori equi adstringitur, diffractâ, is cum toto ipso ephippio per equi dorsum retro inter saxa corruit præceps, me ad tantum periculum horrore penitus exanimato. Nunquam nobis præsentius Dei O. M. præsidium adfuit. Surrexit prorsus illæsus, & alligata fascia, atque arctius adstricta, eodem æquo in summum montem evasit incolumnis.

142. Po-

142. Postridie ejus diei Nuceriam regressi sumus, tum Romana via Fulginium, ac Perusiam. Inde statim sequenti die in montem cum quadrante perreximus, & quidem sereno cælo observationes plures peregimus illico, sed frustra Carpegnæ montem indicio tugurii, quod amicus ad eam diem sponderat, quæsiuimus telescopiorum ope. Nusquam tugurii, aut alterius signi in monte extantis indicium, nec erat, qui ipsum Carpegnæ montem e Rusticis nobiscum advectis satis ostenderet. Erat autem conspicuus is, quem Montem S. Mariæ nuncupant, Tiferno proximus cum edita turri, quem cum aliquo alio monte, & Catria novum triangulum constituere posse arbitrati, ejus positionem determinavimus, & Perusiam regressi sumus. Cum eo die ejusmodi ab amico litteræ ad me deferuntur, quibus significabat, necessarium omnino esse nostris usibus Carpegnæ montem, se autem a signo erigendo ab Hetruscis militibus impediri, qui Cæsaris nomine superioribus annis Carpegnæ vicum, & Scavolini pagum, cum magna montis parte occupaverant, & de finibus contendebant, prope quos id ipsum signum erigi oportebat, opus omne prohibentes, nulla spe dimovendi a proposito homines, quibus litterariam eam esse, non militarem expeditionem necquidquam ostenderat.

Observationes in monte Perusino: gravis, & inspectata rerum omnium perturbatio: mons Carpegnæ impeditus.

143. Iis litteris acceptis concidi animo, nihil enim ad me unquam de stationis sede in dubia ditone deligenda perscripserat, cujus rei si suspicionem habuissem aliquam, facile fuisset omnino obstaculum, quod deinde summotum est, præcavere maturius. Videbam autem tum quidem nec ita facile, nec ita brevi rem omnem explicari posse. Litteras perscribendas esse plures, quæ dum abeunt, & redeunt, adventante hyeme, omnem mensurarum rationem turbatum iri. Consilio capto, quo quanto maturius fieri posset, summoverem obstaculum, interea Tifernum cum quadrante procedendum arbitrati sumus, ut videremus, an ipse Carpegnæ mons præte-

Iter Tifernum, tum inde Pisaurum usque: cura obstaculi removendi.

præteriri posset . Eo igitur abiimus , inde Appennini jugum conscendimus , tum binas urbes post eum jugum in angusta Metauri valle sitas adivimus , quarum altera S. Angeli in Vado (aliqui Metaurense Tifernum vocant) altera ab Urbano octavo Urbanæ nomen habet , & locorum situ explorato , satis manifestis indiciis cognovimus , eo ipso Carpegnæ monte , ac ea ejus ora omnino opus esse , ex qua nimirum Ariminense littus pateret , & quæ cum Catria , & Perusino monte triangulum constitueret satis idoneum , ac alterum nihilo minus idoneum cum monte Luro . Quare litteris Tifernum datis , ut quadrans inde Cantianum ad radices Catriæ montis mitteretur , nos inde Forum Sempronii , tum Fanum , & inde Pisaurum adivimus , in toto eo itinere observationibus ubique minori quadrante pro mapparum correctione institutis . Ibi dem autem Joannes Franciscus Stoppanius tum quidem Præsul , & Urbini Præses , nunc autem Cardinalis , & ejusdem Provinciæ Legatus , cui nos Cardinalis Valentius in primis commendaverat , humanissime excepit , qui & tum quidem , & deinde semper , pluribus enim vicibus Pisauro transeundum fuit , apud se cum omni humanitatis significatione detinuit , ac etiam deinde Urbini in ædibus suis hospitari voluit , & per universam Provinciam suam , qua commendatitiis litteris , qua sola etiam auctoritate , ita semper adjuvit , ut quantum ipsi debeamus , nulla umquam prædicatione satis efferre possimus .

*Iter Ariminum
usque : detecta
in eo itinere sta-
tio montis Lari.*

144. Consiliis cum eo ecommunicatis , dum omnia explicari possent , Ariminum nos contulimus , ut basi dimetiendæ idoneum locum , quem prius etiam prope Fanensem urbem , nisi melior alius occurreret , non inaptum inveneramus , in littore exquireremus , & astronomicis observationibus certam inveniremus sedem , ac interea ad mapparum correctionem excursiones aliquot haberemus , donec , obstaculo summoto , liceret in vertice Carpegnæ montis tugurium excitare pro signo , & locum adi-

adire cum quadrante . Pisauro igitur Ariminum versus discessimus , sed in eo itinere defleximus nonnihil ad lævam , ut Montis Luri positum inviseremus , quem quidem nostris usibus deprehendimus aptissimum sane , ut nobis fuerat significatum . Inde enim & Catriæ , & Carpegnæ mons videri poterat , & omne Ariminense littus citerius , cum ipsa urbe Arimino , quæ inde 15 passuum millibus abest recto itinere . Inde vero Ariminum delati sumus septima Octobris die .

145. Dum ibi litteras expectamus (accessit autem ad cætera infortunia & illud , quod litteræ , quas ad me dederat Cardinalis Valentius Ariminum cum mandatis , ex quibus omnis reliquorum itinerum pendebat ratio , & litterarum , alio destinatarum redditio , tabellariorum incuria , vel fato nescio quo , interciderint , nunquam enim deinde sciri potuit , quid iis accidisset) , & oram maritimam basi dimetiendæ aptam invenimus Arimino Pisaurum versus , & adivimus Sancti Marini oppidum , quod exiguum quidem , sed libertate , quam adhuc servat post plura illæsam sæcula , celeberrimum , qui quidem locus in ternas admodum editas montis cuspides turribus munitas desinens , longissime hinc Picenum ipsum prospicit , inde postremos Ditionis Pontificiæ fines ultra Comaclum . Sed nebuloso , & pluvio cælo , non nisi proxima tum quidem loca inde determinavimus .

Excursiones variaz ad inappæ correctionem, in S. Marini oppidum in primis .

146. Præterea & aptissimum observationibus astronomicis locum invenimus in ædibus Comitis Francisci Garampii Ariminensis Patricii , cujus viri innumera in nos collata beneficia , quibus satis exponam verbis , ignoro . Is quidem a prima adolescentia Astronomiæ amantissimus Cultor extitit ita , ut Eustachius Manfredius , vir tantus , eum , quem auditorem habuit Bononiæ , ut suum adiutorem commemoret . Cum inde Romam advenisset , mihi ætate suppar , mecum jam ab anno 1736 Mercurii transitum sub Sole observavit in hoc Romano Collegio , quo quidem tempore , & arcitissimo amicitiæ vinculo conjuncti fui-

Locus observationibus Astronomicis delectus in ædibus Garampianis : Garamplorum laudes .

fuius , & perenne litterarum comercium retinuius , ubi is in patriam redux , Uraniam ipsam in suas ædes deduxit , descripta meridiana linea , comparatis telescopiis , & minore quidem , sed satis accurato quadrante , ac horologio oscillatorio , quorum instrumentorum ope & observationes habuit plures , Ecclipsium in primis . Nec iis tantummodo studiis delectatus , exemplo Josephi fratris Canonici , ut vocant , Basilicæ D. Petri , & Vaticani archivi custodis , qui tam multa ad omnigenam potissimum antiquitatis eruditionem pertinentia typis edidit per totam litterariam rempublicam notissimus , in veteres codices , & nummos inquirat diligentissime .

Francisci Garampii merita erga totam hanc expeditionem .

147. Is igitur , cum in nostro Ariminensi Collegio nullus observandis sideribus proximis vertici locus esset idoneus , sponte nos ad ædes deduxit suas , & sua omnia instrumenta humanissime exhibuit , in quibus omnium maxime horologium oscillatorium Astronomicum , quod alibi invenire nequaquam licuisset , opportunum fuit , ne & ipsum cogere ex Urbe advehere . Nec satis id ipsum habuit : omnibus fere semper observationibus interfuit , nos & Arimini , dum observationes Astronomicæ peragerentur intempesta nocte , vel summo mane , & in Feretrani montis oppido totius Provinciæ capite , dicunt *Penna di Billi* , in suas excepit ædes , & laute admodum , ac splendide , & nobiscum Carpegnæ montem ad observationes rebus compositis habendas adivit , ibidem commoratus , ac in nostrum usum geographicas observationes instituit plurimas , & ad nos Romam transmisit , quas inter Sarsinæ positum definivit , quam quidem unicam Pontificiæ ditionis urbem in mediis montibus abditam nostris nos observationibus nequaquam determinavimus , ejus industriæ nihilo minus fidentes , quam nostræ .

Iter Pisaurum :
Laudes Annibalii Oliverii .

148. Iis constitutis Pisaurum regressi sumus , & primo quidem apud Stoppanium Præsidem , tum ingenti nobilissimorum hospitem adventante turba , apud celeberrimum , ac doctissimum virum Annibalem Oliverium Patri-

triciū Pifaurensem insigne Pifaurenſis Academiae decus, & columen, cui nos ipſe Præſes commendaverat. Eum autem hominem præterire nullo modo poſſum, qui nos omni beneficiorum genere & tum quidem, & inſequenti anno cumulavit, nam & in villam ſuam, Nubilariam, vel Novilaram dicunt, ad obſervationes pro mappæ correctione habendas ſecum vexit, & in fundum ſuum, *Granarolam* nominant, a Monte Luro binis diſjunctam paſſuum millibus ipſe deduxit cum conjuge matrona lectiſſima e nobili familia Bellutiorum, qui nos in S. Marini oppido ſe digno exceperunt hoſpitio. Nobiſcum autem & ad montem Lurum acceſſit obſervationum ingenti quadrante peractarum teſtis eximius.

149. Variis Piſauri obſervationibus inſtitutis, variis excuſſionibus factis, delatæ ad me ſunt demum litteræ Octobris die 27, quibus ſignificabatur, ſummoto jam omni impedimento, poſſe tuto in Carpegnæ monte & tugurium extrui pro ſigno, & obſervationes inſtitui. Quamobrem inſequenti die continuo diſceſſimus, & per oppidum S. Marini Pennam adivimus, & Scavolinum, ubi omnibus compoſitis poſtrema Octobris die, ipſo Hetruſcorum militum Præfecto comite montem conſcendimus, ac locum, & formam Tugurii extruendi præſcripſimus. Erat primo mane cælum admodum ſudum, ac via in loco tam arduo glacie conſtrata identidem, & jam in ſummum conſcenderamus jugum, cum repente e mari ingens candentium nubium erupit vis, quæ brevifſimo tempore ad montem ipſum delata eſt. Dum digredimur nos in Carpegnæ vicum diſceſſuri, illi reſſuri Scavolinum, ingens e nube nivis copia, cum immani, ac turbineo vento nos pene oppreſſit: proſpectum autem omnem eripuit. Descendimus tamen incolumes, & diſſipato nimbo eodem inde die ad oppidum S. Angeli in Vado ſub noctem devenimus, unde citato paſſu inſequenti die Aquilaniam, & Callium delati, quam urbem montibus obſitam, utut ſtationi proximam Catriæ montis, & Cantiano

Summorum obſtaculum Carpegnæ: iter eo, & inde Callium, ac Cantianum.

tiano oppido , ægre utcumque determinavimus , ac eodem die ante noctem Cantianum ipsum advenimus .

*Irritus conatus
ascendendi in
Catriam : iter
Urbinum , &
Ariminum : no-
va consilia .*

150. Ibi quadrantem invenimus , ac indicto in sequentem diem accessu ad Catriæ verticem , primo mane discessimus cælo potius sudo , verum antequam in medium montem evasissemus , nubibus omne circumquaque cælum obrutum minabatur imminentem procellam , occupato nubibus monte ipso , ac ingenti ventorum colluctantium vi personante . Plures horas ad ignem excitatum perstitimus , si forte ipse ventorum impetus nubes dissolveret , sed incassum . Redeundum domum fuit infecta re , ac primo mane insequentis diei montis vertex cum ipso tugurio nostro nivibus obrutus apparuit . Momentibus autem omnibus eam jam anni tempestatem advenisse , qua intractabile prorsus sit id montium genus , & inaccesum , Rusticis ipsis , atque Pastoribus procul profugientibus , desperavimus demum de reliquis poligoni angulis eo anno dimetiendis , & consilium cæpimus Ariminum redeundi , itinere Urbinum directo , ut ejus urbis , & circumjacentium aliquot locorum positiones ad mappæ correctionem definiremus , ac Arimini dimetiremur basim . Ea enim definita , & excursu per Romandiolum , & Bononiensem , ac Ferrariensem provinciam facto ad mappas corrigendas , si interea sector , qui quidem promissus fuerat , advenisset , poterant ibi sane observationes Astronomicæ institui primo vere , tum sectore Romam transmissio , definiri reliqui poligoni anguli , ac iis definitis Romanæ observationes peragi post regressum per montium stationes .

Adventus Ariminum : præparatio ad dimetiendam basim .

151. Quinta Novembris die Ariminum devenimus , ubi statim , quæ ad basim dimetiendam necessaria erant , tigilla in primis cum lamellis , ac tripodes cum mensulis curare cæpimus ; advenerat enim ex Urbe Roma interea regula illa ferrea cum fideli circino , & thermometro : Ubi Cantiano discessimus , loci Governatori plurimum commendaveramus , ut quadrantem nobis statim transf-

transmitteret equo vectum, non carro, ne nimirum, licet firmissime in capsam crassiorem compactus esset, quidquam loco dimoveretur, quod ubique curavimus, quoad ejus fieri potuit, ac ut & in summos montes vel equo, vel hominum humeris educeretur. Erat animus, dum quæ ad basim dimetiendam necessaria erant, pararentur, in quadrantis ipsius divisiones inquirere. Sed eum vix demum sub mensis finem recepimus. Lentissime interea & exiguus ille instrumentorum apparatus procedebat, ut auctoritate etiam publica interposita ægre demum quamvis amplo promisso pretio sub ipsum Novembris finem omnia habuerimus in promptu.

152. Basim eam in littore selegimus ab ostio fluvii Aprusæ Arimino proximi Pisaurum versus per octo circiter passuum millia. Tredecim dies in ea basi bis dimetienda insumpsimus, aliis aliquot admodum paucis interjectis, quibus imbrēs immodici opus interturbarunt. Toto eo tempore aeris temperies fuit ad sensum eadem; quinque graduum medius calor in thermometro supra mille. Fere autem semper ejusmodi nebulam habuimus, ut nisi primo die admodum frequentes palos in directione basis defigi curavissemus per ingentem ejus tractum, in directum progredi nequaquam licuisset, quod ipsum curandum fuit, quotiescunque dissipatâ insequentibus diebus nonnihil nebulâ initium, & finis mensuræ producendæ apparebat.

*Basis in litto-
re dicbus 13 du-
plex dimensio.*

153. Hæc basis non tota in directum jacuit, ob aliquam littoris curvaturam, & in majore ab ipso mari distantia immane arenæ ventorum vi agitatae, qua cumulos, qua hiatus, sed binis constitit rectis lateribus inclinatis exiguo flexu, ubi definitis per mensuram binis lateribus, & quovis e tribus angulis trianguli, quem basis rectilinea cum binis lateribus inclinatis continet, admodum tuto basis illa ipsa rectilinea definitur, sine ullo ad sensum notabili erroris periculo, licet etiam dimidii minuti primi error in eo angulo committeretur, qui

*Basis forma con-
stans binis late-
ribus inclinatis
nonnihil. Ejus
longitudo.*

quidem committi omnino non potuit, cum in ea mensura majorem quadrantem adhibuerimus. Porro flexus ipse, sive angulus, quem alterum latus contineret cum altero producto, inventus deinde fuit graduum 9, min: 7, secundorum 45, ex quo angulo, & binis illis lateribus tertium trianguli latus, sive basis rectilinea profluit palmorum 52674. 3, sive hexapedarum 6037. 62.

Cura in ea dimetienda: tigillorum curvatura: discrimen valoris.

154. Eadem hanc, qua priorem illam basim, methodo dimensi sumus, sed hic præterea, cum ingens illa perpetua nebula cæpisset ipsa tigilla incurvare nonihil, præter longitudinem pluribus in dies singulos vicibus collatam cum ferrea regula ope circini, explorabamus curvaturam ipsam ope filii vi tensi methodo, quam in quarto opusculo exponam. Hujusmodi curvaturæ correctio pro tota hac basi infra etiam dimidium pedem se continuit. Ejus in prima basi rationem habueramus nullam, quod nimis exiguam videremus, & quidem si etiam illi Ariminensi æqualis extitisset, qua fuit omnino minor, vix in toto gradu errorem produxisset $\frac{2}{3}$ hexapedæ, qui, assumpto etiam medio inter eas bases, ultra binos pedes non excrevisset.

Triplex difficultas: maris tractus, & torrentis alveus, ac arenarum cumuli interjecti.

155. Porro triplex in ea dimensione difficultas nobis occurrit. Primo quidem torrentis Amarani ostium interpositum, ad mare ipsum admodum angustum, & fundo firmiore, ubi vero nobis trajiciendus erat torrentis, perticarum plurium, & fundo instabili ita, ut opus fuerit exiguum illum tractum dimetiri ope trianguli, definita fere æquali distantia in ejus ripa eorundem tigillorum ope, & angulis ita diligenter observatis, ut omnino ne exiguæ quidem partis unius digiti error timeri posset. Deinde exiguus etiam maris tractus trajiciendus quandoque fuit littori curvato proximus, tum nimirum, cum æstus maris elevaverat aquas, & in littus aliquanto ampliore tractu effuderat. Quo quidem casu, nobis e proximo littore adspectantibus, homines conducti pretio, qui se jam in ejusmodi mensura exercuerant nobiscum per multos

multos dies , in aquam nudis immissi cruribus nostras supplebant vices , & tigillorum intervalla iterum , atque iterum circino capta ad nos deferebant , consensu probante fidem . Demum aliquo non ita exiguo tractu , in majore a mari distantia per illos ingentes arenarum acervos , & hiatus eundem fuit , quod ut minus incommo- dum accideret , binos alios tripodes altissimis pedibus paraveramus , quibus utebamur , ubi foveæ altiores occurrerent , dimota , ubi adessent tumuli , arena , donec arenæ ipsi impositum tigillum in plano horizontali collocaretur .

156. Illud etiam notandum omnino est , cum tigilla ad ferream mensuram exigeremus , aliquando ejusdem tigilli unus e trientibus contractior reperirebatur , productis reliquis , vel viceversa , quod sanè nulli alteri causæ adscribi debet , nisi diverso fibrarum textui , quæ ubi humore imbuebantur magis , ibi & contrahebantur , aliis fortasse ipsa ejusmodi contractione effugientibus quosdam veluti nodos , & se laxantibus . Quidquid causæ fuerit , phenomenon certò nobis innotuit .

Tigillorum contractiones , productionesque : mirum ibidem phenomenon

157. Notandum demum & illud , in secunda binorum nostræ basis laterum dimensione , quam inivimus , regrediendo ad caput , non aliud discrimen nos invenisse , nisi duorum pollicum . Id vero non casui cuidam tribui debere , sed nostræ in mensuris capiendis diligentiae , tum illa satis manifesto evincunt , quæ cavisse nos in ipsa dimensione admonui , tum illud in primis , quod ubi in regressu deventum erat ad lapides , vel lateres ante sepultos in præcedentium dierum sine , fere nunquam a veteri nova mensura distaret satis ultra unum digitum , donec mediam basim prætergressi nulla jam signa invenimus , undarum vi confusa nimirum , & abrepta procellâ immani , quæ per eos dies defæviit .

Consensus admirabilis inter binas dimensiones

158. Porro tum in singulis extremis binorum laterum punctis , tum in eorum concursu , alte effossa arena per vim adegimus ligneum ingentem cuneum , in cuius superiore facie accurate complanata , binæ rectæ li-

Cunei extremis punctis bases alte defossi , & obrecti , ad ea invenienda iterum .

ncæ

neæ admodum alte incisæ, se decussabant ita, ut earum reftarum concursus responderet ipsi initio, vel fini lateris, & arenâ aggestâ eisdem cuneos condidimus, signis quibusdam adjectis, quorum ope ipsa eorum loca nobis tantummodo innotescerent, ut nimirum ubi angulorum mensura ineunda esset, facile inveniri possent.

Regressus in Urbem ad curandum sectorem.

159. Dum basim dimetiebamur, ex Urbe ad nos perscribitur, sectorem nec transmitti, nec vero absolvi posse, nisi nos præsentem adessemus. Quare mutato iterum consilio Romam regredi coacti sumus sub ipsum Decembris finem. Romana via perreximus Pisauro, Fano, Senogallia, Ancona, Laureto, Recineto, Tolentino, Fulginio, Spoletio, Interamna, Narnia, & Fescennio, quæ urbs nunc dicitur *Civita Castellana*, ac in iis urbibus, ut & in omnibus interjectis oppidis, ubi se commoda præberet occasio, observationes inivimus pro mappa corrigenda, sed paucas admodum anni tempore importuno.

Locus adhibendo sectori in conclavi musæi Collegii Romani.

160. Romæ Sectoris constructioni adesse oportuit, quem non nisi sub finem Februarii mensis absolutum recepimus, & hic in Kirkeriano Romani Collegii Musæo collocavimus, in eo conclavi, in quo meridianam habemus lineam constratam lapide, & horologium oscillatorium egregium. Commode autem ipsius conclavis pavimentum fornicis admodum valide est impositum, & tabulato superiori tectum imminet, ut proinde aperta tabulati parte exigua, & fenestra in ipso tecto, facile in ipsum zenith pateret prospectus ad stellas vertici proximæ observandas.

Nonnulla ad Sectoris descriptionem pertinentia enunciata, alia promissa.

161. Totum sectoris machinamentum, & usus multiplices exponam opusculo quarto diligenter. Hic illud satis est notasse, curam nos maximam adhibuisse semper, ut filo penduli teste, quod limbum sectoris fere perraderet, sector ipse positionem haberet verticalem, ac ut in plano meridiani jaceret accurate. Curaveramus & illud, ut telescopii axis, qui in nostro sectore est fixus, (neque enim ullum mobile filum habetur intra telescopium;

pium, sed in limbo ipso lamella mobilis ope micrometri eo adducitur, ut filum penduli radat aliquam e divisionibus, sibi nimirum proximam, unde æstimari possit, quantum a medio limbo discedat filum ipsum, & angulus exhibeatur) esset proxime parallelus plano instrumenti, & ita erat perfectus sector, ut facile posset vitri objectivi centrum admoveri ejus plano, vel inde removeri ad parallelismum ipsum acquirendum. Sed ut admodum accurate haberetur parallelismus ipse, nihil prorsus solliciti extitimus; nam licet nullæ Fixarum altitudines adhibeantur, licet horologium ad meridiem nequaquam exigatur, dummodo ipsum horologium æquabili feratur, motu facile admodum ex ipsa observatione, sola quadrantis conversione bis facta, dignoscitur illico, quantum ipse telescopii axis a sectoris plano divergat, ut errorem, qui quidem hîc apud nos in exigua declinatione est ad sensum nullus, possis corrigere, ubi opus sit.

162. Si enim primo die observetur stella facie orienti obversa, secundo occidenti, tertio iterum orienti, limbus autem meridianæ lineæ directionem habeat, (quæ quidem conversio, & sectoris collocatio in nostro instrumento expeditissime præstabantur,) facile patet illud, si axis parallelus sit sectoris plano, fore intervalla temporum inter primam, & secundam, ac inter secundam, & tertiam observationem æqualia inter se, secus vero inæqualia. Nam si primo die ob inclinationem axis stella prius ad telescopium adveniat, quam ad meridianum, converso instrumento tanto serius adveniet postridie, adeoque intervallum temporis producetur duplo tempore ei inclinationi debito. At quoniam tertio die iterum tantundem prævertet, intervallum temporis secundum erit debito minus itidem per duplum errorem illum ipsum, & bina intervalla per quadruplum ejus erroris inter se different. Si fiat autem ut intervallum ab horologio notatum inter appulsus primæ, ac tertiæ diei, ad quartam illius differentiæ intervallorum partem, ita bini

Ratio definiendi facile declinationem axis telescopii a parallelismo.

ni integri circuli ad quartum, prodibit arcus paralleli Fixæ inclinationi ipsi debitus, qui si ad arcum circuli maximi redigatur methodo Astronomis notissima, obtinebitur ipsa inclinatio axis telescopii, quam qui velit facile corrigat; sed ubi exigua est, hîc apud nos, poterit omnino negligere, & prope ipsum polum facile errorem inde ortum computare potest, ne dum parallelismum superstitiosius quærit, tempus necquidquam terat. Habuit autem in una e sectoris nostri positionibus differentia binorum intervallorum secunda 32, unde inclinationis effectus secunda 8, cui respondent pro inclinatione axis minuta duo paralleli Fixæ, quæ quidem satis exigua est. Mutato autem alias vitri objectivi situ multo minor extitit.

Quæ Fixæ observatæ sint, & qua methodo.

163. Tres autem observavimus Fixas ultra medium mensem, quotiescumque per nubes licuit nimirum α cycni, μ Ursæ, & β Aurigæ. Et quidem observandi hæc erat ratio. Constituto sectore ita, ut Fixa telescopium ingredi deberet, eam nostrum alter expectabat, qua ingressa, ita movebat instrumentum per cochleam, ut filum fixum meridiano perpendicularare ad eam adduceret, & expectaret appulsum ad filum meridiano congruens, notaretque horologii horam. Tum alter subibat, notabatque, stellam per medium parallelum filum meantem, vel interdiu penitus tectam. Deinde vero penduli positus explorabatur, movendo ope cochleæ mobilem sectoris interea immoti lamellam, quæ divisiones continet, donec una ex iis ad filum adduceretur, quod uterque nostrum præstabat alter post alterum, repetita pluribus vicibus observatione; ac omnino conveniebamus in iudicio appulsus intra duas, vel tres micrometri particulas, quarum ternæ unicum secundum continebant. Porro sæpe limbum etiam ipsum convertiebamus alternis diebus, quæ conversio in nostro sectore erat, ut monui, expeditissima.

164. Observationibus hisce astronomicis peractis
Ro-

Roma statim discessimus Sectore Ariminum transmissis, ut ibidem easdem observarem Fixas quambrevissimo temporis intervallo. Regressi autem sumus eadem Romana via, ut quas observationes priore itinere in summa hyeme vix usquam satis copiosas instituire potueramus, tempore mitiore jam, & longiore post æquinoc-tium vernum die, institueremus, quod quidem nobis admodum feliciter successit, ubique enim habuimus pluri-mas, & fere semper favente cælo.

Regressus Ari-minum observa-tiones in itinere.

165. Ariminum delati, dum sectoris adventus expectatur, quem itidem firmissima capsula incluseram, in qua pro fundo esset trabs satis crassa, & accurate com-planata, omnia, quæ ad observationes astronomicas requirebantur, in Garampianis ædibus præparavimus, ubi in opportuno loco sub ipso tecto meridianam lineam du-ximus, ac horologium collocavimus, & Sectorem. Sector quidem in promptu erat medio Aprili, & observa-tiones aliquot statim institutæ sunt, sed inter nebulas, & nubes, quæ hoc quoque tempore nos infectatæ sunt, admodum incertæ; quarum seriem præterea subitus in sectore ingens motus casu factus interrupit. Sub finem ejus mensis usque ad Maji medium, plures habuimus dies tempore observationis satis serenos, observationibus inter-mediis nubium, & imbrium vi vel penitus impeditis, vel admodum perturbatis; unde factum est, ut pluribus diebus intermediis nulla observatio sit habita, aliquibus autem habita sit unius Fixæ tantummodo. Et quidem β Aurigæ ita raro, & incerta æstimatione observata est, ob ingentem Solis viciniam, ut ipsi fidere nullo modo potuerimus. Sed reliquarum consensus satis comprobatur accuratam arcus cælestis determinationem earundem ope. Porro observationibus hisce sæpe interfuit frequens Nobilium virorum corona, ac ipse in primis Garampius, qui suo etiam judicio de stella per medium telescopii filum incedente, & de divisione appellente ad filum penduli judicium nostrum confirmabat.

Observationes Astronomicæ in ædibus Garampianis.

*Irriti conatus
rectificationis in-
strumentorum .
Excursiones va-
riae .*

166. Iis observationibus absolutis in examen divisionum sectoris per aliquot dies incubuimus, sed id examen multo accuratius, & pluribus methodis absolvimus Romam demum regressi post omnia itinera absoluta. Ad examen quadrantis instrumentum quoddam ibidem ego excogitaveram, sed Artificem satis accuratum inveni neminem, quamobrem id opus etiam frustra tentatum, Romæ demum absolvimus per otium. Plures autem excursions inde fecimus ad geographicas observationes instituendas, in primis in collem amœnissimum urbi proximum, & nobilium villis frequentem, Covignanum appellant, & in oppidum frequens, & opulentum, quod S. Arcangeli nomen habet. Ne autem eo regrediendum jam esset, ante quam reliquos poligoni angulos definiremus, libuit reliquo eo, & sequenti mense Romandiolam, & Ferrariensem, ac Bononiensem Provinciam invisere, ut ineunte Julio montes deinde conscenderemus.

*Iter Cesenam .
Michaelis Ange-
li Romagnoli
laudes .*

167. Discessimus Arimino die Maji 27 Cesenam, ubi nos nobili, & lauto sane excepti hospitio Marchio Michael Angelus Romagnoli, quem itidem arcto mihi amicitiae conjunctum foedere præterire non possum. Nam & tum quidem, & cum deinde eodem regressi sumus, obviam nobis per plura passuum millia processit cum quadriga, nec solum cum eadem nos vexit in celebre Benedictinorum Cænobium urbi proximum, ubi & observationibus quamplurimis minore quadrante habitis interfuit, sed & ea in longo itinere Cesena Ariminum reduxit, quorum ego beneficiorum, & ejus erga me voluntatis memoriam servabo semper. Porro ejusmodi nos ibi imber detinuit, ut per horas 24 nunquam omnino aut desierit, aut intermiserit.

*Iter Cervia Ra-
vennam, tum
Comaclum. Lau-
des P. Mauri Sar-
tii, & Francisci
Cinnanni .*

168. Inde Cerviam novam, urbem adeo exiguam, ut urbis nomen mereri omnino non possit, veteri ob salinas proximas penitus deserta, & hac nova admodum insalubri, devenimus, tum Ravennam, antiquæ magnificentiae non pauca adhuc servantem vestigia, ubi a P. Mau-

ro

ro Sartio Camaldulensi tum Monaco, nunc Monachorum Abbate hinc Romæ, doctissimo viro, & operibus editis celeberrimo, ac a nobilissimo, & omnis cultioris literaturæ amantissimo juvene Francisco Cinnanno in primis, incredibiles humanitatis significationes excepimus, quorum alter ad celeberrimum nos Classense Cænobium duxit, alter observationibus nostris interfuit habitis pluribus in locis editis, & accessu admodum periculosis. Ravenna Comaclum adivimus plures ibi dies commorati, cum multo minore fructu, quam speraviffemus, cælo semper caliginoso, ut vix demum, semel remotiora loca inde videri potuerint exiguo admodum tempore. Patet autem ex ea urbe prospectus in omnes Bononiæ, & Romandiolæ montes, ac ipsæ S. Marini arces cælo sereno prospici possunt.

169. Comaclo Ferrariam discessimus, in ea urbe octo diebus commorati, Turrim ingentem majoris Templi conscendimus pluribus vicibus una cum P. Hyppolito Sivi-
viero Societatis Nostræ homine in iis potissimum, quæ ad Topographiam eorum omnium locorum, & aquarum directionem pertinent, nulli sane secundo in Italia, plures quidem observationes instituimus, sed cælo semper admodum caliginoso, & remotioribus locis plerumque delitescentibus. Verum ei homini debemus plurimum, qui ex incredibili monumentorum numero, quorum collectionem egregiam apud se habet, mappam in nostros potissimum usus delineavit, Ferrariensem, Bononiensem citra montes, & Ravennatem tractum complectens, quam BENEDICTO XIV. P. M. dicatam, ipse Romam superiore anno advectus Cardinali Valentio tradidit, cujus ingens nobis usus fuit.

Adventus Ferrariam: observationes ibidem laudes P. Hyppoliti Sivi-
viero.

170. Ferraria Bononiam, deflexo nonnihil ad lævam itinere, ad observationes aliquot instituendas nos contulimus; quo ubi devenimus, & in celeberrimæ Asinellorum turris altissimo vertice, & in amoenissima nostrorum villa, Barbianum dicunt, plures habuimus ob-

Adventus Bononiam: plurium laudes: Emin. Card. Doris in primis.

servationes, cælo tamen plerumque admodum caliginoso. Ibi autem & ab utroque Zanotto, & a Gabriele Manfredio, & a Riccato nostro, celeberrimis per universam Europam viris (quos mihi multo antea amicissimos, & tum quidem multo frequentius mecum agentes familiarissime, ex tanta doctissimorum virorum corona selectos commemoro) omnes humanitatis significationes habuimus. Et Francisci quidem Zanotti cura, qui Academiæ celeberrimæ est a secretis, ac me humanitate summa in eandem Academiam ante aliquot annos adscripserat, quidquid ad Institutum spectat, rerum in primis ad historiam naturalem pertinentium collectionem sane admirabilem per otium vidimus, Eustachii Zanotti humanitate instrumenta Astronomica Londino advecta consideravimus, & una cum eo solstitialibus diebus observationes habuimus in specula, Riccato autem comitante ipsam Collegii villam adivimus, & ex ea in editiore monte sita observationes habuimus. Eodem Riccato, & Gabriele Manfredio comitante per dies plures invisimus novum Bononiensium aquarum alveum, quem Benedictinum appellant, & veteris Padi dexterum ramum, in quem is influit, cum circumjacentibus campis, jussu Eminentissimi Cardinalis Doriæ tum Bononiæ legati, qui quidem ipse postremo die locum adivit præfens, & semper nos secum habuit, incredibili autem humanitate nos primum etiam Bononiam advenientes exceperat. Cui quidem viro ob incredibilem animi erga me sui significationem, ac beneficia in me collata & tum quidem Bononiæ, & nunc hinc Romæ, ita obstrictus sum, ut verbis satis efferre nequaquam possim.

Regressus Ariminum Romana via, cum excursu Bretonorium.

171. Viginti dies insumpsimus partim Bononiæ, partim in eo itinere, in quo etiam plures geographicas observationes habuimus. Erat quidem animus in montanam etiam Bononiensis Provinciæ partem excurrere, quæ diligentiore observatione indigebat, campestram enim ejus partem peritissimi Bononienses Geometræ jam pridem

dem dimenſi typis etiam in ingenti mappa ediderant. Verum cum nec ulla ibi habeatur urbs, aut etiam nobilius oppidum, videremus autem recentem Mutinenſem mappam ea complectentem loca, & nos poligoni noſtri cura urgeret, ne nimirum elapſo opportuno tempore iterum ad nebulas, & nubes, vel etiam nives deduceremur, Romana via redeundum cenſuimus, obſervationibus inſtitutis in urbibus, quæ ibi frequentes occurrunt, & montana, ac majoribus oppidis deſtituta loca omittenda, quorum poſitus e mappis, quas cenſeremus accuratiſſimas, erueremus. Faventia igitur, Foro Cornelii, nunc *Imola*, Foro Livii, nunc *Forlì*, exiguam & editam urbem Bretonorium conſcendimus, nunc appellant *Bertinoro*, ubi cælo potius ſudo copioſiſſimam habuimus obſervationem, longiſſime enim inde proſpectus patet, ex qua urbe Ceſenam primum, tum Ariminum undecima Maji die regreſſi ſumus.

172. Ariminum delati ea ſtatim curavimus, quæ ad poligonum pertinebant. Ego quidem jam per litteras turguria reſci juſſeram, quæ per hyemem alicubi dejecta fuerant penitus, alibi labefactata. Mature autem etiam illud caveram, nequid mutato militum Scavolini, & Carpegnæ præſidio, iterum ibi ſuboriri poſſet obſtaculi. Prima autem Arimini cura fuit, ut in ædibus Garampianis ex ipſo obſervationum Aſtronomicarum loco directionem obſervaremus rectæ eas ædes jungentis cum monte Luro, cujus proſpectus patebat ex editiore fenestra, referendo ipſam ad Solem orientem, ut inde omnis poligoni poſitus ad meridianum referri poſſet. Eam obſervationem peregrimus Julii die 21, ſed in loco admodum incommodo; præterquamquod & pluribus reductionibus indiguit ea obſervatio, & Romano meo horologio, quo eaſdem hæc Romæ obſervationes per otium deinde inſtituimus, multo ego quidem magis fidendum cenſeo. Ejus autem accuratiſſima æqualitate eſt opus ad eam rem. Hiſce peractis ad ſigna in utroque baſis extremo conſtruenda

Obſervationes
pro poſitione Poligoni ad Meridianum. Signa erecta ad bina capita baſeos.

struenda ad utrumque ejus caput nos contulimus, & primum quidem ingentem illum cuneum defossam Aprusæ proximum statim invenimus, secundum per plures horas necquidquam quærivimus, quibusdam arenarum cumulis ventorum vi penitus complanatis. Et quidem ex remotioribus indiciis sulcos duxeramus plures, loco defossi cunei ita proximos, ut vix ternis inde distaret pedibus eorum margo, cum pene jam desperata perquisitione, una ex operis casu in ipsum incidit alte defossam, quo invento illico bina signa Romanis illis simillima constructui curavimus ad utrumque caput.

Observationes
ibidem: mirum
phænomenum opti-
cum.

173. Vix ipsa signa erecta fuerat, cum eo ad angulos capiendos nos contulimus, & quidem ad Aprusæ ostium res admodum feliciter successit. Verum ubi ad alterum caput devenimus, mirum admodum phænomenum se nobis exhibuit. E prioris signi loco secundum octo tantummodo passuum millibus disjunctum, & plusquam 20 palmis editum admodum evidenter conspexeramus primo mane. Ubi autem ad hoc secundum caput paullo post meridiem devenimus, licet illud primum curvatura maris (recta enim linea, quæ bina basis capita conjungebat octo circiter millibus longa, supra maris tractum ingentem traducebatur) in eo intervallo multo ejus altitudine minor occultare non posset, erat enim viginti palmis elevatum id etiam; adhuc tamen telescopia ad locum ipsum, quem optime noveramus, directo, respondebat autem loco Ariminensis portus proximo ædibus, in quibus, quæ ad valetudinem a pestilentiae metu liberandam pertinent, curari solent, nusquam omnino apparebat. Verum etiam ædium superior tantummodo pars, atque ea ipsa mirum in modum coarctata visibatur, ut & vela omnia navium in portu constitutarum, quorum plurima expansa distendebantur, deformata penitus apparebant. Rei novitate percussus, scalam admovi trabibus ipsius signi, cujus cum aliquot conscendissem gradus, telescopia in locum directo, conspexi telam signi Aprusani

fani non paullatim ex aquarum tumore , quam lata esset , emergentem , sed fere totam simul , ac primo quidem , ut trans nebulam , tum multo clarius , & initio tenuissimam instar lineæ cujusdam , tum quo altius ascenderem eo dilatam magis , donec ad formam suam , & ea redierit , & ædes illæ , quas commemoravi , & navium vela . Id phænomeni , & ego iterum , atque iterum , & Mairius admodum mirati conspeximus , jam altius per scalam evecti , jam oculum deprimentes ; sed inclinato ad occasum die , oportuit ad nostrorum nos angulorum observationem convertere , quos ut capere possemus , ac eo uti signo , carrum , qui forte ibidem aderat , loco ipsi observationis admovimus , & quadrante in eum evecto , signum ipsum admodum evidenter conspeximus , ac observationes nostras absolvimus .

174. Porro dum ab altero capite baseos ad alterum deveniremus , agitari cæperat validiore Noto maris unda , quo potissimum vento flante , vel Austro , aut Lybico tam in Adriatico , quam in Thyrræno mari frequens occurrit phænomenum quoddam , quod quidem ego ipse sæpissime adspexi , ac ex eodem genere videtur esse , ut nimirum extremæ promonteriorum , aut insularum cuspides , velut elatæ in aere , appareant supra maris , tum quidem admodum agitati undas , si ex ipso spectentur littore , vel si ita remotæ sint , ut radius , quo conspiciuntur , maris dorsum perradat ; quod quidem spectaculum , ubi ex editiore loco radio satis obliquo despiciuntur , evanescit . Ex nostro phænomeno radii , qui paullo supra agitati maris superficiem transeunt , ita in latus intorquentur , nescio quo pacto , ut objectum visui corpus arctent ad latera , aut etiam aspectui subducant , nisi amplissimum sit , eoque magis arctent , quo ad superficiem aquæ propius accedunt . Id si contingat , postremus etiam promontorii apex occultabitur penitus , ac editiores ejus partes per tractum eo minorem introrsum velut adactæ videbuntur , quo magis consurgunt , & cuspis quædam

in

*Ejus nexus cum
alio phænomeno
simili frequentia*

in acre pendula apparebit . Sed ea res explicatu admodum , ut nunc quidem videtur mihi , difficilis , multo uberiolem disquisitionem requirit , & phænomena multo plura , quam ego tum quidem cursim instituere potuerim , in quas si forte iterum diutius alicubi in ora maritima scopulis , ac promontoriis vicina commorari mihi contigerit , diligentius aliquanto inquiram .

Inæqualitas refractionum horizontalium : observationes varias .

175. Interea notabo hic & illud , quod ad refractiones pertinet , sæpe nos e nostri Ariminensis Collegii altiore specula Turrin in Pisarenfi portu sitam telescopiis non ita parum elatam vidisse supra maris dorsum , aliàs autem cælo admodum sudo , & purissimo horizontis limite , flante etiam Borea , nullum ejus vestigium aspexisse . Sed id quidem ab inæqualitate pendet horizontalium refractionum . Deinde & illud , quod ad nostras observationes pertinet angulorum , quibus basim cum poligono nostro conjunximus , nihil in iis ab hoc phænomeno ambiguitatis oriri posse , cum quadrantem eo elevaverimus , unde ipsum signum evidentissime conspiceremus . Demum illud , & ibi tum , & in sequentibus diebus Arimini eas nos observationes instituisse omnes , quæ requirebantur ad jungendas Garampianas ædes , & illam ipsam ædium partem , in qua observationes astronomicas institueramus , cum initio nostri poligoni , statione nimirum nostra ad ostium Aprusæ .

Iter Granarolam : observationes in monte Luro : Terræmotus inter observationes non animadvertus .

176. Angulis ad basim captis , Arimino discessimus , die Julii 25 , eo nequaquam redituri , ac nos in fundum Annibalis Oliverii , Granarolam , de qua supra mentionem fecimus , ab eo ibidem expectati devenimus . Postero die cum eo Montem Lurum cum ingenti quadrante adivimus , & sub ipsa campanaria turri angulos omnes determinavimus , quos inter conjunximus cum statione nostra ad ostium Aprusæ fenestram illam ipsam ædium Garampianarum , ex qua Solem primo mane observaveramus , ex qua fenestra ad eam evidentius dignoscendam , linteum demitti curaveramus . Dum autem observationem

nem ibidem iniremus , haud levis terræmotus concussit solum , quo ædificia etiam corruerunt nonnulla in locis ei monti proximis , quem Neronem appellant . Sed nos observationibus tota animi contentione occupati nihil persensimus .

177. Granarolam regressi , & triduo apud humanissimum hospitem commorati , quo plures quaquaversum excursiones sunt factæ ad circumjacentium locorum mappam corrigendam , ac majore quadrante in locum monti Carpegnæ proximum transmissio , nos per S. Marini oppidum , ubi tum maxime sudo cælo observationem jam tertio habuimus ad mappæ correctionem admodum copiosam , Pennam adivimus . Conveneramus autem haud procul ab ipso S. Marini oppido Sebastianum Bonajutum Feretrani montis Episcopum , apud quem superiore anno in ipsa Pennæ urbe hospitati fueramus . Is pro incredibili sua humanitate , curam in se suscepit & quadrantis in summum Carpegnæ montem evehendi , & parandi hospitii ad ipsius montis radices , ubi ad conductam diem ipse adfuit præsens , ac bis montem nobiscum conscendit , & observationibus interfuit omnibus , tum inde Maceratam suæ diæcesis oppidum in ipsis finibus constitutum (est autem altera ejus nominis urbs in Piceno notissima) deduxit , ex quibus omnibus benevolentia significationibus , ac beneficiis , quantum ipsi debeamus , satis constat .

Iter Pennam per oppidum S. Marini. Laudes Bonajuti Episcopi.

178. Dum autem interea ex oppido S. Marini Pennam peteremus , divertimus Leopolim , ita enim plures nominant oppidum vulgo *S. Leo* , ubi & Urbinatum olim Ducum , nunc Romanorum Pontificum visitur arx situ insignis in altissima rupe . Id oppidum cum Penna de primatu , & Episcopali sede jamdiu disputat , sed jam fere Pennæ residere solent Episcopi . Ibi autem illud ab Arcis Præfecto humanissimo viro e nobili Semproniorum Urbinatum gente , apud quem & laute admodum pransimus , dignum commemoratione accepimus : esse haud ita procul ab arce ipsa in humili positam Rusticorum do-

Digressio Leopolim: mirum phœnomenum ibi auditum .

munculam, cujus fenestras, fide homines integerrima, narrent, ipsis pueris unius cujusdam ex angulis arcis ejusdem umbram in meridie alterius e binis Solstitiis consuevisse ipsum domunculæ limen attingere. Procedentibus annis paulatim ita ejus anguli umbram inde discessisse, ut umbra alterius ab eo maxime distantis anguli eodem jam pene devenire soleat eo ipso anni tempore, mutato nimirum positu vel rupis totius, cui arx imminet, vel subjecti soli, in quo domuncula extracta est. Ejus generis motus pluribus aliis in locis factos agnovimus, cum sæpe nobis significatum fuerit, quædam loca ex quibusdam aliis videri nunc, nec exiguo tractu, quæ ipsorum, vel patrum memoria collis medius intercipiebat, licet in eo ædificia adsint, quæ ostendant phænomenum a terra aratri proficisci, & ab imbribus detracta non pendere. Alibi nimirum subsidit paulatim tellus, alibi etiam attollitur, & montes ipsos, e campis, insulas e medio mari subito quoque aliquando erupisse novimus, occultorum nimirum ignium vi lapidea urgente strata; usque adeo Mortales nihil habemus in Tellure nostra firmum, ac stabile.

Observationes
in monte Carpe-
gnæ. iter Can-
tianum usque.

179. Ibidem observationibus institutis, Pennam ad-
vimus, & inde Scavolinum, & Carpegnæ verticem, quo
nos hospes Garampius subsecutus postridie una cum Epi-
scopo observationibus bis interfuit, neque enim primo
die absolvi potuerant. Inde autem digressi ad stationem
Montis Catriæ Maceratâ Urbaniam petebamus, sed ob-
servationibus in itinere habitis pluribus, intempesta no-
cte ægre devenimus ad celebrem per ea loca sacram-
ædem, finitimi vocant *Il Crocifisso di Battaglia*, ubi ex-
cepti a Sacerdotibus loco addictis noctem transegimus,
ac primo mane Urbaniam delati sumus, ubi observatio-
nes eo die habuimus, quo ego & in vicinam S. Angeli in
Vado urbem excursus feci, ac postridie eodem, quo su-
periore anno, itinere Callio Cantianum devenimus.

Monti in Catriam
ascensus, & ob-
servationes.

180. Postridie ejus diei in Catriam ascendimus cælo
admodum sudo, & opportunissimo ad observandum tem-
pore,

pore, verum dum telescopio Penninum illum Nucerinum montem inquirimus, certo demum patuit, incuria Præfecti ejus urbis, ad quem uno ante mense bis de tugurio renovando perscripseram, tugurium ipsum excitatum non esse. Redeundum fuit eo die infecta re, & tabellarius mittendus propere, quo Præfectus ipse officii sui commoneretur: mirum autem, quantum nobis ea mora nocuerit. Commutari enim interea cæpit eo usque opportunissima cæli temperies ita, ut primo quidem, ubi post aliquot dies, tugurio illo reparato montem iterum conscendimus, ægre observationem licuerit absolvere, qua absoluta nos ibidem, & in regressu imber oppressit.

181. Cantiano discessimus duodecima Augusti die, Perusiam versus, itinere Eugubium directo, ubi celeberrimas Eugubinas tabulas inspeximus, & in summo monte observationem habuimus, cujus ope ejus urbis positionem accurate determinavimus. Inde Perusiam delati pagum adivimus Oddiorum gentis, *Antignollam* vocant, jacet autem ad ipsas Tetii montis radices, ab humanissimis loci dominis invitati, qui suæ familix Cardinalem Viterbiensem Episcopum ibidem rusticaturum excepturi, tanto hospiti parabant locum. Sed jam effusi imbres eruperant, quorum vis immanis per eos dies deciderat. Adhuc tamen cælo dubio montem conscendimus, quo quadrans ægre admodum via nimium acclivi, & sero evectus est. Interea dum observationes quasdam minore instrumento peragimus, repente cælum omne nimbis obducitur, coruscare fulgura, tonitrua aures obruere, immani pluvia subsecuta, quæ in plures horas perduravit. Eas in exiguo tuguriolo, in quo erectis consistere non licebat, exegimus, unde, cum mitior jam esset imber, dum equos conscendimus redituri domum, infortunium accidit, quo, nisi antea cavissemus, tam multi, tam diuturni labores nostri momento temporis periissent.

182. Observationes omnes annorum jam duorum in ordinem digestas, & ab erroribus minoris quadrantis

*Iter Perusian.
Observationes
Eugubii. Ascensus in Tetium montem,
& ibidem procella.*

Ingens in ipso monte jactura.

correctas continebat libellus , cujus maximam habebamus curam , nec in montes unquam nobiscum evexeramus . Eo die fato quodam delatus fuerat , ut quædam superioris anni observationes conferrentur cum novis . Inter illam trepidationem initio ingruentis pluvie ipsum deferenti exciderat . Ubi eum deesse constitit , ego quidem in ipsa pluvia jugum omne perlustravi sollicitus , necquidquam . Insequenti die plures Rusticos pretio conductos eodem reduxi , & ut in leporum venatione fieri solet , longo ordine totum perlustravimus dorsum , in quo eductus fuerat , apertusque ; sed licet dorsum ipsum sit herbula humili tantummodo convestitum , inveniri nullo modo potuit , nec satellites eo Perusia emissi cum aliis Rusticis , nec præmia promissa profuerunt quidquam . Nusquam reperiri potuit . Porro tanta in eo inquirendo cura adhibebatur , ne iterum labore immani cogeremur observationes omnes in ordinem redigere , atque corrigere . Ea vero ipsa cura amissi libelli famam late vulgaverat , cum quo observationes ipsas nostras inteiisse penitus , crediderunt nonnulli , & late evulgaverunt .

Ejus reparatio. 183. Verum ego quidem ea omnia , quæ ad gradum pertinent , habebam diligenter consignata & iis pagellis , in quibus tum , cum observabatur , conscripta fuerant , & ordine suo digesta deinde , ac alteri libello , in quem ea ex eodem fonte deduxeramus , prorsus conformia . Eas autem observationes , quæ tam multæ erant , & ad Mapparum correctionem pertinent , servaveram diligenter iis ipsis pagellis inscriptas , quibus primo consignatæ , & unde in eum ipsum libellum translatae fuerant ; quarum eas , quæ ad superiora itinera pertinebant , Romæ reliqueram , eas vero , quæ pertinebant ad hoc postremum iter , habebam mecum ; plurimas autem & Maius in aliis adversariis servabat ; nec quidquam fere intercudit , præter observatiunculas ejus generis admodum paucas , quarum ipsarum jacturam ex aliis tum aliorum , tum in primis nostris observationibus supplevimus . Hæc autem omnia idcirco commemoravi , ne quis temere sibi per-

persuadeat, nos ita incautos extitisse, ut uni libello omnes nostros labores, nec sine novis reparabiles itineribus committeremus. Cæterum ubi primum institutis ibidem altero die observationibus, mitiore jam cælo, Perusiam regressi sumus, iterum ea omnia, quæ ad gradum pertinebant, diligenter excripta sunt, ac reliqua brevi excripta iterum & ordinata, atque correctæ,

184. Quoniam observationes tum habitæ in monte Tetio eandem exhibebant Nucerni tugurii positionem, certiores autem nos fecerant de tugurio ibidem reparato eodem prorsus loco, quo superiore anno fuerat extructum, supervacaneum fore censuimus iterum Nucerniam, & Penninum montem adire, cum potissimum ex Fionchio certo sciri posset, secunda directione inde habita, revera in eodem id tugurium persistere loco. Eam igitur potissimum ob causam Perusia Spoletium abivimus, & institutis in itinere observationibus pluribus in locis, Hispelli potissimum, & Fulginii, ac inde felici itidem successu in Fionchium montem conscendimus, & observationes superioris anni observationibus conformes habuimus. Inde vero, quadrante Sorianum missis, ut dejectis, quotquot oporteret, arboribus illâ, quæ jam unica relicta fuerat, utraq; e cæteris binis dejectâ, uteremur pro signo, & in stabili solo observationes iniremus, excursu facto per Spoletinam vallem, & colles proximos, observationes instituimus plures ad mappæ correctionem opportunas, quibus & Antonius Ancajanus interfuit, & nobilissimus itidem, mihiq; amicissimus vir Joannes Baptista Piancianus, itineris illius comites, quibus observationibus institutis, eadem via, qua superiore anno, Spoletium Soriano deveneramus, Spoletio Sorianum redivimus.

185. Ibi in montem eVecti, amplam quandam veluti viam versus Spoletinum montem in summo jugo aperuimus, qua aperta, cum inde visum Fionchii tugurium altiores post se haberet montes, ut ipsum distincte, ac itidem D. Petri Romanum tholum projectum opticè in humum, non cælo extantem, possemus perspicere, diu hærendum fuit,

Iter Spoletium :
observationes in
monte Fionchio,
& per Spoletina-
nam ditionem .

Observationes
in Sorianensi
monte : redi-
tus Romam .

fuit, & pluribus iterum vicibus ascendendum in montem, ingresso jam nimirum Septembri mense, quo tempore campi omnes Romani, & silvæ fumos agunt, injectis ignibus ad noxias herbas absumendas, & stramina, ac omnis fumo aer obducitur. Donec demum die ejus mensis quartadecima, flante Borea, observationes peregrimus, & postridie ejus diei Roncilionem contendimus, ac inde Romana via in Urbem sex a postremo discessu elapsis mensibus regressi fumus.

Eorum ratio, quæ supererant: observationes novæ ad extrema baseos Romanæ. 186. Supererat, ut rescissis binis in Sorianensi monte arboribus, & unica relicta, ambiguas iterarem superioris anni observationes montis Januarii potissimum, quæ fuerant maxime incertæ, ac Sabinos, Nursinosque, & finitimos montanos tractus inviseremus, tum inde descenderemus in Picenum ad eorum locorum mappam corrigendam. Iis accedebat exiguus ille tractus, qui Perusiam inter, & Romanam Hetruscam viam interjacet, ac ipsius Hetruriæ finibus adjacet. Quo ea ordine præstita sint, narrare pergam. Primum tamen quoniam e Januario monte dubia admodum erat observatio etiam extremæ baseos ad Frattocchias, in utroque iterum extremo basis ipsius signa eadem anni præcedentis ereximus, & observationes utrobique iteravimus, ut certius constarent omnia.

Novæ observationes in monte Januario: iter per Sabinos Reate, tum Leonessam.

187. Iis peractis Palumbariam tertio regressi, montem conscendimus, & superioris anni observationes instituimus favente cælo; ac majore quadrante Romam transmissis plura Sabinorum loca adivimus, in primis montem, quem dicunt *Pennecchia*, Januario proximum, quo per eum, quem Montem Flavium dicunt, est autem Barberinæ familiæ pagus in edito positus, tum oppidum, quod dicitur *Scandriglia*, Faram Farfæ imminentem, & in edito colle sitam, ac inde unum e præcipuis Sabinorum oppidis, quod appellant *Poggio Mirteto*. Observationibus institutis in his, atque aliis intermediis locis, per transversos montes Reate devenimus. Post primum autem ascensum editissimam ædiculam, solitarii hominis sedem, tum

tum quidem derelictam, opportunissimum observationibus locum nacti, per plures horas substitimus. Biduo Reatina in urbe commorati, & excursionibus aliquot inde factis, digressi sumus, ac per amœnam vallem adivimus celeberrimas Velini cataractas, ubi nimirum is amnis per eam ipsam vallem placido delatus cursu, repente immani casu in Narem altissime præceps ruit, tribus circiter millibus ab urbe Interamna. Inde ad vicum delati sumus in ipsa ripa profundissimi lacus, post imam sita Reatinam vallem. Vico nomen *Pie di Lugo*, a quo & lacus nomen trahit. Murrum inde, in editum pagum conscendimus, unde nos in asperos, & ursis infestos montes abdidimus delati multa jam nocte in oppidum frequens, & elegans, positum in ipsis Neapoletani Regni finibus, *Leoneffam* dicunt, ac inde postridie in Montis Leonis oppidum Pontificiæ ditionis redivimus.

188. Ibi eo die constitimus, ut proximum conscenderemus montem, ex quo nimirum longissime citra Appennini jugum patebat prospectus, & cujus ope is tractus in ipsis Appennini vallibus jacens definiri poterat. Res ad votum successit, & in summo monte usque ad noctem constitimus. Insequenti die Casciam primum, tum Nursiam devenimus oppida terræmotuum vi everfa jam sæpius, ac diruta. Plures Nursia excursions fecimus in proximum in primis editum montem, cujus ope ipsius Nursiæ positio definita est, ac per alias Nursiæ ditionis partes in omnes plagas. Inde autem plura oppidula, & pagos prætervecti, in quibus illud, quod appellant *le Preci*, evirandorum puerorum arte, & lithotomia in primis celebre, Vissum adivimus, oppidum opulentum, sed situ horrido, & horridiore via adeundo. Coeunt in ipso oppido quinque veluti immanis cujusdam stellæ ingentes radii, angusti admodum, & ex editissimo perpetuo montium solo excavati, ac præterea incurvi. Tres fluvii perenni cum aqua per ternos ex iis defluunt, per quartum torrens, quibus in ipso oppidi loco admodum angusto
coeun-

Iter Casciam
Nursiam, Vissum.
Loc. horrida positio.

coeuntibus, effluit inde per quintum annis Nar angusto alveo, præcipiti rupium supra etiam alicubi procurentium mole conclusus, sub quibus ipsum iter in vivo saxo alicubi excisum horrorem incutit incredibilem progressuro. Ex oppido nullus fere prospectus patet. Montem circumquaque asperum suspicis, nam ipsi quinque illi alvei incurvi admodum se cito aspectui subducunt. Ægre, elato capite, cælum vides vertici imminens.

Irritus in editissimum, & opportunissimum montem ascensus.

189. Nullæ Geographicæ observationes in ipso loco institui potuerunt, in proximos montes evadendum fuit. Abest inde paucis passuum millibus altissimum jugum, Sibyllæ montes vocant, in quo plures veluti cuspides affurgunt magis, quod quidem Piceno subjecto imminet. Ad idem pertinens jugum, aliquanto editissimis illis humilior est is, quem ibi Montem Rotundum appellant, qui tamen ipse hinc longissime prospicit fere omnem Pontificiæ dititionis amplitudinem usque ad Hetruriæ fines, inde Picenum omne subjectum despicit. Eo equis conscendimus itinere molestissimo horarum ad minimum sex, & erat cælum admodum sudum, ac quietus aer. Ubi primum advenimus, & minorem expedivimus quadrantem, dum & Camerinum, ac oppida ipsi circumjecta, & Piceni urbes metimur oculis, jam jam instrumento dimensuri, ecce tibi repente nebula summum occupat montem, & nos involvit, quæ mox in densam nubem adstringitur. Nunquam acerbius ejusmodi casum tuli, oportunitate observationis adeo utilis, cum tanto labore quæsitæ, & tum maxime, cum ea potitos nos esse crederamus, erepta. Tres horas animo obstinato potius, quam obfirmato in media nube acri vento flante perstitimus, coque magis vana quadam illecti spe, quod parum admodum infra nos multo Sole montis latera collustrata conspiciebamus. Verum irritam expectationem, magis obstinata nubium mora elusit. Inclinata die, descendendum fuit, & ubi paullo nos infra verticem demissimus, in Sole clarissimo collocati immensos ad Occidentem

tem tractus prospiciebamus nequidquam, quos cum aliis ad Boream, & Orientem sitis connectere non licebat.

190. Quoniam vero jam & nox accesserat, & spes erat posse postridie in montem rediri, defleximus nonnihil ex itinere ad ædem summæ per ea loca religionis, quam dicunt B. Virginis a Macereto, in cujus ædibus sane amplis, & commodis a loci Sacerdotibus humanissime excepti, & liberalissime habiti noctem transegimus. Primo autem mane totum id montium jugum densis nubibus involutum apparuit, ac nivibus circumquaque candens. Desperato igitur novo ascensu, redeundum fuit in oppidum, ex quo postridie ad oppositam plagam in montem satis editum evasimus labore summo, itinere horarum trium, quod ego iter, equo alteri concesso, qui nobis vicina loca indigaret, nec alio mature invento pedibus confeci eo sudore madidus, ut dum post horas tres domum descensu prono regressus indusium exprimerem, quod in primo appulsu ad montem mihi detraxeram, ac toto eo tempore detuleram in pera, omnibus inspectantibus liquor effluerit. Atque id quidem & in Januario monte mihi accidit semel, mula, quam pretio conduxeram, elapsa per noctem, quæ dum quæritur, ante ipsam auroram, ut circa Solis ortum esse possemus in summo vertice, pedibus ascendi impavidus, ac id ipsum pluribus aliis in locis mihi accidit, qui de alieno labore sollicitus meum omnino curavi nunquam, ne opportuna observandi occasio deficeret.

Irrita spes redeundi in eandem montem, ascensus difficilis in alium.

191. Definito loci positu utcunque ex eo monte, postero die primo mane discessimus inde, & per vallem amplissimam, ac ferme planam Sibyllino jugo subjectam, quæ quidem cum sit altissima, montes plurimos vincit satis editos, profecti sumus versus oppidum olim & frequens, & opulentum, *Arquata* dicitur, pagum exiguum transgressi, quem dicunt *il Castelluccio*. Dum autem iremus per eam vallem, jugum ipsum ad lævam densis nubibus e superiori parte contegebatur, unde nivem etiam, quæ perpetuo decidebat, venti ad nos obliquo ingenti

Iter per editissimam vallem, & vicum infelicissimum.

○

tra-

tractu deferebant, cælo nobis sereno. Porro in eo pago certiores facti sumus, incolas ibi per hyemem, fæminas nimirum, pueros, & senes (viri enim omnes Romam advenire solent cum equis, ad carbones ex proximis sylvis advehendos, quæ eorum indutria est) eadem pati, quæ de glaciali zona referuntur, altissima nimirum nive obrutis ædibus, per multos sæpe dies, & quandoque menses, domi suæ ita se cohiberi, ut pedem nusquam efferre possint, nec alium liquorem bibant, quam, quem nives igne dissolutæ sufficiant, ingenti idcirco lignorum, & farinæ copia, quæ in totam hyemem satis esse possit per autumnum congesta.

Fauces Sibyllini
jugiadmodum pe-
riculosæ: imma-
nis imber in pri-
ma Piceni ora.

192. Ubi trajecta ea editissima valle devenimus ad angustas fauces, quibus per ipsum Sibyllini montis jugum in Picenum descenditur, tanta erat venti vis, qua interclusus angustis aer rapiebatur, nubes autem ad montis latus allisæ assurgebant mirum in modum, & undarum instar quandam veluti spumam agebant, ut ægre admodum equis progredi liceret. Narratum autem est nobis, sæpe eum locum esse prorsus impervium, & non raro accidisse, ut viatores sublatis cum equis ipsis ventorum vi, & longe allisi perierint. Ubi ad oram oppositam deventum est, patuit ingens Piceni tractus in humili situs, & ipsum Arquatæ oppidum ad Truenti ripas in angusto, ac admodum depresso fundo (ibi enim montium jugum, quod paullatim a Tiberina valle, tanquam per gradus quosdam, assurgit per Interamnensem, per Reatinam, per Nursinam, per postremam hanc vico memorato proximam, casu ibi præcipiti fere ad perpendicularium demittitur ad Truenti alveum) apparuit ita, ut si ex editissima fenestra area subjecti fori spectaretur. Sed cælum nubibus cæruleis obrutum ad mare usque horrebat sane. Et quidem ubi nocte jam obscura ad oppidum demum delapsi sumus, sæpe enim inter descendendum obliquo licet itinere, equi pedibus paribus omnino, & per se immotis deferebantur, tum vero cæpit immanis imber decidere, qui, quod nusquam alibi videram, per tres con-

continuos dies , ac noctes , nunquam intermisit ita , ut soluta humo per universam eam oram , & proximam Afculanam Provinciam , ac spondis obruentibus vias , difficillimum deinde per binos post discessum dies habuerimus iter gyro sæpe immani , ad evitandos limi pæne adhuc diffluentis altissime aggestos veluti montes .

193. Quarto die serenum repente cælum , Borea flante , mons autem nivibus late candescens apparuit . Observationibus aliquot ad loci positionem definiendam habitis , secundum Truenti legimus alveum inter frequentes pagos , ac vicos , donec eo delati , qua viis obrutis progredi non liceret , nec vero ponte jamdudum diffracto , & fluvio tumente præter morem , transgredi fluvium , noctem tribus ab Afculana urbe millibus transegi-
mus , ad quam postero die per obliqua montana itinera via relicta , quæ inde ad urbem usque ampla , & curribus etiam excipiendis par , tum vero obruta ne pedestre quidem permittebat iter , Afculum ægre demum devenimus circa meridiem . Observationibus ante vesperam in arce urbis edita institutis , postero die montem , quem Polesium a vico adjacente dicunt , conscendimus , cujus vertex satis editus fere universum late Picenum circumspicit . Ibi cælo admodum sudo copiosam observationem habuimus ; ego autem , & in ascensu , & in summo vertice structuram ipsam ejus montis contemplatus sum , qui totus , quantum est , disjungitur autem a mari longissime , Appennino a tergo posito proximus , ex lapillis motu mutuo attritis , ac plane levibus constat ejus ipsius generis , cujus in maris littore visuntur , & fluviorum alveis , variæ autem admodum magnitudinis erant , ac in strata juxta ductum superficiei ipsius montis compositi , ut nullus dubitem , omnem illam ingentem molem vel e mari , vel ex ampliore potius alveo fluvii cujuscumque , nullum enim diu explorans concharum vestigium deprehendi , ignium subjectorum vi in altum eductam , quem ego quidem plurimum & montium , & insularum ortum esse arbitror .

Adventus Afculum : observationes ibi , & in monte Polesio : montis ejus structura .

194. Et quidem , quoniam de hac montis hujusce dis-

Montium plu-
rium indoles, &
natura.

positione mentionem fecimus, miram ubique montium ipsorum structuram animadverti, quæ nusquam alibi evidentius patet, quam ubi a fluviis interfecantur longo aquarum cursu rescissa, & attrita. Semel tantum in edito loco a mari remotissimo maris indicia reperi, ostreorum nimirum perpetuum stratum incredibili multitudine, sub oppido Sabinorum præcipuo, quod dicitur *Magliano*. Plerumque e stratis lapideis montes constant, quibus sæpe terræ strata interjacent, crassitudine admodum varia, & intervallis. Ea pluribus in locis per montis dorsum incurvata sequuntur ejusdem ductum, sed etiam sæpe ad ipsam montis superficiem erecta, & ab ejus ductu rescissa variis ad eam in angulis inclinantur, & satis indicant, reliquam partem diffractam concidisse. Sæpe etiam videre est bina strata invicem, dum collaberentur, velut in cunei cujusdam aciem inclinata. Montes alicubi rupibus incerti ductus sese efferunt in altum, figuræ, & magnitudinis variæ. In Sublacensi valle, dum Tibur petis, ad lævam frequentes admodum immanis magnitudinis eminent cuspides in coniformam, quarum aliæ ad aliarum radices ita jacent, ut, unde divulsæ conciderint, facile agnoscas, quod quidem sub illa Mentorellæ sacra æde maxime manifestum est. In Sorianensi monte illud miratus comperi, quod nusquam alibi omnino vidi, nullis eum constare stratis, aut perpetuis rupibus, sed acervum esse indigestum prægrandium lapidum, figura utcumque orbiculari, sed incerta, quorum pleraque tenuiora aliquanto, sed multa sane decem etiam, vel duodecim pedes crassitudine patent, & in altum assurgunt. Est autem ingens ejusmodi lapis notus incolis, ita in æquilibrio situs, ut si in eum ascenderis, minimo corporis motu commoveatur, & trepidet. Eo ego quidem indicio crediderim lacum illum subjectum, quem Virgilius nominat, *Et Cimini cum monte lacus*, Vulcanum olim extitisse, ac deflagasse, & ingentes eas lapidum diu ante volutorum moles ejaculatum, eo congestisse in cumulum. Quidquid autem de eo sit, illud ubique mihi se prodidit, faciem nostri hujusce globi

globi perspectanti, perpetuum immanis ruinæ vestigium haberi, non primigenium textum. Sed de his jam satis.

195. Ex eo monte descendimus in oppositam plagam, & vespere in Urbem, quam Syxtus V. pro patria habuit, Montem altum dicunt, devenimus, in qua ingentium ædificiorum principia adhuc visuntur, quæ tantus ille Pontifex moliebatur, qui & exiguum ante vicum urbem esse voluit, sed eo immatura morte prærepto, nullos habet urbs cives, ut fere Rusticos tantum Præsul urbis Præfectus, & Episcopus habeant, cum quibus, conversari si velint, consuetudinem habere possint. Observationibus ibidem postero die institutis mane, inter oppidula, & vicos, Cupram Montanam devenimus, nunc *Ripa Transona*, ubi Lucas Nicolaus Recchius urbis Episcopus, vir eruditione summus, ac omnigena doctrina, qui Romæ celeberrimæ Bibliothecæ publicæ, a Januensis familiæ Cardinali ejus institutore *Imperialem* appellant, diu præfuerat, humanissime nos excepit. Ejus autem opera & mappam Piceni ineditam ab ejus urbis cive jam olim delineatam habuimus, sed quam correctionibus indigere pluribus, ex nostris observationibus innotuit, licet ea omnium typis impressarum, quas videre potuimus, a veritate minimum aberret. Inde sequenti die, ductum Adriatici maris a longe secuti, sero vespere ad oppidum, quod dicunt *Monte Rubbiano*, devenimus, tum postridie ad Firmanam urbem celeberrimam Nobilitate veteri, publica Academia, & pingui Archiepiscopatu, ubi, ut in toto eo itinere, observationibus Geographicis ilico institutis, processimus postridie ejus diei per S. Elpidii oppidum, & id quod Novam Civitatem dicunt, ad Cæsarinorum familiam pertinens, utrumque & opulentum, & frequens, ac sub vesperam ad celebrem delati Bonacorsiorum villam oppido proximam, quem Montem Sanctum appellant, ubi tum quidem familia tota rusticabatur, ejus elegantiam, atque magnificentiam ditissimæ familiæ opibus parem, nam & signis marmoreis, & frondosis parietibus, ac fornicibus, tum fontibus & per-

Iter Montatum, inde Cupram Montanam, Firmum, Civitatem novam, Montem Sanctum. Laudes Recchii Episcopi Cupræ Mōtanæ: villa Bonacorsia.

rennibus , ac patentibus , & occultis , ac subitis ad infidias curioso spectatori comparandas , abundat , contemplati aliquandiu , multa jam nocte in nostrum oppidi Collegium devenimus .

Iter Lauretum ,
in montem Anconitanum , Auximum , Maceratam , Tolentinum , in oppidum S. Ginnesii & Montis Melonis , Laudes Joannis Lambertini .

196. Ibi postero die observationibus institutis primo mane in editissima turri , ex qua ipse remotissimus S. Marini mons ille Arimino proximus conspectus est , fuit autem in omni hoc per Picenum excursu cælum admodum sudum , Lauretum devenimus . Inde in Anconitanum montem eVecti , & nocte in Cænobio Camaldulensium transacta , sub Auroram summum verticem conscendimus , ubi , si uspiam alibi , & copiosissimam , & utilissimam observationem habuimus . Patebat autem hinc totus Appennini tractus , & noster in primis Catriæ mons cum tugurio : Nucerinum , cujus tugurium negligentius constructum , haud ita multo post collapsum jam tertio fuerat , certo dignoscere non licuit , inde vero primo mane ultra ipsum Adriaticum mare montes ex adverso positi , nudis etiam oculis distinctissime cernebantur . Descendimus , & ante meridiem Auximum delati sumus , ubi dum in campanaria turri observationes haberemus , forte contigit , ut Anconitanâ arx festo strepitu tormenta bellica majora exploderet , in adventu nobilissimi pueri Joannis Lambertini , qui summi Pontificis ex fratris filio nepos ingenti cum spe , quam ingenio æquat , & moribus , Romam primum ad patris patrum deducebatur . Fumum conspicati , ejus arcis positum , quæ videri nullo pacto potuisset , jugo interposito , inde opportunissime determinavimus . Eodem autem die Maceratam multa jam nocte adVecti , sub ipsam Auroram discessimus , jam enim ibi copiosam observationem bis ante institueramus , & Tolentino ad editum S. Ginnesii oppidum , olim illustre admodum , nunc infrequens , delati sumus . Ibi & summo vespere , & sequenti mane observationibus institutis , retro cursum refleximus , & Tolentino in editum pagum elati quod dicitur *Monte Melone* , a nobilissimo viro Marchione Riccio , qui cum familia , & amicis aliquot ibidem rusticam

sticabatur, per vim detenti, observationes eo die, & postero mane habuimus plures. Mox multo frequentius oppidum, quod appellant *Montecchio*, observationibus aptissimum, ante noctem devenimus, & observationes habuimus statim sub ipsam noctem, opportune quidem, nam ingruentibus iterum postero die effusis imbribus, qui quidem longo deinde tempore perdurarunt, nullas ibi instituire licuisset.

197. Atque hic quidem fuit communium nostrorum itinerum finis. Mea me publica Matheos schola, in qua alium, ac deinde alium e nostra Societate mihi superioribus binis annis suffici oportuerat, revocabat. Maius liberior erat. Quare illud decrevimus, ut ego quidem breviori gyro per Septempedanam urbem in Romanam viam eVectus, ejus positu, quem omnino ignorabamus, definito, Romam redirem recto itinere, ipse longiore aliquanto ambitu circuitet, reliquam Picenæ Provinciæ oram legens sub ipsis montibus, ac demum Appennino trajecto in illum evaderet Hetruriæ finibus adjacentem tractum, per quem Romam regrederetur; & quidem Novembri mense, cujus ea secunda erat dies, sperabamus omnia satis commode absolvi posse.

Divisionis consilium, & diversitineris in Urbem Romanam.

198. Verum incredibilis perpetua aeris inclementia subsequuta vanam elusit spem. Ego quidem postera die Septempedam delatus per imbrem, qui me in primo itinere occupavit, observationes aliquot ex editiore loco institui, æquiore cælo, tum inde digressum montana via gravissimus iterum imber occupat, qui ad noctem usque perduravit effusus. Vix uno a Camerinensi urbe milliari aberam, nec tamen ipsam videre potui nubibus ita obrutus, ut vix in viginti passus pateret prospectus. Quoniam jam aquis difflebam totus, pergendum duxi, & in Romanam viam itinere ea potissimum tempestate difficili, & dubio, evasi prope vicum viatoribus notissimum, quem dicunt *Seravalle*, unde citato cursu Romam delatus sum, & intermissum recepi protinus docendi munus.

Auctoris observationes Septempedanæ & iter Romam per imbres.

199. Maius cæli inclementia diu vexatus ægre Novembri

Mairii excursus
Impeditus a cali
inclementia .

Ejus iter per re-
liquum Picenum:
reditus in Ur-
bem .

vembri toto , & Decembris initio partem tantummodo sperati operis perfecit , quod , in desperationem actus rei conficiendæ , abrumpendum demum censuit , & in æquiores anni tempestatem differendum . Quo autem gyro , & quid præstiterit , ejus ipsius verbis exponam .

200. *Montecchio Cingulum perveni ubi hospitatus sum in adibus Dom. Raffaelli, qui tum Staffoli rusticabatur, quo etiam me humanissime invitavit . Post bidui moram ob pluviã continentem fere inutiliter factam Staffolum me contuli , ubi observationem luculentam restituta jam serenitate , habere licuit . Inde Fabrianum petii , ibique variante celo tamdiu hæsi, quantum ad ejus urbis, ac Matelica situm determinandum requirebatur . Hinc digressus Æsum secundo Æsi flumine per viam nulli Romanarum secundam perveni . Illic observatione exigui propter densam caliginem momenti peracta , postero mane Montem Radum Collegii Germanici prædium petii . Observatio pertenuis ob eandem causam Corinaldi primum instituta est : tum vero ob continuatam sex ipsis diebus caliginem nihil prorsus fieri potuit . Septimo demum die Mondulsi observatum est ; atque omissa , propter adultam anni tempestatem , jam enim finis Novembris appetebat , quam Mondavii facere statueram , observatione , Pergolam itum est . Hinc Sæxi ferrati positio una die , altera Feniglii castelli diruti in edito positi , determinata est , unde etiam Pergolæ ipsius determinatio pendebat . Inde Forum Sempronii progressus Montalti , qui locus tribus inde passuum millibus abest , observationem copiosam illam quidem , sed propter ventum vehementissimum , ac frigus acerrimum , difficillimam habui , ac deinde ineunte Decembri Cantianum petii ingentem nivis vim toto illo itinere perpeffus . Hic me biduum eadem causa detinuit . Tertio die non sine aliquo periculo Gualdum deveni , unde Romam recto itinere reversus sum .*

Novus egressus ,
& excursus ad ea,
quæ supererant .

201. *Supererant determinandæ urbes complures, quas inter Tudertum, Oropitum (Orvieto), Civitas plebis , & Camerinum . Itaque mense Majo anni insequentis 1753, Flavianum (Fiano) delatus ejus loci situ determinato expectabam opportunam Soractis montis conscendendi occasionem , quam post*

post unam, & alteram diem nactus dum observationi incumbere-
 rem, tempestas subito coorta illic me apud PP. S. Bernardi
 pernoctare coegit. Postero die absoluta observatione Flavia-
 num repetii. Inde Viterbium petii. Viterbio Oropitum.
 Ejus urbis, quae etsi rupi imposta est, in abdito fere latet,
 situ determinato, duas excursiones facere institui, alteram
 Balneoregium, & ad oras Tiberis, alteram legendo fere oram
 Paglia fluminis, Aquulam, & Procenum usque, unde Vulsi-
 nia Oropitum reditum est. Tertiam ad Montem Peliam in
 illud tempus distuli, quo Tudertum reverterer, quod tamen
 successum non habuit. Oropito Civitatem plebis delatus, inde
 Cetona montem conscendi, haud magno ob nebulam opéra pre-
 tio. Similiter montem Pratolenza, unde vix aliud, quam
 unius, aut alterius loci vicini situm nancisci potui ob imperi-
 tiam ejus, qui loca monstranda susceperat, quamvis, ubi ad
 rem ventum est, nihil fere certi pronuntiare potuerit. Fini-
 tis hac in urbe observationibus, Perusia Tifernum itum est,
 inde Apecchium, ut Monte Nerone conscenso locorum adjacen-
 tium situm explorarem. Agebatur tunc mensis Junius. Ita-
 que difficili itinere ad summum ejus apicem enisus, repente
 densa caligine circumfusis imbrem maximum tres ipsas horas
 sustinui, qui cum ne tum quidem intermitteretur, redeun-
 dum illuc erat necessario, unde discesseram. Cum autem postero
 die nihilo serenior aer redderetur, Tifernum me retuli, ac
 deinde Perusiam, tentata aliquantulum valetudine, qua oc-
 casione factum est, ut inde Tudertum recta profiscerer, ne-
 que ad Peliam montem ex itinere diverterem. Tudertum de-
 latus loca quaedam vicina determinavi, omissis iis quae trans
 Tiberim sita erant, propterea quod Camerinum festinandum
 erat. Hic apud Marchionem Bandini humanissime exceptus,
 aliquot dies hæsi ad vicina loca ipso Marchione comite exploran-
 da, & denique Interamna Reate divertens, ut occasione illius
 itineris loca quaedam in Sabina determinarem, Romam redii.
 Hucusque Mairius.

202. Interea ego sub Novembris finem, cælo Ro-
 mæ minus jam pluvio, sectore, qui Arimino Romam
 advectus fuerat, collocato, observationes utriusque Fixæ

Novæ observa-
 tiones Astrono-
 micæ Romæ in-
 choatæ ab aucto-
 re absolutæ cum
 Mairio.

P

ite-

iterum instituere cæpi, ut illas superioris anni confirmarem magis, quas, redeunte interim Mairio una produximus. Plurimis observationibus inter se apprime congruentibus, & per correctiones necessarias redactis ad idem tempus, altera quidem a superioris anni loco vix uno secundo distitit, altera duobus, quod mirum in modum annuam aberrationem Bradleyanam confirmat, cum ob eam altera eo temporis plurimum a polo debuerit recedere, altera vero accedere, uti factum esse, inde constat. Et quidem si hisce observationibus uteremur pro iis superioris anni, vel cum iis vix ullam discrimen in gradus mensura inveniretur. Sed illi priori fidentum magis, quæ minore nimirum temporis intervallo est instituta, quo minor error in Fixarum ipsarum motibus committi potuit.

Observationes
novæ in tholo
D. Petri: locus
observationis A-
stronomicarum
conjunctus, cum
tholo D. Petri: ob-
servationes pro
positione poligoni.

203. Eodem anno, regresso a postremo suo itinere Mairio primo quidem majore quadrante iterum everso in summum D. Petri Tholum, die admodum serena, quam per otium jam licebat seligere, angulos, ad connectendum ipsum tholum cum sepulchro Metellæ, & cum monte Sorianensi, observavimus, ut & angulum, quem totus admodum longus solarii nostri tractus, palmos enim fere quingentos protenditur, in ipso tholo subtenderet, cui adjecimus ipsius solarii geodæticam mensuram, & angulos in binis ejus extremis punctis; unde solarii ipsius positio, & loci, in quo observationes astronomicæ sunt institutæ, conjungeretur cum D. Petri tholo, & poligono. Supererat observatio, qua poligoni positus ad Meridianam lineam exigeretur aliquanto commodius, ac tutius, quam Arimini præstari potuerit. Id præstitimus ejusdem anni 1753. Septembri mense, qua occidentem Solem, commodam ejus positionem nacti, conjunximus cum directione arboris Sorianensis, quæ forte fortuna ex nostro ipso Collegii Romani Solario inter bina ingentis molis Palatia videndam se objicit, quod ipsum præstitimus tribus admodum inter se conformibus, & accuratis observationibus. Tentaveramus eandem con-

jun-

junctionem aliquanto ante ope Januarii montis, qui itidem inde conspicitur. Sed nec in ejus vertice jam extabat tugurium, & nimia Solis vicinia, paucis enim inde gradibus in æstivo Solstitio oritur, ortu reliquo anni tempore intercepto a Quirinali colle, ita cogebat obliquare quadrantem, ut per-quam incommodum esset bina simul telescopia dirigere alterum in montis verticem, alterum in Solem; præterquamquod exigua refractionis inæqualitas in angulo tam acuto admodum ingentem debuit errorem parere, dum inclinatus angulus ad horizontalem reduceretur, quas ob causas Sole potius occidente, & Sorianensi arbore adhuc extante, & diu, ut spero, extitura utendum esse censuimus.

204. Observationibus omnibus absolutis diu in quadrantis, ac sectoris divisiones inquisivimus pluribus methodis, quas quarto exponam opusculo, donec certo demum ex tentaminum plurium consensu constitit de earum statu, & correctione adhibenda, qua adhibita, & observationibus omnibus correctis, ac institutis molestissimis sane calculis, atque diuturnis, de gradus mensura certo demum innotuit. Nimirum intervallum inter parallelos transeuntes per cubiculum nostri Romani Musæi, in quo fere medio Romanæ observationes astronomicæ sunt habitæ, & illam partem Garampianarum ædium, in qua Ariminenses institutæ sunt, invenimus ex basi Ariminensi passuum 161253. 6, sive hexapedarum 123221. 3. Porro ex observationibus a Cycni Romanis prioribus invenimus arcum celestem interceptum graduum 2 min: 9, sec: 46. $\frac{1}{10}$ ex prioribus μ Ursæ præter eosdem gradus, & minuta prima invenimus secunda 47. 4: ex posterioribus α sec: 48. 8, ex posterioribus μ sec: 46. 0. Priorum medium est 46. 7, posteriorum 47. 4, omnium simul 47. Qui quidem consensus est summus. Assumendo igitur arcum cælestem omnium medium gr: 2, min: 9, sec: 47, erit gradus intermedius hexapedarum 56966. 3. quem quidem ob Romanam basim uno circiter passu majorem ex mensura, quam ex calculo; ob postremum po-

Examen instru-
mentorum: ma-
gnitudo gradus
deducta.

ligoni latus ad horizontem reductum tribus circiter hexapedis longius inventum alia methodo, quam ea, quæ in toto poligono redacto ad superficiem Telluris est adhibita; ob observationes priores Astronomicas Romanas Ariminensibus propiores, & in iis observationes a Cycni tutiores aliquanto, adjectis ad summum hexapedis 13, reducere possumus ad hexapedas 56979, qui gradus debetur latitudini gr: 42 min: 59, sive quamproxime gr: 43.

Primus expeditionis fructus; menura gradus meridiani.

205. Atque hic primus est totius expeditionis fructus determinatio nimirum accurata unius Meridiani gradus in Pontificia ditione, comparandi, quod etiam in primi capitis sine præstiti, & iterum in postremo opusculo præstabo, cum aliis, quos Academici Parisienses definiverunt pluribus in locis, & cum eo in primis, quem Cassinus in Gallia definivit pro latitudine gr: 43. $\frac{5}{8}$, qui quidem cum sit hexapedarum 57048, nostro adhuc per illas 13 hexapedas, quantum maxime potuimus, producto, major est hexapedis 69, cum debuerit esse ob illum dimidium gradum majoris distantiae ab æquatore productior 8 hexapedis tantum.

Gradus Romanus Gallico minor in eadem latitudine: conjectura de causa.

206. Porro inde & alii colliguntur fructus, inæqualitas nimirum quædam in curvatura Meridianorum in eadem etiam distantia ab æquatore, nec ita exigua in longitudinum differentia graduum tantummodo 10., quæ inter Romanum, & Parisiensem Meridianum intercedit, quo in genere hæc nostra observatio omnium est prima. Cum vero admodum probabile sit, id discrimen ortum habere ab actione, quam Appennini montes, & omne Italiæ solum versus ipsos Appenninos consurgens exercuit in sectoris pendulum, & simili actione, qua in oppositam partem egit in pendulum Cassini Pyrenæorum montium jugum, quæ gravitum directionem, & æquilibrii superficiem positione mutet, nova hinc confirmatio quædam Newtonianæ generalis gravitatis mutæ inter omnia terrestria corpora desumitur.

Altitudo Poli Romana.

207. Accedit ad eosdem fructus accuratior, & certior, quam huc usque habita fuerit determinatio altitudinis

dinis Poli Romanæ , quam collatis observationibus nostrarum Fixarum , & in primis β Aurigæ cum observationibus Parisiensibus ejusdem Fixæ invenimus in hoc Romani Collegii Musæo gr: 41 : min: 53 , sec: 55 , ad Thermas autem Diocletianas 41. 54'. 10" minorem nimirum 17" , quam a Blanchino fuerit definita .

208. Sed nec illud omittendum , Bradleyanam theoriam aberrationis luminis mirum in modum nostris hisce observationibus confirmari , ex quibus a Martio anni 1751 ad Decembrem anni 1752 eundem, intra unum , vel alterum minutum secundum , habuit accessum ad polum altera e binis stellis a nobis observatis , altera recessum a polo , qui quidem non ita exiguus extitit : ut adeo definito arcu cælesti , sive per priores , sive per posteriores observationes per eam theoriam correctas , assumpto medio , ne unius quidem secundi discrimen integrum inventum sit , altera etiam consentiente cum altera ; ubi sine ejusmodi reductione determinatio arcus ejusdem facta per alteram e binis stellis , a determinatione facta per alteram , per minuti trientem dissensisset . Sed ea theoria , ubique jam innumeris confirmata observationibus , hac nostra confirmatione nequaquam indigebat .

209. Demum & illud addam , esse aliquid , quod ad instrumentorum constructionem pertinet , & correctionem , quod in quarto exponam opusculo , hac occasione inventum , quod quidem Astronomis nec inutile spero fore , nec injucundum .

210. Et hi quidem ex priore expeditionis nostræ scopo , cum aliis nonnullis , quæ prætermitto , fructus multiplices promanarunt . Ex secundo autem habetur mappa nova Pontificiæ ditionis multo emendatior , quam ulla unquam prodierit hactenus . De ea fusius opusculo tertio aget Mairius , ubi & urbium omnium potissimum longitudes , ac latitudes exhibebit in catalogum redactas , in quibus nusquam unius minuti error timeri poterit , qui est præcipuus nostrorum in eo genere laborum fructus . Mappam nos Geographicam Pontificiæ ditionis

cor-

corrigenam assumpsimus, non topographicam singularum Provinciarum delineandam, quæ viarum omnium, ac fluviorum, & torrentium ambitus, & flexus exhibeat, montium omnium positus accuratos, vicorum omnium mediis montium vallibus abditorum certam sedem, certam omnium oppidorum formam, certos fines exhibeat. Ea ad communes agrimensores pertinent, & diuturnum admodum laborem exposcunt. Si ii aliquanto omnes ejusmodi omnium Provinciarum, vel omnium locorum, quæ ad urbium singularum ditiones pertinent, mappas delineaverint, quod incredibili labore, & ingentibus impensis Perusini, Bononienses, Camerinenses præstiterunt; tum vero cum in nostra mappa tam multa extent puncta accuratissime majoribus instrumentis definita, cætera facile inde suppleri poterunt & ea ipsa corrigi; solent enim ejusmodi mappæ exiguos tractus accurate exhibere, in amplioribus, errore ob methodos minus perfectas, & communium Agrimensorum inscitiam crescente semper magis in majoribus distantis in ingentem cumulum, non ita parum aberrare a veritate. Sed si ea utcumque Agrimensores præstiterint quidquid hic deest in eo genere, inde derivari poterit, & topographicarum etiam mapparum haberi satis accurata collectio.

Curæ adhibita
adeam perficien-
dam.

211. Interea ut in hac etiam mappa, quæ una cum hac nostrorum opusculorum collectione prodibit, quantum fieri posset eo in genere accurate constituerentur, pro iis omnibus, quæ a nobis observata non sunt, omnia monumenta, quæ licuit, conquisita diligenter contulimus inter se, quorum ibidem rationem aliquam Mairius exhibebit. Præterea toto hoc reliquo biennio, quod ipse calculis dedit propemodum infinitis, ac delineationi accuratissimæ, plurimas quaquaversum dedimus litteras, ut faciliores quasdam haberemus observationes, quæ ex punctis a nobis definitis, circumjacentia quædam loca definirent. Si nimirum in editiore loco imposita tabellæ ad sensum horizontali charta, dirigatur ad vicos proximos quosque regula oculo judice, uti ubi sclopeto in-

avem

avem quis collineat, & ducta e puncto designato in eadem recta linea, quæ ad ipsum tendat, adscribatur ejus nomen, & addatur distantia vulgo æstimata, vel etiam ubi pagus est inconspicuus, sed proximus, dirigatur regula ad sensum in eam plagam, ad quam jacet, ex ejusmodi observationibus pluribus inter se collatis ita accurate ea loca collocabuntur in mappa totam ditionem Pontificiam continente, ut nullus in eorum positu vel fere nullus ad sensum error timeri possit; plerumque enim multo erit minor uno miliari, cujus spatium in ejusmodi mappa utut ingenti per quam exiguum est.

212. Porro plurimas ejusmodi observationes recepimus pluribus ex locis; at ex aliis, ut ex oppido illo, quod Cascia dicitur mediis montibus obsepto, & adjacentibus ejus pagis obtineri nullo modo potuit, licet plures ego quidem litteras & ad oppidi Præfectum dederim, & ad alios plures, hominibus rem factu facillimam, & expeditissimam habentibus pro ardua admodum, atque difficili. Plura eo in genere etiam in Bononiensi, & in Romandiolæ montano tractu desideravimus necquidquam, & in Urbini ditione montibus obsita, cujus tamen ditionis topographicam etiam multo sane accuratorem mappam habebimus cura, & liberalitate Cardinalis Stoppanii Legati ditionis ejusdem, qui ad id ipsum, dum hæc ego typis cælo, Mairium eo advocat, loca singula diligentius, ac diutius perlustraturum. Eodem autem opere & de Gallii positu constabit certius urbis nimirum in mediis montibus abditæ, quæ tamen urbs ipsa ita in generali mappa constituta est ex observationibus quibusdam circa ipsam peracti, & ex distantia ab oppido Cantiano, ut nullus, qui sensum percellat in ejus positu error timeri possit.

Quid adhuc minus certum.

213. Corriguntur autem in eadem generali mappa errores mapparum communium quam plurimi, qui quidem est hujus alterius scopi expeditiones nostræ fructus sane ingens. Sunt inter eos nonnulli etiam Blanchini errores, celeberrimi, & doctissimi viri, qui nimirum nec

Correctio errorum aliarum mapparum.

ma-

majora hæc habuit instrumenta nostra, nec in montibus signa, ut idcirco labi eum aliquando omnino oportuerit. Nihilo tamen minus prima Meridiani Romani correctio debetur ipsi, ex cujus potissimum observationibus ejus ductum, qui in veteribus mappis 60 passuum millibus, eoque amplius, ubi ad mare Adriaticum devenit, Orientalior erat, quam esse debeat, Eustachius Manfredius veræ proximam definivit in mappa, quam cum Posthuma ejus observationum collectione edidit. Ibidem tamen diligenter legenda, quæ Manfredius de ejus geographicis observationibus notat, ut ignoscendum nobis esse constet, si a tanto viro nonnunquam discedimus.

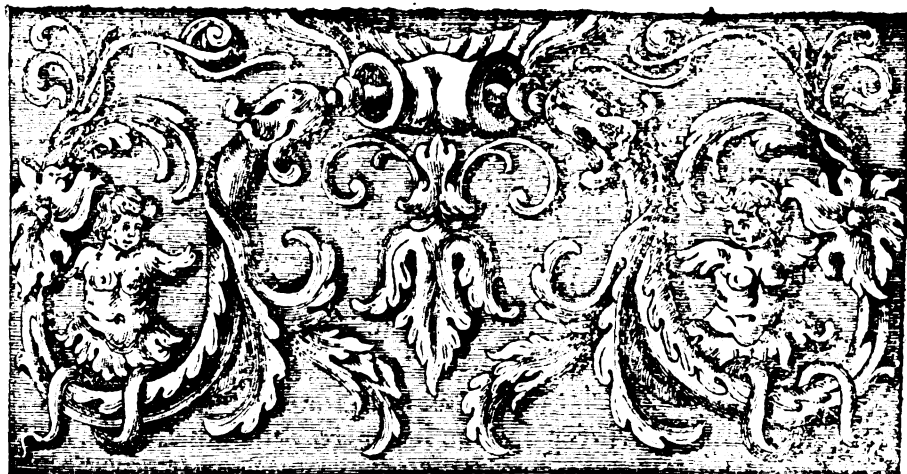
Mendum fortasse
aliquid in locorum
nominibus; unde id timeri
possit.

214. Illud hic demum omittendum non est, fore alicubi in ipsa mappa mendum aliquod in locorum nominibus enunciandis, licet in eo etiam diligentiam omnem adhibuerimus. In ipso exordio expeditionis nostræ Cardinalis Valentii cura, auctoritate vero Pontificia ad Episcopos omnes Italico sermone perscriptum fuit, ut locorum ditionis suæ catalogum Romam transmitterent. Transmiserunt alii sermone ipso italico, alii latino, sed eorum incuria, quibus negotium ab iis demandatum est, multa in ipsis menda passim deprehendimus, nominibus vulgari usu corruptis. Nos itidem in proximis urbibus de locorum nominibus sciscitantes, plura sæpe excepimus nomina ab aliis alio modo corrupta. Labemur hinc aliquando fortasse, sed raro admodum, ut spero. Id ipsum autem facile ignoscet, qui ex nomine fortasse aliquando corrupto, locum tamen agnoscet, & veram ejus positionem inveniet.

* Omissa necessario cura veteris Geographiæ. Totius opusculi finis.

215. Quod ad veterem Geographiam pertinet, eam ubique fere omisimus; nam veterum locorum rudera jacent plerumque obruta silvis, & ita prostata solo, ut ex editis remotis turribus, ac montibus videri, & determinari non possint. Multo diuturniorem ea res annorum multorum laborem, cum longa Veterum auctorum meditatione requireret, non brevem excursus. Atque hæc quidem de expeditionis nostræ ratione, & fructu dicta sint satis.

OPU-



OPUSCULUM SECUNDUM

MENSURA GRADUS MERIDIANI ROMAM INTER
 ET ARIMINUM MEDII A GRADU XLII. CUM
 DIMIDIO AD GRADUM XLIII.
 CUM DIMIDIO.

INTRODUCTIO.



UM ante inventa superiore
 Sæculo Telescopia nihil ferme
 inter Instrumenta, quibus tam
 Veteres, quam Recentiores uti
 potuerunt, interfuerit, haud
 immerito mirum videri debet,
 tantam extitisse, usque ad Pa-
 trum nostrorum ætatem, in ma-
 gnitudine gradus unius ambitus
 Terrestris definienda discrepan-

*Varia de Tellu-
 ris ambitu sen-
 tentia.*

tiam. Quem enim gradum Aristotelis temporibus ad sta-
 dia undecies centena & undecim protendi Mathematici
 censuerant, hunc ad septingenta Eratosthenes, ad sexcen-
 ta sexaginta sex Posidonius, ac deinceps Ptolemæus ad

Q

quin-

quingenta redegit, quem sæculorum aliquot intervallo secuti Arabes gradum unum septem fere ac quinquaginta passuum millia complecti statuerunt, ut etiam ex hac proxime memorata Ptolemæi mensura haud parum detraxisse videantur. Sed cum inexplorata nobis sit vera stadiorum ac passuum ab eis assumptorum longitudo, quæ profecto aliis locis ac temporibus longe alia esse potuit, haud omnino incredibile est, non ita magnam intercedere inter hæc omnes sententias discordiam, qua quidem hac ratione sublata, ita demum statuendum nobis erit, eos non tam inter se hac super re dissiensisse, quam ob prætermissum mensuræ illius, qua quisque eorum usus est, modum, nihil de ea satis certum potteris reliquisse.

Hujus varietatis cause.

2. Non tamen hoc ita intelligi velim, tanquam si omnes omnino Veterum supputationes inter se ad amissim congruere existimarem. Agnoscenda omnino est hac in re nonnulla sententiarum diversitas, tametsi haud ita magna, ut numeri paulo ante memorati prima fronte præ se ferre videntur. Ea autem non solum ex Instrumentorum a singulis adhibitorum natura nasci potuit, verum etiam multo magis ex Methodorum, quas usurpârunt, varietate. Etenim si superiore sæculo Ricciolum, de cujus diligentia dubitari non potest, idcirco tamen in statuenda gradus unius longitudine haud mediocriter hallucinatum esse videmus, quod Methodum a se adhibitam a Refractionum vitio liberam esse falso censuerit; quanto id verius antiquiorum observationibus opponi poterit, quibus nihil dum de hujusmodi Refractionibus suspicari contigerat. Potuerunt igitur antiquiores, potuit Eratosthenes, id quod etiam ex ejusdem scriptis judicare fas est, propterea quoque mensuram justo ampliorem gradui attribuere, quod in ejus longitudine indaganda, nullam profus Refractionis, quæ Methodi illius, qua utebatur, securitati obstabat, rationem sibi habendam esse duxerit. Supervacanea est enim illic omnis diligentia, ubi Methodi vitio, ob præter-

termiffum , ut ita dicam , Elementum aliquod peccari contigerit .

3. Verum , ut ut hæc feſe habeant , quæ de Antiquiorum numeris in utramque partem diſputari poſſunt , illud certe non obſcurum eſt , Recentiorum tentamina , quæ Teſcopiorum aut inventionem , aut certe ad Organa Geometrica applicationem proxime præceſſerunt , quæque per meſuras Gæodæticas probe notas , atque a Refractionibus minime vitiatas peracta ſunt , haud ita multum inter ſe diſſidere . Nam & Fernelius in Gallia & in Anglia Norwoodus meſuram vero proximam aſſecuti ſunt , & qui inter horum ætatem medius fuit , Snellius in Hollandia , idem forte accuratius præſtitiffet , niſi , ut nuper oſtendit Cl. Muſchenbroeckius , turrium longinquarum ſimilitudine deceptus , ignoſcendo utique errore lapſus fuiſſet . Quod igitur ante Picartii meſuram Globi terraquei magnitudo in incerto hæſerit , ejus rei ratio partim ex meſurarum adhibitarum varietate , partim ex Refractionum ignoratione videtur reperenda , cum dubitari nequeat , quin ſublatis etiam e medio Teſcopiis , & inſtituto per Angulos Horizontales tentamine , quorum primo Baſis aliqua probe cognita oppoſita fuiſſet , gradus terreſtris longitudo intra trecentos aut ad ſummum quadringentos paſſus definiri potuerit .

Qua ratione probe ſublata .

4. Sed multo arctioribus terminis includenda erat hæc meſura , ut Figuram Globi Terraquei , de qua poſt aliquot Pendulorum experimenta dubitari cœperat , patefaceret . Commodiſſimum igitur illud accidit , ut quo tempore liſ hæc mota eſt , eo potiffimum in promptu haberentur Inſtrumenta , quorum ſolorum ope ad ejus deciſionem aſpirare fas erat . Quanquam ne tum quidem omnia ſtatim aderant , quæ ad ſubtilem adeo perveſtigationem requirebantur . Obſtabant nimirum res duæ , quibus neglectis , erroribus ſane haud contemnendis anſa præbebatur . Nam neque Refractionum doctrina adhuc ſaſis perſpecta erat , neque de annua Fixarum aberratione

Difficultas determinandi Telluris Figuram .

ne quidquam suboluerat. Sed Refractionum doctrinam, adhibitis ad Quadrantes Dioptris Telescopicis absolvere haud ita arduum erat; Aberrationum Theoriam perficere e contrario difficillimum, cum eas Telescopia detegerent quidem, sed in aliis atque aliis stellis tam inter se diversas, tamque incredibiliter variatas, ut difficultatis istius solutio propemodum desperata videretur. Ea tamen non soluta, fieri omnino non poterat, ut Latitudinis duorum locorum differentia innotesceret, nisi eodem tempore in eandem stellam observatores duo diversis in locis Instrumenta dirigerent. Itaque nihil mirum, si quamdiu hac difficultate laborabatur, prima tentamina, etiam Telescopiorum ope subnixā, quemadmodum ad mensuram gradus definiendam quam proxime acceperunt, ita ad graduum singulorum incrementa, aut decrementa internoscenda, qua ex re Telluris Figura pendebat, parum admodum, aut potius nihil contulerunt.

Ejus difficultatis
Solutio.

5. Ut igitur nihil prorsus deesset, quod ad Figuræ Terrestris examen instituendum desideraretur, opus erat implexi hujus Problematis solutione, quid nimirum esset, quod annuas hasce situs mutationes, & eas quidem inter se tam discrepantes in Fixis efficeret. Eam adinvenit solertissimum Cl. Bradleii ingenium, qui postquam idoneo Instrumento sat magnam observationum copiam comparasset, re mature considerata, ad extremum deprehendit, Phænomenon illud, quod Astronomos omnes tamdiu frustra torserat, successivæ lucis propagationi deberi. Ex hac enim consequi varietatem illam omnem mutationum, quæ tantam Problemati isti caliginem offuderat. Itaque hoc velut Ariadnæo filo nos ducente, quo quælibet stella quovis anni tempore, & quantum divagetur, adeo secure prænuntiamus, ut major cum Authoris Theoria consensio non dico desiderari, sed ne sperari quidem posse videatur. Norunt enim Astronomi nullam prorsus ex Observationibus circa Fixarum Aber-

Aberrationem institutis (institutæ autem sunt post præclarissimum hoc inventum quamplurimæ) inveniri, quæ conspiratione sua certissimam causæ assignatæ veritatem non confirmet. Cum igitur Lud. XV. Regis Christianissimi jussu celeberrimi in Gallia Astronomi in gradu Meridiani remotissimis in locis dimetiendo diu multumque desudâssent, cumque graduum singulorum ab Æquatore crescentium inæqualitatem accuratis mensuris tam sub Æquinoctiali circulo, quam sub Polari, nec non in Gallia ipsa peractis citra controversiam stabiliûssent, nec adhuc quisquam experimento probâssent eademne foret ubique terrarum in eadem a Polo distantia, sub Meridianis tamen diversis, Telluris curvatura, voluit quoque SS. Dominus noster BENEDICTUS XIV. pro singulari ea, qua bonas artes omnes complectitur, benevolentia, ut quoniam omnia huic examini jam matura essent, primum illius investigationis specimen in sua ditione extaret. Id consilium ei peropportune suggesserat Eminentissimus Cardinalis Silvius Valentius, eidem a secretis consiliis, de cujus erga omne literarum genus propensissimo studio supervacancum est apud Orbem literatum verba facere. Id quomodo perfectum sit, deinceps declarabitur.

A R T I C U L U S P R I M U S .

De Apparatu Instrumentorum .

DUobus præcipue Instrumentis in hoc negotio usi sumus, Quadrante Astronomico & Sectore. Hujus longitudo erat pedum novem Parisiensium, cum lamina pedali transversa. Quadrantis Radius tres pedes Parisienses nonnihil superabat. Utrumque Instrumentum breviter hoc loco describendum est.

I. Quadrans noster non ab Artifice aliquo in hujusmodi rebus exercitato, quales Romæ perraro inveniuntur, sed a Sacerdote quodam Veronensi, cui nomen De Quadrante :
Augu-

Augustinus Ruffus, uti Instrumentis Astronomicis parum assueto, ita in Mechanicis admirabili dexteritate prædito elaboratus est, Itaque quod præcipue curandum erat, ut tota Limbi superficies cum Centro in eodem plano consisteret, id egregie præstitit, neque in Limbo accurate dividendo diligentiam suam desiderari passus est. Instituto enim multorum dierum examine, deprehendimus arcum nonaginta graduum non nisi viginti duobus secundis a vero deficere, cæterorum autem divisiones rarissime minuti unius dimidium, minutum autem primum nunquam attingere, id quod in primo Quadrantis construendi tentamine Auctoris industriam apprimè commendat. Facta porro in dena quæque minuta divisione, reliquum operis per circulos concentricos non illos quidem æqualibus ab invicem intervallis distitos, sed centrum versus proportionaliter decrecentes, & lineas transversas, de more absolutum est. Ea autem fuit circulorum undecim inter se distantia, ut in Angulis æstimandis vix unquam secundis quinis alterius nostrum iudicium ab alterius sensu discreparet.

De ejus fulcro, 2. De Fulcro Quadrantis ejusque in omnem partem volubilitate, uti & de regula mobili Tubo optico instructa supervacaneum est hoc loco differere, cum hæc eadem fere in omnibus Quadrantibus reperiantur. De Tubo vero optico lateri Quadrantis affixo id unum habeo dicere fuisse eum gemina lente objectiva instructum, ut translata ad alteram Tubi extremitatem lente oculari objecta inter se prorsus opposita, manente eodem Quadrantis situ detegeret. Sic enim fiebat, ut congruente filo mobili Micrometri cum fixo ad alterum Tubi extremum, (ut autem congruerent per Quadrantis conversionem facile obtinebatur) Correctio Quadrantis, eodem modo, ac si Diopris simplicibus constaret, perageretur. Quoties enim filis congruentibus idem objectum tum ex parte Limbi, tum etiam ex parte Centri, converso scilicet Quadrante, aspiciebatur, punctum medium inter illa duo, quæ in utroque situ perpen-

pendiculum in Limbo radebat , divisionis verum initium , ac proinde errorem Quadrantis demonstrabat . Erat autem Limbus non in gradus duntaxat 90 divisus , sed in eos etiam , quos hinc illinc ultra eum numerum admittebat .

3. Venio nunc ad Sectorem , qui ut superius dictum est , novem Pedes Parisienses longus fuit . Constabat autem Radio ferreo , & laminâ transversâ ei perpendiculariter coaptatâ . Huic superinducta erat lamella ænea bene lævigata , cujus planum per radii centrum accurate transibat . Eidem per medium secundum longitudinem excavatæ inserta erat altera lamella ænea ope cochleæ mobilis , cujus longitudo , (quæ unius pedis esse debuerat , sed ut experimento deprehensum est , paullo plus quam bis millesima sui parte ab ea mensura deficiebat) in partès duas & septuaginta inter se æquales dividebatur . Ita demum fiebat , ut quoties filum perpendicularare limbum radebat , toties motu cochleæ una ex divisionibus illis filo ad amissim admoveri , ac conversiones ejusdem , nec non partes conversionum numerari possent . Unaquæque enim conversio , prout in Micrometris fieri solet , circello atque indice adjecto in partes centum , & octoginta distribuebatur . Hæ autem partes , quæ , ut patet , non ad peripheriam Circuli , sed ad ejus tangentem pertinebant , ejusmodi erant , ut quo loco tangens cum circumferentia coincidebat , eo centum atque insuper una & septuaginta cum dimidio unum minutum primum conficerent . Ita earum fere tres ad singula minuta secunda requirebantur . Tubus Opticus Sectori a tergo additus , ejusdem erat cum Sectore longitudinis , & Axis illius cum plano Sectoris quam proxime congruebat .

4. Suspendio Sectoris nostri firmissima fuit , ita ut post horas complures eum in eodem situ prorsus immotum non semel offenderimus , id quod eadem puncta filo perpendicularari etiamnum oblecta demonstrabant . Hanc ei firmitatem conciliabat hinc cochlea fulcro immobili inserta & in plano Meridiani collocata , cui Sector in-

De ejus Suspendione .

cum-

cumbebat, quoque circumacto stella vertici vicina ad filum Tubi Horizonti parallelum paulatim adducebatur, illinc geminæ aliæ ei plano perpendiculares, quibus vel promotis, vel retractis, Sector in situ verticali statuebatur, quod tum demum agnoscebatur, cum filum perpendiculare limbum radebat. Ne autem ad easdem partes ad quas per has duas cochleas trudebatur, Sector moveri posset, totidem ponderibus cavebatur, quæ eum cochleas versus revocarent, efficerentque, ut iis quodammodo immobiliter incumberet. Facile porro præstabant eadem cochleæ, ut Sectoris planum cum plano Meridiani congrueret. Etenim si tantillum ab eodem declinare deprehenderetur, in promptu erat alteram earum, prout usus postulare, vel promovendo, vel retrahendo debitum continuo situm adipisci. Duxeramus ad hunc finem in pavimento lineam Meridianæ parallelam, quæ communem Plani Sectoris in Meridiano constituti, ac pavimenti sectionem repræsentaret, ac deinde oculo in eodem plano posito, facile quantulamcumque ab eodem declinationem agnoscebamus.

A R T I C U L U S II.

De Errorum Correctione.

Quomodo Sectoris errores corrigi poterint.

5. **N**Otissimum est fieri non posse ut in Instrumentis manu elaboratis error nullus admittatur, tametsi ii perexigui esse soleant, ubi ad summam curam Artificis diuturnus usus accesserit. Id autem eo magis in Instrumentis nostris cavendum erat, quod ut superius dictum est, qui eis fabricandis operam navabat, nondum se in hoc genere exercuisset. Corrigendi itaque erant errores tam Sectoris, quam Quadrantis, qui ex prava utriusque divisione enascebantur. Ac primo quidem, quod ad Sectorem attinet, satis fuisset ad rem præsentem partes aliquotas totius longitudinis ejusdem stellarum obser-

observandarum distantis a vertice magis accommodatas a puncto Limbi medio utramque in partem transtulisse, ac punctis tenuissimis notasse, neglectis interea aliis divisionibus, quæ ad stellas observandas nihil attinebant, quod Bouguerius & Condaminius ante præstiterant. Exempli gratia, quoniam hic Romæ stella α Cygni duobus circiter gradibus cum dimidio a vertice in appulsu suo ad Meridianum transitura erat, transferenda erat utrinque pars Radii seu totius longitudinis Sectoris vigesima tertia, quæ Tangentem graduum duorum, minutorum novem & viginti, & secundorum fere trium, & viginti æquaret: ita enim quod superfuturum erat intervalli facillime per partes conversionis cochleæ deprehendi potuisset. Sed eodem prorsus rediit methodus a nobis usurpata. Examen enim hac ratione institutum est.

6. Sumptâ parte aliquota Radii, quæ ad rem præsentem maxime idonea futura prævidebatur, ductæ sunt in lamella CrySTALLINA duæ rectæ parallelæ tantundem fere inter se distitæ, quanta esset partis istius longitudo, ac deinde lamella ista Limbo Sectoris cera firmiter agglutinata est. Cavebamus interea diligenter, ne lineæ istæ, quæ adeo subtiles erant, ut nisi lente adhibita dignosci vix possent, lineæ tangentium oblique insisterent, id quod earumdem a se invicem distantiam aliquantulum auxisset. Rebus hoc modo paratis, conversiones ac partes conversionum cochleæ numerabamus, quibus linearum intervallum tam a distantia observata, quam a parte aliquota sumpta discrepabat. Ita enim distantia observata innotescebat, neque periculum erat, ne hac ratione examinantibus error aliquis obreperet, cum & laminam crystallinam, qua parte signabatur, laminæ æneæ semper coherentem esse curarem, & in æstimanda linearum dictarum cum limbi divisionibus congruentia duarum partium errorem, quarum fere tres secundum unum æquabant, nullo negotio evitarem.

Qua ratione error
recti sunt.

7. Neque tamen necesse erat scrupulosius agere in par-

R

te ali-

quam accurate.

te aliquota ad amissim determinanda . Satis enim erat ad illam quam proxime accessisse , habita interea ratione excessus seu defectus , quo pars illa tot vicibus sumpta Sectoris longitudinem superabat , aut ab ea superabatur . Hoc enim discrimen istiusmodi esse non poterat , ut in partes viginti aut plures distributum sensibilem errorem efficere posset . Ponamus enim , sumptis tribus & viginti partibus æqualibus , superesse etiamnum ad totam Sectoris longitudinem æquandam partem ejus quingentesimam , & in ea dimetienda errorem , qui uni secundo æquivalet , admissum esse . Evidens est in hoc casu , errore per singulas partes aliquotas æqualiter distributo , in metienda illa parte aliquota non nisi partis vigesimæ tertiæ unius minuti secundi errorem timeri posse .

Quo eventu .

8. Exploratis hoc modo erroribus Tangentis , deprehensum est , eam fuisse partium duarum & septuaginta , in quas divisa erat tota ejus longitudo , inæqualitatem , quæ errorem quatuor aut quinque , vel etiam sex interdum minutorum secundorum , semel etiam undenorum parere potuisset , ita tamen , ut multo propius a vero abessent divisiones partis dexteræ quam lævæ ; atque ut hæc quidem omnes justo minores essent , sumpto nimirum toto intervallo ab initio divisionis , si unum aut alterum intervallum excipias , cum tamen tota ambarum collectio interdum excessu , interdum defectu peccaret . Examinata quoque est separatim per conversiones cochleæ pars unaquæque , & Tabula errorum exinde confecta , quæ vix sensibilibus ab altera discrepabat : major tamen fides priori examini habenda erat , propterea quod plures errores in unam summam collecti sensibiles evadere potuissent , licet nullus eorum seorsum spectatus sui indicium præberet . Nam si in divisionibus singulis ducentesima conversionis unius parte erratum esset , & errores omnes , quod tamen ægre accidere potuisset , ad eandem plagam pertinuissent , in partibus sex & triginta , hoc est in dimidio totius longitudinis , error undecim minutorum secundorum admissus fuisset .

fuiſſet . Rem vero multo aliter ſeſe habuiſſe utriuſque Tabulæ conſpiratio demonſtrabat .

9. Neque abſimili modo abſolutum eſt examen Qua- Examen Qua-
drantis . Etenim Inſtrumento cuidam circa centrum mo- drantis .
bili , qua parte Limbum attingebat , cochlea ita aptata
erat , ut ejus ope diſiſionum diſcordia , admota lamellæ
Cryſtallina , non ſecus ac in linea Tangentium factum
fuerat , accurate exploraretur . Ac primo quidem diſi-
ſiones Limbi , quæ inter gradus 0 ac 30 , 30. ac 60 , 60.
ac 90. continebantur , ad trutinam revocatæ ſunt , dein-
de vero per denos, quinos & ſingulos quoſque gradus itum
eſt . Hoc inſtrumentum primo quidem ex ligno confe-
ctum fuerat , ſed eventus expectationi minime reſpon-
dit . Experimentum enim continuo iteratum aliquam in
erroribus varietatem exhibebat . At ſimulac ex ferro ali-
ud ejuſdem formæ elaboratum eſt , varietas illa omnis
penitus evanuit ; ita ut de errorum hac ratione detecto-
rum quantitate dubitandi amplius locus non eſſet . Super-
vacaneum autem eſſe arbitror monere tam in his , quam
in ſuperioribus illis operationibus neceſſariam proſus
ſuiſſe Lentem convexam exiguam , qua minutiffimæ quæ-
que differentiæ diſtincte deprehenderentur . Eadem Lens
inter obſervandum Limbo Sectoris applicabatur eo ſuc-
ceſſu , ut tertiam minuti ſecundi partem ſenſibilem effi-
ceret ,

10. Quod ad Quadrantis ipſius ſive graduum nonaginta Eventus exami-
ta menſuram attinet , ea duplici modo explorata eſt . nis .
Etenim & Horizontis totius ambitus in loco omni ex parte
patenti gradibus 360 fere duobus minutis primis ma-
jor juſto eſt viſus , & ſumma trium Angulorum in uno-
quoque Triangulo debite reducto , aſſumpto inter om-
nes medio , minutis ſecundis quinquaginta juſto amplior
deprehenſa eſt . Ex quo illud conſequens eſt , Angulum
rectum angulo in Quadrante noſtro notato minutis ſe-
cundis viginti quinque majorem extitiſſe . Unde duplex
enāſci poteſt Quadrantis correctio , vel ſcilicet hunc er-

rorem per totam ejusdem peripheriam æqualiter distribuendo, ac deinceps correctionem observatam adhibendo, vel quod nos fecimus, dictæ correctionis tabulam singulis gradibus, tanquam si perfectus foret Quadrans, applicando, ac deinde Arcum sic repertum in data ratione minuendo, quod commode fit demendo ex duodeviginti quibusque gradibus, quoties in Angulo aliquo observato reperiuntur, quina secunda ac deinde quod perfacile est partem proportionalem pro eo quod supererit. Ita si Arcus observatus fuerit graduum quadraginta, pro sex & triginta gradibus provenient minuta secunda decem, ac pro quatuor reliquis unum. Minuendus est igitur Angulus observatus minutis secundis undecim.

A R T I C U L U S III.

De Electione Stationum.

Quæ Stationes
delictæ.

T Otus ferme Tractus, qui Mare superum atque inferum interjacet, aut Apenninis montibus, aut certe quibusdam ejus Appendicibus occupatur, qui quidem Montes tametsi planitiem interdum haud exiguam interjectam habeant, hæc tamen haud unquam istiusmodi esse potest, ut continuationi Triangulorum ab una Meridiani nostri extremitate ad alteram inserviat, cum juga fere continua, ubicumque in locis depressioribus Statio figatur, ulteriorem prospectum intercipient. Itaque si Romam & Ariminum exceperimus, cæteræ omnes Stationes in montium verticibus collocandæ erant, ut Triangulorum series, quæ ab una Urbe ad alteram pertineret, constitueretur. Quamobrem, re probe examinata, visum est Montes sequentes huic negotio deligere, Januariam, Sorianum, Fionchum, Penninum, Tesium, Catriam, Carpegnam ac Lurum.

Singularum descriptio & tuguriorum erectio.

12. Horum ptimus supra Palombaram Sabinorum oppidum, duorum circiter milliarium intervallo se attollit:

lit: secundus oppido Soriano imminet, unde etiam nomen mutuatus est. Priscis autem temporibus totum illud jugum, cujus mons iste partem editissimam occupat, Montis Cimini nomine insigniebatur. Tertius quinis millibus passuum Spoletum abest cis Narem fluvium, qui ejus radicem alluit. Quartus ¹ Nuceriam ad Occidentem Solem pari ferme intervallo sitam despicit. Tescius jugum est in agro Perusino, tantundem fere ab Urbe Perusia ad septentriones semotum. Catriam appellant verticem altiorem Montis bicipitis supra Cantianum, cujus alteri vertici fere huic æquali Occasum æstivum versus Monti acuto nomen est. Carpegna a Castello cognomine appellationem mutuatur, cujus etiam in ditione Montis pars magna posita est. Habet etiam infra se ad Occidentem solem urbem exigua, ut in locis montuosis, Pennam nomine, ubi nunc sedes Episcopalis est Dioecesis illius, quam hodie Montem Feltrum appellant. Superest Mons Lurus, qui septem duntaxat passuum millibus Pisauro abest, supra maris superficiem haud totis ducentis passibus assurgens, atque adeo reliquis omnibus longe depressior. Hujus apici imposita est Turris antiqua, ut propterea hoc in loco signo alio nullo opus haberemus. In aliis extruendum fuit necessario tuguriolum, quod hac ratione perfectum est. In delectis quatuor angulis palmis viginti aut plus eo ab invicem sejunctis palos grandiores seu trabeculas totidem alte in terram defigi curavimus, situ minime illo quidem erecto sed modice inclinato, ut nimirum trabecularum extremitates ad punctum meditullio tugurii extruendi perpendiculariter imminens convergerent. His alii pali minores clavis transversim adnectebantur, quibus deinde intexti rami arborum ac sarmenta totum opus convestiebant, ut & procul spectantibus opacum videretur, & conii truncati speciem exhiberet. Excipiendus tamen est Mons Sorianus, qui cum, ut aliis in locis, sic etiam in summo jugo sylvosus sit, in eo jugo quod delegeramus, arboribus neces-

sario

1 Nocera.

fario spoliandus erat, unâ tantum relicta, quæ a longinquo conspici ac notari posset.

Stationum oportunitas;

13. Hic Montium delectus non solum omnium commodissimus, sed etiam prope necessarius est visus. Quoscumque enim alios elegissemus, ii angulos ad triangulorum seriem texendam minus commodos habuissent. Potuisset quidem Sorianum inter ac Testim interjici statio altera; primò tamen contemplantibus nobis situm regionis non alia se objecit, quam unus aliquis ex montibus Tiberi ad Tenagliam aut Montecchium imminentibus, qui tamen neque angulos satis commodos habuisset, neque a Soriano monte sat longe abfuisset, Rectius ad hunc finem delectus fuisset, si modo aliquem deligi necesse erat, mons Pelix in ditone ¹Oropitana, cujus oportunitas, si minus ad triangulorum nexum, at certe ad alios fines Geographicos, maxima fuisset, tametsi quo minus id initio observaretur, plurima obstarent. Reliqui montes omnes, qui quidem nobis in mentem venire potuissent, aut nimium declinabant a Meridiano, aut propter alios interjectos fini nostro inutiles evasisent. In duobus præcipue laboratum est, Fioncho scilicet & Luro, quorum is ægre a monte Soriano, hic autem a Catria ac Carpegna conspici potuit. Nam Luri quidem fastigium a locis longe editioribus spectatum in planitiem ulteriorem decumbebat; Fionchi vero summus apex, utut altior monte Soriano, a Cuscerno monte haud paullo editiori obumbrabatur. Ita fiebat, ut signum utriusque impositum non in coelum, qui commodissimus est ejus videndi modus, sed in terram, quæ nisi lucente sole, ejus conspectum fere adimit, desineret. Neque aliter se res habuit cum tholo D. Petri e Soriano monte despectato, cujus sæpe nullum prorsus vestigium oculis se offerebat, cum alia objecta dissimilem situm habentia clarissime conspicerentur.

Nexus earum cum utraque basi.

14. Atque hi quidem montes cum tholo D. Petri in Urbe Romana, ac statione altera litorali prope Ariminum, unde mensura Basis inchoata est, octo triangula præ-

¹ D' Orvieto.

præcipua constituunt , unde gradus unius Meridiani longitudo depromenda est . Superfunt Bases geminæ totius nimirum operis fundamentum , quarum illa quidem Ariminensis cum Trianguli adjacentis latere uno immediate conferri potest ; altera vero Romana , cum a quinto circiter a tholo D. Petri Lapide initium ducat , Triangulo alio auxiliari opus habet , ut dicti tholi a vertice Montis Januarii distantia innotescat . Itaque totum opus undecim Triangulis absolvitur , quorum octo, uti dictum est , Meridiani mensuram præcipue respiciunt , tria autem reliqua ad primi vel extremi lateris longitudinem , ex qua reliqua pendent , determinandam necessaria sunt . Sed jam mensuræ ipsius ratio nobis describenda est .

A R T I C U L U S I V .

De Basis utriusque Mensura .

15. **B**asis ea , quam haud procul Urbe Romana dime- Basium Situs .
 tiendam susceperamus , ante annos aliquot
 haud paullo commodior fuisset , utpote quam in ipsa via
 Appia antiqua in directum per longissimum intervallum
 porrecta selegeramus . Sed quoniam non ita pridem via
 publica , ut idem esset magna ex parte iter sive per por-
 tam Coelimontanam sive per Capenam Roma Albanum
 petentibus , ad lævam deflexerat , hinc factum est , ut per
 loca segetibus consita mensura nostra , non sine magna
 difficultate continuanda esset , multo impeditior futura ,
 si eandem adultis jam ferme culmis , iterassemus , atque
 ad eas quas jam tum experiebamur , difficultates , alias
 novas adjunxissemus . Satius igitur habuimus , postquam
 octona passuum millia hac ratione dimensi essemus , alte-
 ram Basim deligere , quoties collibuisset , ad examen re-
 vocandam , quam ad hanc , quod fieri vix posse prospici-
 ebamus , iterum dimetiendam nos accingere . Illud autem
 commodissimum accidit , quod inquirentibus nobis ac
 loca

loca maxime opportuna circumspēctantibus alius locus aptior non occurrerit, quam in altero Meridiani nostri extremo ad ipsum litus Maris Adriatici, ubi tametsi litus tantundem in directum non procurreret, quantum ad institutum nostrum satis esset, modico tamen flexu octo fere passuum millia perinde metiri liceret, ac si unam & eandem rectam efformāssent. Et hoc quidem interval- lum mense Decembri, cœlo plerumque caliginoso, per dies tredecim bis mensi sumus, eo successu, ut inter utram- que mensuram non nisi duorum pollicum discrimen inve- niretur, quæ quidem concordia, ei qui hoc tempore aeris temperiem nostramq; in metiēdo diligentiam minus con- sideraverit, casui fortuito adscribenda fortasse videretur. Summa enim fuit per 13 hosce dies, id quod ex Thermo- metro Reaumuriano satis constat, in aeris temperie con- stantia; ad hæc perticarum nostrarum longitudinem, sæpius quotidie inter operandum ad examen revocabamus, quam si forte earundem pondus, inducta curvatura, variāssent; decurtationis ejus, quæ perexigua erat, rationem habeba- mus. Itaque si tertio eundem laborem repetere placuis- set, haud dubium, quin contemnendo plane discrimine tertia mensura a prioribus discedisset,

Qui modus in his
dimetiendis ser-
vatus.

16. Mensuræ porro instituendæ ratio hæc fuit. Paratis tribus perticis longitudinis palmorum septem & viginti num. 1, 2, 3 adscripsimus, quæ deinde libellæ ope horizon- taliter ita statuebantur, ut ab initio basis ad illius extremi- tatem recta dirigerentur, id quod, dispositis per totam lon- gitudinem certo quodam intervallo sudibus, facile obti- nebatur. Pertica autem altera alteram minime tangebatur, sed exiguo inde distabat intervallo, quod circino excipie- bamus, non quidem ab unius extremo ad initium alterius, sed a ductis in ænea lamella utriusque extremo parallelis, detracta deinceps utriusque parallelæ ab extremo distan- tia. Ita duplex commodum nanciscebamur, amoto tam collisionis perticarum, quam pravæ numerationis peri- culo. Nam cum trium perticarum longitudinem pro una men-

mensura acciperemus , & mensuras singulas singulis in catalogo lineis complecteremur , in iisque primæ perticæ ab ultima numeri superioris , secundæ a prima , & tertiæ a secunda intercapedinem notaremus , fieri omnino non poterat , ut in partium numerum error ullus , nobis insciis , irreperet .

17. Contingebat interdum , ut ob soli inæqualitatem perticas attollere aut deprimere necesse haberemus . Id quoties factu necessarium erat , filum pondere instructum e pertica superiore demittebamus , cujus a parallela illa quam diximus , distantiam metiebamur , & in tabulam referebamus . Ubi porro hoc necessarium non erat , perticæ ad situm Horizontalem redigebantur , attollendo seu deprimendo , ope cochlearum , tabulas , quibus incumbebant . Hac ratione operationem totam absolvere licuit eadem propemodum facilitate , ac si tota Basis nostræ longitudo ad amussim complanata fuisset , propterea quod casus iste attollendi vel demittendi perticas in Basi præsertim Ariminenfi haud ita frequenter contingeret .

18. Jam vero hæc Basis ob flexum litoris , de quo superius mentio facta est , in duas rectas ad se invicem inclinatas atque Angulum $170^{\circ} 52' 15''$ complectentes necessario dividenda fuit , ut in fig. 1. tab. 1. videre licet , in qua *A* initium Baseos prope ostium Aprusæ fluminis , quod Ariminum ab Oriente alluit , repræsentat , *B* finem primæ partis , *C* finem partis secundæ ac Basis totius . Ducta porro recta *AC* , observatus est Angulus $CAB 4^{\circ} 10' 45''$, & $ACB 4^{\circ} 57' 0''$. Demissa perpendiculari *BD* , minuantur *AB* , *BC* , in ratione sinus complementi Angulorum *A* & *C* ad Radium respectively , invenienturque segmenta *AD* , *DC* , quæ simul sumpta Basim totam *AC* efficiunt . Porro cum inter *A* & *B* , transeundum esset flumen Amaranum , ejus latitudinem , quæ ut a recta *AB* secabatur , palmos $431 \frac{2}{7}$ complectebatur , trigonometricè eruiamus , efformato triangulo fere æquilatero , atque uno ejus crure per mensuram determinato , ita ut nul-

In solo inæquali quid actum .

Basis Ariminen-
sis confata ex
duabus .

Fig. 1. Tab. 1.

lum prorsus erroris sensibilis periculum subesset.

Basium longi-
tudo .

19. Cum igitur propter summam utriusque mensuræ consensionem, ejuſque ad rectam *AC* haud dubiam reductionem, secundam hanc Basim primæ haud immerito præponendam esse statueremus, ideo Basim Ariminensem totius mensuræ fundamentum esse voluimus, illa altera nonnisi ad hanc confirmandam, vel ubi opus esset, corrigendam usuri. Fuit autem Basis hujus pars prima *AB*, palmorum 28645. 8. posterior *BC*, 24194. 8. unde *AD* 28569. 6. & *DC* 24104. 7. summa *AC* palmorum 52674. 3., quâ ductâ in, 15 habebitur numerus passuum, quibus tota Basis constat, 7901. 14. Altera Basis aliquanto longior fuit, utpote Passuum 8034, 37, vel potius, habita ratione acclivitatis dimidii gradûs, 8034. 67.

Reductio pas-
suum ad Hexape-
das .

20 His rebus ita constitutis, supererat, ut Basis nostræ longitudinem in Hexapedis Parisiensibus exhibere, atque adeo laborem hunc nostrum cum antea actis conferre possemus. Equidem palmos nostros ex Capitolino exemplari depromptos propter linearum, quibus illud constat, crassitiem pro mensura numeris omnibus absoluta venditare non possumus: subsidio tamen nobis venit Hexapedæ mensura accurata Parisiis a D. Langletio elaborata, atque a Cl. D. Mairano examinata ac comprobata, ut ejuſdem cum mensuris ad Æquatorem, in Gallia, atque ad circulum Arcticum adhibitis consensio dubia esse non possit. Re autem diligenter examinata, deprehendimus rationem novem palmorum Romanorum, quibus in mensura nostra usi sumus, ad Hexapedam Parisiensem esse eam quam habet numerus 29710 ad 28800, sive adeo Logarithmum hujus rationis esse, 0135102., ac proinde Logarithmum rationis Hexapedæ Parisiensis ad passum Romanum, sive ad Palmos istiusmodi $6\frac{2}{3}$ esse, 1168236., qui propterea subductus a Logarithmo cujusvis numeri passuum exhibebit numerum Hexapedarum eidem longitudini respondentium .

AR-

A R T I C U L U S V .

Series triangulorum .

21. **S**eriem triangulorum nostrorum exhibet Fig. 2. , Correctio Triangulorum .
Tab. 1. Fig. 1.
 in qua Basis Ariminensis *La* cum recta *LI* ab
¹ Aprusæ ostio ad Montem Lurum ducta coincidere videtur , tametsi revera aliquantulum Mare versus inde recedat . Cætera omnia ex intuitu Figuræ manifesta evadunt . Contigit quidem plerumque ut anguli a nobis observati exigua aliqua correctione indigerent , propterea quod extra rugurium ad eos capiendos egredi necesse esset . Sed hæc correctio , quæ abunde in aliis mensuris hac gratiâ factis explicata est , peculiarem difficultatem non continet . Itaque illius quantitatem , quæ plerumque paucis secundis constabat , in sequenti tabella consulto omisimus . Angulosque eos duntaxat ibidem notavimus , qui adhibita illa correctione prodeunt , quos deinde calculi ineundi gratia correximus , ut nimirum simul sumpti gradus 180° conficerent .

¹ Ausa Flume .

Triang.	Anguli observati reducti ad cent. ° ' "	Anguli iidem correcti . ° ' "	Hinc latus
Aprufa Alt.extr. Carpegna	L 78 48 22 a 82 3 10 H 19 8 36 180 0 8	78 48 18 82 3 6 19 8 36 180 0 0	LH 23862.3
Aprufa Lurus Carpegna	L 77 19 44 I 66 35 52 H 36 3 56 179 59 32	77 19 56 66 36 2 36 4 2 180 0 0	IH 25367.7
Lurus Carpegna Catria	I 64 58 37 H 69 57 6 G 45 4 34 180 0 17	64 58 31 69 56 59 45 4 30 180 0 0	HG 32465.2
Carpegna Catria Tefius	H 37 12 15 G 97 6 12 F 45 41 53 180 0 20	37 12 11 97 6 1 45 41 48 180 0 0	GF 27429.8
Catria Tefius Penninus	G 64 51 52 F 59 33 25 E 55 34 34 179 54 54	64 51 54 59 33 30 55 34 36 180 0 0	FE 30104.3

Triang.	Ang. observati reducti ad cen. ° / ' "	Anguli iidem correcti ° / ' "	Hinc latus
Tefius Penninus Fionchus	F 45 46 33 E 92 38 54 D 41 34 31 <hr/> 179 59 58	45 46 33 92 38 56 41 34 31 <hr/> 180 0 0	FD 45316.4
Tefius Fionchus Sorianus	F 30 36 2 D 91 56 32 C 49 27 48 <hr/> 180 0 22	38 35 57 91 56 21 49 27 42 <hr/> 180 0 0	DC 37200.7
Fionchus Sorianus Januarius	D 60 5 30 C 70 10 21 B 44 44 12 <hr/> 180 0 3	60 5 30 70 10 19 44 44 11 <hr/> 180 0 0	CB 42258.3
Sorianus Januarius Th.D.Petri	C 32 13 6 B 68 48 20 A 78 58 18 <hr/> 179 59 44	32 13 10 68 48 30 78 58 20 <hr/> 180 0 0	BA 22954.3
Januarius Th.D.Petri Ext.ul.Baf.	B 32 38 10 A 79 1 10 C 68 20 56 <hr/> 180 0 16	32 38 7 79 1 3 68 20 50 <hr/> 180 0 0	Bc 24244.8
Januarius Extre. cit. Extre. ult.	B 19 17 27 b 94 24 33 c 66 18 6 <hr/> 180 0 6	19 17 27 94 24 30 66 18 3 <hr/> 180 0 0	bc 8033.4

Collatio Basium. 22 Cum igitur per hanc seriem Triangulorum a basi Ariminensi passuum 7901. , 14. inchoatam incidamus in *bc* uno circiter passu vero minorem, cumque hæc Basis totius Meridiani nostri Longitudinis pars vigesima sit, sequitur, assumpta pro fundamento hac Basi, inveniendam fuisse totam Meridiani longitudinem viginti ad minimum passibus productionem; unde etiam assumpto inter utramque computationem medio, licebit eam, quam mox reperiemus, decem passibus augere, cujus fere dimidium, *i. e.* passus quinque circiter cedit in incrementum gradus unius, ex utriusque Baseos collatione determinandi.

Cur nihil amplius modo investigatum. 23 Porro ad Basim unam ex altera inveniendam pluribus opus non est, quam quæ in Diagrammate posuimus. Sufficit enim notum habere unum latus cujusque trianguli, ut ad sequens triangulum gradum facere possimus, ac quodlibet ejus latus investigare. Itaque hoc commodissime facimus triangula uti jacent, resolvendo, neque Altitudines montium in planum reducendo. Peracta autem hac operatione, jam reductio illa locum habebit, tum ut cujusque distantiae mensura perinde eruatur, ac si nulla esset in telluris superficie inæqualitas, tum uti singulorum laterum vera a Meridiano declinatio indagetur. Anguli autem observati ad Horizontales hoc pacto reducuntur.

Modus reducendi angulos observatos ad Horizontales. 24 Concipiantur duo circuli maximi per verticem observatoris, & per duo objecta observata transire, qui etiam producti, ubi opus est, Horizontem secent. Patet in hoc casu arcum Horizontis inter utramque intersectionem comprehensum esse ipsum angulum reductum, qui quaeritur, eumque æqualem esse Angulo inter geminos illos circulos intercepto. Si igitur nota sit apparens utriusque objecti a vertice distantia, hæc distantiarum duo latera evadent trianguli sphaerici, cujus tertium latus erit angulus inter objecta illa observatus; unde angulum observatum ad Horizontalem reducere nihil erit aliud quam

quam angulum verticalem trianguli istius ex tribus datis lateribus invenire . Atque hæc quidem maxime obvia videtur ac naturæ consentanea Problematis propositi solutio , quæ cum ante annos ferme triginta cogitanti mihi se prima obtulerit , non parum deinde miratus sum , eam alicubi tanquam recens inventum commemorari , quam antiquioribus omnibus notam fuisse minime dubitabam . Facile tamen accidere potuit ut propter casus insolentiam , nullus eorum de ista solutione mentionem fecerit .

25. Si alterum ex objectis in ipso horizonte situm fuerit , res tota per unius tantum Trianguli Sphærici Rectanguli solutionem expediretur , cujus nimirum Hypotenusa foret Angulus observatus , alterum vero crus distantia alterius objecti ab Horizonte , unde per unicam Analogiam innotesceret continuo crus alterum , sive Arcus Horizontalis quæsitus , id quod aliam extra hunc casum propositi Problematis solutionem suggerit; quæ tametsi prima fronte operosior videatur , in multis tamen , imo fere in omnibus casibus propter compendia veluti sponte sua se offerentia locum mereri potest .

Casus simplicior.

26. Hæc solutio sita est in inventione puncti Horizontis C , in quo circulus maximus per duo illa objecta ductus illum intersecat . Id punctum , si objecta A & B ad diversas partes Horizontis jaceant , ut in Figura 3. in arcu Objecta illa conjungente necessario reperiendum est , sin vero ad easdem partes respectu Horizontis sita sint , ut in Figura 4. videre est , in arcûs illius productione ad partes Objecti Horizonti propinquioris . Sint AD , BD in utroque casu perpendiculara ab Objectis A , & B in Arcus Horizontales DCE , DEC demissa ; eruntuque segmenta arcuum in utroque casu AC , BC , quorum summa in Figura 3 , differentia vero in Fig. 4 , Arcui observato æqualis est . Itaque adhibendo notam ∞ pro differentia duorum terminorum , quicumque demum major fuerit , Dico fore in primo casu .

Alter modus .

Tang.

$$\text{Tang. } \frac{AD+BE}{2} : \text{Tang. } \frac{AD \smile BE}{2} :: \text{Tang. } \frac{AB}{2} \text{Tang. } \frac{AC \smile BC}{2}$$

In casu autem secundo

$$\text{Tang. } \frac{AD \smile BE}{2} : \text{Tang. } \frac{AD+BE}{2} :: \text{Tang. } \frac{AB}{2} \text{Tang. } \frac{AC+BC}{2}$$

Cognitis autem semisumma & semidifferentia arcuum AC, BC, etiam ipsa hæc segmenta innotescunt .

Ejus demonstra-
tio .

27. Demonstratio hujus Analogiæ facile deducitur ex noto Axiomate , quod nimirum Tangentes semisummæ & semidifferentiæ quorumvis duorum Arcuum proportionales sint summæ & differentiæ Sinuum eorundem . Hinc enim nascitur hujusmodi argumentatio .

$$\text{Sin} ; AD : \text{Sin. } BE :: \text{Sin. } AC : \text{Sin. } BC ,$$

Ergo componendo & dividendo

$$\text{Sin. } AD + \text{Sin. } BE : \text{Sin. } AD \smile \text{Sin. } BE :: \text{Sin. } AC + \text{Sin. } BC : \text{Sin. } AC \smile \text{Sin. } BC .$$

Et nenique substituendo rationes hæc æquales .

$$\text{Tang. } \frac{AD+BE}{2} : \text{Tang. } \frac{AD \smile BE}{2} :: \text{Tang. } \frac{AC+BC}{2} : \text{Tang. } \frac{AC \smile BC}{2} ,$$

Quæ est ipsa Analogia superius proposita . Q. E. D. Inventis autem segmentis circuli obliqui , segmenta Horizontis iis respondentia per has Analogias eruuntur .

Sin. comp, AD : Rad. :: Sin. comp; AC : Sin. co; DC. Et Sin. comp. BE : Rad. :: Sin. comp. BC: Sin, com. EC. In quibus quidem Analogiis, quoniam Sinus complementi Logarithmicus AD , & BE haud multum a Radio superari solent , patebit fere ex inspectione sola quantum Sinui complementi AC & BC adjiciendum sit , ut habeantur Sinus complementi DC & EC , ut propterea hæc Methodus altera illa, quam claritate operandi superat , haud multo prolixior videatur .

Reductio angu-
lprum .

28 Venio nunc ad reductionem angulorum observatorum ad Horizontales , cujus rei necessitas superius exposita est . Et hîc quidem dissimulandum non est distan-
tiam

S E C U N D U M .

tiam objectorum ab Horizonte , unde reductio illa pendet , non semper immediate observari potuisse . Etenim non raro temporis angustiae , frequenter etiam ventus validior huic observationi impedimento fuerunt . Deerat etiam aliud instrumentum , quo altitudines supra Horizontem nec non depressiones exiguae multo celerius , quam magni quadrantis ope observantur . Sed quoniam in iis definiendis , error unius minuti reductionem illam perparum , nonnunquam etiam nihil prorsus , quod sensu percipi possit , variare solet , ideo satis habuimus ex observationibus habitis , montium singulorum (hæ observationes ad calcem hujus operis adjicientur) Altitudines supra Maris superficiem vero proximas nancisci , quarum ope observationum defectum supplere possemus . Et hoc quidem pacto tabulam sequentem Angulorum ad planum Horizontale reductorum , nec non laterum iis oppositorum concinnare licuit .

Triangula	Ang: red: ad Hor.	Latera opposita
	• , "	
Aprusæ Ostium	L 73 47 22	aH 23614. 0
Altera Extrem:	a 82 2 40	LH 23841. 3
Carpegna M.	H 19 9 38	La 7901. 14
Aprusæ Ostium	L 77 20 48	IH 25352. 2
Mons Lurus	I 66 34 20	LH 23841. 3
Carpegna M.	H 36 4 52	LI 15302. 4
Mons Lurus	I 64 59 51	HG 32454. 7
Carpegna M.	N 69 56 1	IG 33636. 7
Catria M.	G 45 4 8	IH 25352. 2

T

Trian-

Triangula	Ang: red: ad Hor.			Latera opposita			
	o	i	''				
Carpegna M.	H	37	11	41	GF	27417.	4
Catria M.	G	97	6	47	HF	45004.	5
Tefius M.	F	45	41	32	HG	33454.	7
Catria M.	G	64	51	47	FE	30090.	9
Tefius M.	F	59	33	47	GE	28658.	0
Penninus M.	E	55	34	26	GF	27417.	4
Tefius M.	F	45	46	22	ED	32495.	2
Penninus M.	E	92	39	19	FD	45299.	0
Fionchus M.	D	41	34	19	FE	30090.	9
Tefius M.	F	38	35	49	DC	37186.	1
Fionchus M.	D	91	56	38	FC	59574.	2
Sorianus M.	C	49	27	33	FD	45299.	0
Fionchus M.	D	60	5	37	CB	42243.	2
Sorianus M.	C	70	10	19	DB	45843.	9
Januarius M.	B	49	44	4	DC	37186.	1
Sorianus M.	C	32	12	14	BA	22935.	6
Januarius M.	B	68	48	35	CA	40124.	3
Tholus D. Petri	A	78	59	11	CB	42243.	2

Exigui erroris
correctio.

29 In hac tabula notatu dignum est distantiam Montis Januarii a tholo D. Petri ad planum superficiem maris redactam quatuor fere passibus justo minorem prodire. Cum enim hæc reductio quindecim passus auferre debeat ab intervallo, quod inter duas hæc stationes intercedit, certe cum illud intervallum in priore tabula passuum

suum 22954 invenerimus, consequens est ut nunc ad passus circiter 22939 assurgere debuerit. Sed tamen hic error non tam vitio reductionis, quam inæqualitati refractionis tribuendus videtur, quæ certe objecta visa haud raro plus justo attollit, ut quamvis refractionis quantitas pro communibus calibus satis perspecta sit, nequeat tamen ex distantia loci observati semper accurate absque observatione immediata reperiri. Crescunt igitur hac ratione distantiae non reductæ, ut mirari non debeamus in progressu triangulorum perfectam inter utrasque consensionem non intercedere. Demus tamen, nequid hic neglexisse videamur, aliquam diversitatis partem reductionis vitio deberi, & aliquid, uti mox faciemus, huic etiam causæ in æstimanda gradus magnitudine tribuamus.

A R T I C U L U S VI.

*Determinatio directionis Meridiani D. Petri
per supradiçta triangula transeuntis.*

30. **A**D inveniendam Meridiani positionem sex observations instituimus, tres Arimini, & Romæ totidem. Observaciones Ariminenses tametsi tempore anteriores, & magna cura peractas in posteriorem locum rejicimus. Ea enim erant situs incommoda, quem (nisi translato alium in locum Horologio, & observatis de novo Altitudinibus Solis æqualibus, id quod absque gravioribus incommodis vix fieri posse videbatur) mutare non licuit, ut merito primas Romanis observationibus deferre debuerimus. Itaque harum mentione modo facta, deinceps ad illas gradum faciemus.

Cur Romane
observations
preferendæ.

31. Anno igitur 1753, 18 Calendas Octobris, sive ut nunc commodius loquimur, die 14 Septembris ad extremum Boreale Solaris Superioris Collegii Romani, observato utriusque Limbi Solaris transitu per filum ver-

Observaciones
Romane.

ticale deprehendimus distantiam centri ejusdem ab Arbo-
re Montis Soriani qualem hic subjicimus.

Dist. Cent. ☉ à Sor.		Eadem red. ad Hor.
5 ^b 56' 4"	— 66° 18' 44"	— 66° 18' 54"
6 0 20	— 65 36 15	— 65 36 45
6 4 20	— 64 55 18	— 64 55 54

32. Quamobrem, cum posita Solis Declinatione ho-
ra 6, grad. 3, min. 11, sec. 36, prodeant ejusdem Declina-
tiones a Meridiano.

5 ^b 56' 4"	— 91° 43' 23"
6 0 20	— 92 26 1
6 4 20	— 93 6 48

Fiet Declinatio Arboris

Per Observationem primam	— 158° 2' 17"
Per Secundam	— 158 2 46
Per Tertiam	— 158 2 42
Per comparationem omnium	— 158 2 35.

Angulus Posi-
tionis quid sit.

33. Hanc declinationem detractam ex gradibus 180, si fuerit ad Ortum, sin autem, ut in casu præsentis, ad Occasum vergat, additam totidem gradibus nos deinceps brevitatis, & claritatis gratia Angulum Positionis nominabimus, ita ut per Angulum Positionis nihil aliud intelligamus, quam distantiam Horizontalem verticalis cujuslibet a puncto veri Septentrionis a læva ad dexteram numeratam. Sic v. g. Angulus Positionis Solis in vero Oriente constituti est graduum 90° 0', in Meridiano 180° 0', in Occidente 270°, & denique in Occidente cum Declinatione graduum viginti ad Boream 290° 0'.

Anguli Posi-
tionis Stationū
diversarum.

34. Locus harum Observationum distat a Tholo D. Petri passibus 1535, ita ut Tholus Borealis sit Passibus 224, Occidentalis vero passibus 1518. Erit igitur Parallaxis M. Soriani, habita ratione hujus distantie, 1° 53' 28", & convergentia Meridianorum 1' 7". Harum differentia 1° 52' 21" addita Angulo Positionis Montis Soriani ad Solarium 338° 2' 35", numero penultimo invento dat Angulum positionis ejusdem a Tholo spectatum 339°

54'

S E C U N D U M

54' 56", unde cæteri Anguli Positionis facili negotio eruuntur, ut sequitur.

A Tholo D. Petri	Mons Jan.	58°	54'	7"
	Mons Tefius	8	4	50
A Monte Soriano	Mons Fionchus	57	32	23
	Mons Januar.	127	42	42
	Mons Penninus	11	3	20
A Monte Fioncho	Mons Januar.	177	26	46
	Mons Tefius	329	29	21
	Mons Catria	44	8	52
A Monte Tefio	Mons Penninus	103	42	39
	Mons Carpegna	358	27	30
	Mons Lurus	6	19	47
A Monte Catria	Mons Penninus	159	17	5
	Mons Carpegna	321	15	39
	Aprusæ Ostium	35	14	46
A Monte Carpegna	Mons Lurus	71	19	38
Ab Ostio Aprusæ denique	Mons Lurus	137	53	58

35. Hi, inquam, forent Anguli Positionis, nulla habita ratione convergentiæ Meridianorum. Sed quoniam ut mox videbimus, hinc consequens esset Aprusæ Ostium $7\frac{1}{2}$ passuum millibus Tholo D. Petri Orientaliorem esse, debentur insuper pro hac Latitudine 5' 34" ob convergentiam Meridianorum, ita ut Angulus positionis Montis Luri inde spectati evadat 137° 59' 32". Nunc videndum nobis est qualis ex Observationibus Ariminesibus prodierit.

In quibus ratio non habetur convergentiæ Meridianorum.

36. Anno igitur 1752, 10 Cal. Aug. i. e. die 23 Julii mane, ex Ædibus Comitum Garampi in Urbe Ariminesi captæ sunt sequentes Centri Solaris a Monte Luro distantiæ.

Observationes Arimineses.

Temp.

Temp. ver. Distantiæ Obser. Red. ad Horiz.

4° 34' 43" ——— 74° 19' 0" ——— 74° 19' 3"

4 39 24 ——— 73 29 12 ——— 74 29 40

4 46 43 ——— 72 14 6 ——— 72 14 39

Jam vero posita Declinatione Solis hor. 4. m. 39, 20° 4' 0", prodeunt Anguli positionis Centri ejusdem

In prima Observatione ——— 61° 2' 52'

In secunda ——— 61 51 46

In Tertia ——— 63 7 32

Quamobrem Angulus Positionis Montis Luri

Ex Observatione prima ——— 135 21 55

Ex secunda ——— 135 21 26

Ex tertia ——— 135 22 11

Ex collatione omnium ——— 135 21 51

Cumque Ædes illæ distent a Statione ad Ostium Aprusæ passibus 846, 8, & quidem 835, 3 ad Occidentem, ad Meridiem autem 139, 1, & præterea Parallaxis Montis Luri ab ipso Monte observata sit 2° 35' 34", ac denique convergentia Meridianorum 39", hinc colligimus addendo summam Parallaxis, & convergentiæ, Angulum positionis Montis Luri ab Ostio Aprusæ debere esse 137° 58' 4", qui prius ex Observatione Romana deductus fuerat 137° 59' 32", sesquiminuto fere major. Sed ut opinor, differentia ista minor evasisset, si utrumque positionis Angulum immediate observare licuisset.

Observationum
collatio.

37. Supponatur jam descriptus Meridianus Tholi D. Petri & huic perpendicularis per Aprusæ ostium transiens. Distabit ab hac perpendiculari Tholus D. Petri, juxta situm Meridiani ex Observatione Romana deductum passibus 161127. 9, ex Observatione vero Ariminesi 161130. 9, assumpto autem medio 161129. 4. Sed quoniam hæc perpendicularis secatur Meridianum in puncto aliquanto borealiore Parallelo stationis ad Aprusam, demendi sunt ex hac summa passus 5. 7, quo facto, supererit intervallum Parallelorum D. Petri, & stationis ad Aprusam passuum 161123. 7. Rursus ex determinatione

Ro-

§ E C U N D U M .

151

Romana eruitur minima distantia stationis supradictæ a Meridiano D. Petri passuum 7139. 8, quibus ea Tholo Orientalior est, ex determinatione autem Ariminensi 7070. 1. Media inter utramque passuum 7105.

38. Etenim cum Mons Sorianus, ut supra vidimus, distet a Tholo passibus 40124. 3, erit ex Angulo positionis $339^{\circ} 54' 56''$ & hoc intervallo, Tholo Septentrionalior passibus 37686. 5, Occidentalior vero 13779. 7. Eodem modo invenitur Mons Tesius Soriano monte Septentrionalior passibus 58983. 3, Orientalior vero 8304. 0 Ergo idem Tholo Septentrionalior passibus 96669. 2 Occidentalior autem 5405. 7. Pariter deprehenditur Mons Carpegna Tesio Borealiior passibus 44988. 0, Occidentalior vero 1213, ac propterea Borealiior Tholo passibus 141657. 2, eoque Occidentalior 6618. 7. Denique Statio ad Ostium Aprusæ Carpegna Borealiior reperietur passibus 19470. 7, atque Orientalior 13758. 5. Ergo Borealiior Tholo passibus 161127. 9 & Orientalior 7139. 8. qui numeri reperti fuissent 161130. 9 & 7070. 1, si fre-ti observatione Ariminensi Meridianum $1' 29''$ Ariminum versus inflexissemus, neque ullam interea convergentiæ Meridianorum in prædictis Montibus rationem duxissemus, ut numero superiore observatum est.

Ejus probatio

39. Subjicio nunc singulorum Montium qui ad supradicta Triangula pertinent distantias, tam a Parallelo D. Petri, quam ab ejusdem Meridiano ex priori determinatione erutas. Vid. Fig. 2. Tab. 1.

Determinatio
Situs Montium.

Tab. 1. Fig. 2.

Dist.

	Dist. a Paral.	Dist. a Merid.
Januarii — Ad	11846. 3	dB 19939. 4 Or.
Soriani — Ae	37686. 5	eC 13779. 7 Oc.
Fionchi — Af	57644. 8	fD 17596. 5 Or.
Pennini — Ag	89536. 9	gE 23827. 8 Or.
Tesii — Ah	96669. 2	hF 5405. 7 Oc.
Catriæ — Ai	116342. 3	iG 13690. 8 Or.
Carpegnæ . Al	141657. 2	lH 6618. 7 Oc.
Luri — Am	149774. 1	mI 17399. 1 Or.
Aprusæ Ostii An	161127. 9	nL 7139. 8 Or.

A R T I C U L U S VII.

*Determinatio Altitudinis Poli utriusque Urbis ex
Observationibus Romæ & Arimini peractis.*

Delectus Rel-
larum.

49. **A**D differentiam Latitudinis utriusque Urbis determinandam tres Stellæ delegeramus, nimirum Stellam β in humero Aurigæ, Stellam α in Cauda Cygni, ac denique Stellam μ in pede posteriore Ursæ majoris, quarum prima dum Arimini observationibus operam dabamus, ob nimium Solis vicini splendorem usui esse non potuit. Tametsi enim adhibito Telescopio cerneretur, adeo debili tamen lumine fulgebat, ut dum filo admoveretur, nunquam non evanesceret, neque perspicui posset, quo in situ ab eo occultaretur. Sed quanquam ob hanc causam differentiæ Latitudinis investigandæ minus idonea esset, attamen determinandæ Urbis Romanæ Latitudini accommodatissima fuit. Nam cum a Coluro solstitiorum exiguo abesset intervallo, adeo lenta erat Declinationis ejus mutatio, ut hæc ex Observationibus Cassinianis circa annum 1740 habitis tuto etiam post duodecim annorum spatium deduci posset. Huc accedebat, quod hæc una ex tribus dictis eo tempore satis accurate observata fuerit. Nam μ Ursæ in Observationibus illis non reperitur, α vero Cygni, tametsi ibidem repe-

reperiatur , non tamen sine aliqua varietate exigua illa quidem , sed tamen non contemnenda observata fuit , & si ex illa observatione situm illius ad hæc tempora exigere- mus , periculum fore , ne inæqualitas Præcessionis Æquinoctii , novis erroribus errorem jam admissum cum- laret .

41. Ut igitur ex Observationibus β Aurigæ Altitudi- nem Poli Urbis Romanæ eruamus , assumenda erit ejus- dem Declinatio ineunte anno 1740 observata & cætera inde ad hunc modum depromenda . Altitudo Poli
Romæ .

Declinatio observata Jan. 1. 1740 ,	44° 52' 58"
Hinc Declinatio Mart. 4. 1752 ———	44 53 18
Aberratio Borealis —————	7
Declinatio Apparens —————	44 53 25
Distantia a Vertice cor. ex variis obser. 2	59 30
Altitudo Poli in Collegio Romano 41	53 55

Quæ quidem Altitudo uno secundo minuenda est , pro- pterea quod ob Inclinationem Axis , quæ a Clariss. Cas- sino considerari eo tempore non potuit , Stella isthæc propius abfuerit a Polo ineunte anno 1740 , quam ine- unte Martio 1752. Hinc Altitudo Poli ad Tholum D. Pe- tri 41 54 7, ad Thermas vero 41° 54' 10", 17" minor sci- licet quam a Cl. Blanchino reperta fuerat , quod mirum videri non debet , cum præter incertam umbræ termina- tionem aliæ validissimæ rationes , si id necesse esset , alle- gari possint , quamobrem vera Latitudo ex Gnomone Cle- mentino non nisi intra tertiam aut quartam minuti primi partem ad veritatem accedere debuerit .

42. Proximum est , ut Observationum a nobis facta- rum , ad Latitudinum utriusque Urbis differentiam nan- ciscendam , in quo præcipuum rei momentum positum est , seriem exponamus . Eæ autem sic se habuerunt . Differentia Alti- tudinis Poli Ari- mini .

Ex α Cygni.Distantiæ a Vertice α Cygni Romæ observatæ .

				Correctæ		Red. ad 4 Mar.
Mar. 4.	2°	34'	31".	5	2°	30' 17." 5
1752. 5.	2	34	31.	5	2	30 17. 6
	6.	2	34	32.	2	2 30 18. 5
	7	2	34	30.	9	2 30 17. 5
	14	2	26	3.	0	2 30 16. 7
	15	2	26	2.	3	2 30 16. 3

In primis quatuor Observationibus Limbus Sectoris Occidentis, in sequentibus Orienti obvertebatur, quæ etiam conversio deinceps intelligetur, quoties Observationum discordia ad aliquot minuta pervenerit. Itaque hic dierum seriem interrumpere placuit, ut simul colligerentur Observationes in eodem Sectoris situ peractæ. Correctio autem 4' 14" adhibita est, quam Observationum conspiratio nullo fere inter eas discrimine postulabat. In reductione autem ad diem 4 Martii, id quod etiam in Observationibus Ariminensibus observandum venit, solius differentiæ Aberrationis ratio ducta est, eo quod correctio utriusque stellæ nutationi Axis debita eo tempore, ut cum Astronomis loquar, prope stationaria fuerit.

Ex μ Ursæ.43. Distantiæ a Vertice μ Ursæ, Romæ captæ.

				Cor.		Red. ad 4 Mar.
Mar. 4.	0°	54'	13".	3	0°	49' 59". 3
1752. 16	0	54	16.	5	0	50 0. 7
	7	0	45	46.	1	0 49 59. 7
	9	0	45	46.	1	0 49 59. 4
	18	0	45	48.	5	0 50 2. 5

Hinc patet Distantiam a Vertice α Cygni die 4 Martii, assumpto medio, fuisse 2° 30' 17". 9, i. e. adjecta refractione, 2° 30' 20." 7. Similiter assumpto medio, Distantia μ Ursæ reperietur 49' 59". 9 & refractione addita, 50' 0". 8. Jam videndum superest quales eæ Arimini prodierint.

Di-

S E C U N D U M .

155

Distantiæ Ariminenses & Cygni a Vertice .

				Cor.		Red. ad 4. Mar.
Maji 6	0° 26' 52". 5			0° 20' 31". 5		0° 20' 33". 7
1752. 7	0 26 53. 2			0 20 32. 2		0 20 34. 3
13	0 26 53. 3			0 20 32. 2		0 20 33. 5
14	0 26 52. 9			0 20 31. 9		0 20 33. 1
Apr. 30	0 14 11. 9			0 20 32. 9		0 20 35. 7
Maji 5	0 14 11. 9			0 20 32. 9		0 20 35. 2
12	0 14 11. 2			0 20 32. 2		0 20 33. 6

Distantiæ Ariminenses μ Ursæ a Vertice .

Apr. 29	1° 13' 16". 5			1° 19' 37". 5		1° 19' 45". 6
1752 30	1 13 15. 5			1 19 36. 5		1 19 44. 7
Maji 2	1 13 16. 5			1 19 37. 5		1 19 45. 9
6	1 13 16. 9			1 19 37. 9		1 19 46. 8
Apr. 25	1 25 57. 8			1 19 36. 8		1 19 44. 4
Maji 1	1 25 56. 3			1 19 35. 3		1 19 43. 7
Maji 3	1 25 57. 8			1 19 36. 8		1 19 45. 3

Itaque hic quidem error Instrumenti fuit 6' 21", plusquam duobus minutis major quam Romæ deprehensus fuerat . Mutatus enim aliquantulum fuerat Objectivæ situs . Et quoniam stella α distabat a Vertice ad Boream , stella autem μ ad Austrum , videmus contrarios fuisse stellarum istarum motus , tum ex præcessionem Æquinoctii , tum etiam ex Aberratione ortos , id quod ad veritatem ex utraque indagandam commodissimum fuit . Hæc enim combinatio errores , si qui subessent , duplo majores reddere debuisset .

44. Distantia itaque Ariminensis stellæ α a Vertice ex omnium Observationum collatione , qualis ibidem die 4 Martii deprehendi debuisset , evadit 20' 34". 2 , correctæ autem per refractionem 20' 34". 6 . Hæc sublata a distantia correctæ Romana 2° 30' 20". 7 , dat differentiam Latitudinum 2° 9' 46". 1 , inter loca Observationum Romæ & Arimini factarum . Utrobique enim stella distabat a vertice ad Boream . Contra vero cum μ Ursæ Romæ quidem vertice Borealius fuerit , Arimini vero

Hinc latitudo Arimini .

Australior, summa Distantiarum correctarum $50' 0'' . 8$, & $1^\circ 19' 46'' . 6$, (nam ex omnium collatione deprehendebatur $1^\circ 19' . 45'' . 2$ & $1'' . 4$ addendum est huic summæ ob refractionem) sive $2^\circ 9' 47'' . 4$, erit differentia Latitudinum ex hac stella inventa, quæ tamen multis nominibus altera minus certa habenda est, propterea quod hæc quidem non nisi admoto lumine plerumque in transitu observanda fuerit, illa autem eo adjumento nunquam indiguerit, & quod hujus Observationes non ita accurate inter se concordantes reperiantur. Cæterum discrimen utriusque determinationis vix unum minutum secundum excedit, multo minus evasurum, si Observationem diei 6 Maii rejicere libuisset. Itaque per α Cygni & Altitudinem Poli Collegii Romani, $41^\circ 53' 54''$ superius inventam prodit Altitudo Poli in meditullio Plateæ S. Antonii Arimini $44^\circ 3' 40''$.

Alia observationes.

45. Quoniam autem prævideramus sub finem ejusdem anni 1752 maximum fore discrimen inter loca harum Stellarum cum præsentibus collata, eo quod tam ratione aberrationis quam præcessionis Æquinoctii α Cygni Polo admovenda esset, quod contrà futurum erat in μ Ursæ, libuit earundem stellarum a vertice distantias eo quoque tempore explorare, quo certius de Theoriæ Bradlejanæ veritate judicium ferri posset. Itaque mense Decembri ejusdem anni, sequentes observationes Romæ peregrimus. Alias enim paucas mense Novembri factas, & cum his apprime consentientes brevitatis studio præmittimus.

Pro

S E C U N D U M .

157

		Pro		α Cygni		Red: ad 4. Mar:	
		Cor: °		"		"	
Dec.	I	2	37 41.7	2	30 55.7	2	30 20.0
	7	2	37 41.4	2	30 55.4	2	30 20.9
	10	2	37 40.7	2	30 54.7	2	30 20.8
	12	2	37 40.0	2	30 54.0	2	30 20.5
	18	2	37 37.8	2	30 51.8	2	30 19.7
	24	2	37 37.5	2	30 51.5	2	30 20.9
	8	2	24 9 .5	2	30 55.5	2	30 21.2
	11	2	24 8 .1	2	30 54.1	2	30 20.4
	19	2	24 6 .4	2	30 52.4	2	30 20.5
	22	2	24 5 .4	2	30 51.4	2	30 20.3
	26	2	24 4 .8	2	30 50.8	2	30 20.7

		Pro μ		Ursæ Majoris		Red: ad 4. Mar.	
		Cor: °		"		"	
Dec:	I	0	56 23.5	0	49 37.5	0	49 58.7
	5	0	56 23.2	0	49 37.2	0	49 58.9
	9	0	56 22.2	0	49 36.1	0	49 58.3
	13	0	56 22.2	0	49 36.2	0	49 58.6
	4	0	42 50.7	0	49 36.7	0	49 58.3
	8	0	42 50.7	0	49 36.7	0	49 59.1
	10	0	42 49.7	0	49 35.7	0	49 57.9

46. Quod hæ Distantiæ ad diem 4 Martii reductæ cum superioribus illis perfecte non congruant, inæqualitati præcessionis Æquinoctii & aliis quibusdam minutiis tribuendum est; quod autem ita prope ad eas accedant; ut hæc qualiscunque variatio totius distantiæ, qua hæc stella ad Boream illa ad Austrum excurrit, pars exigua sit, id vero Bradleianæ Hypothesis veritatem egregie confirmat. Multo autem tutius ad statuendam latitudinum differentiam Observationes ante memoratas adhibebimus, cum & temporibus conjunctiores sint, & in situ stellarum haud adeo longe ab invicem discedant. Erat porro hoc tempore maxima aberratio Caudæ Cygni quoad Declin-

Que Hypothesi Bradleiane mire suffragantur.

Declinationem $18'' 0'''$ ad Boream quidem, quo tempore Sol occupabat Libræ gradus $28 \text{ min: } 46$, & in puncto ei opposito ad Austrum, ejusque Motus annuus, quo ad Polum Boreum accedebat, posita Præcessione annuâ eaque æquabili, Sec. $50''$, $12'' 19'''$. Similiter maxima aberratio μ Ursæ $11'' 58'''$, p̄p̄pe in ipso Solstitio nimirum una hora priusquam Sol eo appelleret, ita, ut aberratio maxima ad Boream in tempus Solstitii æstivi incideret. Recedebat autem quotannis eadem Stella in hypothefi eadem $17' 34'''$, a Polo Boreo.

A R T I C U L U S V I I I.

*Longitudo Gradus Meridiani ex Superioribus Mensuris
& Observationibus deducta.*

Intervallum Ob-
servatoriorum.

47. **I**ntervallum Parallelorum Tholi D, Petri & extremitatis Occidentalis Baseos Ariminensis ad Aprusam, inventum est N: 37, passuum 161123. 7. Conclave porro Collegii Romani, undè explorabantur Stellarum distantia a vertice, situm erat in ipso Meridiano extremitatis Borealis solarii, atque inde distabat ad Austrum Passibus 45. Ergo ex dictis num. 34. distabat Observatorium a Parallelo Tholi ad Austrum passibus 269. Sed (n. 36.) Observatorium Ariminense distabat pariter ad Austrum ab ostio Aprusæ passibus 139. i. Addatur horum numerorum differentia 129. 9 ad 161123. 7 fietque intervallum parallelorum utriusque Observatorii passuum 161253. 6.

Arcus ei respon-
dens.

48. Jam vero quoniam hoc intervallum juxta Observationes α Cygni respondet Gradibus 2. min: 9 sec: 46, atque insuper uni decimæ, juxta Observationes autem μ Ursæ, secundis 47 cum 4 decimis, hinc mensura gradus unius, priori determinationi inhærendo, elicitur passuum 74557. 6, secundam autem præoptando, 74545. 2. five adeo (num. 20) Hexapedarum Parisiensium 56972. 9, & 56963. 4.

& 56963. 4. Priori determinationi magis fidendum esse ante demonstravimus. Ponamus tamen, ut aliquid saltem posteriori determinationi tribuatur, Hexapedas in Gradu contineri 56970, quantum ex mensura Basis Ariminensis colligi potest. Superest ut correctionis adhibendæ modum statuamus.

49. Quoniam ducto a Basis Ariminensi initio per *Menfura Gradus hinc eruta.* singula Triangula progrediendo incidimus in Basim Romanam passuum 8033. 4 loco passuum 8034, 67, qualis (num. 19) per mensuram reperta est, patet per eadem vestigia ab hac Basis ad illam regrediendo inventum iri Longitudinem Meridiani, ac propterea etiam gradus unus, in eadem hac ratione majorem ea quam numero superiore stabilivimus. Sed ut 8033. 40 ad 8034. 67 ita 56970 ad 56979. Ergo assumpto medio, longitudo gradus ex utraque Basis collecta 56974, 5. Poterit etiam, ut opinor, haud absurda conjectura, ob rationem num: 30 insinuatam, tantundem quoque huic mensuræ adjici, quantum modo secundæ determinationi demptum est, atque ita demum concludi inter Gradum $42\frac{1}{2}$ & $43\frac{1}{2}$ intercipi in Meridiano Romano Hexapedas 56979.

50. Hæc mensura sat longo intervallo abest ab ea *Cassiniana multo minor.* quam Cl: Cassinus junior in partibus Galliæ ab eodem Parallelo medio tantum gradu diffitis invenit. Sed neque is determinationem istam certam esse contendit, neque verisimile omnino est gradus mensuram in agro Narbonensi posse tam parum a mensura Parisiensi dissidere. Maxime profecto commendat Observatorum diligentiam, quod potuerint eo, quo usi sunt, Quadrante, ad veram Parallelorum distantiam nanciscendam tam prope accedere: verum enim vero ut mihi quidem videtur, trium quatuorve secundorum discrimen effugere, si hujusmodi Instrumento ad capiendas stellarum altitudines utendum sit, rei natura vix sinit. Neque enim necesse est commemorare, quantum ei præstare debeat Sector, qui licet sesquialterius tantum longitudinis, quod tamen etiam per se multum

tum est, pluribus tamen aliis nominibus Quadranti cuiusvis anteponendus videtur.

Quæ quidem dubia videtur.

51. Et ut eo, unde modo discessimus, revertamur, nemini dubium est, ut opinor, quin gradus Meridiani in Gallia, utpote inter Polum & Æquatorem media, maximas pro ratione distantiae mutationes subeat. Nam licet Observationes hactenus peractæ nulli determinatæ Hypothesi satisfaciant, tamen quamdiu oppositum non demonstratur, hæc Hypothesis aut vera aut vero proxima jure existimanda est, & quidem, quoad hoc punctum de quo agitur, ex inductione satis probata, cum in omnibus fere variationibus, in mediis inter duo extrema idem contingat. Itaque ægre mihi persuadeo gradum Meridiani Galliæ Narbonensis non magis a gradibus contiguis ad Boream deficere, nec propius ad nostram mensuram accedere, quam ex opere Cassiniano colligi videatur.

Nisi a Montium Pyrenæorum altitudine augetur.

52. Nisi forte haud immerito suspicari possumus Montes Pyrenæos ad Meridiem sitos perpendicularum ad sese nonnihil attrahere, ac propterea verticem locorum ad Boream sibi adjacentium Polo aliquantulum admovere, unde consequens sit, mensuram gradûs Borealis hisce montibus proximi justo ampliorem evadere. In gradibus vero a nobis examinatis contrarium plane deberet evenire. Etenim si dorsum Apennini simili modo perpendicularum Romæ tum Arimini inflectere posset, sequeretur profecto, & illius Urbis Latitudinem imminui & hujus augeri debere, ac propterea, eodem intervallo per Arcus majoris spatia distributo, gradus unius mensuram contractiorem effici. Sed quamvis hæc conjectura de Arimino haud adeo improbabilis videri possit, cujus fere pomœrium Montes attingunt, licet non statim ad eam Altitudinem assurgant, quæ effectum sensibilem producere posse videatur, Romæ tamen ab Apennino distantia longior videtur, quam ut ejusmodi suspicioni de ea saltem urbe locus relinquatur. Utcunque tamen se res habeat, satis nobis

nobis erit hæc conjecturas duntaxat innuisse, cum non alius præsentis instituti scopus sit, quam exposita Observationum ferie, gradus mensuram ex eadem provenientem stabilire.

53. Refractionis tabula usi sumus ea, quæ in Cassiniano illo opere reperitur. Nam licet refractionem illam octava sui parte multasset, Gradus mensura vix supra duas Hexapedas excrevisset. Parum igitur interest, quo refractionum genere utamur, dummodo Stellas haud multum a vertice remotas seligamus: quanquam enim refractionis in eadem Altitudine cum Aeris densitate variari soleat, tamen in ejusmodi stellis variatio illa in sensum cadere non potest,

De Refractione

A R T I C U L U S IX.

*De altitudine Montium in supradictis Triangulis
occurrentium.*

54. **M**ontium omnium, quotquot in ditone Pontificia continentur, editissimus est quem Montem Sibyllæ nominant. Hic enim, ut certis experimentis exploratum habeo, mille quingentis passibus, & fortasse aliquanto amplius, supra Maris superficiem attollitur. Neque tamen ejus Altitudinem accurate definiendi ulla satis commoda occasio data est, propterea quod bene longo intervallo extra Triangulorum nostrorum limites collocetur, neque nobis interea cognitus fuerit, dum in iis dimetiendis occuparemur. Huc accedit, quod cum in Angulis Horizontalibus capiendis totum fere temporis spatium, quo in Montibus hæere licuit, contere necesse habuerimus; ne eorum quidem qui ad Triangula nostra pertinent, altitudinem ex locis omnibus unde oportuisset, explorare potuerimus, ut minime mirum sit alias Altitudines ad isthæc Triangula minime pertinentes a nobis prætermittas fuisse.

Mons Sibyllæ
omnium in ditio-
ne Pontificia al-
tissimus.

X

55. Apex

Altitudo Carpe-
gnæ .

55. Apex ille Montis Carpegnæ, cui tugurium nostrum impositum erat, ab initio Basis ad Aprusam spectatus, distabat a vertice gradus 87. cum minutis 53; hoc vicissim ex illo fastigio despectatum gradus 92. 24' 10". Horum arcuum summa continet præter semicirculum, minuta prima 17. & dena secunda. Porro constat ex stationum distantia, excessum illum absque Refractione futurum fuisse min. 19. sec. 11. Debentur igitur Refractioni duo ad minimum minuta, ita ut non immerito statuere possimus utrique objecto minutum unum Altitudinis per refractionem additum fuisse. Posita igitur eorum vera a vertice distantia $87^{\circ} 54' 0''$, & $92^{\circ} 25' 11''$, sequitur Montis illius Altitudinem supra Maris superficiem esse passuum circiter 940.

Modus compu-
tandi refra-
ctionem .

56. Quoniam autem non a nobis tantum, verum etiam ab aliis sæpe observatum est totam utriusque objecti Refractionem, in distantis saltem haud ita magnis, parti fere nonæ arcus inter ea comprehensi æqualem esse, haud multum a vero aberrabimus, si altitudini cuicumque observatæ partem distantæ objecti a loco observationis in minuta & secunda circuli maximi conversæ duodevigesimali dempserimus, vel tantundem adjecerimus depressioni: sic enim correctæ observatione, licebit objecti altitudinem supra stationem, unde observatur, vel ejus infra eandem depressionem vero proximam eruere. Cavendum tamen ne summo mane, aut incumbente vespere observatio peragatur; cum enim refractiones tunc augeri soleant, major aliquanto observationi factæ correctio deberetur. Imo neque si tota refractione eo, quo numero superiore dictum est, modo deprehensa fuisset, tunc recte inter utramque observationem ex æquo divideretur, si altera duntaxat eo tempore fuisset habita, cum simili ratione colligi posset eam in hac validiorem fuisse.

Altitudines.

57. In cæterorum Montium Altitudinibus investigandis, superius observatum est (num. 29.) non semper copiam datam fuisse observationis hujusmodi reciproçæ facien-

ciendæ . Itaque in istis casibus locum habuit determinatio modo insinuata , in qua error alicujus momenti committi vix potuit . Quamobrem sic , ubi id necesse erat , operando Altitudines supra Maris superficiem sequentes obtinuimus , quas tum in Passibus Romanis , tum in Hexapedis Parisiensibus apponimus .

		Pas. Rom. Hexap. Par.	
Alt. Perp.	}	Montis Luri ————	194 ———— 148
		Carpegna ————	940 ———— 718
		Catriæ ————	1136 ———— 868
		Tesii ————	626 ———— 478
		Pennini ————	1057 ———— 808
		Fionchi ————	907 ———— 693
		Soriani ————	719 ———— 549
	Januarii ————	837 ———— 654 $\frac{1}{2}$	

58. Notandum est insuper stationem supra tholum D. Petri , unde observatum est , supra Maris superficiem 80. circiter passibus assurgere , citiorem Basis Romanæ extremitatem ad sepulcrum Metellæ , quod nunc caput Bovis appellant , passibus 26 , ulteriorem vero prope Fratocchias Passibus 93. Mons S. Vicini , qui a Catria uno & viginti Passuum millibus cum dimidio abest ad Ortum hybernum , nec non Mons Neronis , qui duodecim fere milliariibus ad plagam oppositam inde disjunctus est , quantum ex observatione tumultuaria colligere licuit , milliari Romano quam proxime Altitudinem suam definiunt . Editior aliquanto videtur Mons Cuccus , sic enim appellant , qui Costacciarro superimminet . Etenim a vertice Catriæ , si bene commemini , videbatur juxta cum Pennino infra Horizontem depressus . Quamobrem licebit ei attribuere Altitudinem inter Catriam & Penninum fere mediam , propius tamen ad istam accedentem . Abest enim Catriæ 7 passuum millibus .

Item alia .

59. Mons acutus , quem alterum esse Catriæ verticem N. 12. observavimus , decem aut duodecim passibus ,

Conjectura de aliis .

uti conjicio , eo depressior est . Nam hi duo montés , intervallo fere sesquimilliarum ab invicem recedunt , neque illius depressio , nisi me animus fallit , gradus unius dimidium attingit . Atque hi quidem montes cæteros omnes hujus tractus facile exsuperant , tametsi , ut modo dictum est , neque cum jugo Sibyllæ , neque cum nonnullis aliis Regni Neapolitani , & Etruriæ Montibus conferendi esse videantur . De jugo illo , quod Provinciam Campaniæ , uti vocant , a Maritima determinat , nihil certi habeo quod pronuntiem , cum longe extra triangula nostra situm sit . Eminent illic Mons quidam , cui regionis illius accolæ a tricipiti figura nomen ¹ imposuere , quamquam proprio vocabulo Mons Sempervivus appelletur ² . Hunc Catriæ fere supparem esse exinde conjicio , quod a Monte Albano spectatus haud paullo altior appareat M. Januario , cum tamen utriusque distantia ab illo Monte eadem ferme sit . Porro Montis Albani Altitudo sexcentos passus haud excedit .

Cætera præter-
missa .

60. Sed hæc ultima hujus loci non erant . Neque enim hic aliud nobis proposueramus , quam ut Montes in triangulis nostris occurrentes inter sese conferremus , eorumque Altitudinem supra Maris superficiem vero proximam definiremus . Quamobrem nihil prorsus diximus de jugo illo , quod a Monte Januario in septentriones Reate versus excurrit , in quo multos alios apices reperire est Monte Januario extra controversiam altiores , nihil de multis aliis , in quibus , præter cætera , verticis supermi nullo signo aspectabili notati situs incertus , tam Montis ipsius distantiam , quam Altitudinem satis accurate determinari prohibebat .

Ta-

¹ Monte de' tre Porroni .

² Monte Semprevivo .

*Tabula aliquot Altitudinum & Depressionum
observatarum.*

A Tholo D. Petri.

Mons Januarius	—————	+	1	45	15
Mons Sorianus	—————	+	0	40	20

A Monte Jan.

Tholus D. Petri	—————	—	2	1	40
Mons Sorianus	—————	—	0	24	45
Mons Fionchus	—————	—	0	11	15

A Monte Soriano

Mons Januarius	—————	—	0	5	35
Mons Fionchus	—————	+	0	4	0

A Monte Fioncho

Mons Sorianus	—————	—	0	32	25
Mons Januarius	—————	—	0	21	45
Mons Penninus	—————	+	0	4	0

A Monte Pennino

Mons Fionchus	—————	—	0	27	25
Mons Catria	—————	—	0	0	45
Mons Tefius	—————	—	1	0	0

A Monte Tefio

Mons Penninus	—————	+	0	38	30
Mons Catria	—————	+	0	54	5

A Monte Catria

Mons Tefius	—————	—	1	13	50
Mons Penninus	—————	—	0	19	45
Mons Carpegna	—————	—	0	32	40

A Mon-

A Monte Carpegna

Mons Catria	_____	+ 0 9 0
Mons Tefius	_____	— 0 40 10
Mons Lurus	_____	— 1 50 10
Aprufa	_____	— 2 24 10

A Monte Luro

Ostium Aprusæ	_____	— 0 45 25
Mons Carpegna	_____	+ 1 32 5
Mons Catria	_____	+ 1 24 15

Ab Ostio Aprusæ

Mons Lurus	_____	+ 0 38 5
Mons Carpegna	_____	2 7 0





OPUSCULUM TERTIUM

ENARRATIO FORUM , QUÆ AD CORRIGENDAM
TABULAM GEOGRAPHICAM DITIONIS
PONTIFICIÆ PERACTA SUNT .



UM ex Observationibus non paucis tam corporum cœlestium quam terrestrium stationum ad intervallum illud , quod Romam inter atque Ariminum intercedit , definiendum institutis , veram non utriusque tantum Urbis , sed etiam interjectorum Montium Longitudinem ac Latitudinem Geographicam adepti effemus , minime negligenda visa est tam præclara occasio , quod in hisce locis effeceramus , idem quoque in cæteris ditionis Pontificiæ urbibus , ac locis insignioribus perficiendi . Neque enim ad hunc finem aptior excogitari poterat Meridianus , quam , qui Regionem universam bifariam fere dividens amplissimum in utramque ejus extremitatem prospectum aperiebat . Etenim tam a Monte Catria , quam Carpegna conspiciendum se præbebat Mons Ascensionis , quem vulgo a pago vicino Polesium appellant , Asculo imminens , & ab Apenninis montibus latissimus patebat in vastissimam planitiem prospectus , qui Comaclum Ferrariam , ac remotissima quæque tractus illius loca perscrutantibus

Consilium totius operis .

rete-

retereret. Itaque tametsi Quadrante longiori in Observationibus peragendis uti minime decrevissemus, eo quod diuturniorem ea res temporis moram postularret, & maximam præterea transvehendi difficultatem secum afferret, metuendum tamen non erat, ne breviori Instrumento-utentibus error alicujus momenti obreperet, cum unica, aut ad summum gemina observatione totam dititionis universæ Latitudinem complecti liceret, qua probe definita, pronior via sternebatur ad Urbium interjectarum situm accurate obtinendum. Nam si ab hisce determinandis paulatim ad extremos regionis limites gradum fecissemus, timeri profecto poterat, ne si in singulis triangulis exiguum quidpiam peccaretur, levis, ut ita dicam, luxatio partium totum corpus haud mediocriter deformatet. Itaque contraria profus via ineunda erat, ut deprehenso primum locorum maxime dissitorum situ, viciniora quæque ad horum normam exigerentur.

Situs M. Ascensionis definitus.

2. Hanc methodum secuti situm montis Ascensionis, de quo paulo ante dictum est, ex quo Asculi situs pendebat, binorum triangulorum solutione adepti sumus. Quamquam enim res illa uno solo absolvi potuisset, attamen illius anguli male ad hunc finem comparati fuissent, neque sine erroris periculo negotium confecissent. Ac primo quidem ex Montibus Catriæ, & Luro¹ Cumeri montis tum distantiam tum etiam angulum positionis nacti sumus, ac deinde efformata ex hoc, & Catria cum Monte Ascensionis triangulo, hujus verum situm obtinuimus. Similiter in aliorum Montium extremam Tabulæ oram occupantium situ explorando factitatum est, quorum nonnulli satis longo intervallo se spectandos exhibent. Exemplo sit mons Etruriæ Cetonæ oppido imminens, cujus acuminatum fastigium aere sereno ab usque monte Tusculo facillime conspicitur. Cæterum in tanta montium copia paucos admodum reperire est ita in acumen desinentes, ut quacumque ex parte spectentur. idem sui punctum oculis objiciant.

3. Quo-

¹ M. Comero.

Errores Tabularum hactenus editarum.

3. Quoniam vero infinitum videbatur omnes omnino Tabularum Geographicarum hactenus editarum errores corrigere, neque fieri poterat, nisi quamplurimis adscitis ejusdem laboris sociis. ut tam varii fluviorum Mæandri ac sinuosi flexus torrentium rite describerentur, ideo his prætermiſſis, nihil aliud nobis propositum fuit, quam ut urbes ditionis hujus, ac loca illa quæ inde observari possent, verum suum situm adipiscerentur. Certo enim nobis persuadebamus, quæ hoc facto desiderarentur, ea omnia, sat tuto ex Tabulis particularibus Provinciarum suppleri posse, cum in exiguis distantis magnos errores minime suspicaremur. Qua tamen in re opinio nos nostra sefellit quamplurimum. Quod enim statueramus præcipuum Tabularum istarum vitium in eo situm esse, quod Meridianus ad aliam ac oportebat, Cœli plagam dirigeretur, id statim longe aliter se habere deprehensum est, cum, ut ex Tabula Umbriæ exemplum desumam, quale etiam ex aliis peti posset, habita ratione Spoleti,¹ Fulginium undecim fere passuum millibus ad lævam,² Nursia e contrario tantundem circiter ad dexteram inflectatur, Nuceria autem inter hæc urbes media debitam propemodum cœli plagam respiciat, sed tamen denis passuum millibus plus justo Spoletum admoveatur. Atque hæc quidem sola ratio satis obstat, quominus locorum interjacentium situs, non dico recte se habere, sed neque ad tolerabilem cum veritate concordiam adduci possint. Multum autem abest, ut ejus solius in hac re æstimanda ratio ducenda sit. Haud raro enim in Tabulis istis usu venit, ut quæ loca inter binas urbes media sunt, ea ad oppositas alterius illarum partes transferantur, cujusmodi errorum feriem contexere longum, ac propemodum infinitum esset. Itaque nil mirum, si, quod sæpe observavimus, tria loca in directum jacentia in Tabulis nihilominus triangulum fere æquilaterum efforment. Fieri autem omnino non poterat, ut ex multiplici hoc errorum fonte immanes sæpenumero in locorum adjacentium intervalla erro-

¹ Foligno.

² Norcia.

res non emanarent. Nulla igitur spes reliqua erat ex Tabulis Geographicis subsidium accerendi, quoties in ejusmodi casum incidissemus, ut loci alicujus a nobis haud usquam visi situs inquireretur.

Difficultates in
iis corrigendis,
ob imperitiam
eorum quos con-
sulere oportebat.

4. Hunc casum frequentem causæ quamplurimæ reddebant. Primo enim cum in Montibus, qui Meridiani Romani triangula constituebant, plerumque diutius hæere non possemus, quam ad Angulorum Meridiano inservientium determinationem necesse esset, cumque interdum ne eos quidem omnes observare liceret, maxima intercidebat Observationum copia, quæ ex iisdem absque hoc impedimento peragi potuissent. Quamquam ut id etiam ipsum fructu non careret, opus fuisset loca circumjacentia antea a nobis perlustrata fuisse, quod tamen per raro eveniebat. Experimento enim didicimus fallacem fuisse in iis designandis accolarum peritiam, qui sæpe in loco aliquo demonstrando adeo parum inter se concordantes erat, ut etiamsi aliquis eorum verum dixisset, id tamen nullo indicio a nobis deprehendi potuisset. Quamquam ne eorum quidem concors sententia nos de rei veritate satis securos reddebat, cum complura afferre possim exempla errorum insignium in hoc genere, qui tamen unanimi omnium consensione firmabantur, neque ante detegi poterant, quam supputatis pluribus modis iisdem distantis, evidens earum dissidium deceptionis indicium præbuisset.

Item ob caliginem & umbras montium.

5. Quod si omnia observare per temporis angustias licuisset, neque ab iis, quos consulere necesse erat, decipi contigisset, multa tamen erant, quæ hujusmodi observationum perfectioni vehementer obstabant. Sæpe enim libero maxima ex parte Horizonte, urbis cujuscumque aut jugi conspectum exigua caligo interjecta adimebat, & nigerrimæ montium etiam haud valde remotorum umbræ horum quibus incumbere videbantur, vestigium nullum relinquebant. Ita fiebat, ut ad unam observationem peragendam dies integer fere semper necessarius esset, quod
nimi-

nimirum mane loca Occidentalia, Orientalia vesperi detegerentur, id quod a nobis festinantibus fieri per se non poterat, & præterea successu cariturum erat, si ut fit, solares radios loca illa illustraturos nubes densior interceptisset. Itaque etiam ex hoc capite loca quamplurima ex stationibus idoneis inobservata relinquere necesse erat.

6. Huic malo remedium opportunum inventum iri spes erat, si ex nonnullis stationibus inter loca derelicta selectis huiusmodi observatio institueretur, cui quidem peragenda nusquam non aliquam parem futurum augurabamur. In extenso supra planum aliquod Horizontale chartæ folio, ducendæ erant rectæ per punctum aliquod in medio assumptum ad loca singula, quæ inde conspici possent, atque rectæ illæ locorum nominibus insigniendæ. Id regulæ ope, per cuius oram collimandum erat, præstandum monebamus, adhibita duntaxat ea cura, ut folium inter operandum immotum permaneret: ita enim futurum ut Anguli omnes in eodem rite descripti reperirentur, minus id quidem accurate quam si Quadrante excepti fuissent, sed tamen plerumque quantum in minoribus distantis necesse erat, ut error sensibilis in Tabula Geographica evitaretur. Hoc cum pluribus in locis ut fieret, expetiissemus, mirum est quantam in respondendo varietatem experti simus. Nonnulli enim propter rei insolentiam de arcano aliquo Mysterio agi suspicati prorsus negabant in suis finibus reperiri posse aliquem, qui onus illud in se suspiceret. Alii satis habebant ex puncto aliquo macula ingenti plerumque deformato lineas manu tremente utcumque ducere, quas locorum nominibus notabant, unde nihil aliud colligi poterat, quam quod hæc loca ad dexteram, illa ad lævam jacerent. Nec desuere, qui lineas easdem, adhibita regula, rectas quidem ducerent, cæterum ad commune centrum minime revocabiles, quod tamen utilitate sua non caruisset, si lineæ istæ rectæ ad sua quæque objecta ductæ fuissent, neque a vero situ quidquam deflexissent. Verum ita se res habuit tam

Parum opis in remediis contra has difficultates conquiritis.

in his quam in istis, ut quæ loca sibi prorsus opposita essent, ea in Figuris ad nos transmissis vix quartam Horizontis partem occuparent. Nihil igitur omnino quod ad Angulorum magnitudinem attineret, ex hujusmodi observationibus depromi poterat. Par est ratio aliarum quarundam, in quibus etsi puncta Horizontis Cardinalia descripta essent, & loca inter hæc interjecta fortasse non inepte collocata, tanta tamen erat locorum illorum magnitudo, ut quod eorum punctum capiendum esset, nulla ratione colligi posset. Etenim viciniora quæque ita centro admovebantur, idque, ut opinor, nos erudiendi gratia, ut eorum imago in folio descripta gradus facile sexaginta aut etiam plus aliquanto occuparet. Adeo pronum est, ubi rectam rei perficiendæ ideam animo comprehensam non habemus, quæ operi suscepto nocent maxime, ea pro compendiis offerre.

Aliquid tamen
in paucis casibus.

7. Non desuerunt tamen qui petitione nostra optime intellecta, Observationem, quæ postulabatur, egregie perficerent, quibus omnibus gratias referimus singulares, quamquam ab iis nominatim compellendis necessario abstinendum nobis sit, ne videlicet aliis, qui cum pari erga nos voluntate minus felicem successum conjunxerunt, injuriam fecisse videamur. Fieri tamen haud poterat, ut hujusmodi observationibus æque adjuvaremur, ac propriis, idque non solum, quod inter Quadrantem Dioptris Telescopicis instructum, & simplicem regulam plurimum interesset, verum etiam, quod non semper loca maxime opportuna deligere liceret, quodque cum haud satis perspectum habere possent, quæ observationes a nobis præcipue desiderarentur, multas supervacaneas, omissis necessariis, congererent. Ex quo fiebat, ut observationes habitæ non sine magna temporis jacturâ sæpius iterandæ, ac supplendæ essent, nec intra bimestre spatium interdum tantum perficeretur, quantum præsentibus nobis, & diem idoneum noctis paucis horis absolutum fuisset. Et tamen expectandæ erant observationes istæ, ac sustinenda

da interea Tabulæ Geographicæ delineatio , nisi ingentes in ea lacunas in locis minime desertis relinquere voluissimus . Huiusmodi conatibus debemus situm omnium fere locorum in ¹Septempedana Diocesi, multorum in Anconitana atque ²Ælina , ac Senogalliensi , atque etiam aliorum paucorum; ut nihil de nonnullis dicam , quorum situs idcirco requirebatur , quod certis rationibus adducti metuere inur , ne in observationes nostras inter notandum error aliquis sese insinuasset .

8. Nullam Observationem nancisci potuimus quæ nos dirigeret in Tractu illo , qui partem Borealiorem dittonis Oropitanæ complectitur ; in quo tamen præter Montem Peliam aliæ stationes maxime opportunæ capi potuissent . Eundem successum habuit , quidquid pro tolerabili saltem noticia Castellorum in agro Calsienti sitorum impetrare adnisi sumus , quæ a nobis in Agrum Picenum , adulto jam Octobri, necessario festinantibus observari non potuerant ; neque multo melius nobiscum actum est in aliis regionibus montosis , in quibus aliena ope non indiguissemus , si conatus nostros cœli incōstantia non eluisset . Ego enim ipse montem quem Neronis vocant , per æstatem conscenderam , unde loca plurima determinandi spes haud exigua affulgebat , cum imber maximus subito coortus ac cum densissima caligine conjunctus , atque insuper per horas complures continuatus non modo observandi , sed propemodum etiam revertendi facultatem ademit . Itaque cum diebus proxime subsecutis aeris temperies nihilo melior evasisset , cumque ad hæc febris ex illius diei incommodis enata fuisset , re infecta redire coactus , ne ad montem quidem Peliam , prout institueram , ex itinere declinare potui , amissurus , si id fecissem , occasionem nonnullarum urbium invisendarum , quæ mihi ante æstivos calores Romam necessario repetenti determinandæ supererant . Quid quod & alios montes complures percensere possem , in quos irritò conatu , si non ob pluviam , at certe ob caliginem densissimam re-

Nam plerumque res expectationem sefellit .

pente coortam eniti contigit, quos inter infimum locum non obtinet Mons Rotundus supra Visum asurgens, unde absque hoc infortunio & multa alia loca, & præcipue is Piceni tractus, qui ad Montium radices jacet, prospectari potuisset. Hoc idem de locis aliis ad observandum opportunis vere affirmari potest, ac præcipue de Urbibus Ferraria & ¹Comaclo, in quibus etsi dierum complurium moram traxerimus, cum aere tamen caliginoso ita confictati sumus, ut nec ²Britannorium, nec ullum ex montibus Apeninis, dum ibidem hæreremus, aliquando videre contigerit. Itaque nisi Comaclum jam probe cognitum ex aliis stationibus satis longo intervallo inde diffitis agnovissemus, de vero illius situ etiamnum laboraremus.

In locis campe-
stribus sæpius la-
boratum.

9. Et quoniam Britannorii in Æmilia fiti mentio facta est, alienum non erit hoc loco notasse campestria Æmilix quamvis in immensam planitiem exporrecta (& par est ratio totius agri Ferrariensis) cum proceris arboribus passim consita sint, observationibus faciendis eam ob causam parum idonea esse. Latent enim inter istas arbores turres quæque depressiores, quæ supra earum altitudinem non attolluntur, ut nonnisi insignioribus oppidis determinandis locus superesse videatur. Huc etiam accedit, quod in hujusmodi casu cautissime procedendum sit, ne una turris pro altera accipiatur, quod tunc utique factu proclive est, cum pars ejus exigua supra arbores sese effert. Equidem per hiatus arborum Pomposam a turre Ædis Ferrariensis conspectam fuisse certo nobis persuademus, neque tamen isthæc observatio ita evidens est, ac si, succisis arboribus, circumjectam regionem libere oculis perlustrare potuissemus.

Quid opis tabu-
larum recentiores
attulerint.

10. Alterum subsidium ad Tabulam utcumque replendam in iis partibus quas nobis properantibus, & locorum insigniorum determinationi præcipue intentis præteriri necesse erat, e Tabulis nuper descriptis ductum est. Harum tria sunt genera. Aut enim æstimatione sola, aut

ab

¹ Comacchio. ² Bertinoro.

ab Agrimenſoribus peritis ope Tabulæ Prætorianæ , aut demum Trigonometricè conſtructæ ſunt . Quæ ad primum genus pertinent , ſi ex antiquis deſumuntur , quemadmodum in Tabula Agri Sabini ante paucos annos edita videre eſt , nihilo majorem quam exemplaria unde deſumptæ ſunt , fidem merentur ; imo fortasſe , ſicubi ab exemplaribus ſuis paululum , ut ſit , diſceſſerint , errorem exemplarium augment potius quam imminuunt . Itaque in hujusmodi Tabulis nihil opis eſſe poterat ad loca alia Tabulæ noſtræ inferenda . Quod ſi æſtimatione quidem ſolâ , in prudenti tamen judicio fundata , & cum locorum intervallis , qualia a peritis haberi ſolent , collata conſtructæ fuerint , nihil vetat ex iis aliquid decerpere , dummodo id ipſum ab iis , quæ certiori modo deprehenſa ſunt ſejuagatur , ac pro dubio habeatur . Hujusmodi Tabulam manuſcriptam vidimus , magnam Piceni Orientalioris partem complectentem , uti & Tabulam particularem Dioceſis Aſculanæ ſuperiore ſæculo editam , quam etiam ſimili modo deſcriptam arbitramur . Quamobrem e prima quidem loca hujus Oræ Piceni montibus proxime ſubjecta (hæc enim ſola inobſervata remanſerant) ex altera vero caſtella Aſculanæ Dioceſis non pauca mutuari viſum eſt , appicta utriſque Lunula , quæ dubium locorum iſtorum ſitum , quanquam non multum a vero aberrantem denotaret .

II. Haud ſcio an ad hunc cenſum pertineat pars illa agri Bononiensis , quæ inter Montes Apenninos ſita eſt . Hanc cum neque propriis obſervationibus luſtrare poterimus , eo quod neceſſario ad montes unde meridiani diſenſio petenda erat , ſeſtinandum eſſet , neque alienas præſtolari liceret , cum neminem proſus haberemus , cui ejuſmodi negotium tuto committeretur , optimum viſum eſt , totam eam regionem ex nupera agri Mutinenſis Tabula , correctæ ex Libro itinerum Academiæ Regiæ Pariſienſis Lojani Latitudine mutuari . Etſi enim Tabulæ iſtius errores aliis in locis haud contemnendos agnoviſſemus

Quorum nonnullæ dubiæ auctoritatis .

mus

mus, non tamen deerant causæ, quæ persuaderent eos in hoc tractu leviores evasuros. Sed quomodocumque tandem ea res sese habeat, inferenda omnino erat Tabulæ ditionis Pontificiæ regio ista, nec non Legationis Ravennatis pars asperior, quæ ab ' Isapi fluvio ad usque Bononiensem agrum porrigitur, ne immanis adeo lacuna in eadem supereset. Itaque hîc saltem legem ante nobis positam prætergredi necesse fuit, ac loca complura incertæ positionis apponere, de quibus ne illud quidem affirmare possumus, ea ignoscendo intervallo a vero situ aberrare. Nam præter Britannorium urbem Montem Poggiolum, & Oriolum nihil aliud in hoc tractu per observationes raptim peractas definiri potuit, & cum a tribus quatuorve aliis locis discesserimus, quæ a hinc stationibus observare haud licuit, cætera omnia ne conspectui quidem nostro sese obtulerunt. Supervacaneum autem visum est singulis hisce locis incertæ positionis notam adjungere, cum multo brevius res tota expediri posset semel tantum inonendo, quidquid intra prædictos limites contineretur, reformatione indigere.

Aliz quædam accurate descriptæ, sed propter acus nauticæ variationem aliquantulam vitiosæ.

12. Præter Tabulam magnæ illius planitie, quæ ad Agrum Bononiensem pertinet, atque haud ita pridem in lucem edita fuit, binas alias videre contigit, quarum utraque, ut opinor, ope Tabulæ Prætorianæ, elaborata fuit, neutra autem adhuc lucem aspexit. Harum altera ditionem Perusinam, altera agrum Camertem complectitur. Illa eundem habet auctorem cum Tabula agri Bononiensis supraddicta, & quamvis magna cura confecta videatur, laborat nihilominus, ni fallor, vitio, quod in hujusmodi Tabulas, cum propter magnitudinem ditionis, longiorem in condendo moram exigunt, fere necessario se insinuare debet. Nam cum harum Meridianus is sit, quem acus Magnetica designat, cumque acus magneticæ Declinationem subinde mutari contingat, idque interdum intra paucorum annorum spatium satis notabi-

tabiliter , hinc facile in hujusmodi Tabula evenit , ut duæ rectæ reipsa parallelæ , aliquantulum ad se invicem inclinentur & vicissim , quod sine Tabulæ illius luxatione fieri non potest . Neque vero quisquam dixerit Tabulam ipsam Prætorianam huic vitio mederi , cum perspicuum sit , si nihil aliud , at certe frequentem plani mutationem ad acum magneticam confugiendi necessitatem imponere . Hoc igitur causæ subesse arbitror , quamobrem Tabula ista neque cum Tabula altera cursus fluvii Tiberis , neque cum situ Perusiæ & Tuderti accurate congruat . Quod tamen ad hoc caput attinet , res multo exploratior futura erat , si modo abfuissent ea impedimenta , de quibus num: 8. mentio facta est . Itaque Perusinae ditionis loca pleraque ex hac Tabula ita desumpta sunt , ut tamen partem ejus Australiorem Tuderto nonnihil admoveri convenerit , servata interea , quantum fieri potuit , debita in aliis partibus conformatione . Quamvis igitur locorum situs non adeo certus sit , atque eorum , quæ ex Observationibus nostris immediate deducta sunt , tamen cum error gravis in locis inter Urbes cognitæ mediis admitti non possit , minime necessarium duximus eadem , tanquam loca situs incerti lunulæ signo afficere .

13. Ad Agrum Camertem quod attinet , habuit ea Tabula , de qua numero superiore mentio facta est , id incommodi , quod in ea nihil inter limites communitatum & torrentes qui hunc agrum irrigant , interesse videbatur . Itaque torrentes istos ex ea ut potuimus , selegimus : neque enim in Tabulis antiquioribus quidquam opis , aut ad castella suis locis reddenda , aut ad torrentes describendos inerat . Nam si usquam alias , in hoc tractu præcipue ex Tabulæ pessime sese habent , quo etiam æquius erit veniam nobis concedi , si aut hic aut alibi in torrentibus describendis , id quod ad institutum nostrum non pertinebat , neque aliunde colligi poterat , nonnihil a veritate aberrasse videamur .

Peciliare vitium Tabulæ Agri Camertis .

De Agro Ferraricensi .

14. Delineationem geminam agri Ferrariensis a nobis visam , eadem cura peractam esse minime dubium nobis fuisset , si utræque prorsus inter se concordēs extitissent . Sed neque tanta erat earum discordia , ut de locorum situ nos prorsus incertos relinqueret , neque deerat , quid in hac re sequeremur , cum loca pleraque e Ferrariensis Ædis turri prospectare contigerit . Itaque tametsi pro iis rite determinandis alia Observatione opus esset , quam non nisi in uno & altero eorum temporibus interclusi nancisci potuimus , & eam quidem , quod proceris arboribus loca quæque fere obtegerentur , nonnihil dubiam , tamen partim ex iis , quæ observaveramus , partim ex Tabularum istarum fide , loca isthæc in Tabulam ita transferre licuit , ut spes sit ea non adeo multum a vero situ abluere . Quamobrem hic quoque notam situs dubii intelligi potius voluimus quam apponi , propterea quod hoc loco neque ea , quæ optime observata videntur satis certa sint , neque ea quæ observationem nostram effugerunt , a vero , ut nobis persuademus , vehementer discrepent .

De Tabulis Trigonometricè constructis .

15. Tabularum Trigonometricè constructarum exigua plane copia nobis suppetebat . Data fuerat haud ita pridem in lucem a P. Abbate de Revillas hujusmodi Tabula Diocesis Tiburtinæ , cujus tamen loca pleraque observare nobis contigit , ut eadem non magnopere indigeremus . Deprehensum est autem Tabulam istam ad umbilicum quidem magna cura efformatam , in extrema tamen ora non nihil deficere , quod in situ oppidi Sublacensis . Monticelli , & S. Angeli notare potuimus . Altera inedita magnam Fabrianensis agri partem complexa P. Annibalem Magnalò e S. J. auctorem habet , quam cum in oris extremis cum Fabriano urbe collatis veritati consentaneam deprehenderimus , etiam in reliquis partibus accuratam esse non dubitamus . Hinc igitur castella aliquot , omissis viculis , decerpimus , quæ quidem a me
illac

illac pertranseunte , ac Fabriani determinationi præcipue intento detegi non potuerant . Adjunximus castrum Belvederis ex Tabulis , quæ tamen cum in hâc regione perverfissimæ sint , satius fuisset , opinor , ut alibi factum est , illum locum penitus omisisse .

16. Jam vero ut ad observationes eas a nobis factas revertamur , per quas urbium ditionis hujus situs definitus est , erunt fortasse , qui hic Triangulorum omnium , quorum ope id effectum est , seriem desiderent . Neque sane res illa hoc loco prætermiffa fuisset , si per Triangulorum seriem minime interruptam id , quod moliebamur , exequi licuisset . Potuiffe id fieri non nego , sed tamen in eo casu quamplurima nobis providenda erant , quæ ad summam rei nihil contulissent , & opus susceptum plurimum retardassent . Nihil dico de ea difficultate , quam haud semel experti sumus , ut in urbem aliquam delati , id quod e longinquo observaveramus , absque errandi periculo recognosceremus . Nec enim semel accidebat , ut binæ turres procul inspectæ tam sibi similes viderentur , ut nobis tum primum ea loca visentibus , non nisi post longum tentamen constare posset , quamnam earum potissimum e longinquo explorâssimus . Huic autem tentamini Lectores etiam nostros subjicere , qui nulla necessitate adigebantur ad unam ab altera secernendam , nimis ineptum futurum erat . Huc accedebat , quod urbes quamplurimas , & eas quidem haud ignobiles , exempli causa , Perusiam , Oropitum , & alias , nisi longissimo circuitu usi essemus , non aliter in vero suo situ collocare potuerimus , quam trium objectorum probe cognitorum positionem inde observando , atque hinc loci , unde observatum est , situm expiscando . Quod in Perusia id contigerit , casui fortuito adscribendum est ; quod autem in Oropito , & nonnullis aliis factum sit , prope necessarium videtur . Itaque Triangulorum seriem in his abrumpi necesse erat .

*Cur series
Triangulorum
prætermiffa .*

Exemplum solutionis Problematis sepe occurrentis.

Tab. 1. F. 5

17. Elegantem Problematis istius solutionem, quo ex tribus locis datis a quarto conspectis, quarti illius Positio determinatur, exhibent Academiae Regiae Anglicanae Transactiones Philosophicae N. 69. Eam Auctor Col-linsius per sex casus diversos persequitur, quorum frequentissimi in usu sunt quartus, & quintus. En hujus exemplum in situ Perusiae determinando. Sit (Tab. 1. fig. 5) *T* Mons Tefius, *N* Mons Nucerinus, cui Pennino nomen est, *C* Mons Cetonae imminens. Esto deinde *TN* Passuum 30091, *CN* 57913, angulique Trianguli *TCN*, $T = 136^{\circ} 27'$, $N = 22^{\circ} 34'$, $C = 20^{\circ} 59'$, quae omnia supponuntur praecognita. Observatus deinde fuerit ex urbe Perusia *P*, Angulus $CPN = 160^{\circ} 45'$ & $TPN = 107^{\circ} 48'$, & ex hac observatione determinandus sit Perusiae situs. Descriptus intelligatur circa Triangulum *CPN* circulus, cui occurrat recta per *T* & *P* ducta in *A*, ducanturque *CA*, *NA*, *CP*, *NP*. Quoniam igitur Angulus *CPN* inventus est $= 160^{\circ} 45'$, erit (per 22. l. 3) $CAN = 19^{\circ} 15'$, & $NCA = APN = 72^{\circ} 12'$. Ex hisce datis, & latere cognito $CN = 57913$ invenitur latus $AN = 167250$; unde in Triangulo *TNA* habemus duo latera *TN*, *NA*, atque insuper Angulum inter ea comprehensum *TNA*, summam nimirum Angulorum $TNC = 22^{\circ} 34'$, & ANC , sive $APC = 88^{\circ} 33'$, i. e. $111^{\circ} 7'$. Hinc invenitur Angulus $ATN = 59^{\circ} 55'$, ac denique in Triangulo *TNP*, cujus jam noti sunt Anguli omnes, & latus *TN*, invenietur *TP* passuum $6723\frac{1}{2}$. Quoniam autem notus est Angulus Positionis $TN = 103^{\circ} 43'$, adjecto ei angulo *ATN* seu $PTN = 59^{\circ} 55'$, notus fiet pariter Angulus Positionis $TP = 163^{\circ} 38'$; unde facile concluditur perpendicularum a Curia Perusina (ibi enim observatum est) in Meridianum D. Petri demissum illum secare in puncto passibus 90217 ab ipso Tholo semoto, Curiam autem eandem distare ab hoc puncto ad Occidentem passibus 3511.

18. Eadem ratione investigatus est situs ¹ Oropiti, cuius distantia ab eodem Meridiano ad partes easdem reperta est pass. 18355, intervallum autem perpendiculararem inter ac Tholum, pass. 61970. Cavendum tamen diligenter in huiusmodi disquisitione, ne locorum cognitorum situs talis sit, ut mutata aliquantulum statione, anguli inter objecta cognita intercepti vix sensibilibiter mutarentur. In hoc enim casu perspicuum est, exiguum errorem in Observanda, in situ Observatoris determinando errorem non exiguum efficere posse. Quod quidem duobus modis contingere potest, si aut loca cognita a statione Observatoris nimium distent, aut duo circuli, circa stationem illam, & gemina loca cognita descripti nimium se oblique interfecerint. Ea cautio tam in his, quam in aliis stationibus non paucis definiendis necessario adhibenda fuit.

19. Non desuere tamen Urbes, quarum situs, ne hac quidem ratione, nedum per simplicem Trianguli resolutionem indagari poterat. Exemplo sit ² Nursia, quam etsi Sede Episcopali non gaudeat, tamen cum Præfecturæ caput sit, haud incongrue urbem appellare licet. Hæc cum in arcta planitie sita sit, quam montes satis editi undique obvallant, potuisset quidem fortasse ope trium ex istis montibus inde observatorum situm debitum adipisci. Sed longioris ea res indaginis fuisset; cum & montes eos ante cognitos esse oportuisset, & aliquod in iis signum erigi, quod ab Urbe notari posset. Huc accedebat, quod Triangula singula propter situm maxime acclivem haud exigua correctione indiguissent. Satius igitur visum est unum aliquem ex illis montibus conscendere, ejusque situ per superiorem Methodum explorato, ejusdem ab urbe intervallum per basem notæ longitudinis nancisci. Nam positionem urbis, anguli ipsam inter, & objecta nota ab eodem monte definiti satis superque edocebant.

Aliquæ Urbes, alla ratione in situ debito collocate.

20. Sed

¹ Orvieto. ² Norcia.

Quarum urbium
situs ceteris in-
cerzior videatur.

20. Sed quoniam in Tabula urbs una, aut altera occurrit, cujus situs haud adeo certus est, tametsi perparum ab eo, quem notavimus, illum abesse necesse sit, aliquid de iis hoc loco dicendum est, ut quamobrem id contigerit, Lectorem certiore faciamus. Et primo quidem, ¹ Fregellæ sese offerunt, quam urbem extra fines Pontificiæ ditionis sitam, licet ad eam pertinentem, temporibus exclusi non adivimus. Necessario enim nobis ea loca peragrantibus Romam intra certum diem redeundum fuit, quod tamen si eo deflexissemus, fortasse absque graviore incommodo facere non licuisset. Et tamen cum & locum ipsum ab alio decem passuum millibus distito conspexerimus, & observationem illic factam acceperimus, quæ quamvis rudior videatur, veritati tamen imprimis consentanea esse potest, haud scio an non sat tuto positioni illi, quam Tabula exhibet, fidere valeamus.

21. Sequitur urbs ² Callii, de qua idem quoque dici posse videbatur, cum & loca huic urbi vicinissima e Catria monte prospectarentur, & viderer mihi a Castro diruto haud procul Pergula, sive Pertia, quod Feniglium vocant, urbis extremitatem detexisse. Situs tamen verior est, quem Catalogus in calce adjunctus exhibet, quod & de Foro ³ Sempronii tenendum est, quam urbem observatio dubia tertia minuti parte iusto Borealiorem statueret. In ⁴ Tiferno, sic enim olim appellabatur contrarium plane accidit. Hanc enim urbem a Monte Tesio duntaxat prospectare licuit: qua igitur in parte lineæ datæ sita esset non nisi ex ejus a Montalto distantia definiri potuit; hujus autem verus situs a Tabula ditionis Perusinæ repetendus erat, in qua errorem exiguum admitti potuisse supra demonstratum est. Quamvis autem ex illa urbe tria puncta tum, cum eo me contulissem, cognita, oculis se non objectaverint, cum tamen postmodum cogitanti mihi opportunus in propinquo situs se obtulit.

¹ Ponte Corvo.

² Cagli.

³ Fossombrone.

⁴ Città di Castello.

tulisset, facta illic juxta ea, quæ monueram, observatione, prodiit aliquanto correctior loci ejus determinatio, quam quæ in Tabula exhibetur, ea nimirum, quam in calce hujus Dissertationis eruditus Lector reperiet. Sed tamen quidquid demum in tribus hisce urbibus propter observationum penuriam in debito situ collocandis peccari contigerit, id omne propediem abunde supplebit nova Urbinatis Legationis Tabula, quam si Deus vires, ac vitam suppeditaverit, institutis ad eam rem in locis opportunioribus, quæ nunc probe perspecta teneo, accuratis Observationibus, quamprimum describendam institui. Ita enim non hæc solum loca, sed etiam alia complura in Tabula generali partim non satis certo definita, partim omnino prætermissa verum suum situm nanciscuntur.

21. Clarissimus Blanchinus ex Observationibus Urbini factis Aliitudinem Poli in eadem urbe statuit esse grad. 43., min. 48. sec. 32., quam quidem Altitudinem sese ex Gnomone in Æde S. Francisci extracto, cujus longitudo Gnomonis Clementini sesquialtera fuit, adeptum esse testatur. Consonat huic determinationi altera quædam ope Sectoris lignei illius quidem, sed ut idem afferit, affabre divisi & Dioptrarum loco Tubo Optico instructi, paulo ante obtenta, quæ Loci Latitudinem quatuor & viginti secundis majorem exhibet. Itaque observatio altera alteram præclare confirmare videtur, ut qui isthæc legerit, de rei veritate dubitare vix possit. Non enim solum duabus vicibus idipsum fere conclusum habemus, sed quod caput est, duobus modis inter se maxime diversis. Quæ quidem ratio me impulit, ut antequam eo me contulissem, huic sententiæ sine ulla prorsus dubitatione subscriberem. Vix enim credibile videbatur, ut cum in altera observatione omne fere erroris periculum ex vitiosa Telescopii positione, in altera ex pavimenti inclinatione repetendum esset, utrumque horum a vero, & æqualiter, & ad easdem partes aberraret. Omni-

Latitudo Urbini
a Blanchino par-
tū accurate de-
finita.

Omnino tamen fatendum est rem eo pacto se habuisse, nisi malumus, id quod minime necesse est, observationibus ipsis fidem abrogare. Situs enim Urbini ex observationibus minime dubiis a me elicitus, ejusmodi est.

Vera illius Latitudo demonstratur.

22. Sit in Fig. 6, tab. 1, *A* statio ad ostium Aprusæ, *L* Mons Lurus, *M* Arx S. Marini, *C* tugurium Montis Carpegnæ. Ab *A* & *M* ducantur rectæ indefinitæ, *ABEDF*, *MHG*, Meridiano *D. Petri* parallelæ, iisque perpendicularares agantur *MB*, *LE*, *CD*, *UF*, *UG*. Jungantur denique *AM*, *AL*, *MU*, *MC*, *CU*. His positis, habemus ex observatione

In Triangulo AML

Angulum.	{	<i>MAL</i> _____	79° 47'
		<i>AML</i> _____	58 43
		<i>ALM</i> _____	41 30

Unde ob datum latus *AL* Passuum 15304 & *ML* = 17622 prodit *AM* = 11864. nec non ob datam Positione *AM*; *AB* = 9390 & *MB* = 7253. Deinde in Triangulo *MLU* observati sunt.

Ang:	{	<i>LMV</i> _____	50° 57'
		<i>MLV</i> _____	67 55
		<i>MVL</i> _____	61 8

Ergo *MV* = 18646. *MG* = 15699, *GU* = 10060, *AF* (*AB* + *MG*) = 25089 *FU* (*GU* - *MB*) = 2807. Idem situs Urbini confirmatur ex Triangulo *MCV*, in quo ex datis *MH*, *HC* datur etiam *MC* = 11997. sunt autem,

Anguli	{	<i>UMC</i> _____	65° 29
		<i>MCU</i> _____	75 54
		<i>MUC</i> _____	38 37

Quamobrem *MV* = 18643, ac propterea *AF*, *FV*, quoad sensum, ut supra.

Quid a V. C. videatur prætermissum.

23. Cum itaque in hoc casu convergentia Meridianorum tuto negligi possit, neque recta *FV* a parallelo sensibilibiter declinet, constat ex iis, quæ in Opusculo superiore demonstrata sunt, *AF* respondere Arcui 20' 11", quæ

quæ subducta a Latitudine loci *A* ad ostium Aprusæ, nimirum a $44^{\circ} 3' 47''$ relinquunt Latitudinem Urbini $43^{\circ} 43' 36''$, fere 5 minutis minorem ea, quam Blanchinus invenerat. Quod quidem nullo modo viri de re Astronomica, ac Geographica optime meriti carpenti causa notatum velim, sed nequis illius auctoritate adductus determinationes nostras, quæ longe firmiore fundamento nituntur, suspectas habeat. Videtur autem hic error ex pavimenti inclinatione manasse. Tametsi enim facile fieri potuerit, ut illud quinque, sex, septemve minutis, aut etiam aliquanto amplius aut attolleretur, aut deprimeretur, nusquam tamen apparet, Cl. Virum de eo ad libellam exigendo cogitasse.

24. Quod autem reliquorum locorum, quorum illic meminit, Latitudines non eadem sint, cum iis, quas nos determinavimus, id eo minus mirandum est, quod locorum situs exiguis e basibus plerumque deduxerit, quæ quidem e longinquo spectatæ cum sub exiguo pariter angulo cernerentur, fieri vix poterat, ut gravioribus in intervallo definiendo erroribus locum non præberent. Equidem Methodus illa, uti in brevioribus intervallis dimetiendis reprehendenda non est, ita in longioribus non nisi tunc usurpari debet, cum cætera veritatis indagandæ adminicula desiderantur. Ubi autem in ejusmodi casum incidimus, cavendum est diligenter, ne distantia sic erutæ fidem majorem tribuamus, quam observationum factarum natura patiatur.

Quid in aliis Latitudinibus definiendis minus caute ab eodem factatum.

25. Illud ad extremum monendus est Lector, fieri omnino posse, ut nonnunquam locus unus in observando pro altero acceptus sit, cujus situs si per eam observationem investigatus fuerit, eo ipso in Tabula vitiose collocabitur. Cæterum affirmare non verebor, nullius loci insignioris situm hanc ob causam dubium esse posse, neque casum illum in locis minoris momenti, nisi forte in paucissimis, locum habere. Summâ enim diligentia allaboratum est, ut omne errandi periculum, quod inde time-

Monitum circa casum singularem.

ri posset, amoveretur. Unum duntaxat exemplum commemorare possum, in quo periculum illud non penitus depulsum videatur. Collaltum in Sabinis a Monte Lucretili (hunc enim esse arbitror, quem nunc Pennecciam vocant) & , ut locorum periti affirmarunt, a Guadagnolo conspiciendum se præbuit. Si in posteriori hac observatione Collaltum recte designatum fuit, erit ejus situs is, quem Tabula exhibet, sin minus, in ea vitiose collocabitur. Hunc autem casum certo arcere, seu quod perinde est, peritorum illorum judicium absque omni controversia confirmare, aliarum observationum inopia prohibet.

Reliquum est ut Longitudinis ac Latitudinis Urbium omnium Pontificiæ ditionis Tabulam ex observationibus habitis concinnatam adjiciamus.



TABULA

TABULA LONGITUDINIS, ET LATITUDINIS
Urbium omnium, atque Episcopatum Pontificiæ Ditionis

N O M I N A Italica , & Latina		Longitudo G. M. S.	Latitudo G. M. S.
<i>Acqua pendente</i>	<i>Aquila</i>	29 21 19	42 45 23
<i>Alatri</i>	<i>Alatrium</i>	30 51 50	41 43 43
<i>Albano</i>	<i>Albanum</i>	30 10 31	41 43 50
<i>Amelia</i>	<i>Ameria</i>	29 56 1	42 33 32
<i>Anagni</i>	<i>Anagnia</i>	30 40 11	41 44 41
<i>Ancona</i>	<i>Ancona</i>	31 1 22	43 37 54
<i>S. Angelo in Vado</i>	<i>Tifernum Metaurense</i>	29 55 40	43 40 0
<i>Ascoli</i>	<i>Asculum</i>	31 5 0	42 51 24
<i>Affisi</i>	<i>Affisium</i>	30 7 43	43 4 22
<i>Bagnarea</i>	<i>Balneoregium</i>	29 38 22	42 38 9
<i>Bertinoro</i>	<i>Bretonorium</i>	29 39 13	44 8 54
<i>Bologna</i>	<i>Bononia</i>	28 52 33	44 29 39
<i>Cagli</i>	<i>Callium</i>	30 10 4	43 32 55
<i>Camerino</i>	<i>Camerinum</i>	30 56 33	43 6 25
<i>Cervia</i>	<i>Cervia</i>	29 51 58	44 15 31
<i>Cesena</i>	<i>Cesena</i>	29 45 35	44 8 25
<i>Cingolzi</i>	<i>Cingulum</i>	30 44 5	43 22 57
<i>Città di Castello</i>	<i>Tifernum</i>	29 44 26	43 28 16
<i>Città della Pieve</i>	<i>Civitas Plebis</i>	29 31 27	43 0 6
<i>Civita Castellana</i>	<i>Fescennia</i>	29 55 29	42 17 7
<i>Civita Vecchia</i>	<i>Centumcellæ</i>	29 17 0	42 5 24
<i>Comacchio</i>	<i>Comaclum</i>	29 42 17	44 40 27
<i>Corneto</i>	<i>Cornuetum</i>	29 15 30	42 15 23
<i>Fabriano</i>	<i>Fabrianum</i>	30 25 38	43 20 0
<i>Faenza</i>	<i>Faventia</i>	29 24 4	44 17 19

N O M I N A Italica , & Latina		Longitudo G. M. S.	Latitudo G. M. S.
<i>Fano</i>	<i>Fanum</i>	30 32 8	43 51 0
<i>Ferentino</i>	<i>Ferentinum</i>	30 46 48	41 41 36
<i>Fermo</i>	<i>Firmanum</i>	31 13 56	43 10 18
<i>Ferrara</i>	<i>Ferraria</i>	29 8 40	44 49 56
<i>Foligno</i>	<i>Fulginium</i>	30 13 17	42 57 49
<i>Forlì</i>	<i>Forum Livii</i>	29 33 44	44 13 25
<i>Fossombrone</i>	<i>Forum Sempronii</i>	30 19 22	43 41 15
<i>Frascati</i>	<i>Tusculum</i>	30 12 4	41 48 22
<i>Frosinone</i>	<i>Frusino</i>	30 52 25	41 38 31
<i>Gubbio</i>	<i>Eugubium</i>	30 5 27	43 20 35
<i>Fesì</i>	<i>Aesum</i>	30 45 53	43 31 51
<i>Imola</i>	<i>Forum Cornelii</i>	29 13 49	44 21 32
<i>S. Leo</i>	<i>Leopolis</i>	29 51 58	43 54 0
<i>Loreto</i>	<i>Lauretum</i>	31 7 20	43 27 0
<i>Macerata</i>	<i>Macerata</i>	30 58 18	43 18 36
<i>Magliano</i>	<i>Massa Malliana</i>	30 0 14	42 21 45
<i>Matelica</i>	<i>Matelica</i>	30 31 8	43 15 8
<i>Montalto</i>	<i>Mons altus</i>	31 7 44	42 59 44
<i>Montefiascone</i>	<i>Mons Faliscus</i>	29 32 59	42 32 15
<i>Narni</i>	<i>Narnia</i>	30 1 50	42 31 17
<i>Nepi</i>	<i>Nepete</i>	29 51 25	42 14 39
<i>Nocera</i>	<i>Nuceria</i>	30 18 32	43 6 40
<i>Norcia</i>	<i>Nursia</i>	30 37 18	42 47 55
<i>Orte</i>	<i>Ortanum</i>	29 54 55	42 27 30
<i>Orvieto</i>	<i>Oropitù , Urbs vetus</i>	29 38 19	42 43 24

N O M I N A Italica , & Latina		Longitudo G. M. S.	Latitudo G. M. S.
<i>Ofimo</i>	<i>Auximum</i>	30 59 38	43 29 36
<i>Ofia</i>	<i>Ofia</i>	29 48 50	41 45 35
<i>Palestrina</i>	<i>Præneste</i>	30 24 55	41 50 3
<i>Penna di Billi</i>	<i>Penna</i>	29 47 10	43 29 23
<i>Pergola</i>	<i>Pertia</i>	30 20 24	43 33 54
<i>Perugia</i>	<i>Perusia</i>	29 54 28	43 6 46
<i>Pesaro</i>	<i>Pisaurum</i>	30 25 51	43 55 1
<i>Piperno</i>	<i>Privernum</i>	30 41 57	41 28 38
<i>Ponte Corvo</i>	<i>Fregella</i>	31 11 48	41 28 5
<i>Porto</i>	<i>Portus</i>	29 46 40	41 46 44
<i>Ravenna</i>	<i>Ravenna</i>	29 23 6	44 25 5
<i>Recanati</i>	<i>Recinetum</i>	31 3 38	43 25 44
<i>Rieti</i>	<i>Reate</i>	30 22 40	42 24 25
<i>Rimini</i>	<i>Ariminum</i>	30 5 6	44 3 43
<i>Ripatransone</i>	<i>Cupramontana</i>	31 17 0	43 0 24
ROMA	ROMA	30 0 0	41 53 54
<i>Sarsina</i>	<i>Sarsina</i>	29 42 20	43 55 21
<i>Segni</i>	<i>Signia</i>	30 32 45	41 41 53
<i>S. Severino</i>	<i>Septempeda</i>	30 42 5	43 14 17
<i>Sezze</i>	<i>Setia</i>	30 34 29	41 30 5
<i>Sinigaglia</i>	<i>Senogallia</i>	30 44 0	43 43 16
<i>Spoletto</i>	<i>Spoletium</i>	30 15 31	42 44 50
<i>Sutri</i>	<i>Sutrium</i>	29 44 26	41 13 34
<i>Terni</i>	<i>Interamna</i>	30 10 26	42 34 25
<i>Terracina</i>	<i>Anxur , Tarracina</i>	30 45 37	41 18 14

N O M I N A Italica , & Latina		Longitudo G. M. S.	Latitudo G. M. S.
<i>Tivoli</i>	<i>Tibur</i>	30 19 3	41 57 49
<i>Todi</i>	<i>Tudertum</i>	29 55 26	42 46 45
<i>Tolentino</i>	<i>Tolentinum</i>	30 48 28	45 12 30
<i>Toscanella</i>	<i>Tuscania</i>	29 23 27	42 24 50
<i>Velletri</i>	<i>Velitra</i>	30 17 45	41 41 16
<i>Veroli</i>	<i>Verulum</i>	30 56 16	41 41 41
<i>Viterbo</i>	<i>Viterbium</i>	29 37 49	42 24 54
<i>Urbania</i>	<i>Urbanea</i>	30 3 27	43 39 56
<i>Urbino</i>	<i>Urbinum</i>	30 9 20	43 43 36

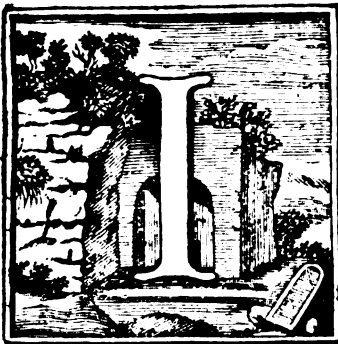


OPU-



OPUSCULUM QUARTUM.

DE INSTRUMENTORUM APPARATU, ET USU.



INSTRUMENTORUM, quæ in nostra expeditione adhibuimus, aliquanto accuratiorem descriptionem proponam hoc opusculo, schematis etiam adjectis, ad rem illustrandam magis; sunt enim nonnulla, quæ ad usus astronomicos satis opportuna fore censeo, quæ conabor, ut, quoad

Opusculi argumentum.

ejus fieri possit, exponam dilucide, licet illud sane videam latini sermonis inopiam in hoc instrumentorum genere Veteribus prorsus incognito, ingens esse ad perspicuitatem obstaculum.

2. Ad tria autem capita omne instrumentorum adhibitorum genus reducam. Primo capite complectar ea, quæ pertinent ad observationes Astronomicas, omnium maxime delicatas, in quibus nimirum unius etiam minuti secundi error, quantum fieri potest, est evitandus: secundo ea, quæ pertinent ad mensuram angulorum in terrestribus triangulis: tertio ea, quæ pertinent ad mensuram basis. Quoniam autem observationes astronomicæ instituuntur ope sectoris, anguli autem in terrestribus triangulis ope quadrantis; idcirco agam capite primo de sectore, capite secundo de quadrante, ac diligenter exponam,

Ejusdem divisionis tripartita.

ponam , quid in constructione , in rectificatione , in usu utriusque sit præstitum , quod nimirum commemoratione dignum videbitur .

C A P U T I.

De Sectorē .

3. **S**ectorem appellare solent Geometræ partem circularis areæ clausam arcu aliquo circuli , & binis radiis a centro ipsius circuli tendentibus ad extrema arcus puncta . At Astronomi , sectoris nomine appellant instrumentum , in quo adsit limbus circularis formæ aliquot graduum , quem etiam unica regula a centro circuli ad ejus medium ducta sustineat . Mihi autem libuit potius regulæ longiori transversum rectilineum limbum adnectere , ut adeo crucem referat potius , quam sectorem . Adhuc tamen , quoniam idem præstat in dimensione arcus cælestis intercepti inter Zenith , & Fixam aliquam , quod verus sector ; sectoris nomine hoc etiam instrumentum meum appellabo .

Quid sit sector Geometricis , quid Astronomis , quid hic Auctori .

Sectoris positio .
Tab. 2. F. 1.

4. Exhibet eum collocatum in situ debito , & ad observationes ineundas dispositum in tabula 2. figura 1. Ejus autem partes variæ sequentibus ejusdem tabulæ figuris exhibentur .

Sustentaculum , ex quo is pendet .
Tab. 2. F. 1.

5. In ipsa figura 1. *aAa'A'B* exprimit sustentaculum ferreum ipsius sectoris , ex quo nimirum is suspenditur . Ipsum exhibetur multo clarius in fig. 2 , quam deinde exponam seorsum , quod quidem , & in sequentibus intelligi volo , ubi partem aliquam in fig. 1. adumbratam , aliqua e reliquis clarius exprimi dicam , quas omnes deinde seorsum exhibebo .

Regula in ima transversa cum limbo .

6. Ex *B* pendet crassior regula ferrea *BDQ* , quæ cum adjunctis præterea quibusdam tabellis exhibetur in fig. 3. Ipsa regula in ima sui parte *EQE'* definit in crucem quandam , sive hinc , & inde ad angulos rectos excurrit , ubi & lim-

Q U A R T U M. 193

limbum habet ex aurichalcho sibi adnexum cum lamella mobili, quæ divisiones continet, & ope cochleæ appositæ in *E* cum micrometro potest aliquantulum procurere versus *E'*. Limbum ipsum exhibet figura 3 in *EE'*, & multo clarius ejus partem anteriorem cum divisionibus figura 4 in *EE'*, posteriorem autem transversæ regulæ faciem exhibet figura 5 in *E'E*, cum micrometri cochlea, cujus partem illam, quæ secum defert lamellam mobilem, exhibet fig. 6, circulum autem cum indice fig. 7.

Tab. 2. F. 1
3
4
5
6
7

7 Eidem ferreæ regulæ in *C* adnexa est ex aurichalcho machinula acum continens, ex qua pendulum *CM* demittitur. Ipsa machinula motu circa axem aperiri potest ita, ut acu etiam dimota centrum sectoris, ex quo filum suspenditur, liberum relinquatur. Eam machinulam clausam, & oblique spectatam exhibet fig. 8, clausam & transversim inspectam fig. 9, semiapertam, & transversim inspectam fig. 10 penitus apertam, & projectam in ipsum regulæ planum fig. 3 in *C*.

Tab. 2. F. 1.
Centrum sectoris.

Tab. 2. F. 8
9
10
3

8. Ipsi ferreæ regulæ ex eadem parte limbi, & centri ferruminatæ sunt lamellæ crassiores ex aurichalcho *D', D, d', d* ad certas distantias, quarum usum inferius indicabo. Earum unam in fig. 4 videre est in *D*.

Lamellæ regulæ ferreæ.

Tab. 2. F. 1
4

9. E posteriori regulæ parte habetur telescopium *HH'*, cujus objectiva lens, ipsi immediate adnectitur in *H* ratione quadam peculiari, quæ in fig. 11, & 12 exponetur. Ab *H* ad *H'* habetur tubus ex tenui ferrea lamina stamno obducta, quam Itali dicunt *la latta*, Galli ferrum album. Is tubus adnectitur regulæ ferreæ pluribus brachiolis ex aurichalcho amplioribus, & tenacissime ferruminatis tam cum regula ferrea, quam cum tubo, quæ quidem multo breviora sunt, quam figura exhibeat, in qua, ut distinctius videri posset, aliquanto remotius a regula delineatum est telescopium, quod ipsi regulæ est quamproximum. Circa *H'* vero ipsi regulæ arctissime 3 cochleis adnexa est machinula ex aurichalcho, quæ habet fila argentea se ad angulos rectos decussantia aptanda ipsi foco lentis objecti-

Telescopium regulæ adnexum.

Tab. 2. F. 1
11
12

B b

væ.

Tab. 2. F. 3

14
15

væ. Eam machinulam exhibet fig. 3. Tum, quæ pertinent ad ocularem lentem adjungendam, & fila illuminanda, habentur in fig. 14, & 15.

Regula ferrea
transversa super-
rior.

Tab. 2. F. 1.

10. Ipsi ferreæ regulæ longiori BDQ alia transversa regula ferrea FF' aliquanto supra EE' additur e posteriori parte ita, ut transeat inter ipsam, & tubum, ac adstringitur ope binarum cochlearum per regulam itidem ferream inflexam, & ex anteriori parte adscriptam ita, ut inter utramque ipsa longior regula BDQ transeat. Eam in fig. 4 refert itidem FF' , & earundem sectionem perpendicularem exhibet figura 16.

Regula Posterior
cum cochleis, &
ponderibus.

Tab. 2. F. 1.

16

11. Aliquanto post ipsam regulam BDQ , & tubum HH' , e regione ipsius FF' , habetur in positione ad sensum lineæ meridianæ multo crassior, ac longior ferrea regula GG' , vel muro infixæ, vel tignis ita, ut omnino commoveri non possit. In ipsa habentur plurima foramina cochleata, per quorum bina transeunt longiores ferreæ cochleæ IF , $I'F'$ pertingentes ad laminam FF' . Præterea e binis punctis ipsius laminæ FF' prodeunt bina fila FK , $F'K'$, quæ advoluta regulæ GG' sustinent binos plumbeos cylindros, L , L' ponderis non ita exigui. Projectionem autem regulæ GG' , FF' , BDQ , tubi cochlearum, & filorum in plano horizontali exhibet figura 16.

Brachiolum cum
cochlea.

Tab. 2. F. 1.

18

12. Demum regulæ ipsi GG' arcte adstringitur in R ope binarum cochlearum brachium NOV ita inflexum in O , ut NO jaceat in situ verticali, OV in situ horizontali, paullo nimirum altior, quam sit regula EE' , ut alterum brachiolum ST ipsi adnexum inferne circa P foramen habere possit respondens superiori parti laterum E, E' regulæ transversæ EE' , per quod trajecta cochlea possit ipsum latus urgere. Hujusmodi brachium, cum brachiolo, & cochlea exhibet fig. 18.

Positio sectoris
facile obtinenda

Tab. 2. F. 1.

13. Hisce utcumque indicatis, jam singula multo diligentius exponenda sunt. Sed interea illud vel hinc monendum duco, commodissimam hanc evidenter esse sectoris suspensionem, qui nimirum in B libere pendeat sine

sine curvaturæ periculo, tum vero ope cochlearum $IF, I'F'$, alterâ ex iis promotâ possit in latus converti ita, ut acquirat positionem meridianæ lineæ parallelam: deinde vero utrâque promotâ, vel retracta, possit promoveri, vel retrahi, donec acquirat positionem verticalis plani, teste filo penduli CM , quod ita adjaceat limbo EE' , ut ipsum tantum non contingat; quo quidem facto, jacebit ipsius planum in plano meridiani. Porro pondera L, L' ipsum ad cochleas appriment ita, ut cochleæ quidem accessum ad regulam GG' impediant, pondera ipsa recessum; unde fiat, ut e verticali Meridiani ipsius plano, in quo semel constitutus fuerit, dimoveri omnino non possit,

14. Quod si prius toti regulæ BQ in plano Meridiani utcumque constitutæ detur utcumque inclinatio illa, quam requirit distantia a zenith Fixæ observandæ, ac pro cochleis $IF, I'F'$ selecta fuerint e tot saraminibus regulæ GG' illa, quæ ejusmodi positioni respondeant, tum itidem brachium NOV affixum fuerit ipsi regulæ GG' ex ea plaga, in quam tota sectoris moles inclinata fertur suo ipsius pondere, ac brachiolum ST adnexum fuerit ipsi brachio OV in ea sui parte, in qua cochlea PE' pertingere debeat ad ipsam superiorem partem lateris E' regulæ EE' ; patet, ab ipsa cochlea ita determinari sectoris positionem, ut nullum per se motum habere possit, & solum ope ipsius cochleæ augeri, vel minui posse inclinationem sectoris, ut libuerit, ut nimirum deinde ubi Fixa observanda campum telescopii subierit, possit adduci ad eam illud e filis ipsius telescopii positus in foco lentis objectivæ, quod est plano Meridiani perpendiculare, & quod ubi præstitum fuerit, Fixa per ipsam filorum intersectionem transibit; ac distantia fili CM a media regula EE' , quam indicabit mobilis lamella promotâ ope cochleæ E , donec una ex divisionibus ipsius congruat cum filo penduli ejusdem CQ , exhibebit distantiam Fixæ a zenith. Sed de his iterum infra.

Sectoris firmitas, collocatio ad observandam certam Fixam.

Sustentaculum
sectoris .
Tab. 2. F. 1
2

15. Ut jam eodem ordine , quo cursum perlustravimus figuram 1 , singulas , ejus partes consideremus , ordiendum est ab ejus suspensione $aAa'A'B$, quæ in fig. 2. habetur aliquanto clarius. Refert AA' ferream regulam , vel potius trabeculam collocandam in situ horizontali , cujus videmus latus verticale AA' . Eam fulcit similis regula aa' , quarum utraque vel muro , vel tignis laquearis , aut tecti est firmissime adstringenda . In ejus faciebus horizontalibus EE' , ee' adest foramen verticale , cui imminet anulus ferreus EE' , qui si e superiori parte nonnihil convexus sit , & admodum levis , erit aptior ad conversionem sectoris præstandam facilius. Foramini , & regulæ AA' , & anuli EE' , inseritur massa ferrea eBe' desinens in cylindrum per ea foramina traductum usque ad F , in quo habetur in G foramen horizontale , per quod ferrea virga horizontalis traducitur , quæ anulo EE' innititur , & totum sustinet pondus massæ ferreæ BF , ac sectoris BD ipsi appensi , quæ virga si cylindrica sit , & levis , ut in binis punctis convexam , & levem anuli superficiem contingat , tota massa BF cum adjecto sectore BD admodum facile circa axem BF gyrare poterit .

Modus sectorem
inde suspenden-
di .

Tab. 2. F. 2.

16. Habet autem massa eBe aperturam infra B , cui sectoris regula BD inseri possit. In ipsa regula est foramen circulare , quod cernitur in figura 3 prope B , & ipsi respondent bina foramina massæ eBe hinc , & inde ab apertura , per quæ , & per foramen regulæ BD traducitur axis ferreus cylindricus li , cujus caput alterum i crassius ipso foramine ulterius progredi non possit , alterum autem caput in cochleam conformatum cochleam cavam excipiat , ut ipse cylindrus li e suis foraminibus egredi nequam possit . Hujus machinamenti dimensiones , sive longitudo spectetur , sive latitudo , sive crassitudo , arbitrariæ sunt omnes , ut patet , dummodo satis firmum sit sustentaculum .

Silius sustenta-

17. His ita dispositis tota machina ita infigenda erit in Aa muro , vel laqueari , ut AA' jaceat quamproxime in

me in plano horizontali, & proxime in directione meridiani, tum apertura B motu circulari totius massæ ferreæ circa suum axem ita collocanda erit, ut sit ad sensum parallela ipsi AA' ut fere exhibet figura 1, non perpendicularis, ut exhibet figura 2. Tum enim immisâ in eam aperturam regulâ BQ , patet regulam EE' , & planum sectoris fore proxime in plano Meridiani. Ita directio telescopi HH' non incurret in regulam AA' , sive id jaceat ad ortum, limbo EE' jacente ad occasum, sive contra; sed radios telescopium ipsum libere excipiet, utcumque fatis proximum sit ipsi regulæ ferreæ BDQ . Poterit autem admodum facile circa cylindrum illum *li* figuræ 2 positum in B figuræ 1, ut axem, moveri in latus ope cochleæ PE' totus sector.

Tab. 2. F. 1
2

18. Porro ad habendam illam, quam dicimus sectoris verificationem, de qua paullo infra, oportet convertere sectorem ita, ut aliquando Fixa eadem observetur limbo sectoris obverso in orientem, aliquando in occidentem. Id admodum facile præstabitur ob facilem in fig. 2. motum circa axem BF . Sed interea in fig. 1. oportebit liberare regulam FF' a ponderibus LKF , $L'K'F'$. Ne cogamur elevare pondera L, L' supra regulam G, G' in K, K' , ipsi filo KL alligavi in L unicum, & ponderi L adjeci anulum. Ita facile pondera demebantur, ac restituebantur, & filo utroque LK , cum suo uncinulo retracto ad F , fiebat conversio brevissimo tempore.

Facilitas conversionis.

19. Conversione facta illud erat incommodum, quod cum media crassitudo regulæ FF' non responderet mediæ crassitudini regulæ BDQ , si ante conversionem planum sectoris congruebat cum plano meridiani, post conversionem, jam debebat esse nonnihil inclinatum. Cito admodum ei etiam malo remedium adhibebatur promovendo, vel retrahendo æque utramque cochleam IF certo spirarum numero, qui semper erat idem, nimirum respondens duplæ distantie mediæ crassitudinis alterius ex illis regulis a media crassitudine alterius, quo pacto iterum

Incommodum conversionis evitatum.

rum teste penduli filo restituebatur admodum cito positio verticalis. Sed si regula FF' non fiat plana, & post regulam BQ posita, sed incavata, vel inflexa ita, ut rite illa media crassitudinum respondeant sibi invicem; conversione facta haberi potest illico accuratissima sectoris positio ita, ut eodem die liceat eandem Fixam observare cum utraque sectoris positione. Sed ea de re iterum inferius.

Regula longior
Tab. 2. F. 1.

20. Dicendum nunc de regula ferrea BQ fig. 1. Ea in longitudinem excurrit aliquanto ultra pedes parisienses 9 (utar autem mensura ejus pedis, qui, ut constat, dividitur in pollices 12, & singuli pollices in 12 lineas; continet autem fere sesquipalmum Romanum). Sunt nimirum a medio lamellæ mobilis EE' ad centrum Sectoris C pedes 9 accurate. Porro ipsa regula est lata pollices duos, crassa lineas 5, regula autem transversa EE' est per 2 pollices longior uno pede, lata pollices fere tres crassa itidem lineas 5.

Foramen regu-
læ ferreæ.
Tab. 2. F. 2.

21. In summa ipsa regula habetur in primis foramen in B , quod debet esse levigatum, & amplius cylindro li figuræ 2 ipsi inferendo, ut nimirum ope cochleæ PE' figuræ 1 possit admodum facile inclinari sector in latus.

Laminæ Limbi.
Tab. 2. F. 1

22. In ima regula est in fig. 1 limbus EE' , qui aliquanto diligentius est describendus. Eum exhibet fig. 4. Regulæ ferreæ $AA'CC$ latæ in AC pollices fere tres ferruminata inest similiter lamina aurichalchica $GG'CC$ lata lineas 2 1 crassa lineas 2, supra quam sunt tres laminæ itidem aurichalchicæ $GG'I'I$, $I'I'O'O$, $OO'CC$ æque latæ, nimirum septenum linearum singulæ, & crassæ lineas ternas. Binæ extremæ ferruminatæ itidem sunt cum inferiori illa lamina, & cum ipsa immobiles. Media ex iis tribus, nimirum $I'I'O'O$ ipsis inclusa, promoveri potest ope cochleæ E ita, ut ex parte E procurrat fere per unum pollicem. Quo autem pacto id fiat, jam videbimus. Interea notandum illud, hac lamina contineri divisiones. Ea ope trium rectarum parallelarum ipsis $I'I'$, OO' divisa est in quinque intervalla. Linea media est ea, quæ æquiva-
let

let arcui sectoris, est autem tangens arcus, qui in sectoribus describi solet. Eam appellabimus lineam mediam lamellæ mobilis. Divisa est in pollices, ac singuli pollices bifariam divisi, tum semipollices singuli in terna spatia æqualia continentia binas lineas singula. Divisiones hujusmodi perficiuntur rectis perpendicularibus ipsi lineæ mediæ lamellæ mobilis, quarum quæ pollices terminant, pertingunt ad ipsas II' , OO' ; quæ pollices ipsos bifariam secant, pertinent ad binas rectas interjectas ipsis II' , & mediæ lineæ lamellæ mobilis; quæ dimidios pollices in binas lineas secant, vix tantillum hinc, & inde excurrunt a media linea.

23. Ut autem appareat, quo pacto ope cochleæ E habeatur mobilitas laminæ mediæ, inspiciatur fig. 5. In ea habetur lamella AB aurichalchica adstricta plano regulæ ferreæ binis cochleis. Ipsa perpendiculariter inflexa assurgit in D , & excipit cochleam $E E$. Ea cochlea traducitur per cochleam cavam perforatam in cursore aurichalchico P . Porro ipsa regula ferrea, & lamina prima aurichalchica illa, super qua excurrit lamina mobilis, crenam habent, illa ampliorem hinc, & inde a cochlea EF , quam figura exhibet, hæc arctiorem, quam ipsa cochlea tegit. Per eam crenam ope binarum cochlearum, quas itidem figura utcumque indicat hinc, & inde a cylindro P , versus E , & versus F adstringitur laminæ mobili lamella conjuncta ipsi cursori. Conversione autem cochleæ E promovetur cursor P versus F , & laminam mobilem secum defert. Ne autem lamina mobilis dum promovetur huc illuc, possit removeri a regula ferrea, & a lamella aurichalchica ipsi adjuncta, super quam debet excurrere, binis aliis crenis amplioribus $HIKL$, $H'I'K'L'$ excavatis ex ipsa lamina ferrea inseritur frustum M , lamellæ aurichalchicæ connexum cum regula mobili ope cochleæ, quæ transit per crenam arctiorem $no, n'o$ excavatam in priore illa lamella aurichalchica adhærente regulæ ferreæ. Excurrunt enim frustra lamellarum M , M' intra crenas $HIKL$, $H'I'K'L'$ su-

Lamella mobilis
nexus cum
reliquis.
Tab. 2. F. 5.

H'I'K'L' super priore lamina aurichalchica, & impedi-
mento sunt, ne lamina mobilis limbi, cui adherent, pos-
sit a lamina immobili, super quam perlabitur, quidquam
recedere.

Cursoris expli-
catio clarior.
Tab. 2. F. 6.

24. Cursorem *P*, cum crenis suis, & cochleis multo cla-
rius exprimit fig. 6, in qua *Q'Q'R'R* exprimit superficiem
laminae aurichalchicae connexae cum regula ferrea, paten-
tem e parte posteriori per crenam excavatam in ipsa regu-
la ferrea: *SST'T* est crena arctior excavata in ipsa lamina
aurichalchica fixa: *VV'X'X* est lamina deferens cursorem *P*
ope binarum cochlearum in *VX*, *V'X'* connexa cum lami-
na mobili, cujus planum per crenam in lamina fixa ex-
cavatam conspicuum refert *SST'T*.

Micrometrum
adjectum lami-
ne mobili.
Tab. 2. F. 4
5
6
7

25. Patet igitur, conversione cochleae *E* (fig. 4.) debere
promoveri in fig. 5 tres cursores *P*, *M*, *M'* ultro, citroque
supra laminam interiorem fixam (in fig. 4) *GG'CC* adhæ-
rentem regulæ ferreae, inter laminas *GG'I*, *CC'O* iti-
dem immobiles, & ipsi laminae interiori fixae connexas.
Cochlea autem *E* indicem habet sibi adnexum, quem in
fig. 7 exprimit *EI*. Dum cochlea *E* figuræ 4 converti-
tur circa proprium axem, in fig. 7 cuspis *I* indicis *EI*
percurrit circumferentiam circuli *ICAG*, cujus diame-
trum in fig. 4 exhibet *GC*. Ipsa vero peripheria *GICA* figu-
ræ 7, divisa est in partes 180, sive in binos gradus, ac
denis quibusque partibus adscripti sunt numeri, quas ni-
mirum partes singularum conversionum cochleae, & indi-
cis exhibet indiculus *Bb*, qui ope cochleae adnectitur la-
minæ fixae *GG'I* figuræ 4, & revolutionum integrarum
intervalla notata sunt prope lineam *li* in margine lamellæ
mobilis *ab* ad *D*. Ei enim numero conversionum inte-
grarum respondet procurfus lamellæ mobilis æqualis cras-
situdini unius cujuscvis spiræ, per quam cursor *P* figuræ 5,
& 6 promovetur in singulis conversionibus. In nostro se-
ctore erant earum quina divisionum intervalla fere æqua-
lia singulis intervallis binarum linearum, sive sextantibus
singulorum pollicum, ac singulae conversiones cochleae fe-
rebant

rebant secum cursores, & lamellam mobilem fere per quintam partem intervallorum eorundem ita, ut ad promovendam lamellam per dimidium pollicem requirerentur satis proxime 15 conversiones cochleæ ipsius.

26. Ad habendam vero accuratam divisionem in intervalla respondentia integris conversionibus, satis est notare in fig. 4 punctum *b*, quod cuspis indicis *Bb* indicat in lamina mobili collocata ita, ut circulum *GC* contingat, nec ad partes *E'* quidquam excurrat; tum conversionibus cochleæ *E* continuis lamellam ipsam promoveri versus *E'*, quantum licet, & interea notare ejus puncta appellentia ad *b* post conversiones singulas; quo pacto ipsa machinula per sese exhibebit divisiones necessarias in *bD* ad numerationem integrarum conversionum.

Ratio divisionis pro conversionibus integris.
Tab. 2. F. 4.

27. Jam vero ea ratione cochleæ *E* cum indiculo *Bb* figuræ 4, & divisione peripheriæ *AGIC* figuræ 7 præstat munus micrometri cujusdam. Nam, ut paullo infra videbimus, indice *EI* figuræ 7 promoti per 3 particulas, lamina ita promovetur, ut fig. 1 angulum ex centro *C* subtendat quamproxime æqualem uni secundo. Præstitit autem Artifex omnia diligentissime. Nam & laminam mobilem a fixa nunquam recedebat, & cochleæ *EF* figuræ 5 admodum æquabiles habebat spiras, admodum æquabilibus insertas spiras intra cursores *P*, ut æquali conversioni cochleæ responderet æqualis procurfus laminæ mobilis, in quo potissimum omnis hujusce instrumenti perfectio est sita.

Micrometrum accuratissimum.
Tab. 2. F. 1

2
3
4
5
7

28. Videndum superest demum, quid sint binæ illæ veluti fenestræ *io*, *i'o'* figuræ 4. Sunt quidem eæ omnino fenestræ, quas, ut merum quendam non mihi, sed aliis eximerem scrupulum astronomicum, seu mechanicum, adjeci. Sunt nimirum binæ lamellæ ex aurichalco perforatæ, & in ipso foramine munitæ vitro. Excurrunt lamellæ hujusmodi, ut figura exhibet, nonnihil ultra laminam mobilem, & ope cochlearum adstringuntur earum capita in *i*, *o*, ut & in *i'*, *o'*. Vitri

Duplex fenestra cum vitris.
Tab. 2. F. 4.

C c super-

superficies inferior habet tenuissimam rectam lineam, lineæ mediæ EE' perpendicularem, & ipsam contingit laminam mobilem ita, ut sine ullo periculo parallaxeos indicare possit, in quo situ cochleæ E , & indicis EI figuræ 7 respondeat illi tenui lineolæ aliqua e divisionibus lamellæ mobilis, sub ipso vitro liberè excurrentis ope cochleæ E .

*Distantia inter
lineas in vitris
incisas.*

29. Porro ita hasce laminae, & vitra, aptari curaveram, ut binæ tenues illæ lineæ responderent divisionibus a medio hinc, & inde distantibus per senos pollices quamproxime, & quantum differret intervallum inter binas ejusmodi vitreas lineas ab intervallo unius pedis, sive pollicum 12 (admodum enim difficile est ita accurate eas collocare, ut omnino respondeant extremis limitibus unius pedis) facile tam Romæ, quam Arimini cognoscebatur. Satis enim erat ita ope cochleæ movere laminam mobilem, ut primus pedis lines deveniret ad lineam in vitro priore ductam, & nosse indicis statum in ipsa conjunctione divisionis laminae mobilis, cum ea linea in vitro designata, tum ubi id repetitis observationibus probe constitisset in priore chrystallo, idem præstare in posteriore. Si enim utrobique eadem esset positio indicis in utroque appulsu, patebat intervalla accurate æqualia esse; sin minus, differentia binorum numerorum a cuspide indicis notatorum in iis binis casibus prodebat differentiam intervalli inter binas lineas vitrorum, & pedem integrum binis lamellæ mobilis divisionibus terminatum.

*Harum usus ad
explorandum ef-
fectum caloris.*

30. Id autem idcirco curandum duxi, ut immediate per observationem constaret, nihil timendum esse e majore dilatatione aurichalchi, quam ferri per calorem facta. Quoniam sectoris regulæ sunt ferreæ, & lamina mobilis est ex aurichalco, constat autem observationibus certissimis dilatari minus ferrum, quam aurichalchum, caloris vi; eadem partes laminae mobilis respectu radii sectoris, sive distantie centri, ex quo pendulum pen-

pendet, dilatabuntur magis, & proinde subtendent plura minuta secunda, ubi calor est major, quam ubi est minor. Constat illud, in adeo exiguo tractu respectu radii differentiam dilationis adeo exiguam esse debere, ut in observationes nullus inde error, qui sensu percipi possit, promanet. Adhuc tamen censui, id ipsum immediata observatione potius definiendum esse, si possit, quam ex ratiocinationibus, quæ adhiberi solent ad eam rem, derivandam. Constat autem, ut inferius iterum commemorabo, translato sectore ex Urbe Ariminum, & inde Romam, utcumque mutato nonnihil caloris gradu, intervallum inter bina vitra fuisse semper idem respectu laminæ mobilis; adeoque laminam ipsam mobilem aurichalchicam nihil ad sensum magis, quam ferream regulam, & laminam aurichalchicam ipsi affixam, dilatam esse, adeoque æque utrobique easdem lamellæ mobilis particulas eundem secundorum numerum exhibere debuisse.

31. Expositis iis, quæ pertinent ad limbum, ad lami-
 nas in eo fixas, ad laminam mobilem, ejus divisiones, ejus motum, & micrometrum, ac indicem, & vitra illa, exponenda nunc est machinula quædam constituta in fig. 1 in C, & ipsi regulæ ferreæ adnexa, quæ centrum sectoris continet, & acum sustinentem pondus. Id hæc, quam brevissime fieri poterit, exponam.

Transitus ad machinulâ pro centro sectoris.
 Tab. 2. F. 1.

32. Habetur ibi centrum notatum foramine tenuissimo instar puncti in lamella aurichalchica levi, cui acus chalybeæ tenuissima cuspis admovetur, & prima sui parte perquam exigua inseritur. Clauditur tamen acus machinula ita, ut removeri possit; ac exponam primo machinulam ipsam, tum quo pacto ea collocanda sit, ut debitam positionem acquirat. Exprimit ipsam fig. 8 aliquanto majorem, sed in eadem positione, in qua eam exhibet fig. 1. Ibi *a' A' ABba* est lamina aurichalchica quadrata applicanda plano regulæ ferreæ, & arcute adstringenda ope cochlearum. Ipsi ad perpendicularum insistent bina ful-

Capula continens centrum, & acû pro filo penduli.
 Tab. 2. F. 1
 8

cra *ogae* $KEDH$, *a'e* $K'E'D'H'$. Horum utrumque habet suum foramen rotundum, quorum alterum videri potest in *I*. Iis foraminibus insertus est axis cylindri $KEE'K'$, cui cylindro adnexa est lamina $EDFGMCM'G'F'D'E'$, quæ, ubi machinula est clausa, remanet parallela laminæ $A'AB$. Ejus partem $GMM'G'$ excipit altera lamina ipsi $A'AB$ perpendicularis, nimirum $MGFfbBNM \dots M'G'F'N'$. Ipsi laminæ $A'AB$ perpendicularis a pede à *e* fulcri $K'H'D'E'$ ad laminam $F'G'M'N'$ excurrit lamina interius haud ita crassa, cujus superficies extima superficiei $A'AB$ parallela elevatur supra ipsam tantundem, quantum superficies aurichalchica limbi fig. 1, de qua egimus supra, elevatur supra superficiem regulæ ferreæ. In ea superficie hujus transversæ laminæ est punctum, quod determinat centrum sectoris. Id respondet in fig. 8 puncto R' , quod notavimus hic in superficie $D'DFF'$ laminæ $D'DFGCG'F'D'$, cui laminæ ex interiori parte e regione R' respondet acus chalybea ad perpendiculum infixæ.

Varie positiones
machinulæ ipsius

F. 3
8
9
10

33. Acum ipsam exhibet figura 9, quæ refert sectionem machinulæ perpendicularem plano $A'AB$ figuræ 8. Cætera ibi per se patent; P , Q sunt cochleæ, quibus machinula tota adstringitur regulæ ferreæ, MG est superficies extima lamellæ transversæ, & in ea S centrum sectoris, cui admovetur acus Rr infixæ laminæ $DFfd$ adnexæ cylindro revolubili circa axem *I*. Et quidem figura 9 exhibet machinulam clausam; figura autem 10 eandem exhibet semiapertam remoto stylo Rr a foraminulo, sive puncto *S*. Porro, ubi machinula est aperta, ut in fig. 10, inferitur acus Rr in nodum ampliozem fili penduli, tum adducitur lamina DC ad FN , & occluditur machinula, quæ abit in positionem figuræ 9; tum vero filum ipsum penduli adducitur ad aciem r , ut pene contingat laminam, & pendeat ex ipso centro. Hæc autem omnia summa cum diligentia curaverat Artifex, ut & foramen tenuissimum esset, & acus chalybea circa cuspidem pertenuis, ac perquam accurate rotunda, ut itidem ipsi forami-

raminulo accuratissime responderet ipsum occupans. De-
 mum fig. 3 exhibet in *C* machinulam ipsam penitus aper-
 tam, ubi acus emergit ex *R*, & foraminulum, cui infe-
 ritur, vel applicatur cuspis ipsius acus, est *S* penitus li-
 berum ab eadem acu.

34. Hæc ad machinulam, jam ad ejus collocationem. Collocatio ma-
 chinulæ, & cen-
 tri Sectoris.
 Tab. F. 1.
 2
 10
 A media linea lamellæ mobilis *EE'* figuræ 1 versus *R* post
 unum proxime pedem applicata fuit ipsi regulæ ferreæ
 & ferruminata lamina aurichalchica in *d*, tum alia post
 alium pedem in *d'*, & alia post alium in *D*, deinde post
 intervallum trium pedum in *D'*, quæ omnes tantillo mi-
 nus crassæ erant, quam limbus aurichalchicus supra regu-
 lam ferream eminentes ita, ut vix quidquam jacerent earum
 extremæ superficies versus regulam ferream respectu lim-
 bi, jacerent tamen nonnihil, ne forte libero fili pen-
 duli motui posset deinde officere: tum filo tenui per me-
 diam ferream regulam bene tenso, & circino, quem
 dicimus fidelem, aperto accurate ad intervallum unius pe-
 dis illud idem, quo unus pes definitus est in linea media
 laminæ mobilis, & applicata altera cuspide ad ipsam li-
 neam mediam, altera in loco indicato a filo illo tenso,
 notabatur in lamella *d* punctum, ac levi mallei percussio-
 ne tenuissimum ibidem foramen ferebat. Eodem pacto ma-
 nente secunda cuspide in *d*, & circini virga per semicir-
 culum conversa notabatur in *d'* alterum punctum, tum
 in *D* tertium, ut jam haberentur a linea media laminæ
 mobilis ad *D* pedes tres. Aperto jam ad intervallum
 trium pedum ampliore circino a linea media ad *D*, tran-
 sferbantur tres pedes in *DD'*, tum eâdem circini apertu-
 ra determinabatur ejusmodi positio machinulæ *C* adne-
 ctendæ regulæ ferreæ, ut foraminulum illud *S* figuræ 9,
 & 10 responderet accuratissime secundæ cuspidi ejusdem
 circini. Eo pacto obtineri debebat, ut accurate distan-
 tia centri a linea media laminæ mobilis, qui est radius
 sectoris nostri, noncupla esset intervalli in limbo as-
 sumpti pro pede.

35. Id

Ratio, qua &
limbus accurate
dividi poterat.
Quid in eo pec-
carum.

Tab. 2. F. 4.

35. Id intervallum eodem pacto habitum fuisset in fig. 4 accurate, & facile divisum in partes illas 72, si e contrario per compositionem translatum fuisset prius intervallum binarum linearum ter uno circino, tum alio intervallum semipollicis bis, tum alio intervallum pollicis ter, tum alio intervallum trium pollicum quater, nam & habitus fuisset pes accurate continens prima illa intervalla linearum binarum accurate 72, & reliqua ternorum pollicum intervalla in pollices, pollices in semipollices, semipollices in binarum linearum intervalla accurate, & facile divisa fuissent, aperturis prioribus manentibus, & præstitisset lineam mediam EE' ducere perquam tenuem, tum in ea fidelis circini subtili cuspide accuratè rotunda foraminula levi malleoli percussione imprimere, quam transversis rectis lineis lineam EE' interfecare. Quod quidem si fuisset præstitum, & divisionem accuratissimam extituram fuisse, nullus dubito, & in rectificatione divisionum, de qua agemus paullo infra ope microscopii, ne de una quidem decima minuti secundi parte dubitandum fuisse. Verum nobis absentibus divisio est facta, in qua deinde inæqualitates nonnullas deprehendimus, utut exiguas quidem, & quæ, ubi probe sint cogitæ, nihil profus officiant observationi. Præterea & media illa linea aliquanto crassior, quam vellem evasit, & transversæ illæ non satis accurate æqualis ubique crassitudinis, nec satis accurate perpendiculares mediæ lineæ, nec vere alicubi penitus rectæ, quod reddebat aliquanto difficiliorem determinationem satis accuratam intersectionis divisionem denotantis. In qua tamen ne unius quidem secundi errorem commissum inde a nobis esse in observationibus nostris singulis omnino crediderim. Verum hæc noto, ut pateat, quam facile multo etiam accuratior, & rectificationi aptior divisio haberi posset. Sed ea de re iterum paullo inferius, ubi de rectificatione sectoris.

Telescopii nexus
cum regula.

36. Expositis iis, quæ pertinent ad limbum, & centrum sectoris, exponenda diligenter sunt ea, quæ pertinent

nent ad telescopium ipsi adjectum . Tria in ipso telescopio adjungendo regulæ ferreæ sunt distinguenda . Objectiva lens collocata in fig. 1 in *H* , micrometrum eidem adnexum in *H'* , & tubus . Porro habebam ego quidem telescopium pedum 9 ita sane egregium , ut cum multo longioribus facile posset contendere , & ipsa etiam longe superare . Curandum autem duxi , ut ita applicaretur ipsi regulæ ferreæ , ut unicum cum ea instrumentum constitueret . Grahamus id in Maupertuisii sectore alia quadam ratione præstiterat . Quamobrem illud volui , ut capsula aurichalchica crassior , quæ objectivam lentem haberet inclusam immediate adhæreret regulæ ferreæ ; ipsi itidem immediate adhæreret capsula continens bina fila in foco lentis objectivæ se decussantia ad angulos rectos ; tubus autem cum his nequaquam connecteretur , sed & ipse adnecteretur regulæ ferreæ per sese , ne si forte percussione aliqua quidquam commoveretur , commoveret lineam fiduciæ , quæ a filorum intersectione ob objectum tendit , quam infra axem telescopii appellabimus .

Tab. 2. F. 1

37. Ideam capsulæ continentis lentem objectivam exhibet figura 11, in qua habetur capsulæ ipsius sectio per axem . Ea constat omnis ex aurichalcho , ac ferreæ laminæ immediate adhæreret . Vitri objectivi sectio est *Ooo'O* . Includitur id vitrum binis anulis , quorum alter superior *SQPoZXVTT'V'X'Z'o'P'Q'S'* , alter inferior *NOoZX-YDEFMM'E'D'Y'X'Z'o'O'N'* . Hi duo anuli thecam efformant , quæ continet lentem objectivam , cujus axis transit per *b* , & quoniam ipsum vitrum objectivum est admodum perfectum , congruit punctum ipsum *b* cum medio diametri *Oo* ipsius vitri . *TSS'T'* determinat aperturam vitri objectivi in lamina anuli superioris : est *NM-M'N'* aptura in lamina anuli inferioris .

Theca includens lentem objectivam .

Tab. 2. F. 11.

38. Tota horum duorum anulorum theca *NMFEEV' TSQPP'Q'S' &c.* concluditur ope cochleæ *EcE'c'* inter alios duos anulos , quorum alter superior *DEcABCC'B'-A' &c.* alter inferior *LFEcAHGIKK'IG' &c.* Hic inferior om-

Capsula thecam includens .

omnes alios tres, & lentem objectivam in se continet: excipit in civitate sua interna $LKK'L'$ tubum telescopii $LdeL'd'e'$: adnectitur in $A'H'$ regulæ ferreæ, cujus sectionem exprimit $fgih$, sectionem autem lamellæ excipientis acum rR exprimit pq .

Eccentricitas
thecæ respectu
capsulæ.

39. Porro totius longitudinis EE' medium non est in b , sed in a , in quo situs est præcipuus totius hujusce capsulæ usus. Si enim laxetur cochlea $Ecc'E$ assurgente tertio anulo $DEcABCC'B'A'&c.$, theca composita e prioribus binis anulis continentibus lentem objectivam, nimirum $PQSTVXYEFMNN'M'F'&c.$ poterit converti circa centrum a , qua conversione punctum b , per quod transit axis lentis objectivæ, gyrabit circa a , & per dimidiam conversionem accedet ad planum regulæ ferreæ, & planum sectoris transiens per r , per alteram dimidiam recedet. Id autem proderit plurimum ad dandum accuratissime, quantum libuerit, parallelismum axis telescopii cum plano sectoris. Nam axis ipse transibit per b , & per intersectionem filorum micrometri, qua manente, si a distiterit a plano sectoris ad sensum tantundem, quantum intersectio filorum, & eccentricitas ab exigua fuerit, conversione thæcæ illius capsulæ inclusæ, & accessu, vel recessu puncti b revoluti circa a respectu plani sectoris, potest inclinari tantillo magis, vel minus is axis, donec parallelismum acquirat, & ubi ipsum acquisierit, adstricta cochlea $Ecc'E$, & compresso in $EDD'E'$ plano $EYY'E'$ thecæ inclusæ, ipsa theca commoveri ultra non poterit, nec amitti parallelismus. Quo autem pacto videri possit, an habeatur parallelismus ipse, & quantum ab eo distet axis, videbimus paullo infra.

Qui sit verus telescopii axis, qui dicatur hic.

40. Porro dico hîc axem telescopii rectam illam, per quam devenit ad intersectionem filorum in foco objectivi vitri se decussantium is radius, qui post egressum e secunda superficie ipsius vitri habet eandem directionem, quam habebat ante ingressum in primam. Axis alicujus lentis dicitur proprie illa recta, quæ transit per centrum
utrum-

utrumque utriusque curvaturæ superficiæ utriusque. Si lens est satis accurate elaborata, is axis debet transire per mediam ipsius lentis magnitudinem, quod Optici practici appellare solent vitrum accurate centratum, cum nimirum centra binarum curvaturarum, & centrum magnitudinis, sive segmenti spherici in lente contenti in directum jacent. Radius, qui per hunc axem transit, abit penitus irrefractus. Cæteri omnes radii homogenei digressi ab eodem objecti satis remoti puncto, vel paralleli ei radio, in lentem incurrentes, inclinantur ad hunc, & coeunt ad sensum in aliquo ejus puncto, ita tamen, ut rubei aliquanto remotius, violacei propius coeant, & habeatur series quædam focorum ad diversa colorata fila pertinentium. Si radii non discedant ab aliquo axis puncto, sed ab alio aliquantulum distante hinc, vel inde; nullus quidem ex iis abit irrefractus; adhuc tamen est semper aliquis, qui binas habet refractiones contrarias, & æquales, adeoque prodit cum eadem directione, cum qua advenerat. Ubi ejus inclinatio ad axem est exigua, demonstravi in nuperrima mea dissertatione de lentibus, & telescopiis, esse eum, qui, dum advenit, dirigitur in lente utrinque æque convexa ad punctum axis depressum infra superficiem, in quam incurrit, per trientem crassitudinis vitri, eundem autem dum prodit, divergere a puncto axis distante a superficie, e qua prodit, per trientem ejusdem superficiæ. Facile autem datis binarum curvaturarum semidiametris definitur generaliter id punctum axis, ad quod is radius convergit, dum advenit, & id, a quo divergit, dum abit.

41. Quoniam vero & crassitudo lentis exigua est, adeoque multo magis exiguus is ejus triens, per quem obliquè distant binæ rectæ radii advenientis, & recedentis, & eorum radiorum distantia perpendicularis est multo minor, quam ea obliqua, tuto hic accipi possunt eæ binæ rectæ pro unica, & radius, qui ab objecto devenit

Radii directionem priorem retinentis usus axi vero vitri objecti æquivalent.

D d

ad

ad mediam crassitudinem lentis, haberi potest pro irrefracto. Reliqui autem radii ad idem objecti punctum pertinentes, vel illi paralleli convergunt ad ejus puncta eodem modo, quem in vero axe servari diximus. Hinc si lentis ocularis axis situs sit in ea recta, quæ transit per intersectionem filorum, & per medium punctum crassitudinis lentis objectivæ, vel accuratius in lente utrinque æquè convexa per punctum situm infra ipsum medium per sextam crassitudinis partem, eodem ad sensum pacto omnia succedent, quo succederent, si verus axis lentis objectivæ per filorum intersectionem transiret; unde etiam illud consequitur, si lens objectiva non insistat plano penitus accuratè perpendiculari axi tubi, adhuc tamen aberrationem radiorum, quæ oritur a diversa radiorum refrangibilitate, fore eandem, cum eadem idcirco ad sensum distinctione, & eodem imaginis loco respectu filorum, & oculi. Sed ea ad dioptricam pertinentia hic innuisse sit satis ex occasione axis telescopii, de quo loquimur.

Seçtio exhibens
eccentricam len-
tis ocularis posi-
tionem.

Tab. 2. Fig. 11

42. Interea in fig. 12 habetur sectio perpendicularis axi telescopii facta per *a* figuræ 11. Ibi puncta *EDYON* *baN'O'YD'E'* sunt eadem, ac in fig. 11. *Ex* est distantia puncti *E* illius a recta *AH* fig. 11: *mn* est crassitudo regulæ ferreæ, cujus latitudo *uu'*, & cui tota capsula adhæret ferruminata in *yuuy'*: *nr* crassitudo lamellæ, habentis centrum sectoris, cujus latitudo *ss'*: *r* centrum sectoris: *rR* acus: circulus *EE''E'* margo thecæ inclusæ continentis vitrum objectivum, *OO''O* vitrum ipsum. Conversione thecæ ipsius abit *E* in *E''*, *b* in *b''*, & ducta *b'd* perpendiculari ad *EE''*, est *bd* accessus axis transeuntis per *b* ad planum sectoris transiens per *ss'* abeunte autem *E''* in *e*, abibit *b'* in *r*, & *d* in *z*, eritque novus accessus *dz*.

Tubi nexus cum
regula, & dia-
phragmata.

Tab. 2. Fig. 1.

43. Tubus *HH'* fig. 1 admodum frequentibus brachiolis *S* aurichalchicis adnexus, & ferruminatus adhæret regulæ ferreæ: ab ipsa distat per 10 lineas; habet autem diametrum linearum 28. Is & per sese nihil ad sensum flectitur, & ita arcte

arcte connexus cum regula satis itidem per se firma potissimum in latus, omnem ipsius regulæ flexionem prorsus impedit. Intra ipsum autem frequentia diaphragmata omne lumen, quod a tubi ipsius lateribus reflexum, devenire ad oculum posset, penitus prohibent, quod admodum necessarium invenimus, ut interdum Fixæ videri possent. Quin immo ipsi vertici *H* addendus fuit superne tubus binorum pedum, qui aliquanto magis obiectivum vitrum obumbraret, quod ubi præstitum fuit, multo sane evidentius Fixæ interdum cernebantur.

44. Ipse tubus circa *H* abruptus, cum micrometro, in quo adsunt fila fixa, nequaquam connectitur. Exponendum est igitur, qua ratione connectatur micrometrum cum regula ferrea, & lens deinde ocularis cum tubo superiore abrupto, ut monui. Exhibet fig. 13 unionem micrometri cum regula ferrea. Est *ABCD* lamina aurichalchica admodum crassa, quæ regulæ ferreæ *YXS-TV* adhæret firmissime ope trium cochlearum *P*. Ipsi perpendiculariter imminet binæ laminæ aurichalchicæ multo adhuc crassiores, quarum alteram *BEGFC* schema exhibet totam, in *EGF* cavam circularis formæ, alterius partem videre est in *AHID*. Huic firmissimè ferruminatus adhæret tubus aurichalchicus *QIHOR* affabre tornatus ex interiore parte, aliquanto arctior tubo illo ferreo figuræ 1, longus pollices circiter 4. Intra ipsum habetur alius tubus *IONKLM* itidem ex aurichalcho admodum affabre tornatus, & ita convexa sui parte æqualis concavæ illius aperturæ, ut nonnisi majore adhibita vi possit protrudi intra illum priorem, vel extrahi, & circa suum axem converti; ac vi adhibita acquirere possit positionem, quam libeat, & eam semel adeptus, per se mutare omnino non possit.

Bini tubuli pro micrometro.
Tab. 2. Fig. 13.

45. Is tubus ex parte sui convexa *KNML* crenam habet circumquaque perpetuam cavam, cum 4 foraminibus per circuli quadrantibus a se invicem distantibus, per quæ traducitur filum argenteum tenuissimum. Id inci-

Fila interiori adnexa, tensa per lamellam elasticam.

pit in *K*, ubi acu aurichalchica rotunda per vim adacta in foramen itidem rotundum adstringitur ita arcte lateri foraminis ipsius, ut nulla vi dimoveri possit. Tum transmittitur per foramen oppositum *M*. Inde per crenæ illius quadrantem *ML* deducitur ad foramen *L*, & per ipsum traducitur ad *N*. Verum in ipsa crena inter *M*, & *L* habetur lamella oblonga satis elastica, & incurvata in circulum minus amplum, quam sit ipsius crenæ circulus, quæ, dum filum traducitur, ea per vim apprimitur, ut crenæ fundum contingat, ac in ejusmodi violenta positione retinetur, donec filum tractum per foramen *N* distendatur, & ibidem ope alterius aciculæ ipsi foramini infixæ adstringatur ita, ut deinceps commoveri non possit. Tum vero sibi relicta lamella illa elastica in quadrante crenæ *ML* filum adhuc magis tendit, ac semper admodum tensum tenet; ut post annos jam quatuor, idem illud filum primo appositum perseveret adhuc æque tensum per vim. Nam filum quidem ipsum haud coctum, & penitus crudum, elasticitatem servat suam, nec illa continua vi se quidquam relaxat.

Tubus pro excipienda lente o-
culari, & illu-
minandis vitris.
Tab. 2. F. 14.

46. Ut autem constet, quo pacto ocularis lens tubo ferreo oblongo illi *HH'* figuræ 1 jungatur, consideretur fig. 14. Ea exhibet tubum *Ccbf* ex lamina ferrea stamno obducta. Is quidem ex parte *bf* procurrit in *f*, ex parte *C* resectus per *CD*, resecatur deinde magis per *Dgf*. Est itidem apertus in *iGQRiKb*, quæ apertura usum habet summum ad illuminanda fila micrometri per noctem; ad majorem autem firmitatem connectitur apertura binis filis aurichalchicis crassioribus *rK*, *IG*. Adest infra eos tubulus amplior *MLhRaONM* resectus nonnihil in *ONM*, ac postremus tubi margo est *cebd*.

Conjunctio eorū
tuborum.
Tab. 2. F. 13.

14

15

47. Jam vero in fig. 15 *ABEHP* sunt eadem ac, in fig. 13, & eadem est regula ferrea *YTSX*, sed ad partes *SX* productior. Est *grp* unum ex brachiolis aurichalchicis illis *S* figuræ 1. Est *sxuylp* *H* tubi ferrei oblongi continuatio, qui quidem abrumpitur in ipso appulsu ad *H*.

Ipsi

Ipsi & in *In*, & in parte averſa, quam figura non exprimit, ferruminata adhæret lamina itidem ferrea ſinuata, ſed aliquanto amplior *lymn*, habens idcirco hiatum in *m*. Inter hanc laminam, & tubum ferream, quem ipſa tegit, immittitur pars tubi reſecti figuræ 14 *Dgff*, ut adeo *CiGQFD* ſint communes in utraque figura 14, & 15, cum omnibus reliquis; uſque ad orificium *cebd*, utrobique commune. Tubus autem *Ci* appellit ad brachiolum *H*, & reliquus inferior ſubit intra cavitatem brachioli *E*; tubulus autem amplior *LbIRaONM* poteſt ita propelli, ut *LbIRK*, congruat cum *CiGQt*, & interdiu aperturam *iGQRlb* obtegat, ac lumen excludat; nocturno vero retrahi, aperturâ *MNO* evitante brachiolum *E*, & permittere illuminationem filorum, quæ inter brachiolum *H*, & circulum *iGQt* latent ſub ferreo tubo *DnFQiC*. His autem ita conſtitutis orificio *cebd* inferitur tubus cum lente oculari, qui liberrime protrudi poteſt interius pro myope, vel protrahi pro preſbita, ut libet, quin ullus in objectivo vitro, aut in micrometro motus haberi poſſit.

48. Superest jam, ut agamus de regula *FF'*, & *GG'* figuræ primæ, cochleis *IF*, *I'F'*, ponderibus *LL'*, & brachio *NOV*, cum brachiolo *ST*, ac cochlea *PE'*. Primo quidem ſectionem horizontalem factam per cochleas *IF*, vel fila *FK*, reſert figura 16. In hac eſt *GG'* regula longior, quæ itidem in fig. 1 eſt *GG'*, in hac *FF' ff'* regula, quæ in illa *FF'*: in hac *FK*, *F'K'* fila, *FI*, *F'I'* cochleæ, *H* tubus, ut in illa: in hac *BB'i'i* longior illius regula *BQ*, quæ regulæ *ff* adſtringitur ope regulæ inflexæ *BACrEE'rC'-A'B* per cochleas *D, D'*. Porro, ut num. 19 innui, multo melius fuiſſet longiorem inflectere e binis regulis conjunctis per cochleas *D, D'*, ita, ut in fig. 17 *rEE'r'* eſſet breviffima, longior autem *BifFACC'A'F'f' i'B'*, ac *ff'* cum *ii'*, & *FF'* cum *AA'* in directum jaceret. Tum enim facta converſione locum faciei *FF'* accurate occuparet facies *ff'* ſine nova reductione. Sed id, quod admodum facile poterat in mentem cadere, tum demum animadverti, cum jam

Regulæ tranſverſæ ſuperioris incommodum, & facile remedium
Tab. 1. F. 1.
16
17

jam observari cæptum erat , ac tempus arctum observationes urgebat .

Cur eadem superior, & amovibilis.
Tab. 2. F. 1.

49. Poterat regula FF' figuræ 1, ejusdem crassitudinis esse , & unita ipsi regulæ BQ , ut est EE . Et quidem initio destinaveram huic usui ipsam regulam EE' . Sed quoniam tum quidem regula GG debebat esse inferior , & respondere regulæ EE' ; ubi fiebat conversio sectoris , limbo EE' obverso ipsi regulæ GG' , non poterat admove-ri oculus , ut locum limbi designatum a filo penduli M liceret definire . Idcirco alteram paravi superiorem transversam regulam . Eam autem curavi adjungendam ita , ut pro libito auferri posset , ne nimirum forma capsæ , qua includendus , & transvehendus erat sector , evaderet magis incommoda . Adhuc autem conversione facta restitutio in debitum locum ope cochlearum IF , $I'F'$ non ita erat incommoda ; & accedebat illud , quod cum plures Fixæ observarentur , quæ diversam sectoris inclinationem exposcerent , loco movendæ erant pro singulis Fixis cochleæ ipsæ , ut idcirco positio præcedentis diei positioni sequentis usui esse non posset .

Regulæ multa habentis foramina situs.

50. Accurata positio regulæ GG' in plano meridiani non erat necessaria , cum nimirum ope cochlearum IF , $I'F'$ alterâ aliquanto magis promotâ , alterâ minus , meridianæ lineæ positio in limbo sectoris facile obtineretur . Bini ordines foraminum in ipsa regula GG' necessarii erant , quia , ubi inclinatio sectoris est aliquanto major , limbus sectoris elevatur magis ; unde fit , ut altiora tum requirantur foramina , quam alias . Multa vero paranda erant ipsa foramina , ut in utraque inclinatione hinc , & inde a verticali positione collocari posset sector.

Brachium cum brachiolo, & cochlea sectorem urgente in latus
Tab. 2. F. 1

18

51. Jam demum quod attinet ad brachium $RNOV$, ipsum exprimit figura 18 , in qua habetur in R apertura ad excipiendam regulam GG' figuræ 1 , & in N habentur binæ cochleæ , quæ brachium HOV adstringunt arctissime ipsi laminæ GG' figuræ 1 . Brachiolum ST cernitur separatim paullo inferius cum cochlea PE' . Forro patet,

patet, ad modum facile collocari posse in fig. 1 brachium *NOV* ubilibet in regula *GG'* ope cochlearum *N*, & brachiolum *ST* ubilibet in regula *OV*, ut nimirum cochlea *PE'* urgere possit ipsam regulam *EE'*, in qua idcirco in fig. 4 supra laminas ex aurichalcho *GG'* assumpta sunt spatia ampliora *G'A'*, *GA* utrinque, ut nimirum supra laminam mobilem *EE'*, & micrometrum *E* haberetur locus, in quo regula *EE'* impelli posset a cochlea *PE'*. Porro hanc impellendam selegi, non illam *FF'*, ut Observator assidens ad instrumentum, & collocans oculum ad telescopium versus *H* posset facile manu applicata ad manubrium 14 *PE'* simul observare Fixam, & simul movere sectorem, donec ipsa Fixa ad filum perpendiculare plano sectoris deveniret.

52. Et hæc quidem pertinent ad constructionem sectoris, in qua illud monendum demum, tubi *HH'* finem *H* hîc designari aliquanto superius, ut nimirum videri posset in schemate; cæterum pervenit ad imum regulæ *BQ*, cui quamproximum est micrometrum, ut idcirco & admodum commode oculus admoveri possit ad tubum, & fere nihil a flexione instrumenti, si qua exigua haberetur (quam quidem haberi non posse diximus ejusmodi, ut sensum percellat) timeri posset incommodi.

Situs lentis ocularis, & micrometri sine periculo erroris ex flexione regulæ. Tab. 2. F. 1.

53. Jam ut ad Sectoris usum faciamus gradum dicendum in primis, quod pertinet ad rectam ipsius constitutionem, tum ad modum, quo ipsius ope observationes institui debent, ac demum ad observationes ipsas institutas. Ut autem ab ipsa sectoris recta constitutione ordiamur; primo quidem diligenter notandum illud, quod ad centrum pertinet, ut in fig: 9 extrema cuspis *r* acus *Rr* omnino accurate congruat cum foraminulo *S* in lamella insculpto, & ut accurate rotunda sit. Id quidem noster Artifex, ut monui, admodum exacte curaverat. Sed, ubi acus laminæ *DFfd* infigitur ipsi adnexa, admodum difficulter præstari potest, & communium Artificum industriam omnino eludet. Multo facilius præstabitur,

Sectoris usus: examen positionis acus in centro. Tab. 2. F. 9.

tur, si perforata in $R'R$ ipsa lamina foraminulo nonnihil ampliore, quam sit acus, acus ipsa longior, ut excurrat ultra R' extra machinulam, cā conclusā, inseratur foramini ipsi, & ejus apex immittatur in foraminulum S . Tum vero admodum facile videri poterit illud etiam, an acus accurate rotunda sit. Nam ipsa acu circa proprium axem rotata, dum ex ea pendet filum penduli CM figuræ 1, observandum erit, an ipsum filum equè respondeat eidem divisioni, an nonnihil positionem mutet, quam quidem si mutet quidquam, facile erit promota lamina mobili EE' ope cochleæ E , & adhibito microscopio, minimas etiam mutationes crassitudinis, & discrimina axis acus, ac centri foraminis accuratissime definire.

Instrumenta pro
examine divisio-
num.
Tab. 2. F. 1.

54. Deinde explorandus est status divisionum tam radii sectoris a centro C ad mediam rectam laminæ mobilis, quam mediæ ipsius lineæ. Id quidem admodum facile, & accurate præstari potest ope circini illius, quem dicimus fidelem, & jam toties nominavimus, si is habeat cuspides satis tenues, & rotundas, ac ope cochleæ E ; sed multo adhuc facilius obtineri posset, ope alterius circini, qui pro binis cuspidibus haberet bina vitra alterum fixum, alterum mobile. Exponam primo loco, quo pacto ope vitri simplicis harum laminæ mobilis divisionum examen a nobis institutum sit, tum & ejus circini vitro mobili muniti, qui quidem haud difficulter parari potest, ideam aliquam exhibebo.

Examen cochleæ
micrometri.
Tab. 2. F. 4.

7

55. In primis autem admodum accurate in fig. 4 institui potest examen cochleæ E , ope circuli $ACIG$ fig. 7, & indicis EI . In vitro admodum puro, & bene complanato, ac levigato ducantur binæ rectæ parallelæ, quæ ad sensum a se invicem distent tantum, quanta est crassitudo unius spiræ ejus cochleæ, sive quantum est intervallum, per quod lamina mobilis promovetur in fig. 4, facta integra conversione indicis EI figuræ 7. Tum alia recta itidem parallela, quæ distet ad sensum quintuplo magis a prima, tum alia, quæ ad sensum duplo magis, quam

quam hæc . Hæ omnes parallelæ per transversam ipsis ad sensum perpendicularem secari possunt , ac ope hujus transversæ evitatur necessitas accurati reliquarum parallelismi, ut mox patebit . Porro ipsæ ejusmodi lineæ debent esse admodum tenues , & politæ . Eæ duci possunt adhibito frusto silicis , in quo , ubi diffringitur , remanent cuspides quædam acutissimæ , quæ in superficie vitri lineas designant , nec eam , ut adamas , diffecant .

56 Si jam hujusmodi lamina vitrea collocetur in fig. 4. supra laminas $CC'G'G'$, & iis adnectatur ope tenacioris ceræ , vel etiam ad omnem scrupulum removendum ope instrumenti similis ei , quod haberetur in fig. 18 , detracta parte aP brachioli TSP , & relictis $TraA$ cum cochlea S (immissa nimirum & regula ferrea , & laminis aurichalchicis , & vitro intra hiatum ejus instrumenti , & ope cochleæ S urgentis posteriorem partem ferreæ regulæ appressa superficie interiore laminæ Aa superficiem exteriori vitri , quo quidem pacto ita potest lamina vitrea applicari laminis fixis $GG'I$, $CC'O'O$, ut , promotâ laminâ mobili $II'O'O$, ea commoveri omnino non possit) ; si igitur ita collocetur ea lamina vitrea , ut illa ipsa facies, in qua rectæ lineæ parallelæ descriptæ sunt, laminis aurichalchicis obvertatur , & recta illa transversa congruat cum media linea laminæ mobilis , prima autem parallela congruat cum aliqua ejus divisione in eo statu micrometri , & laminæ mobilis , in quo cuspis b fig. 4 , & index EI figuræ 7 initium divisionum attingat , nec in fig. 4 lamina mobilis excurrat quidquam versus E' ; motu indicis EI , promovebitur lamina mobilis , & illa ejus divisio post unam circiter conversionem appellet ad secundam parallelam , ac notari poterit , quot particulis unius conversionis indicatis a cuspide I indicis EI fig. 7 differat id intervallum ab unica spiræ latitudine , quæ toti circumferentiæ $ACIG$ respondet , qui particularum numerus vel erit nullus , vel perquam exiguus . Tum constituto indice in fine prioræ integræ conversionis ad

E e

nume-

Examen singularum spirarum cochleæ .

Tab. 2. P. 4

18

7

numerum 180, & laxata cera, vel cochlea, quæ vitrum laminis adstringebat, promoveri poterit vitrum ita, ut prima linea parallela congruat cum eadem illa divisione laminæ mobilis promota per unam micrometri conversionem, ac iterum adstringi, & nova conversione facta, donec illa divisio ad secundam parallelam appellat, apparebit iterum differentia integræ secundæ conversionis micrometri, seu crassitudinis spiræ, & illius ejusdem intervalli inter primam lineam, & secundam, atque eodem pacto sequentes omnes micrometri conversiones, sive spirarum crassitudines, conferri poterunt cum eadem illa distantia earundem illarum parallelarum in eodem situ assumpta; unde constabit, an ipsæ conversiones, & spirarum latitudines inter se æquales sint, & si inæquales fuerint, quantum a se invicem discrepent.

Examen plurius
simul, vel partium
earundem.

57. Eodem pacto, ne excrescat summa errorum, qui in singulis spiris inter se collatis admitti possunt, licebit conferre cum intervallo inter primam, & tertiam parallelam quinque conversiones, tum denas, & ita porro, si longiorem cochleam adhibere liberet. Porro ductis parallelis, quæ distent per mediam conversionem micrometri, vel ejus trientem, vel per unam conversionem, aut plures jam cognitæ cum dimidio, vel cum triente, & ita porro, inquiri potest in partes etiam conversionis, & totius cochleæ status accuratissime cognosci. Quanquam, ubi exiguus spirarum numerus adhibeatur, & cochlea satis accurate elaborata sit, nullum discrimen, quod sensu percipi possit, inveniri omnino debeat.

Congruentia de-
finienda motu
continuo.

58. In hujusmodi perquisitione notandum illud, quod & pro insequentibus omnibus usui erit tam in sectoris, quam in quadrantis rectificatione, quæ omnes per meam hujusmodi theoriam sunt præstitæ; congruentiam alicujus divisionis cum linea in vitro designata multo melius cognosci in ipso continuo motu micrometri, & laminæ. Sæpe enim nobis contigit, ut ope lentis etiam inspecta divisio, & linea apparuerint penitus congruentes, & tamen

tamen retracta lamina, ac iterum promotam, ut altera ad alteram appelleret; in ipso appulsu tum notato non idem ille haberetur in micrometro numerus, qui antea habebatur, qua quidem observatione iterum, atque iterum repetita, sæpissime contigit, ut appulsus per motum continuuum definiretur sine discrimine ne unius quidem, aut ad summum alterius particulæ; licet is, qui observabat appulsus, non ipse cochleam moveret, nec numeros indicatos nosset, sed socium lente admodum, & æqualiter circumagentem ipsam cochleam de appulsu commoveret, ut indicem sifteret, & numerum indicatum vel aspiceret, vel proderet jam aspectum.

59. Notandum & illud, quod ego quidem expertus sum, si foramen pro divisione adsit, rotundum, & nihil asperum, adhibeatur autem microscopium supra laminam vitream constitutum, & locus ipse microscopio subiectus satis illuminetur, quod facile præstari potest opere lentis, vel Solares, vel lucernæ radios colligentis, & ubi microscopia adhibentur, in usu est positum, posse evidentissime notari appulsus limbi utriusque ejus circelli ad lineam in vitro designatam, immo etiam ad filum tenue tensum supra laminam mobilem, & affixum binis laminis fixis hinc, & inde. Quanquam, ubi de rectificatione agitur, inulto melius sit vitra adhibere, quam fila, quæ ne secum transferat lamina mobilis, debent ab ea tantillum distare, cum aliquo parallaxeos periculo; dum e contrario superficies vitri adhærere potest admodum tuto laminæ ipsi mobili, sine ullo erroris periculo.

Foramen rotundum transverse lineis utilius, vitra filis uelliora in rectificatione.

60. Cavendum demum illud, ut semper appulsus determinentur motu laminæ facta in eandem plagam. Si enim tantillo ampliores sint spiræ cavæ, quam convexæ, appulsus motu in unam plagam facta habebitur in numero diverso ab eo, in quo is habebitur motu facta in plagam oppositam. Nos semper retrahebamus laminam mobilem, tum promovebamus versus E' , & in hoc motu appulsus definiebamus.

Motus laminæ mobilis semper in eandem plagam pro appulsibus.

Comparatio partium singularum laminæ mobilis.

61. Definito statu cochleæ, ejus ope admodum facile, & admodum tuto inquiritur in divisiones ipsius laminæ mobilis hoc pacto. Primo quidem micrometro ad initium divisionis adducto constituatur vitri linea tenuis quæpiam, ut congruat ad sensum cum divisione, quæ sit in fine primi intervalli, quod intervallum conferendum est cum reliquis posterioribus, & convertatur cochlea, donec ad eandem lineam appellat divisio, quæ exhibet initium ejusdem intervalli. Constat eo pacto, quot conversiones integras, & conversionis particulas id intervallum contineat. Tum retracta lamina mobili per cochleam in priorem statum, promoveatur vitrum ita, ut eadem illa linea congruat cum fine secundi intervalli, & promotam lamina mobili, ut prius, donec ad eam lineam appellat intervalli ipsius finis, habebitur valor secundi intervalli in partibus cochleæ; ac eodem pacto sequentium intervallorum habebuntur valores in partibus ipsis, & si qua est eorum inæqualitas, depræhendetur, ac e valorum summa totius pedis $\dot{\iota}$ valor habebitur in micrometri particulis.

Comparatio plurimum simul ad accuratorem correctionem per longiorem cochleam.

62. Eodem pacto, quo singula intervalla comparata sunt inter se, possunt terna simul, vel etiam quaterna comparari inter se ope nostræ cochleæ, quæ ad $\frac{2}{3}$ pollicis potest excurrere. Quod si ea longior sit, ut lamina mobilis possit procurere per dimidium pedem, poterunt etiam comparari ejus ope prius bini semipedes, tum quaterni quadrantes pedis ternorum pollicum, tum pollices singuli, tum semipollices, tum demum semipollicum trientes, & ex adeo multiplici collatione, correctis errorculis singularum observationum multo accuratius, satis certo cognosci status intervallorum ipsius laminæ mobilis, & singularum ejus partium valor in particulis micrometri, ut inferius patebit.

Eadem per binas in eodem vitro lineas.

63. Sed quoniam ea longitudo cochleæ impediret in fig. 5 binos illos alios nexus M , M' laminæ mobilis cum fixis, & cum regula ferrea, & brevioris cochleæ difficilior

lior est flexus; idcirco libuit cochleam ipsam breviorē adhibere, quæ nimirum per $\frac{2}{3}$ pedis ad summum excurrat. Nec id illam collationem partium majorum pedis impedit, quæ hac alia ratione admodum facile præstari potest. Ducatur in longiore vitro recta pluribus parallelis traversa, quarum secunda distet a prima per dimidium digitum ad sensum, tum tertia a prima per digitum, quarta a prima per 3 digitos, quinta per 6. Applicato ejusmodi vitro ita, ut prima parallela congruat ad sensum cum initio primi semidigiti, adeoque secunda cum fine, notetur diligenter appulsus initii ejus semidigiti ad primam parallelam, tum finis ad secundam. Si in eodem numero habeatur uterque appulsus; distantia binarum parallelarum æquabitur accurate ei semidigito, sin minus, innotescet discrimen, quod erit paucarum particularum micrometri. Restituto micrometro in eundem statum, promoveatur idem vitrum ita, ut jam congruat ad sensum cum secundo semidigito idem illud intervallum inter easdem illas parallelas: observetur eodem pacto ejus discrimen a secundo semidigito, atque ita porro. Constabit sane, quantum omnes semidigiti inter se differant, & apparebit, an differentia, eruta ex trientum binas continentium lineas comparatione inter se, congruat cum differentia eo pacto immediate definita. Eodem autem pacto ope intervalli inter primam, & tertiam parallelam conferentur inter se pollices, tum ope intervalli inter primam, & quartam terni pollices, ac demum ope intervalli inter primam, & quintam seni pollices, vel dimidii pedes.

64. Et quidem, quod maxime commodum accidit, hæc comparatio non pendet a statu cochleæ, & eo etiam non explorato adhiberi potest cum eodem fructu. Nam ubi singula binarum linearum intervalla explorantur methodo hic tradita, per unicam vitri rectam; adhibentur quidem quinque conversiones integræ ipsius cochleæ, sed adhibentur semper eadem, & discrimen pendet ab illo
excef-

Ha tuta etiam
ignoto cochleæ
statu.

excessu unius intervalli supra alium, qui perquam exiguus est, ac error, qui in aliquo spirarum numero fortasse sensibilis est, in exiguo numero particularum effugit omnem sensum. Deinde in reliquis omnibus comparationibus per binas vitri rectas parallelas adhibetur perquam exiguus particularum numerus, qui nimirum indicet differentiam intervalli rectarum earundem a parte pedis explorata, in quo itidem nullus sensibilis error timeri potest. Et quidem hac ipsa methodo singuli etiam pollicum sextantes inter se conferri possunt, quod laborem contrahit, cum cochlea non debeat quinques circumagi, & quinque aliis conversionibus in priorem statum restitui.

Ufus rectæ transverse summus.

65. In omnibus hisce comparationibus illa transversa recta, quæ parallelas omnes secat, maximum habet usum, si congruat semper cum media laminæ mobilis linea; quia determinat intervallum inter parallelas, quod debet esse idem collationis terminus; non esset autem, si rectæ illæ non essent accurate parallelæ, & in diversis sui partibus adhiberentur, vel si jam oblique magis adhiberentur, jam minus.

Nova forma circini habentis vitrum alterum fixum, alterum mobile.

66. Maximum itidem usum haberet hic circinus ille, quem supra innui, qui alterum haberet vitrum fixum, alterum mobile, quorum utrumque suam haberet tenuem lineam margini proximam, ut adeo altera ad alteram accedere posset quamproxime; nam lineæ tenues, & politæ, ac parallelæ ad datam distantiam non ita facile ducuntur in vitro, & mihi quidem, antequam ei ductui assuescerem, plurimorum vitrorum superficies deformandæ fuerunt, nec vero etiam nunc satis tuto ducuntur, ac plures, contracta interea cuspide silicis, mota regula, manu in transversum acta, crassiores obveniunt, asperioresque, inflexæ, & contortæ, vel sinuatæ.

Circini forma similis limbo sectoris.

67. Is circinus deberet habere binas laminas e metallo, ut in fig. 4 $GG'I$, $OO'C'C$, fatis a se invicem distantes, & ad capita GC , $G'C'$ inter se connexas. Inter eas deberet inter-

interjacere lamina mobilis amplior, sed per totam fere longitudinem perforata ampliore crena, capitibus tantummodo cohærentibus, & in utroque ejus margine secundum longitudinem deberent haberi plura foramina cavas cochleas continentia, ad exiguas a se invicem distantias. In fine ut in *O'I* deberet haberi vitrum firmissime, adhærens laminis fixis, in cujus superficie exteriori versus marginem interiorem respicientem *GC* esset recta linea perpendicularis alteri per medium vitrum traductæ in eadem superficie in directione laminarum ipsarum. Deberet autem intra lamellam ipsum amplectentem ad tres tantum margines, ut *o*, *i*, & *OI*, nec excurrentem in longum ultra latitudinem laminæ mobilis, includi vitrum alterum, quod prope marginem quartum respicientem *OI* haberet rectam lineam tenuem perpendicularem rectæ parallelæ *GG*: in ipsa autem lamella id vitrum amplectente in *i*, & *o*, deberent haberi foraminula, per quæ traduci posset cochlea, quæ id vitrum adnecteret laminæ mobili in ea proxime distantia ab *o'i*, qua opus est ad comparationem intervallorum quæsitam. Id quidem facile præstari posset ope foraminum illorum frequentium in laminis fixis; magis autem accurata distantia binarum rectarum designatarum in binis superficiebus exterioribus binorum vitrorum obtineretur ope cochleæ *E*, quæ laminam mobilem promoveret.

68. Posset autem etiam sine tot foraminibus laminarum fixarum ita inferi caput *i* lamellæ deferentis secundum vitrum inflexæ introrsum in crenam excavatam secundum longitudinem laminæ mobilis, & caput *o* in crenam ex altera parte excavatam, ut vi tantum adhibita posset id vitrum excurrere per laminam mobilem ac accedere ad aliud vitrum sine ullo spontanei motus periculo: posset & aliter ope cochlearum adstringi, ubi liberet: sed hæc innuisse sit satis.

Facilior excur-
sus vitri mobilis

69. Posset huic circino & micrometrum addi, sive in *E* circulus, ut ille figuræ 7 cum indice. Sed tum quidem

Micrometrum
circino adjecum

Tab. 3. F. 7 dem cursor *P* figuræ ζ , & cochlea *EF* collocari deberent
 9 in majore distantia ab anteriore superficie, ne circuli *GC* peripheria excurreret supra superficiem anteriorem ultra vitrorum facies, & eorum applicationem impediret ad planam quamvis superficiem. Ut etiam cum lamina mobilis per totam suam longitudinem & perforata esse debeat, & libera, non per unicam lamellam *M*, vel *M'* in medio sitam adstringi deberet, sed per binas hinc, & inde a medio connectentes binos margines oblongos laminæ ipsius mobilis cum laminis fixis.

Ejus usus ad comparandas divisiones laminæ mobilis.

70. Ope hujus circini possent vitrorum lineæ adduci ad distantiam semipollicis, & comparari inter se semipollices; tum ad distantiam pollicum, & comparari pollices, deinde ad reliquas distantias, & reliqua intervalla referri. Nec vero necessarium esset ad nostros usus micrometrum in ipso circino, cum habeamus micrometrum in limbo sectoris. Adhuc tamen micrometrum ipsum ad ad plures alios usus esset utilissimum.

Præstat circino recenti instructo binis micrometris.

71. Inventus est recens circinus, qui constat virga longiore, & ad caput alterum habet microscopium fixum, ad alterum vero caput microscopium alterum mobile, quod illi fixo potest admoveri, quantum libet, & ea bina microscopia habent sua micrometra. Eo instrumento ad rectificandas quadrantis divisiones utitur P. Pezenas e Soc. Nostra celeberrimus Massiliæ Regius Hydrographiæ Professor, & Astronomus, ut ex ejus litteris cognovi; in quo tamen illud est maxime incommodum, quod valor partium micrometri mutatur plurimum, si vel tantillo jam magis, jam minus distet limbus a micrometro ipso. Meus hic circinus, qui sponte fuit e mei limbi constitutione, quam perficiendam curavi multo ante, quam de eo circino quidquam exaudissem, habet omne commodum microscopii augmentis distantias, & motum in immensum, sine ullo ejusmodi parallaxeos incommodo, cum linea in vitri superficie designata contingat ipsum limbum, in quo sint divisiones ad examen revocandæ.

Pate-

Patebit autem in secundo capite, quo pacto per bina vitra connexa cum ipsa quadrantis regula, in ipsius quadrantis divisiones inquieserim, methodo ubique iisdem prorsus principiis innixa.

72. Porro ut ad examen redeamus nostri limbi, ubi jam constiterit, de accurata conditione cochleæ, & tam de integrarum conversionum micrometri, quam partium quarumcumque statu, facilius aliquanto per unicam unici vitri lineam comparantur inter se quivis semipollicum trientes efficiendo per 15 conversiones cochleæ, ut transeant omnes 4 divisiones ad singulos ex iis pertinentes, & notando singularum appulsum, qua methodo usi sumus, ubi constitit nostram cochleam satis accuratam esse, & conversiones integras ad sensum omnino æquales.

Determinatio trientum semipollicum in partibus micrometri.

73. Explorato statu lineæ per mediam traductæ laminam mobilem, videndum, quot micrometri partibus respondeat sectoris radius, sive distantia centri a linea ipsa media laminæ mobilis ejusdem. Id in fig. 4. fit comparando distantiam puncti *d* a media linea laminæ mobilis cum uno pede, sive pollicibus 12 insculptis eidem mediæ lineæ, tum *dd'*, tum *d'D* cum eadem. Deinde intervallum *DD'*, & *D'C* cum distantia puncti *D* ab eadem media linea, Hæc comparatio fieret admodum facile ope circini vitris instructi, quem descripsi superius a num. 67. Nam applicando ad alterum caput intervalli comparandi lineam vitri immobilis, & ad alterum lineam vitri mobilis adducendo ope cochleæ, si in ipso circino adesset index, & circellus, qui micrometri vices expleret, admodum accurate ope microscopii videri posset, in quo micrometri numero haberetur accurata congruentia.

Determinatio longitudinis sectoris, qui haberi possit ope novi circini instructi micrometro.

74. Quod si in ejusmodi circino non adesset micrometrum, adhuc comparatio ejus ope admodum facile institui posset, adhibendo lamellam mobilem *EE'*. Ubi enim intervallum non majus ipsa lamina, ut *dd'*, comparandum esset cum pede insculpto in lamina mobili, collocatis

Eadem ope ejusdem carentis micrometro per micrometrum laminæ mobilis.

F f

binis

binis vitris ita , ut accurate eorum lineæ congruerent cum d , & d' , applicari posset ad laminam mobilem ipse circinus ita , ut ad sensum congruerent lineæ ipsæ vitrorum binis extremis ejus pedis , tum ope cochleæ F promota lamina mobili donec alterum pedis extremum congrueret cum linea vitri alterius , & notato indicis statu , ac deinde ita promota eadem , ut alterum pedis caput congrueret cum alterius vitri linea , si numerus ab indice notatus idem esset , haberetur æqualitas intervalli illius cum pede , secus vero innotesceret accurate discrimen .

Eadem in intervallis longioribus regulâ mobili .

75. Si vero conferenda essent inter se bina intervalla ampliora , ut ea , quæ ternos continent pedes ; adhuc res hoc pacto confici posset . In directione EE' in eodem ad sensum plano in distantia majore , quam pedum duorum notari posset tenue punctum , seu acu rotunda foraminulum excavari in lamella metallica , vel etiam in ligno , vel charta . Tum priore e binis intervallis comparandis capto ope circini armati vitris , applicari posset alterius vitri linea foraminulo illi , alterum vero vitrum limbo sectoris , & promoveri lamina mobilis , donec aliquod ejus punctum congrueret cum linea vitri alterius , ac notari status indicis . Deinde eadem ratione capto ope ejusdem circini altero intervallo , & prioris vitri linea collocata supra illud idem foraminulum , ac promota lamina mobili , donec idem illud ejus punctum congrueret accurate cum linea secundi vitri , & notato statu indicis , pateret illico , quot particulis promoveri debuisset eadem lamina pro altero intervallo magis , quam pro altero ; unde statim innotesceret eorum intervallorum discrimen .

Quo pacto ea determinatio fit facta : primum ejus circini supplementum .

76. Hanc ipsam perquisitionem paullo aliter instituimus sine ejusmodi circino , sed admodum diligenter . Nimirum illa etiam intervalla DD' , $D'C$ divisimus singula in partes tres tabellis interpositis , & notatis ad æquales ad sensum distantias punctis , ut adeo haberentur jam 9 intervalla in ipso radio singula ad sensum unius pedis . Ea ab uno pede laminæ

laminæ mobilis discrepabant nonnihil. Hoc discrimen duplici viâ investigavimus, cum illo circino vitris instructo careremus. Primo quidem ut ejus circini usum supplerem, paravi binas lamellas aurichalchicas longiores, quas binis brevioribus tranversis ita connectendas curaveram, ut tamen a se invicem satis distarent. His affigebam ope ceræ tenacis bina vitra cum illis lineis, & quod ope cochleæ multo certius, & facilius fieri potuisset, vi ceræ illata præstabam, ut alterum vitrum alteri admoveretur, & linearum in vitris descriptarum intervalla cum intervallo conferendo congruerent, quo istrumento in limbum sectoris translato, conferebatur quovis ex illis pedibus cum pede laminæ mobilis, ut supra.

77. Deinde hac etiam alia ratione idem præstabatur : Supplementum alterum circini ipsius. Circino fideli binis instructo tenuissimis cuspidibus affigebatur intervallum illud, ex: gr: *dd'*, & transferebatur in laminam mobilem ita, ut cuspis altera accurate caderet in initium pedis, altera lineolam tenuissimam designaret prope finem ejusdem pedis. Tum vero quot particulis hæc lineola distaret a fine pedis facile definiebatur affigendo laminis limbi fixis vitrum transversum cum lineola tenui, & laminam mobilem promovendo, ut appelleret ad eam lineam & finis pedis, & lineola circini cusptide notata prope ipsam, quo pacto distantia illa in partibus micrometri accuratissime definiebatur.

78. Atque jam vel hinc satis patet, quantæ utilitatis Summa utilitas laminæ mobilis, & sui micrometri. illa sit lamina mobilis ad hunc etiam usum intervalla quæcumque accuratissime inter se comparandi, & determinandæ vel minimæ eorum differentiæ in particulis per quam exiguis magnitudinis notæ. Sive enim intervallorum differentia notetur in ipsa lamina, iis intervallis in eam translatis ab aliquo puncto intra eam assumpto, ubi minora sunt, quam ea, extra eam vero, ubi majora, & tum promovendo laminam mobilem, ut utriusque intervalli extremum transeat sub eadem recta incisa in eodem vitro interea immoto, obtinetur differentia. Sive inter-

vallorum differentia habetur in vitro eodem simul per binas rectas in eo incisas, vel successive per binas distantias unicæ ejus rectæ, a recta in altero vitro incisa, cui prius illud admoveatur jam magis, jam minus; & tum promovendo laminam mobilem, ut eadem aliqua ejus linea transeat sub utraque linea ejusdem vitri, vel sub utraque positione ejusdem lineæ ejusdem vitri, idem obtinetur accuratissime, ut patet.

Idem Supplementum utile in eadem in alia re-
ctificationis metho-
do: vitrum fixis
multo aptius.

79. Porro & in alia methodo rectificandi divisiones sectoris in observatione adhibitas comparando earum intervallum cum parte aliquota radii, ad quam mox faciemus gradum, idem prorsus accidit, ut nimirum res admodum facile obtineri possit per circinum vitris munitum, quem proposui, ejus autem vices supplere possint vel vitra binis laminis conjunctis agglutinata ope ceræ, vel circinus fidelis habens binascuspides acutas virgæ oblongæ perpendiculares, quarum altera alteri ad moveri possit, & adstringi, cuiusmodi supplementum utrumque nos quidem adhibuimus. In omnibus autem hisce methodis, potissimum, ubi præscribitur, ut lamina mobilis transeat sub vitro lineam habente tenuem, adhiberi quidem posset & capillus tenuis, vel filum sericum, vel argenteum transversim ductum supra laminam mobilem, & affixum cera laminis fixis hinc, & inde, quam ipsam methodum initio adhibui, & sæpe cum successu. Sed in eo id incommodi inveni, quod si filum sit satis proximum laminæ mobili, admodum facile a pulvisculo in eam illapso possit in transversum agi nonnihil; si autem remotius sit, admodum difficulter oculo immoto, vel eidem prorsus positioni restituto evitetur effectus parallaxeos. Vitrum autem si satis firmiter laminis fixis adhæreat, immotum manet, cum lineola sibi insculpta, dum lamina mobilis ipsum contingens sub eodem sublabitur, sine ullo parallaxeos periculo.

Lens adhibita,
& aliquando mi-
croscopium.

80. Sed nec illud ommittendum, in hisce observationibus, ut & in sequentibus, ope vitræ lentis admodum acutæ,

acutæ, & objecta plurimum augmentis inspectas semper fuisse hæcæ lineas, & divisiones, aut puncta, quæ quidem lens filis, & lamellis elasticis ita alligata erat, ut applicari posset ad limbum, & per sese maneret in ea distantia a loco observando, quæ ad distinctionem maxime necessaria censebatur. Aliquando autem & microscopio sum usus.

81 Porro in hoc examine inventum est senos pollices a medio ad levam aspicientis sectorem, sive versus micrometrum, habere particulas micrometri 32716, quarum una conversio habebat 180, ad dexteram vero 32734, adeoque illum pedem 65450. Singuli autem e 9 pedibus radii sectoris superabant hunc ita, ut differentia omnium media esset particularum 35, adeoque continebant particulas 65485, & radius integer particulas 589365.

Examini exitus: longitudo radii in partibus micrometri.

82. Inde autem facile deducitur, singula minuta requirere particulas 171. 446 quamproxime. Nam tangens unius minuti ad radium 10000000 est 2909, & est 10000000 ad 2909, ut 589365 ad 171. 446, quod quidem vix mutatur in tota sectoris nostri amplitudine, in quo nimirum dimidius pes hinc, & inde a medio ad radium pedum 9 subtendit angulum paullo majorem gradibus tribus, & incrementum tangentis pro uno minuto adjecto est adhuc in fine arcus unius gradus 2909, in fine arcus duorum graduum 2913, in fine trium 2917. Quare error trium fere particularum requiritur in tangente ortus, vel ubi observatur stella, vel ubi in divisiones sectoris inquiritur, ad committendum errorem unius minuti secundi.

Errorem trium particularum in tangente requirit ad errorem unius secundi in angulo.

83. At in radii totius longitudine requiritur error multo major. Facile enim demonstratur, ut in angulo committatur datus exiguus error, debere esse errorem radii ad radium, ut est error tangentis ad tangentem. Quare si fiat, ut tangens graduum trium 524078 ad errorem pro uno minuto 2917 (quæ sumuntur ad communem radium 10000000 ex tabulis), ita noster radius 589365 ad quartum prodeunt pro uno minuto particulæ 3284, adeoque pro

In radii longitudine requirit errorem multo majorem.

pro uno secundo particulæ 55 . Imminuto autem angulo, cum error tangentis perseveret ad sensum idem, tangens autem minuaturs fere in eadem ratione anguli, augetur error requisitus in radio fere in eadem ratione anguli reciproca, ut idcirco ad hoc, ut committatur error unius secundi in angulo gradus unius, requiratur in determinatione totius radii error particularum 165, qui tantus est, ut nullo sane pacto timeri possit.

Qui error ex errorum summa provenire possit: quo pacto minuentus.

84. Ubi investigatur valor singularum partium nostræ divisionis, quarum habentur 36 hinc, & 36 inde, si in singulis partibus committatur error unius particulæ micrometri, in summa committi posset error partium 36, qui quidem errorem 12 secundorum secum ferret, quod quidem accideret, si omnes errores simul conspirarent. Sed is casus nunquam sane accidit, cum errores hinc, & inde fortuito evagari soleant, & se mutuo vel penitus, vel magna ex parte corrigere. Verum præter hanc ipsam correctionem, quæ habetur semper, error idem minuitur quamplurimum, si methodo exposita conferantur inter se bini semipedes, tum in eorum singulis bina intervalla ternorum pollicum, in horum singulis terna singulorum pollicum, in horum autem singulis bina singulorum semipollicum, tum in horum singulis terna binarum linearum. Demonstrari enim facile potest, rite facta correctione per hujusmodi comparisonem, nusquam committi posse errorem majorem quintuplo ejus, qui in singulis intervallis supponitur commissus, licet omnes errores conspirarent, qui error ipse maximus possibilis imminuto angulo, minuitur in ejus ratione. ita, ut posito in singulis intervallis, quæ comparantur, errore unius particulæ, non possit in angulo unius gradus committi error, nisi dimidii secundi, erroribus etiam conspirantibus, quod ad rem præsentem plurimum conducit.

Demonstratio methodi traditi.

85. Nam si in toto pede assumatur quivis numerus particularum ad libitum, ut is, qui e singulis intervallis observatis utcumque provenit, tum is dividatur in binos semi-

semipedes in ea ratione , quam exhibet eorum comparatio , & idem præstetur in sequentibus subdivisionibus , error in singulis committi poterit æqualis ei , qui in altero semipede deprehenditur , sive subdivisio fiat in partes duas , sive in partes tres , dummodo in hoc secundo casu non assumatur valor duarum partium immediate , sed valor tertiæ , in quo admittitur unicus error , dematur ex valore intervalli subdividendi . Ac generaliter demonstrari potest , si divisio fiat in partes 4 , vel 5 , quæ inter se comparentur , errorem evitari posse majorem duplo errore singularum partium , si in 6 vel 7 triplo , & ita porro .

86. Et quidem hoc pacto , ubi divisiones satis sint nitidæ , potissimum si rotundis , politisque foraminulis constant , repetita pluribus vicibus observatione , & microscopio adhibito , omnino mihi persuasum est , errores evitari posse omnes ita , ut ubique certi simus infra unum minutum secundum errorem maximum possibilem cohiberi . Adhuc tamen est & alia methodus multo adhuc tutior , & quæ eodem fere recidit cum methodo adhibita a Bouguerio , & Condaminio , qua vel divisiones omnes sectoris , vel eæ tantummodo , quæ in observatione adhibita sunt , ad examen revocentur , & corrigantur accuratissime . Hanc methodum , cujus mentionem fecit Maiorius in opusculo secundo , hic paullo diligentius exponam , ac fusius .

Quoniamque promoveri possit correctio . Methodus rectificatio- nis alia .

87. Ii quidem notata utcumque proximè distantia a zenith Fixæ , quæ observanda erat , notabant , quæ pars aliquota radii assumpta pro circuli chorda subtenderet arcum proximum ei , qui duplam ejusmodi distantiam metiretur . Eam partem tot vicibus transferebant a sectoris centro ad limbum minore fideli circino , tum majore circino ad intervallum radii sic definiti aperto , & altero ejus crure applicato ad ipsum sectoris centrum ducebant in limbo arcum circuli , & in eo abscindebant arcum respondentem illi ipsi parti aliquotæ ita , ut axis telesco-

Methodus divisionis limbi per partes aliquotas .

telescope ad sensum esset in medio ejus arcus, notabantque bina puncta eum arcum terminantia, & ante observationem ita instrumentum aptabant, ut filum penduli per alterum punctum transiret quadrantis limbo occidenti obverso, per alterum vero eodem obverso orienti, ac ope micrometri investigabant differentiam duplæ distantiae a Zenith ab ejus arcus amplitudine.

Cur ea non sit
hic adhibita.
Eadem ad recti-
ficationem tra-
ducta.

88. Idem & in casu nostro fieri poterat, ducendo non arcum, sed rectam tangentem, & assumendo in ea partem aliquotam. Verum eo pacto sectoris limbus semel præparatus pro unica stella in unico loco observanda usui esse potest, & pro aliis delendi sunt circuli, vel tangentibus, & puncta, & novi pro singulis observationibus parandi. Libuit autem potius sectorem nostrum omnibus aptare stellis, quæ non multum a zenith recederent, ut eæ, quæ pro varia anni tempestate aptiores essent, ne nimirum a nimia Solis vicinia obruerentur, seligi possent, ac ut, ubi ad præsentem usum esset adhibitus, & semel rectificatus, posset etiam impostero, ubicumque, & quodcumque adhiberi. Id autem eo potiore jure præstare licuit, quod in ipsa divisionum rectificatione methodus omnino similis tuto admodum, & multo facilius poterat adhiberi, quam & adhibuimus; multo autem adhuc & accuratius, & facilius adhibuissemus, si adfuisset circinus ille vitris armatus altero fixo, altero mobili, & micrometro, quem quidem circinum descripsi superius, cujus tamen usum supplevimus.

Exemplum ejus
methodi.

89. Quærendum sit ex gr., quem angulum in nostro sectore subtendat intervallum laminæ mobilis, quod ad levam intercipiat 17 e nostris illis 72 partibus, & ad dexteram 13, cum quarum altera contulimus Arimini positionem. μ Ursæ limbo Occidenti obverso, cum altera vero limbo obverso Orienti, & distantiam penduli ab iis divisionibus determinavimus ope nostri micrometri, promotâ, quantum opus esset, nostrâ laminâ mobili ita, ut filum cum ea divisione accurate congrueret, ut inferius iterum expo-

expo-

exponam . Earum partium simul habetur in toto intervallo numerus 30 . Cum autem earundem contineat pes partes 72 , & pedes 9 , sive radius partes 648 , dividatur numerus 648 per 30 , obveniunt proxime 21 . Quamobrem conferendum erat id intervallum cum una e partibus 31 æqualibus radii .

90. Quoniam diviso 648 per 21 obveniunt $30\frac{4}{7}$, assumptum est hoc intervallum proxime in ipsa lamina mobili , & ad eam distantiam in longiore polita vitrea lamina ductæ binæ lineæ parallelæ , & certa earum loca notata sunt transversis lineolis . Tum sector horizontaliter constitutus super binis fulcris ita , ut ejus quadrantes fere utrinque ultra fulcra procurrerent ; nec vero ob tubum ferreum & ampliorem , & ita arcte adnexum regulæ ferreæ , ullum erat flexionis periculum ; & ea ipsa superficie ejus laminæ vitreæ , in qua lineæ designatæ fuerant , applicata limbo ita , ut altera linea ad sensum congrueret cum termino partis decimæ septimæ ad levam sitæ , adeoque altera non longe distaret a parte decima tertia ad dexteram sita , motu cochleæ facile determinabatur metodo supra exposita , quot micrometri particulis differret intervallum linearum in vitro designatarum ab intervallo illarum 30 partium laminæ mobilis .

Intervalli adhibiti comparatio cum intervallo inter binas ejusdem vitri rectas.

91. Paratæ autem erant etiam tabellæ quædam lignæ tantundem crassæ , quantum laminæ aurichallicæ limbi supra regulam ferream elevantur , ac levi , & nitida papyro agglutinata obductæ . Tum prima tabella *D* cerâ molli adnectebatur regulæ ferreæ in ea distantia ad sensum a centro sectoris *S* , quam exposcebat illa pars assumpta pro una e 21 æqualibus . Inde vero applicato vitro ita , ut altera e lineis parallelis transfret accurate per centrum sectoris *S* teste lente satis convexa , ita promovebatur tabella *D* versus *S* sub ipsa vitrea lamina , ut ejus foraminulum notatum accurate responderet & mediæ crassitudini regulæ , & alteri lineæ in vitro designatæ . Cera mollis permittebat hunc motum vi adhibita , qua cessante , positi-

Comparatio intervalli inter vitri lineas cum parte radii assumpta pro aliquota .

Tab. 2. F. 3.

tio semel accepta prorsus accurate servabatur. Eodem pacto collocabatur secunda tabella sub tertia, & ita porro, donec superesset unicum intervallum postremum a puncto E' ad mediam lineam ED' .

Comparatio
partis postremæ,
& inde veræ ali-
quotæ determi-
natio.

92. Id autem postremum intervallum non poterat cum reliquis conferri ope ejusdem laminæ vitreæ; conferebatur autem facile ope circini fidelis cuspidibus tenuissimis armati, quem habebamus. Translato enim & eo postremo intervallo, & uno ex æqualibus DD ex eodem quoque puncto lamellæ mobilis in ipsam laminam mobilem, ac binis lineolis eo centro descriptis, facile erat promota eadem lamina mobili utiusque lineolæ, sub eadem transeuntis immota vitri applicati linea intervallum cognoscere, quo intervallo per omnes distributo partes 21, cognoscebatur, quot micrometri particulis una ex iis partibus differret ab illo intervallo partium illarum 30 laminæ mobilis, cum quibus Fixæ positio inter observandum collata fuerat. Patebat igitur quantum is numerus differret a partibus 30 earum, quarum radius sectoris continet 648, & quæ proinde correctio divisioni laminæ adhibenda esset; vel si liberet immediatius, patebat facile, quem angulum subtenderet ad centrum sectoris id intervallum, cum pateat, quem angulum requirat tangens, quæ ad radium est, ut 1 ad 42, cujus duplum subtenditur a parte vigesima prima, a qua deinde quantum differat intervallum illarum 30 partium laminæ mobilis, constat ex noto particularum numero, quibus id intervallum differt ab ea parte aliquota.

Ex ultima parte
inæquali cæteris
nullus error.

93. Patet itidem nullum fuisse opus accurate assumendi partem ipsam aliquotam, cum postremi intervalli haud æqualis reliquis differentia dividenda sit in partes 21, adeoque erroris admissi vigesima prima pars habeatur tantummodo, quæ penitus insensibilis esse debet, cum trium particularum error uni secundo æquivalet, ac diligentia adhibita duarum etiam particularum error evitari possit, qui secum trahet trigesimam unius minuti secundi

di partem pro errore. At illud accidebat maxime incommodum, quod nimirum tabellæ aliæ post alias collocandæ erant, & ad locum sibi debitum deducendæ, quod & diuturnum tempus, & laborem sane molestum requirebat.

94. Ei quoque malo remedium hoc pacto allatum est. Circino fideli assumpta est pars proxime vigesima prima, & tabellæ dispositæ ad eam ad sensum distantiam a se invicem, quam ejusmodi intervallum requirebat, & filum tenue tractum a centro *S* ad medium laminæ mobilis *EE'*. Tum applicata circini cuspidè altera in *S*, alterius ope excavatum est tenuissimum foraminulum in prima tabella in *D* sub ipso filo; deinde, prima cuspidè immissa in idem foraminulum, excavatum est foraminulum ejusmodi in secunda tabella, & ita porro usque ad postremam tabellam. Iis præstitis, prius una e partibus æqualibus comparata est cum intervallo illarum 30 partium laminæ mobilis, ac postrema pars inæqualis cum ea; atque id ipsum duplici methodo.

Alia methodus minus molesta per circinæ habentem cuspidem.

95. Primo quidem ipsius circini cuspidè altera infixæ est alteri extremo ejus intervalli, & altera cuspidè notata tenuissima lineola in lamina mobili, ac distantia hujus lineolæ ab extremo altero intervalli ejusdem capta more solito, promovendo laminam mobilem: ultima vero pars inæqualis diligenter capta eodem circino, & translata itidem in lamellam mobilem ex eodem loco, ac inventa distantia binarum lineolarum notatarum, ut prius. Deinde pro unico vitro adhibita sunt bina agglutinata ope ceræ longiori perforatæ aurichalchicæ laminæ, de qua mentio superius injecta est, & quæ circini muniti vitro mobili, & micrometro vices supplet utcumque. Tum ejusmodi instrumento binis proximis tabellis applicato, lamina altera, vi adhibita, ad alteram adducebatur, donec distantia binarum linearum iis insculptarum accurate æquaretur uni e partibus æqualibus, ac translato in laminam mobilem instrumento conferebatur cum intervallo

Comparatio ultimæ partis eodem circino: tota hæc investigatio ope duplicis vitri.

explorando distantia ipsa, & notabatur, quot particulis ab eo differret, ac eodem instrumento capiebatur postrema illa inæqualis pars, & conferebatur cum eodem intervallo; quo quidem pacto obtinebatur eadem comparatio, quæ prius ope circini, sed sine ulla lineola ducta in lamina mobili, quæ deinde delenda esset.

Hujus methodi comparatio cum parte aliquota insculpta in limbo.

96. Supervacaneum autem hic est omnino monere illud, ope circini superius propositi, qui vitro constaret mobili, & suo micrometro, multo facilius comparationes hæc omnes fieri posse; ut & illud in omnibus hæc tentaminibus lentem a nobis adhibitam esse admodum acutam, quæ objecti auget imaginem. Illud omittendum non est, hic quidem duas comparationes institui, positionis Fixæ cum intervallo illo 30 partium, & ejus intervalli cum parte aliquota, dum ipsa parte aliquota translata in laminam mobilem immediate confertur positio Fixæ cum parte ipsa aliquota. Sed id quidem periculum inducit erroris unius, aut ad summum alterius particulæ micrometri, qui error ipse microscopio adhibito evitari potest, & infra minutum secundum descendit. Compensatur autem tum ex eo, quod tam multis methodis liceat examen instituere, & quoties libeat repetere, tum ex eo, quod eadem ratione comparando numerum partium quemcumque a medio cum aliqua parte aliquota, vel numerum ejus duplum acceptum hinc, & inde a medio, possit haberi constans accuratissima divisionum omnium rectificatio, sine periculo erroris, qui trientem minuti secundi excedat, sectore ubique deinceps, & pro Fixis omnibus vertici proximis æque futuro usui.

Quid ubi pars aliquota nimis distaret ab intervallo necessario.

97. Eodem pacto & in aliis examen divisionum institutum est, verum aliquando, ubi pars aliquota satis distabat ab intervallo comparando, idem æquè accurate obtinere licuit assumpto dimidio. Ejus exemplum proferre licet in intervallo adhibito pro α Cymi. Ad ejus positionem adhibitæ sunt Romæ partes 30 ad levam, & 26 ad dexteram, summa est 56. Per hanc divisio numero partium totius

totius radii = 648 , proveniunt partes 11 $\frac{2}{3}$ quam proximè . Liceret igitur partem unam e 23 bis transferre in id intervallum hinc, & inde a medio, sed una observatio cum novo erroris periculo adderetur . Liceret adhibere partes 11 , per quem numerum diviso illo 648 , habetur ferè 59 quod ab intervallo comparando differt per partes 3 , adeoque per conversiones 15 cochleæ , in quibus majorem aliquem errorem suspicari licet . Potest igitur opus trium vitrorum res ita perfici . Distet medium ab extremis ad sensum per unam e 23 partibus æqualibus, sive per 28 . Distabunt extremæ partes per 56 . Circino transferantur partes ejusmodi 11 in tabellas , & relinquetur proximè pars dimidia ejus . Aptentur extrema vitra, ut accurate congruant cum una e prioribus , tum vitrum medium aptetur ita , ut cum altero extremo congruat accurate dimidiæ illi parti reliquæ . Illa pars major comparetur cum illo intervallo adhibito in observanda Fixa illarum 56 partium , tum & distantia primi vitri a secundo comparetur cum aliquo laminæ mobilis intervallo , & distantia secundi a tertio comparetur cum eodem , ut innotescat, quot particulis eæ binæ partes a se invicem differant . Ejus differentię dimidium exhibebit , quot particulis differat postremum intervallum a dimidio unius ex illis 12 . Quare hæc semidifferentia divisa per 23 exhibebit , quid addendum, vel demendum sit singulis reliquarum dimidiis ad habendam accuratam æqualitatem . Hinc innotescet , quantum debeat augeri , vel minui una ex 11 partibus æqualibus , ut accurate contineat $\frac{2}{3}$ radii , & proinde innotescet quantum differat ab hac ipsa mensura nempe a $\frac{2}{3}$ radii intervallum illud adhibitum partium 56 .

98. Hæc omnia exemplis illustrare infinitum esset . Illud unum hic monuisse sit satis , plurima nos & Arimi-
 ni , & Romæ tentamina instituisse , donec usu ipso paul-
 latim exercitiores evasimus , & plurimarum observatio-
 num consensu evidentissime nobis constitit de nostri in-
 strumentum statu ; ut proinde mirum esse non debeat , si

Summa cura ad-
 dibita in redi-
 ficatione ; inde
 Observationum
 consensus .

tan-

tantus inter ipsas Astronomicas observationes nostras consensus habeatur. Patet autem, quanto præsidio sit illa mobilis regula ad correctionem divisionum; sed paullo inferius patebit itidem, quanto usui eadem sit in observationibus ipsis instituendis. Eadem autem theoria & sequenti capite iterum obveniet in rectificatione quadrantis.

Collocatio filorum micrometri.

99. Expositis iis, quæ pertinent ad rectificationem divisionum, dicemus nunc de recta colloca-tione filorum micrometri. Ea in primis collocanda sunt ita, ut angulum contineant accurate rectum. Id pendet plurimum a diligentia Artificis, qui in fig. 13 ita debet & exilia parare foramina *MLNK*, & rite disposita, ut filum sericum, vel potius argenteum traductum contineat angulum rectum. Id quidem noster Artifex accuratissime præstitit, & facile ad examen revocari potest applicata ad orificium ejus tubuli papyro cum binis rectis ex multo majore distantia ductis ad angulos rectos, & ut fila videri possint, charta oleo affuso pellucida adhiberi potest, si oculus applicetur ex parte ipsa filorum. Ut autem semel acceptam positionem servent, id vero præstat lamina illa elastica, sine qua facile admodum laxari possent, & positionem suam mutare.

Eoſdem ſitus in foco lætis ob-jektivæ: error in hoc ſectotis genere facile evitandus.

100. Deinde ita collocandus est tubulus ille, qui fila habet, ut sit in ipso foco lentis objectivæ, ubi nimirum pingitur imago objecti: Radii quidem ab eodem objecti puncto devenientes non habent omnes unicum focum, ut supra innui, sed disponitur series quædam focorum, quæ occupat partem $\frac{2}{7}$ distantia foci propioris a lente objectiva, quod intervallum in casu nostro, in quo ea distantia est pedum 9, esset quatuor pollicum, & violaceorum quidem focus est omnium proximus ipsi lenti objectivæ, rubeorum remotissimus. De erroribus, qui inde oriri possunt satis multa Bouguerius. Ego notabo pauca quædam tantummodo. In primis id spatium contrahitur plusquam duplo, si consideremus radios vividiores, ut est flavus cum

cum aurei parte, & viridis. Deinde si vitrum accurate centratum sit, & oculus collocetur in recta transeunte per interfectionem filorum, & medium aperturæ lentis objectivæ, per quod transeat ejus axis verus, nullus error in nostro instrumento timeri potest, licet etiam fila non sint in ipso foco lentis objectivæ. In hoc enim nostro instrumento nullum habemus filorum motum, qui angulos metiatur, quod itidem hoc nostri instrumenti genus reddit multo præstantius, sed solum requiritur ille unicus, quem supra diximus telescopii axem, & appellatur etiam linea fiduciæ, qui rectam exhibeat ab interfectione filorum tendentem ad objectum. Potest autem, ut mox dicemus in instrumento, quod huic nostro simile sit, cognosci, & admodum accurate, punctum illud, per quod transit verus axis lentis objectivæ, & oculus collocari in recta, quæ transit per id punctum, & interfectionem filorum, cum post constitutum situm, & lentis objectivæ, & filorum, possit lens ocularis, & ultimum ejus foramen oculo applicandum collocari, ubicumque libeat, immotis illis.

101. Præterea monendum mihi est & illud, Mairium, & me æque prorsus myopes esse, & æquali prorsus oculorum constitutione, ut idcirco focus lentis ocularis utriusque idem fuerit semper; ac proinde illo nos incommodo caruisse, quo Condaminus, & Bouguerius laborarunt ob oppositum oculorum vitium, ut idcirco eodem die ambo alius post alium eandem stellam observare possemus. Porro si fila posita sint citra, vel ultra eum focum objectivæ lentis, a quo pendet maxima densitas radiorum in macula effecta in oculi fundo a diversa refrangibilitate radiorum, & figuræ sphericæ vitio non omnes in unico puncto radios colligentis, habetur parallaxis objecti, & oculo moto, movetur imago ejusdem respectu filorum in primo casu in eandem plagam cum oculo, in secundo in plagam oppositam; ac illud est optimum filorum in sua sede collocatorum indicium, quod parallaxis ejusmodi

Mairius, & Augor æque myopes: parallaxis filorum nunquam observata.

modi non habeatur. Jam vero nobis facile fuit ita collocare fila, ut nulla haberetur ejusmodi parallaxis, educendo tubulum *OIKN*, vel protrudendo introrsum, quod quidem majore vi adhibita fieri poterat motu continuo, & sine ullo subsultu ita, ut positione ejusmodi semel inventa, sine ingenti itidem vi eadem eommutari deinceps non posset. Et quidem semel collocatis filis ejusmodi in sua sede, nunquam mihi contigit, ut illam aliam mutationem foci, & parallaxim viderem, quam *Condaminius* & *Bouguerius* observarunt pendentem a Cæli diversa temperie, adeo ut sine ulla parallaxi Fixam, quam sub ipso filo collocaveramus mediam, mutato per totam ocularis tubi aperturam oculo, eodem semper loco observaverimus.

Filorum directio ejusmodi, ut alterum plano sectoris perpendiculare sit.

102. Collocatis filis in debita distantia a lente objectiva danda erat iisdem directio debita, cum alterum deberet esse parallelum plano sectoris, sive plano transeunti per limbum, & centrum, alterum ipsi plano perpendiculare. Id quidem facile obtinuimus, collocato, ut fieri affolet, sectore in plano horizontali, teste libella, quæ aeris bullulam tubo liquore pleno innatantem habebat, tum acto in gyrum circa proprium axem tubulo *OIKN* in eodem situ, donec filum alterum acquireret positionem parallelam filo penduli ante ipsum libere demissi. Quoniam autem & axis tubi *QAOR* erat ad sensum parallelus regulæ ferreæ oblongæ sustententis tubos omnes, facile inde consequitur, fuisse illud filum plano sectoris ad sensum perpendiculare. Inde autem & illud sponte fuit, fuisse filum alterum parallelum plano ipsi, & quidem mediæ lineæ laminæ mobilis. Atque hæc quidem pertinent ad fila.

Illuminatio filorum.

103. Illuminatio filorum fiebat facile ope lucernæ collocatæ post ipsum Observatorem, ne lumen in oculos incurreret, per illam aperturam *iQRb* figuræ 14, quod ne ipsi Observatori officeret, curatum fuerat, ut & tubus ex interna parte e regione ejus aperturæ circum-

qua-

quaque, quantum maxime fieri posset, nigresceret, & ipsa lucerna obduceretur ex anteriori potissimum parte impedimento quodam conicæ formæ, in quo fenestra exigua lumen nonnisi ad exiguum tractum circa aperturam illam *iQRh* emitteret. Sed & illud nobis commo- dum accidit, quod pleræque e nostris observationibus tam Romæ, quam Arimini institutæ sunt in ipsa diei, vel crepusculi luce, quod & illuminandorum filorum, summovebat necessitatem, & imaginem Fixæ reddebat magis distinctam.

104. Ex iis, quæ ad sectoris ipsius constitutionem pertinent, superest, ut agamus de parallelismo axis telescpii cum plano instrumenti, de quo tam multa Bouguerius. Illud ego quidem omnino affirmare possum, ubi primum de hujusmodi expeditione, & instrumento ad eam necessario cogitare cœpi, antequam Bouguerii liber ad nos perlatus esset, quem advehendum curavit e Gallia aliquanto post ipse Eminentissimus Cardinalis Valentius, qui quidem quidquid præsidii ad operis nostri perfectionem comparare posset, curavit semper, statim me cogitasse & de hoc parallelismo, cujus omnes Astro- nomos in longioribus hisce instrumentis ad astrorum ver- tici proximorum observationes adhibitis curam habuisse arbitror, ut de minoribus etiam quadrantibus Conda- minius videtur omnino evincere, & potissimum de pla- no sectoris collocando in directione lineæ meridianæ, quod si diligenter præstetur, nec multum sane de illo ipso parallelismo est laborandum, & admodum facile ex ipsis observationibus colligi posse, jam tum deprehendi, quanta sit deviatio a parallelismo, siqua est, ut siquis error inde timeri debeat, possit facile innotescere, & corrigi.

Cura paralelismi axis telescpii cum plano sectoris semper habita ab Astro- nomis.

105. Porro ubi telescopium post regulam ferream ap- ponitur, aliquanto difficilior est prima objectivi vitri col- locatio ejusmodi, qua axis accurate parallelus evadat plano sectoris. Idcirco ego quidem illud curavi, ut ex

Eccentricitas vitri objectivi cum capsâ, qua includitur, pa- rata hic in eum finem.

H h

alte-

altera parte punctum illud vitri objectivi, per quod axis transire debet, posset ad planum sectoris accedere, vel ab eo recedere ita, ut ingenti motu facto is accessus esset perquam exiguus, & ex altera parte motu ipso facto firmissime immotum deinde perstaret vitrum ipsum. In eum usum omnem illam disposui eccentricitatem thecæ continentis vitrum objectivum in fig. 11, respectu capsæ ipsam thecam continentis, de qua superius egimus. Quoniam enim eccentricitas ab respectu semidiametri aE in fig. 11, & 12 est satis exigua, ingenti motu puncti E exiguus admodum fit motus puncti b , nec is omnino totus, ut bb' , vel bt ad accessum pertinet, vel recessum, sed ejus pars bd , vel bz .

Methodus inve-
stigandi punctum
axis in lente ob-
jectiva.

106. Et quidem ope ejusmodi conversionis illud etiam inveniri potest, ubi sit potissimum in ea objectiva lente punctum illud, per quod transit ejus axis, quod accurate nosse plurimi interest potissimum, ut innotescat, an ejusmodi lens sit satis bene centrata, & ut possit id punctum collocari in centro aperturæ, ac centrum aperturæ tubi ocularis, & ipsius ocularis lentis axis in ea recta, quæ inde transit per intersectionem filorum. Id quidem pluribus aliis methodis inveniri potest. Si ex. gr. collocetur lens ejusmodi e regione puncti lucidi satis remoti, ut per noctem foraminis rotundi ante majorem flammam constituti prope ipsam, cujus imago excipiatur in charta tenui rotundo foramine perforata ita, ut imago ipsa ei foramini concentrica sit; ipsi autem lenti objectivæ applicetur proxima tabella, vel crassior charta perforata foramine satis amplo, ut satis magnam radiorum copiam transmittat lentis ejusdem, noteturque positio lentis ad ipsam tabellam, vel chartam ternis in ejus margine punctis notatis, quæ congruant cum totidem punctis tabellæ, vel chartæ, punctum illud axis jacebit in recta, quæ jungit foramen lucidum cum foramine, in quo ejus imago excipitur. Quare si summoveatur lens, & per aperturam relictam oculo collocato post foramen illud, quod imaginem antea exci-

excipiebat , aspiciatur nudo oculo foramen lucidum , mota interea per tabulam illam , vel chartam , quæ lenti adjacebat , regula aliqua , donec foramen lucidum dimidium tegat , noteturque a focio eam regulam interea movente is regulæ situs in eadem tabula , vel charta ; binis huiusmodi positionibus regulæ notatis , & reddita lente objectiva loco suo , designari in ea poterunt bini ductus regulæ suo itidem loco restitutæ , in quorum intersectione erit omnino quæsitum punctum .

107. Idem etiam obtineri potest ope telescopii habitis in foco lentis objectivæ micrometrum filo mobili instructum . Si enim theca , quæ objectivum vitrum continet , & solet esse concentrica in communibus telescopiis vitro ipsi , circumagatur circa proprium axem ab altero focio , dum alter objectum remotum intuetur per intersectionem filorum ; ubi lens objectiva punctum axis habeat accurate in centro thecæ ipsius , ad idem semper objecti punctum filorum intersectio dirigetur ; ubi id ab eo distet , ea intersectio evagabitur per objectum , & notatis objecti punctis per quæ illa intersectio excurrit , facile deinde ope fili mobilis determinabitur & quantitas totius excursus , & plaga respondens cuivis positioni thecæ , ac ejus ope & magnitudo excursus puncti axis circa centrum thecæ invenietur , quæ erit æqualis excursui intersectionis filorum per objectum , & plaga , quæ erit opposita plagæ , in quam fertur intersectio filorum respectu objecti , ac proinde punctum ipsum , cui respondet is axis .

*Alia methodus
ejusdem rei ope
micrometri cum
fili mobili .*

108. Verum quoniam in hoc meo instrumento non utor filo mobili in foco lentis ocularis , ut id ipsum ejus ope præstari accurate possit , & simul , si libeat , obtineri accuratus parallelismus axis cum plano sectoris , illam adhibui lentis objectivæ eccentricitatem , cujus ope , si in tribus thecæ positionibus innotescat , qui habeatur ex binis ejusmodi mutationibus accessus ad centrum , vel recessus (quo autem pacto id ipsum inde deduci possit

*Problema id ipsum
inveniendi
ope hujus sectoris .*

dicam paullo inferius), innotescet etiam accuratè, ubi sit ipsum axis punctum in lente objectiva. Sint enim in fig. 12 tres positiones b' , t , t' habitæ per tres positiones thecæ E' , e , e' & bini accessus dz , zz' inde orti ponantur cogniti, quæratque ipse locus b' , t , t' puncti axis in iis tribus positionibus.

Ejus solutio.

109. Quoniam datur motus $E''e$, & ee' , innotescant ii arcus facili observatione ope circini, adeoque & angulus $E''ee'$, quem metitur dimidius arcus residuus $E''EE'e'$, cui æqualis cum sit angulus $bt't''$ ob chordas circulorum concentricorum in iisdem a centro angulis parallelas, si chorda $t't$ occurrat rectæ db' in c , angulum $b'tc$ metietur dimidium complementi arcus $E''ee'$ ad totum circumulum. Dabitur etiam ratio chordæ $b't$ ad tt' , quæ erit eadem, ac $E'e$ ad ee' , ratio itidem $t't$ ad tc dabitur, quæ erit eadem $z'z$ ad zd . Quare dabitur & ratio $b't$ ad tc . Cum igitur detur & angulus $b'tc$, dabitur specie id triangulum, adeoque dabitur angulus $cb't$, & proinde angulus $b'tz$, qui est ipsius alternus. Ducta igitur $b'i$ parallela dz , cui & æqualis erit, dabitur $b't$, quæ nimirum ad datam $b'i$ erit, ut radius ad sinum anguli inventi $b'ti$, sive $b'tz$. Quare si fiat ut data $E''e$ ad $E''a$ datam, ita $b't$ inventa ad quartum, prodibit ab' distantia puncti b' quæsitæ ab a , sive eccentricitas, & ea datâ, ob data puncta $E''ee'$, dabuntur positiones ipsæ punctorum b' , t , t' , & solutum erit problema.

Methodus cras-
sior Bouguerii
explorandi pa-
rallélismum a-
xis.

110. Quo autem pacto id ipsum innotescere possit, quantus sit ex mutata positione thecæ ab E'' in e accessus dz puncti b' abeuntis in t , id vero hic exponam, ac simul docebo illud, quo pacto & sciri possit, quanta sit in quavis positione inclinatio axis ad planum sectoris, & qui inde error timeri possit, quo pacto vel ipsa inclinatio tolli, si libeat, vel error inde profluens cognosci, & corrigi. Varias Astronomi methodos tradunt ad cognoscendum, an axis sit parallelus plano sectoris, & quanta sit inclinatio, si forte sit aliqua. Admodum sane crassa est

est illa , quam Bougerius proponit , ut collocato sectore horizontaliter aspiciatur per limbum , & centrum objectum aliquod satis remotum nudo oculo , pinnulis utrobique etiam ad majorem determinationem appositis , & æque extantibus supra idem planum , ut determinatius collineare liceat , tum per telescopium transpiciatur objectum idem . Si enim id punctum , quod in filorum intersectione jaceat , deprehendatur in plano limbi , & centri , habebitur quæsitus parallelismus ; secus , si id objecti punctum jaceat supra id planum , vel infra . Ea quidem ~~in~~ ^{istâ} methodus est satis crassa , ut bene omnino id ipsum notavit Condaminus , cum illa æstimatio loci objecti facta nudo oculo per planum sectoris crassior sit , & plurimum etiam minorum errorem permittat . Adhuc tamen ad dandam utcumque inclinationem veræ proximam opportuna omnino est .

III. Ut alias omittam methodos , ea , qua & Bougerius , ac Condaminus sunt usi , ad investigandam magnitudinem deviationis , est quidem accurata , sed admodum molesta , & sæpe etiam ob loci , in quo observatio habetur , importunam positionem , impossibilis . Collocatur nimirum limbus sectoris accurate in plano meridiani , tum ex pluribus binariis altitudinum æqualium ejusdem stellæ observatis ante , & post ejus culminationem , vel si ipsius stellæ ascensio recta sit cognita , & horologii constitutio ad Solem itidem cognita , ex differentia temporis , quod debeat intercedere inter Meridiem , & appulsam Fixæ ad meridianum ; determinatur momentum ipsum culminationis , quod si congruat cum momento , quo Fixa appellit ad filum micrometri parallelum limbo sectoris , habetur quæsitus parallelismus ; sin minus , habetur differentia horaria inter appulsam ad id filum , & ad planum meridiani , quo in partes æquatoris ritè converso , habetur in partibus paralleli Fixæ distantia puncti , ad quod tendit linea fiduciæ , quam supra diximus axem , a plano meridiani , quæ ad partes circuli maxi

Alia methodus
eiusdem tutior,
sed operosior .

mi reducitur more Astronomis usitato, minuendo numerum minorum, & secundorum in ratione radii ad cosinum declinationis Fixæ ipsius, nimirum semidiametri circuli maximi ad semidiametrum paralleli ejusdem Fixæ.

Ejus methodi
difficultas.

112. At præter quam quod ubique illa altitudinum observatio aliquanto operosior est, sæpe contingit, ut ex loco observationis nullus in orientalem, & occidentalem plagam prospectus pateat, quod nobis quidem & Romæ contigit, & fere etiam Arimini, ubi ad Orientem quidem patebat prospectus, sed admodum difficilis, ad Occidentem autem ex ipso loco patebat nullus, & ad ejusmodi altitudines observandas oportebat temporis reductione uti, altitudinibus in remotiore loco observatis. Accedit, quod ejusdem stellæ binæ altitudines æquales sæpe numero haberi non possint, cum interdiu minoribus quadrantibus ipsa stella inconspicua sit, ut idcirco ad aliunde cognitam ejus ascensionem rectam sit confugiendum.

Alam habere
methodum Au-
torem, quam
hic proponat.

113. Mihi quidem, ubi primum in ejusmodi observationibus me exercere cœpi, posita accurata limbi positione in plano meridiani, quam & illa alia methodus omnino supponit, & quæ, qua ratione haberi possit, videbimus paullo infra, se sponte obtulit methodus admodum expedita, quam innui in primo opusculo, determinandi accuratissimè ejusmodi deviationem axis a parallelismo, atque id ipsum ignota penitus ascensione recta ipsius Fixæ, ignota horologii constitutione ad Solem, ignota hora culminationis, quam methodum hic aliquanto diligentius exponam.

Methodus ipsa
per horam ap-
pulsus ad filum
micrometri no-
tata ter cum
binis conversio-
nibus sectoris.

114. Sit in fig. 19 G centrum sectoris AB , limbus constitutus cum ipso centro in plano meridiani, GD pendulum demissum e centro sectoris, & radens limbum in E . Sit autem GF linea fiduciæ, sive axis telescopii, qui hic concipitur motu parallelo translatus ita, ut ejus vertex congruat cum centro G . Si is fuerit inclinatus ad planum secto-

sectoris, distabit ejus inum punctum F a limbo AB per intervallum aliquod ipsi perpendiculare FR , aberrationis angulo existente FGR . Concipiatur jam centro G sphaera caelestis, in qua polus P , meridianus PQ transiens per zenith Z , ad quod tendet pendulum DG productum. Axis FG tendet ad punctum L horarii cujusdam PL inclinati ad meridianum PQ , & producta RG usque ad meridianum in M , erit angulus LGM aequalis inclinationi FGR axis ipsius, & Fixa ad intersectionem filorum deveniet non in appulsu ad meridianum in M , sed in appulsu ad horarium illum in L . Quod si sequenti die observetur eadem stella limbo sectoris in contrariam plagam obverso, axis GF abibit in contrariam positionem GF' , & horarius PL abibit ad partem oppositam PL' respectu meridiani: conversione autem iterum facta tertio die redibit axis ad pristinum locum in GF , & horarius ille ad PL .

115. Jaceat PL ad Orientem respectu Meridiani PQ , & Fixa appellet ad L ante, quam ad M . Sequenti die integra conversione peracta redibit ad L (motus enim proprios Fixae debitos uni, vel alteri diei tuto negligimus, quorum etiam si rationem liberet habere, liceret id quidem admodum facile), sed ut deveniat ad telescopium directum ad L debet praeterea percurrere arcum LOL' sui paralleli habentis polum in P a Meridiano PQ sectum bifariam ad angulos rectos in O . Tertio autem die ante quam integram conversionem perficiat, devenient Fixa ad L , & intervallum temporis erit brevius integrae conversionis tempore per tempus debitum itidem illi eidem arcui LOL' duplo arcus LO . Quare intervalla temporis a prima observatione ad secundam, & a secunda ad tertiam different inter se per duplum tempus debitum arcui LOL' , vel quadruplum arcui LO , quorum nimirum primum erit longius, secundum brevius tempore unius conversionis per tempus debitum arcui LOL' . Eadem autem differentia haberetur si PL esset occidenta-
lior,

Inclinationis
axis mensura pe-
tenda a quarta
parte differen-
tiae binorum in-
tervallorum tem-
poris.

lior, & PL' orientaliior, quo casu primum intervallum esset e contrario longius, secundum brevius eâdem quantitate, nimirum quadruplo tempore debito arcui LO .

Ejus determinatio in minutis, & secundis paralleli Fixæ.

116. Jam vero tempus horologii, ut cumque non congruentis cum Solis, aut Fixarum motu, sed tamen accurate æquabilis, debitum binis conversionibus, habetur ex prima, & tertia observatione; adeoque si fiat, ut id intervallum ad quartam illius differentię partem, ita duo circuli, sive gradus 720 ad quartum, prodibit arcus LO . Verum si horologium non multum abluat a Fixarum motu ita, ut paucis tantummodo minutis differat una conversio Fixarum ab ejus horis 24, licebit multo facilius arcum LO ex illa temporum differentia invenire, reducendo more solito id tempus in minuta, & secunda, attributis 15 secundis circuli paralleli cuius secundo horario, & singulis minutis circuli quibusvis quatuor secundis horariis.

Reductio ad partes circuli maximi, & reductionis demonstratio.

117. Porro quoniam tam arcus LOL' , quam LML' habet communes terminos L , L' , habebit communem chordam, adeoque communis est & sinus arcuum LO , LM , sed radii eorum circulorum diversi erunt. Circuli LOL' radius est recta perpendicularis axi PG , nimirum sinus PO distantię Fixæ a polo, radius autem arcus LML' est ipse radius spherę. Cum igitur in quovis arcu sit radius sui circuli ad sinum ei perpendicularem, ut sinus totus in tabulis ad sinum anguli, quem is arcus subtendit in suo centro, adeoque sinus anguli subtenſi in centro, sive numeri arcu minorum, & secundorum debiti ipsi arcui est directe ut ille suus sinus in suo circulo, & reciproce ut radius, hic ubi ille suus sinus communis est, erit sinus partium sui circuli in arcu LO ad sinum partium sui in LM , ut est e contrario radius circuli LML' ad radium circuli LOL' , nimirum, ut radius ad sinum distantię PO a polo. Quoniam autem exigui anguli sunt ut sinus, erit proxime ut radius ad sinum distantię a polo, ita numerus partium arcus LO ad numerum partium LM ,

LM, qui exhibebit angulum LGM, sive inclinationem quæsitam FGR.

118. Idem facilius hoc pacto obtineri poterat. Tam arcus LML', quam LOL' sunt proxime æquales communi suæ chordæ. Igitur & ipsi, & eorum dimidia LO, LM æquantur proximè inter se, adeoque continent numerum partium reciproce proportionalem totis circumferentiis, divisis nimirum in eundem numerum graduum 360. Et ea est notissima illa Astronomis reductio partium paralleli cujusvis in partes circuli maximi, quæ in usu micrometrorum constitutorum per fila ad angulos semirectos se decussantia, & alibi frequentissime occurrit. Quamobrem hic jam habetur demonstrata illa methodus, quam opusculo primo tradidi, & methodus ipsa huc reducitur. *Observetur Fixa eadem tribus consequentibus diebus conversione bis facta. Si intervallum temporis inter primam, & secundam observationem æquatur intervallo inter secundam, & tertiam, axis telescopii est accurate parallelus instrumento. Si illa intervalla inequalia sunt, capiatur quarta differentie pars, & reducatur in partes paralleli fixæ tribuendo quaternis quibusque secundis horariis singula minuta prima paralleli ipsius: tum fiat, ut sinus totus ad sinum distantie Fixæ a polo, sive ad cosinum declinationis ejusdem, ita numerus inventus ad alium, qui exhibebit ipsam inclinationem quæsitam axis telescopii ad planum sectoris.*

Reductionis demonstratio alia: methodus inveniendi inclinationem axis.

10

119. Exemplum in casu nostro facile desumemus ab observationibus μ Urfæ habitis in posterioribus Romanis observationibus. Eam contigit tribus consequentibus diebus observare Romæ 8, 9, 10 Decembris cum binis conversionibus sectoris. In primo appulsu horologium notabat horas 5.9'.25" in secundo 5.5'.55", in tertio 5.1'.25". Quare primum intervallum temporis præter horas 24 habet 3'.30", secundum 4'.35". Differentia est 1'.5' $\frac{2}{3}$, quarta ejus pars 16". Ea redacta ad partes paralleli exhibet 4'.4", sive 244". Ea tum distabat a vertice Romano versus polum minutis fere 50. Zenith Romanum a Polo

Exemplum in observationibus Romanis posterioribus.

lo $48^{\circ}. 6'$. Quare ejus distantia a Polo erat $47^{\circ}. 16'$. Factis, ut sinus totus 100 ad sinum $47. 16' = 735$ ita numerus 244 secundorum paralleli ad quartum, prodit 179 numerus secundorum circuli maximi, sive inclinatio quesita axis $2'. 59''$.

Aliud ex observationibus Ariminensibus alia methodo.

120. Nec vero illud est necessarium, ut habeantur tres observationes ejusmodi ejusdem Fixæ tribus diebus continuis. Satis est etiam si habeantur binæ, conversione facta, & tertia sine conversione. Posteriores exhibent tempus unius conversionis, priores tempus mulctatum, vel auctum duplo, non quadruplo tempore debito arcui LM ; vel binæ sine conversione, ac binæ aliæ cum conversione a prioribus disiunctæ, dummodo interea ingens calor mutatio horologii æquabilitatem nequaquam turbet. Exemplum licet desumere in observationibus Ariminensibus ex ipsa μ Ursæ. Ea observata est Aprilis 29, & 30 limbo Orienti obverso, & die 1 Maii obverso occidenti. Hora appulsus fuit in prima observ. $7. 43'. 26''$; in secunda $7. 39'. 27''$, in tertia $7. 35'. 3''$. Primum intervallum præter horas 24 fuit $3'. 59''$, secundum $4'. 24''$. Differentia est $25''$, cujus dimidium $12''. \frac{1}{2}$ ductum in 15 exhibet $187. \frac{1}{2}$ paralleli Fixæ, quæ eâdem ratione redacta ad partes circuli maximi relinquunt inclinationem $138''$ sive $2'. 18''$.

Aliud e prioribus Romanis alia.

121. Quod si etiam habeantur binæ observationes post dies quotcunque, limbo obverso eadem plagæ, & aliæ binæ vel ejusdem Fixæ, vel alterius cujuscumque, limbo obverso plagis oppositis, pariter erui potest inclinatio, cum ex prioribus binis observationibus habeatur tempus horologii pro dato conversionum numero, adeoque & pro unica, inde vero eruatur tempus pro numero conversionum inter posteriores binas observationes, cujus differentia a tempore observato duplum itidem exhibet deviationis. Cavendum tamen, ne nimium remotæ observationes assumantur, ne nimirum interea mutatio aliqua in horologio accidat, ubi id non omnino perfectum fit

fit . Habuimus in observationibus Romanis prioribus ejusdem Fixæ observationes 4 Martii limbo obverso Occidentem 7 , & 9 Martii limbo Orientem obverso . In prima observatione tempus erat 11. 3'. 0" , in secunda 10. 50'. 39" , in tertia 10. 42'. 27" . Ex posterioribus habetur pro binis conversionibus 8'. 12" , adeoque pro singulis conversionibus 4'. 4" . Hinc pro ternis inter primam , & secundam haberi debuit 8'. 12" . Habitum est autem 8'. 21" . Differentia est 9" , cujus dimidium 4" $\frac{1}{2}$, exhibet secunda, ejus paralleli 67. $\frac{1}{2}$, quæ redacta ad partes circuli maximi præbent inclinationem 50" tantummodo .

122. Plurimæ aliæ determinationes conspirant intra admodum pauca secunda , ac discrimen debetur mutationi exiguæ in horologio , & exiguo errori alicui in collocatione plani sectoris in plano meridiani , sive limbus inclinatur nonnihil ad meridianæ lineæ directionem , sive planum a verticali plano nonnihil deflectat , de quibus omnibus agemus paullo inferius . Sed allata exempla satis sunt ad methodum illustrandam ; atque id eo magis , quod errorem trium etiam minorum in deviatione axis telescopii a parallelismo errorem inducit in loco Fixæ non excedentem exiguam admodum fractionem minuti secundi . Interea notetur , illud in prioribus Romanis observationibus maximè fuisse propinquam parallelismo positionem axis , tum maxime mutatam Arimini , inde vero nonnihil , usque ad Romanas posteriores mutatam itidem . Prima illa major mutatio accidit , quia loco dimovimus objectivum vitrum in priore illa translatione , & restituimus Arimini in alia positione , quæ ob eccentricitatem illam thecæ ipsum includentis satis discessit a prima positione . In secunda translatione ipsum loco suo reliquimus , nec alia mutatio contigit nisi secundorum temporis 3. $\frac{1}{2}$, quam itineris jactatio induxit .

Unde discrimen trium earum inclinationum .

123. Si eæ tres diversæ positiones habitæ fuissent eodem in loco , licuisset methodo exposita n. 109. definire locum ipsum puncti axis b'' figuræ 12 . Nam accessus ejus

Methodus definiendi per eas locum axis lentis objective .

ad planum sectoris est ipsa inclinationis imminutio, quæ cum fuerit in prima positione $2'. 59''$, in secunda $2'. 18''$, in tertia $0'. 50''$, haberetur excessus in prima mutatione $41''$, in secunda $1'. 28''$, qui excessus exhiberent lineolas dz , zz' ; esset enim, ut radius ad sinum eorum angulorum, ita distantia vitri objectivi a filis micrometri, quæ hicerat pedum 9, ad eam lineolam. Inventa autem positione punctorum b' , t , t'' , admodum facile fuisset definire motum thecæ necessarium ad conciliandum parallelismum accuratum. Sed is ipse labor supervacaneus fuisset, ut paullo inferius patebit, cum exigua illa inclinatio nullum errorem sensibilem pariat in distantia Fixæ a zenith, quæ per eas observationes investigatur.

Correctio inclinationis in plano ipso meridiano cognoscenda per conversionem.

124. Præter parallelismum axis cum plano sectoris illud etiam est omnino cognoscendum, cui puncto R limbi AB in fig. 19 respondeat ipse axis. Optima ejus positio esset, si accurate responderet medio limbo. Sed si inde non mini deflectat; nihil omnino turbantur observationes, dummodo innotescat, quantum inde discedat. Id autem admodum facile definitur conversione sectoris, ut est Astronomis notissimum. Nam differentia distantiarum, quas in binis ejusmodi positionibus habet filum penduli a medio illo, exhibet duplam distantiam puncti R ab ipso medio. Sit enim AB positio sectoris, ubi limbus occidenti obvertitur ejusque radius terminetur ad C punctum limbi medium inter A , & B . Sit autem axis telescopii seu linea fiduciæ GR , vel etiam GF respondens puncto R , & distantia puncti medii ipsius limbi a filo penduli GED erit CE . Convertatur sector, ut jam limbus Orientem spectet. Linea fiduciæ si fuerit RG manebit in eodem situ, si FG abibit in $F'G$ ita, ut adhuc idem respiciat punctum R . Punctum autem A abibit in a , B in b , C in c , E in e jam nova distantia fili penduli a medio erit ce . Erit autem ce eadem illa prior distantia CE . Quare dempta communi cC erit & Ce æqualis CE , adeoque binarum distantiarum differentia erit Cc , semidifferentia vero RC , nimirum

rum distantia puncti, cui axis telescopii respondet a medio limbo, & proinde etiam angulorum ad G definitorum per tangentes cE , ce semidifferentia erit correctio ipsis adhibenda, nimirum addenda majoribus demenda minoribus, ut habeatur angulus RGE , sive MGZ , nimirum in casu parallelismi axis accurata distantia Fixæ ad Meridianum appellentis a polo, & in casu inclinationis exiguæ eadem proxime, ut infra videbimus.

125. Interea notandum illud, in ea dispositione vitri objectivi, qua ego sum usus, hanc correctionem, quam exhibet conversio instrumenti, mutari, dum conversione thecæ figuræ 12 punctum b' axis admovetur plano sectoris, vel ab eo removetur. Recedit enim punctum b' a recta EE' respondente centro sectoris, vel ad eam accedit, cum distet inde per spatium db' ; unde fit, ut si axem telescopii concipiamus motu parallelo translatum ita, ut b' abeat in centrum sectoris r , quod in fig. 19 præstitimus, ubi G est idem punctum, ac r in fig. 12, imum ejus punctum R in eadem figura distabit tantundem a medio puncto C , ad quod accedet, vel ab eo recedet. Hinc autem fit, ut mutari nequeat directio ipsius axis respectu plani sectoris, quin simul mutetur distantia ab R motu continuo. Atque idcirco in observationibus Ariminensibus correctio a conversione sectoris orta evasit major, quam in prioribus Romanis, ut videre est in opusculo 2. num. 43.

Incommodum hujusce sectoris augmentis sæpe unam aberrationem dum alteram minuit.

126. Potest autem facile ita objectivum vitrum applicari regulæ ferreæ ut alter e binis motibus axis ipsius ab altero non pendeat. Si nimirum includatur vitrum objectivum thecæ quadratæ, quæ intra aliam quadratam includatur, & hæc intra aliam itidem quadratam, & hæc quidem tertia adhæreat regulæ ferreæ, illa secunda ope cochleæ moveri possit motu perpendiculari ipsi plano sectoris secundum rectam EE' figuræ 12, prima vero intra secundam alterius cochleæ ope motu perpendiculari huic priori, sive plano sectoris; utique poterit motu secundæ thecæ intra tertiam promoveri ita objectivum

Methodus, qua omnes aberrationes auferri possent.

vi-

vitrum, ut acquirat positionem parallelam plano sectoris, tum motu primæ intra secundam promoveri ita, ut idem axis respondeat accurate radio sectoris tendenti ad mediam laminam mobilem, ac proinde evitetur inclinatio axis, & evitetur conversionis correctio, quæ omnium optima est telescopii constitutio. In ea constructione non potest ita facile ope ipsius instrumenti definiri punctum axis ipsius lentis objectivæ. Sed tamen potest idem aliis methodis prius cognosci, ut illis quas tradidi supra num. 106; quo cognito, potest & ejus circularis apertura parari ita, ut aperturæ ipsius centrum cum vitri axe congruat, & axis lentis ocularis dirigatur per rectam jungentem id axis punctum cum intersectione filorum, quod ubi fiat, nullum in nostro hoc instrumento incommodum timeri potest a parallaxi imaginis Fixæ respectu filorum, a diversa constitutione oculorum, aut aeris, a diversa refrangibilitate radiorum. Quam quidem ob causam hanc aliam vitri objectivi constitutionem ego quidem non improbarim, immo etiam fortasse probarim magis, ad evitandum utut leve incommodum correctionis per conversionem sectoris determinandæ.

Proponuntur;
quæ ad colloca-
tionem perti-
nent.

127. Hactenus diximus de iis, quæ pertinent ad rectam dispositionem partium sectoris ipsius. Nunc agendum superest de iis, quæ ad ejus collocationem pertinent, sive suspensionem. Ea ita fieri debet, ut planum sectoris in plano meridiani accurate constituatur, ut in eo plano inclinari possit ad libitum, & inclinationem, quamcumque libuerit accuratissimè acquirere, ac acquisitam firmissime retinere. Collocatio autem in plano meridiani duo requirit. Primo quidem, ut planum sectoris sit in aliquo verticali plano, secundo vero, ut limbus meridianæ lineæ ductum sequatur accurate. Iis binis habitis habetur collocatio in plano meridiani. Ante autem quam hæc ipsa accurate definiremus, disponebamus sectorem in debita positione proxima utcumque, ipsum inclinando ita, ut filum penduli distaret a medio limbo, quantum

tum requirebat distantia Fixæ a zenith utcumque cognita, adeoque brachium *NOV* ex ea parte affigebatur in quam pondere suo deberet deferri sector, ac cochleæ *IF*, *IF'* positionem ei inclinationi respondentem haberent, ita autem promotæ essent, ut & positio in plano verticali, & directio limbi meridianæ lineæ parallela utcumque obtineretur proximè, si minus accuratè.

128. Tum vero, ut ab hoc postremo ordiamur, id ut, quam accuratissime obtineretur, nos quidem facile præstitimus, ducta in pavimento sub ipso puncto, ex quo sector pendebat meridianæ lineæ accurata. Oculo enim applicato supra limbum *EE'* figuræ primæ circiter versus *FF'*, ipsum ita movebamus ultro, citroque, ut oculus collocaretur in plano transeunte per ipsum limbum, & per aliquod inferioris meridianæ lineæ punctum. Si limbus accurate constitutus esset in directione ejusdem meridianæ, motu oculi limbus ipse in unicam lineam desinens appellebat simul totus ad meridianam eandem; si quidquam ab ea positione deflecteret, eam opticè interfecabat. Tum vero altera e binis cochleis *IF* promotæ, vel retractæ, ut res ferebat, inclinabatur limbus ipse, donec cum eadem meridianæ lineæ accuratè congrueret. Et quidem cum limbus ipse ingentem in pavimento meridianæ lineæ tractum occuparet, minima deviatio fiebat admodum sensibilis, & cochleæ illius ope admodum facile eadem momento temporis tollebatur. Solebamus autem alter post alterum de ipso parallelismo judicare, in sellam evecti, ut ex alto commodius limbum, & eam lineam despiceremus.

129. Porro meridianæ lineæ aderat constrata marmore in cubiculo Musei Collegii Romani, cui admodum facile fuit alteram parallelam sub ipso sectoris loco ducere, supra quam, quo evidentior esset, filum nigricans interdiu, albicans per noctem distendebamus, faculis etiam per noctem adnotis. Arimini in ea ædium Garampianarum parte, in qua sub tecto observationes astronomicas instituimus, filarem Meridianam lineam accuratè duximus,
Solis

Comparatio
limbi cum lineæ
meridianæ.

Meridianæ Ro-
mana, quæ ade-
rat: altera Ari-
mini ducta, qua
ratione.

Solis radio excepto per foramen exiguum , ut moris est , in metallica lamina excavatum , & horizontaliter applicatum in fenestra exigua ad id ipsum in summa parte muri forte fortuna supra reliquum tectum assurgentis ad meridiem . Porro meridianam lineam ipsam horologii etiam constitutione utcumque ignorata , dummodo ejus horæ non ita enormiter ab horis veris discreparent , ut in paucorum secundorum numero error inde timeri posset , per observationes unica etiam die factas sic ibi duximus , ut ego quidem ducere soleo .

Ratio meridia-
nam lineam du-
cendi .

130. Antemeridianis horis altitudines Solis aliquot coepimus in loco , haud ita inde remoto , ut vox numerantis minuta secunda alte ad horologium exaudiri non posset . Circa tempus Meridiei utcumque proxime cognitum ita collocavimus in pavimento chartam amplio-rem , in qua designatæ fuerant plures rectæ inter se ad sensum parallelæ , & æque a se invicem distantes , ut earum media respiceret filum penduli ex centro foraminis demissi . Sublato penduli sustentaculo , & ipso pendulo , observavimus appulsum Solaris imaginis ad omnes ejusmodi lineas notato tempore horologii in singulis appulsibus . Post meridiem notavimus tempora , quibus Sol ad easdem altitudines descendit . Medium inter tempora altitudinum æqualium , quod miro observationum consensu idem ex pluribus binariis non ita a se invicem remotis profluxit , nam majore quadrante ad eam observationem usi sumus , correctum de more , ob declinationem interea mutatam , exhibuit tempus horologii , quo meridies contigit . Quoniam autem ex utriusque limbi appulsibus ad eas lineas innotuerat circa meridiem horologii hora , qua centrum ad singulas appellebat , habita jam hora meridiei , facile constitit , inter quas e lineis parallelis meridies contigerat , quarum intervallo ibi , ubi fuerat via centri imaginis proxime definita , diviso in ea ratione , quam exposcebant bina intervalla temporum ab appulsu ad priorem ad meridiem , & a meridie ad

ad appulsum ad posteriorem ; habebatur punctum, in quo meridies contigerat ; quod punctum etiam cæteri appulsus ad cæteras rectas confirmabant . Eo puncto invento, & pendulo iterum demisso ex centro foraminis, extendebatur filum, quod pendulum ipsum perraderet, & per id punctum transiret, & alligabatur binis ferreis uncis infixis in oppositis parietibus, in quibus tenui incisura ducebantur lineolæ, quæ debitam fili positionem definirent, ad quod filum per easdem lineolas tensum insequentibus diebus jam habebatur meridiana linea ad accuratam meridiei determinationem aptissima . Eiusmodi igitur lineam filarem definivimus in ipso Garampiannarum ædium loco, & ipsi parallelam duximus sub fectore .

131. Disposito limbo ea ratione ita, ut meridianæ lineæ positum obtineret, tum vero præstatur illud, ut etiam in plano verticali jaceret sectoris planum, quod quidem fiebat facile . Nam filum penduli *CM* figuræ *r* tenuissimum, ut capilli etiam tenuitatem superaret, fericum crudum libere demittebamus, & sulchro supposito, cum cyato aqua pleno, in quod pondusculum plumbeum immitteretur, sustinebat autem filum ipsum in aqua pondus non ita leve, quo id quidem maxime tendebatur . Scala lignea sectori proxima aderat, per quam liceret ascendere, & explorare an id penderet ex ipsa extrema acus cuspide præpe ipsum lamellæ aurichalchicæ planum, an quidpiam, ut aranæ tela aliqua, vel aliud ejusmodi, ductum ejus impediret, an aliquod ejus filum transversum tenue in regulam ferream, vel aurichalchicas laminas incurreret ; ac impedimentis omnibus sublatis observabamus an filum ipsum pene limbum perraderet, promotis cochleis si forte distaret, retractis si ipsi adhæret, utraq; nimirum æqualiter, quo pacto fiebat, ut directione limbi nihil mutata, positus verticalis haberetur accuratissime . Eo autem demum præstito, adhuc iterum oculo supra limbum collocato ejus congruentiam

Dispositio limbi
parallela ductui
meridianæ lineæ

K k

cum

cum meridiana linea subjecta explorabamus , ne quid inter movendas cochleas peccatum esset .

Inclinatio Telescopii, quam requirit distantia Fixæ a zenith .
Tab. 2. F. 1.

132. Reliquum est , ut ea inclinatio detur telescopio intra ipsum meridiani planum , quam requirit distantia Fixæ a zenith . Id jam supra diximus obtineri ope cochleæ *PE* figuræ 1. Firmitas autem positionis semel acquisitæ habetur ab ipsa cochlea *PE'*, quæ impedit descensum in plano meridiani versus *P*, quo pondus suum sectorem trahit, ubi is inclinetur , accessum ad *GG'* impediunt cochleæ *FI*, *F'I'*, recessum ab eadem pondera *L*, *L'*. Illud autem experiundo comperi, ipsa pondera plurimum prodesse immobilitati sectoris ipsius, si fila *FK*, *F'K'* non ponantur in directione perpendiculari regulæ *GG'*, sed obliqua versus eam partem, in qua est cochlea *PE'*. Sectorem enim oblique trahent etiam versus eam cochleam, & recessum ab ipsa adhuc magis impediunt ,

Ufus in observando .

133. Atque ita descriptis accuratissimè omnibus sectoris partibus , expositis iis , quæ ad rectam ejus constitutionem , & collocationem requiruntur , delapsi sumus ad ipsius usum , de quo satis itidem multa dicenda jam fuerunt identidem . Usus ipsius in eo situs est , ut accuratè determinetur distantia a zenith Fixæ cujuscumque in gradibus , minutis , & secundis . Ubi instrumentum collocatum est accurate in plano meridiani , Observator assidet ad caput *H'* telescopii , quod ut commode fieri posset , curaveramus , ut sector penderet in ea altitudine a pavimento , quæ sedentem Observatorem exciperet ; & vultu in Cælum directo applicantem oculum ad telescopium , supra quod in ipso tecto fenestra aperiebatur , per quam in Cælum suspectus pateret . Idem expectabat ingressum Fixæ in telescopium , quem post unam , vel alteram observationem jam habitam intra pauca secunda prodebat horologium , si positio non multum abluderet a debita ; curabatur autem , ut nonnihil abluderet , ne in ipso ingressu filum meridiano perpendiculare interdiu occultaret Fixam . Ingressu cognito applicabat manum ad caput

caput cochleæ *E'P*, cujus ope ita movebat sectorem totum, ut filum illud ipsum ad Fixam appelleret.

134. Porro cum Fixarum omnium diameter apprensus sit non solum multo minor uno minuto secundo, ut in cosmotheo Hugenus prodidit, sed ut in recenti dissertatione de lentibus, & telescopiis evincere conatus sum, multo minor uno tertio, deberent ipsæ apparere instar puncti, quod quidem satis incommodum esset; tegerentur enim a filo ita, ut non liceret nosse, an in medio essent ejus tractus, quem filum ipsum intercipit, quod est aliquot secundorum. Verum aberratio luminis, de qua etiam superius injecta est mentio, illud præstat, ut imago Fixæ cujuslibet circellum quendam occupet, qui eo majore tractu est sensibilis, quo majus est lumen Fixæ, & quo minor est Cæli lux. Inde fiebat, ut per noctem imago utriusque nostræ stellæ non ita parum hinc, & inde a filo excurreret, cujus nigricantem tenuissimum tractum licebat intueri in ea ipsa luce, in crepusculis parum admodum eadem imago superaret fili crassitudinem, interdum ea quidem α Cynci æquaretur ad sensum, tenuissimo fulgore hinc, & inde vix aliquod aliquando Fixæ latentis vestigium relinquente, aliquando vero nullum, altera vero nimirum μ Ursæ lateret penitus semper interdum, sed ita, ut minimo motu cochleæ in partes oppositas jam hinc, jam inde a filo appareret. Quare tuto illud semper præstari poterat, ut medium imaginis Fixæ cum media fili crassitudine apprimè congrueret.

Incommodum ex diametro apprensente exigua correctum a radiis aberrantibus.

135. Hinc autem, ut liceret observare momentum temporis, quo Fixa appellebat ad filum plano sectoris parallelum, aliquando opus erat ipsam ad filum perpendiculare adducere tantummodo post eum appulsum. Id autem fiebat tuto, nam filorum ejusmodi accuratissimam positionem prædebat illud, quod Fixa, quæ semel per medium filum ferri cæperat, semper usque ad finem cum ipso medio congruebat, & si forte penitus ab eo tegeretur initio, nunquam deinde prodiret in conspectum.

Qua ratione observatus sit appulsus ad filum parallelum limbo.

Observatio di-
stantiæ fili pen-
duli a medio
limbo.

136. Hac observatione peracta notabatur positio fili penduli CM respectu laminæ mobilis EE' , determinando ejus distantiam a medio limbo, sive a sectoris radio. Statim autem patebat, quot partibus integris ex illis 72, in quas divisus fuerat pes ipsius lineæ, distaret. Sed quoniam nunquam accidit, ut distantia aliquem earum partium numerum accurate contineret, promovebatur ipsa lamina mobilis, donec proxima divisio accurate cum filo penduli congrueret, notando diligenter, quot conversiones integræ, & quot ex illis 180 partibus conversionis, quas exhibet figura, requirerentur ad ejusmodi congruentiam. Is conversionum, & particularum numerus addendus erat numero partium integrarum, ubi filum caderet versus plagam E' , inquam medium lamellæ mobilis procurrit ultra medium limbi, & demendus ubi ipsum filum caderet versus E , cum in primo casu eo numero conversionum, & particularum unius conversionis distet filum penduli magis a medio limbi, quam a medio laminæ mobilis, in secundo minus.

Precautiones ad
accuratam ejus
determinationem.

137. Quo certius cognosceretur de hac congruentia, in primis adhibebatur lens admodum convexa, & limbo adnexa ita, ut in eo situ, in quo opus esset, maneret immota: apponebatur autem ad perpendicularum supra filum penduli. Deinde quoniam filum erat quidem limbo quamproximum, sed ita, ut ipsum non contingeret, ut libere nimirum penderet, ut omne parallaxeos periculum evitaretur, oculo prius in latus retracto notabatur & filum, & imago fili ex reflexione in levi aurichalchica limbi lamina, quæ filum ipsum duplicabat, tum oculus versus medium movebatur, donec ipsum filum imaginem suam penitus tegetet; tum enim certo constabat rectam ab oculo per filum ductam esse ipsi limbo perpendiculari, nec ullum parallaxeos haberi effectum. Demum aliquando alter e nobis per lentem transpiciebat filum, & divisionem laminæ, alter lento, sed continuo motu promovebat laminam mobilem, donec ab altero congruentiam

tiam notante juberetur motum sistere, aliquando vero movebat ipse cochleam, & sistebat, ubi congruentiam observasset. Semper tamen alter observabat post alterum, & observatio pluribus vicibus iterabatur, assumebaturque medium ex omnibus observationibus, quarum pleræque intra duas, vel tres particulas congruebant inter se, nimirum discrimine vel non majore uno minuto secundo, vel etiam minore. Sæpe autem & alios adhibuimus determinationis testes, qui forte adessent, nobiscum itidem consentientes. Observationem hujusmodi multo etiam tutiorem reddebat occlusum cubiculum, & a ventorum vi immune, quod maxime cavendum fuit, cum compertum nobis fuerit vehementiorem etiam respirationem nonnihil commovere penduli filum. Sæpe vero nobis contigit relicto instrumento regredi post plures horas, & lamina promotâ, donec divisio cum filo congrueret, eundem profus invenire numerum, usque adeo firmis innixum fulcris instrumentum diu perstabat immobile.

138. Cognito numero conversionum, & particularum, quibus promovenda erat lamina mobilis, ut filum penduli cum data divisione congrueret, & correctâ methodis, quas fuse exposuimus, cujusvis divisionis distantia a medio, jam habebatur tangens, quæ exhibebat distantiam a zenith non correctam per deviationem axis telescopii a radio sectoris cognoscendam conversione sectoris, ut supra itidem est expositum, & ejusmodi correctione adhibita habebatur distantia Fixæ a zenith correctâ, & respondens tempori observationis, cujusmodi sunt eæ, quæ habentur in tabellis opusculi secundi. Ea tamen adhuc indigent correctione refractionis, quæ cælestia objecta ita elevat, ut in exiguis distantibus a zenith habeantur pro singulis gradibus singula secunda, quibus augenda est distantia a zenith observata, ut habeatur vera. Sed id augmentum fieri potest post omnes reductiones.

Deductio distantie a zenith & ejus correctio.

139. Hanc distantiam a zenith poterat reddere erroneam

Tria quæ poterant reddere erroneam ejusmodi determinationem .

neam inclinatio illa axis telescopii ad planum sectoris , quam invenimus a num. 120, ut etiam nonnihil erroneam reddidissent bina vitia , quæ in sectoris colloca-
 tionem poterant subreperere , si nimirum vel non esset collocatum planum sectoris accurate in plano verticali , vel etiam limbi directio a meridianæ lineæ ductu aberraret . Inquirendum est in hujusmodi errores diligentius , ut constet , nec ab illa inclinatione axis ullum sensibilem errorem timeri posse (quam ipsam ob causam de ea corrigenda nequaquam solliciti fuimus) , & industriam , quam adhibuimus ad obtinendam positionem in plano verticali , ac dirigendum limbum in directione meridianæ lineæ , nostras observationes ab omni erroris periculo immunes præservasse . In eos autem inquiremus seorsum singulos .

Initium investigationis effectus quem parit deviatio axis a parallelismo .

Tab. 2. F. 19.

140. Si inclinatio axis in fig. 19 est RGF , sive LGM , sector exhibet distantiam a zenith ZM definitam ab arcu LML' circuli maximi pro distantia ZO definita ab arcu LOL' paralleli Fixæ habentis polum in P . Quare error est MO , qui minuit distantiam, ubi Fixa, ut figura exhibet, distat a polo magis, quam zenith, & eam auget, ubi eadem sit polo propior. Ut eam inveniamus, patet PO æqualem esse PL basi trianguli sphærici rectanguli PML , adeoque erit MO differentia basis PL , & lateris PM . Porro ex Trigonometria sphærica est, ut radius ad cosinum lateris ML , ita cosinus lateris PM ad cosinum basis PL . Quare ut radius ad suum excessum supra cosinum lateris ML , nimirum ad sinum versum ipsius lateris, ita est cosinus lateris PL ad differentiam cosinum.

Ejus effectus determinatio generalis .

141. Est autem theorema notissimum, quod in infinitesimali etiam Geometria frequentissimi est usus, ubi bini arcus parum admodum inter se differunt, esse sinum majoris ad radium, ut est differentia cosinum ad differentiam ipsorum. Sic in fig. 12. si arcus bb' , bt parum admodum inter se differant, angulus $b'ta$ parum admodum differet a recto, & $b'ti$ parum admodum a complemento anguli zta , adeoque ab angulo tax ; quamobrem erunt
 ad

ad sensum similia triangula $b'it$, zta , eritque $b'i$, sive dz differentia cosinum ad , az arcuum bb' , $b't$ ad bt differentiam arcuum ipsorum, ut est tz sinus majoris bt ad radium at ; adeoque erit in fig. 19 sinus PL ad radium, ut est differentia cosinum PM , PL , ad differentiam MO arcuum ipsorum. Collatis hisce inventis, altera hinc altera in fine numeri præcedentis binis rationibus, erit ex æqualitate perturbata sinus PL ad cosinum PM sive proxime ipsius PL , ut est sinus versus lateris ML ad differentiam MO . Cum igitur in quovis arcu sit sinus ad cosinum, ut radius ad cotangentem; sit autem PL distantia Fixæ a polo, cujus complementum est declinatio ejusdem Fixæ habens pro tangente cotangentem ipsius PL , & ML metiatur inclinationem axis ad planum sectoris, assumpto itidem sinu arcus exigui pro arcu, habebitur hujusmodi theorema. *Ut radius ad tangentem declinationis Fixæ, ita est sinus versus anguli, quo axis telescopii inclinatur ad planum sectoris, ad sinum erroris inde orti in determinanda distantia a zenith.*

142. Porro ex hoc theoremate patet, fore errorem directe conjunctim ut est tangens declinationis Fixæ, & sinus versus inclinationis axis, qui sinus versus, cum sit ut quadratum chordæ (est enim tertius post diametrum, & chordam) chorda autem in arcu exiguo sumi possit pro sinu, habebitur itidem, esse errorem in ratione composita ex simplici tangentis declinationis, & duplicata sinus inclinationis axis; unde constat in stellis proximis zenith, quarum declinatio prope æquatorem evanescit, accedendo vero ad polum, accedit ad quadrantem, tangente ipsius in primo casu evanescente, in secundo crescente in infinitum, in regionibus æquatori proximis eum errorem evanescere, in regionibus polo propioribus augeri plurimum; quod quidem alia methodo deduxit Bouguerius.

143. Ut videamus, quantus error in casu nostro oriri potuisset ab inclinatione axis minorum etiam trium, qua nostra inclinatio semper extitit minor in Fixa, quæ tribus etiam gradibus a nostro zenith distitisset polum versus,

& de

Ratio in qua is error crescat, vel decreascat.

Calculus pro eo errore in casu nostro, qui evadit nullus.

& declinationem habuisset graduum 45, qua minorem habuit ipsa α Cynci, & multo adhuc minorem μ Ursæ, res admodum facile definitur, cum tangens graduum 45 sit æqualis radio. Nimirum sinus erroris æquabitur sinui verso inclinationis axis, sive in casu nostro minorum trium. Sinus versus minorum trium ad radium 10000000 est 4, & sinus unius secundi est 48. Quare error, qui committi potuit, fuit in omnibus observationibus minor, quam $\frac{4}{48}$, sive $\frac{1}{12}$ unius minuti secundi.

Error ejusmodi ad sensum nullus etiam sub polari circulo.

144. Quod si sub polari circulo observetur stella, quæ adhuc uno gradu, & dimidio accedat ad polum magis, ut idcirco ejus declinatio sit graduum 68, deviatio autem axis a parallelismo sit minorum etiam 6, adhuc tamen error infra minutum secundum continebitur. Est enim radius 10000000 ad tangentem graduum 68 = 24750869, ut sinus versus minorum 6 = 16 ad 39. 6, quod est minus sinu 48 unius secundi. Porro deviatio minorum 6 in sectore pedum 9 removisset alterum caput axis telescopii a plano sectoris magis, quam alterum, per lineas 22. $\frac{1}{2}$, sive fere per duos pollices, qui quidem error in instrumento cum mediocri etiam diligentia constructo timeri omnino non potest, ut adeo constet, in hujusmodi observationibus, quæ fieri solent per instrumenta longiora, ibi etiam, ubi maximus error deberet esse. Nam ultra polarem circulum nullæ huc usque observationes ejusmodi sunt institutæ, ipsum omnino timeri non posse. Quanquam in quadrantibus minoribus negligentius constructis, in quibus inclinatio axis multo major esse potest, error itidem possit hic etiam apud nos multo major evadere, ut & alii errores ex pravo usu sectoris eo vitio laborantis oriri possunt.

Error ex declinatione plani sectoris a plane verticali.

145. Et hæc quidem de axis inclinatione constituto sectore in plano meridiani; quod si axis quidem inclinetur non sit, sed planum sectoris inclinetur nonihil, limbo retinente directionem lineæ meridianæ, limbus quidem habebit in eadem fig. 19 positionem $A'B'$ parallelam AB , sed

sed pendulum GD distabit ab ipso limbo $A'B'$ per rectam El æqualem RF^A , & collineando per $F'G$ in L' , referendo autem filum perpendiculariter ad I , metiemur angulum a tangente $F'I$, sive a tangente RE , adeoque habebimus distantiam a zenith ZM pro distantia ZO . Quare cum in hoc casu angulus $F'GR$ metiatur inclinationem plani sectoris ad planum meridiani, pro hac inclinatione habebitur eadem prorsus proportio, quæ prius habebatur pro inclinatione axis. Nimirum si planum illud tribus etiam minutis hîc apud nos inclinatum fuisset, quo casu filum penduli debuisset distare a limbo fere per unum pollicem, adhuc error inde committi potuisset minor duodecima parte minuti secundi. Tam immanis error in inclinatione plani sectoris, immo ne is quidem, qui filum penduli removeat a limbo per unam lineam, timeri omnino non potest, ne ab oscitante quidem Observatore, qui tamen adhuc nullum in distantia Fixæ inde definita errorem parere potuisset. Illud tantummodo in eo casu timendum fuisset, ne nimia distantia parallaxim effugere, & filum penduli satis accurate perpendiculariter referre ad planum limbi, impediret. Adhuc tamen in nostris observationibus nulla unquam distantia fili a limbo fuit major ea, quæ necessaria erat ad id tantummodo, ut limbus a filo nequaquam contingeretur, sed libere penderet.

146. Reliquum est, ut videamus, quid secum ferat declinatio limbi a ductu lineæ meridianæ. Sit igitur $a'b'$ limbus sectoris jacens quidem in plano verticali ita, ut filum penduli GD transeat per ipsum in E , sed is declinet a ductu lineæ meridianæ AB angulo AEF' . Pro distantia $Z'O$ a zenith habebitur distantia ZL' , sive, si polo Z concipiatur arcus $L'QL'$ occurrens meridiano in Q , habebitur ZQ , & OQ erit error, qui erit differentia ipsarum MO , MQ , si Fixa jacet ad partes oppositas polo P , ut figura exhibet; esset autem earum summa, si jaceret versus polum, & in utroque casu augeter distantiam a zenith.

Error, quem patit deviatio limbi a directione lineæ meridianæ.

Ejus determina-
tio generalis .

147. Porro , utcumque magna sit differentia arcuum PL' , PZ , & angulus AEF' , sive $L'ZQ$, quo declinat sector a plano meridiani, definiri potest error OQ . Nam in triangulo PZL' datis PZ , PL' , & angulo ad Z , qui est complementum deviationis $L'ZQ$ ad duos rectos in primo casu, quem exhibet figura, & esset ipsa deviatio in secundo casu, habetur ZL' , nimirum ZQ , & ejus differentia a ZO excessu ipsius PL' supra PZ in primo casu, defectu in secundo, relinquit errorem quæsitum OQ .

In casu distan-
tiaz a zenith exi-
guz, & devia-
tionis exiguz
principium in-
vestigations .

148. In casu autem, in quo exigua sit ZL' , & angulus $L'ZQ$ exiguus, id inveniri poterit facilius hoc pacto. Habeatur superficies $L'ZQ$ pro plana, & erit ZL' distantia a zenith observata per sectorem ad MQ , ut est radius ad sinum versum anguli $L'ZQ$, sive deviationis limbi. Præterea est ZL' ad $L'M$, ut radius ad sinum anguli ipsius $L'ZQ$, & per num. 141 est radius ad tangentem declinationis, ut sinus versus arcus $L'M$ ad sinum MO , cujus differentia ab MQ , vel summa exhibet errorem quæsitum.

Ejus determina-
tio pro hoc ca-
su .

149. Patet inde ipsam MQ esse directe, ut est ZL' distantia a zenith, & ut est sinus versus deviationis limbi, qui est, ut quadratum sinus recti ejusdem, nimirum, donec is est exiguus, ut quadratum ipsius anguli. Adeoque MQ est in ratione composita ex directa simplici distantiz a zenith, & directa duplicata deviationis penduli. Ipsius quoque MQ ratio ad MO facile eruitur hoc pacto. Sit distantia a zenith $ZL'' = d$, sinus rectus deviationis limbi $= s$, radius tabularum $= r$, cui ponatur æqualis radius sphæræ GM , tangens declinationis dicatur t , erit $L'M = \frac{ds}{r}$, & sinus versus anguli $L'ZQ$ exigui proxime $\frac{ss}{2r}$, adeoque ut r ad $\frac{ss}{2r}$, ita $ZL' = d$ ad $MQ = \frac{ssd}{2r^2}$. Sinus autem versus $L'M$ tertius post $2r$, & chordam $L'M$, erit $\frac{dds}{2r^2}$. Quare sinus MO erit $\frac{dss}{2r^4}$, quæ erit expressio ipsius MO æqualis proxime suo sinui. Hinc MQ ad MO , ut $\frac{ssd}{2r^2}$ ad $\frac{dss}{2r^4}$, nimirum

mirum ut rr ad dt , vel ut $\frac{rr}{d}$ ad d . Cumque sit $\frac{rr}{d}$ cotangens declinationis, cujus t tangens, nimirum tangens distantie Fixæ a polo, sumpta quoque pro ZL' sua tangente, erit MQ ad MO , ut tangens distantie Fixæ a polo, ad tangentem distantie ejusdem a zenith, quod quidem theorema haud difficulter demonstraretur habita lineola MOQ pro recta, & producta donec occurrat rectis GZ , GP , & determinet tangentes arcuum ZQ , PO , sive ZL' , & PL' ; demonstrari enim posset esse MQ proxime tertiam post duplum prioris, & ML' , at MO tertiam post duplum posterioris, & eandem ML' , adeoque esse illam ad hanc, ut est tangens PL' ad tangentem ZL' ; unde patet & illud, esse MO admodum exiguam respectu MQ .

150. Hinc jam facile est pro data quavis distantia Fixæ a zenith, & deviatione limbi definire aberrationem OQ . Sed videndum prius, qui error in deviatione limbi a positione lineæ meridianæ timeri possit. Si alterum extremum A congruat cum linea meridiana, & alterum B ab ea distet per unam lineam, ea distantia in linea meridiana pavimenti est maxime notabilis. Sæpe enim experti sumus etiam dimidiam conversionem unius e cochleis IF figuræ I accessum, vel recessum gignere admodum sensibilem; erant autem singulæ spiræ ejus cochleæ minus crassæ, quam per unam lineam. Porro cum digiti 14 , quæ est longitudo AB , contineant lineas 168 ; figuræ 19 , si fiat ut 168 ad 1 , ita radius 100000 ad quartum 595 , prodit sinus deviationis, quæ remanet minutorum 20 . Igitur error 20 minutorum in ejusmodi deviatione ab Observatore non penitus oscitante timeri non potest.

Quæ deviatio limbi timeri possit.

151. Sit jam distantia Fixæ graduum trium, sive secundorum 10800 , angulus autem deviationis sit $20'$. Erit ut radius = 10000000 ad sinum versum $20' = 170$, ita arcus ZL graduum trium, vel secundorum 10800 , ad MQ , quæ prodit 0.18 . Factis autem ut tangens distantie a polo nobis minimæ graduum 45 ad tangentem gr. 3 ,

Calculus pro errore, qui inde oriri posset, qui est hic perquam exiguus.

sive ut 1000 ad 5, ita 0. 18 ad quartum, prodit pro MO fractio insensibilis, adeoque error $\frac{20}{1000}$ utralibet ex parte assurgeret ad 18 centesimas unius secundi, sive ad sextantem ejusdem circiter. Sed imminuta distantia a zenith, & angulo deviationis adhuc magis, omnem hinc itidem error sensum effugiet.

Posse tamen ex-
crescere.

152. Patet tamen vel hinc illud, ab hoc errore cavendum multo magis, quam a reliquis binis prioribus; si enim meridiana ducta a vero situ deflectat aliquanto magis, & aliquanto magis distet limbi positio ab ejus ductu, potest error excrescere ita, ut contemni non possit; cum nimirum sit in ratione duplicata anguli deviationis, adeoque in deviatione triplo majore, quam eam supposuimus, quæ nimirum assurgat ad unum gradum, & quæ ob brevitatem transversæ regulæ, unius nimirum pedis, minus est sensibilis, quam sit deviatio axis telescopii longi pedes 9 a plano sectoris, error potest unum minutum secundum excedere, & is error semper auget distantiam a zenith. Deinde patet & illud, in stellis remotioribus a zenith hunc errorem multo magis augeri; augetur enim, donec spheræ superficies sumi potest pro plana, in ratione distantiae ipsius, & in majoribus etiam distantis non quidem in ea ratione, sed tamen augetur plurimum, dum contra in distantis exiguis minuitur plurimum.

Quid maxime
cavendum in Fi-
xis propioribus
zenith, quid in
remotioribus.

153. Ex utroque capite colligitur facile illud, ubi observandæ sint Fixæ polo proximæ, curandum, ut limbus instrumenti habeat ad sensum positionem meridianæ lineæ prius ductæ, non expectandum, ut Fixa ad filum appellat momento suæ culminationis; contra vero, ubi observantur Fixæ remotiores a zenith, curandum hoc secundum magis, quam illud primum. Nam exiguus error in momento culminationis, sive determinando per calculum, sive observando in Fixis proximis zenith, quæ celeriter azimuthum mutant plurimum, potest in deviatione limbi parere aberrationem admodum ingentem, quæ ingentem errorem secum trahit, & contra exiguus error in angulo,

lo,

lo, quo limbus inclinatur, ingentem in remotioribus Fixis errorem secum trahit, ut vidimus, sed is ingens etiam inducit discrimen inter appulsum ad filum telescopii, ac appulsum ad meridianum, adeoque, cognito culminatio- nis momento, etiam deviatio limbi multo minor evita- tur, ac una cum ipsa evitatur error, quem ea inducit.

154. Et hoc quidem pacto videor mihi aliquanto dili- gentius hoc argumentum pertractasse, quam alii, qui huc usque in eodem versati sunt, præstiterint, & nostras observationes astronomicas ab omni errorum periculo vindicasse. Illud nunc superest, ut innuam, quo pacto ob- servationibus ipsis institutis ope sectoris utendum sit, ubi eæ adhibentur ad determinandam mensuram gradus, quod nos præstitimus. Si eodem momento bini Obser- vatores ad bina extrema puncta arcus cælestis definiendi in gradibus, minutis, & secundis definiant ejusdem Fixæ distantiam a suo zenith, summa distantiarum, si ea in loco australiore jaceat ad Boream, in borealiore ad Au- strum, differentia vero, si utrobique ad eandem jaceat cæli plagam, exhibebit arcum ipsum cælestem, ut pa- tet. Id quidem Condaminus demum, atque Bouguerius præstiterunt una cum ipso, quanquam oportuisset sane plures adhuc ejusmodi simultaneas observationes pluri- bus noctibus peregrisse, si ex iis solis, ut inter eos conve- nit, arcus cælestis magnitudo definiri debuerit, ut alia- rum errorculos aliæ corrigerent.

Usus observa- tionum contem- poranearum ad ma- gnitudinem ar- cus cælestis defi- niendam.

155. Et id quidem, quod nemo ex aliis Observatoribus ante ipsos præstiterat, omnino necessarium erat, ante quam omnes Fixarum motus cogniti essent, ut tum qui- dem eorum aliqui erant ipsis incogniti. Cum enim inte- rea, dum instrumentum ex altero in alterum transfertur locum, Fixæ, quæ suos itidem motus habent, locum mu- tent nonnihil, patet in errorem induci eum, qui distan- tiam unius zenith ab alio deducat per eorum distantiam a binis cæli punctis, in quibus Fixa eadem fuit, incognita eorundem punctorum distantia a se invicem. Fieri enim debet,

Ignoratis Fixa- rum motibus con- temporaneas ob- servationes esse necessarias.

debet, quod ipsis contigit, ut reductione rite facta per ejusmodi motus, & observationibus ad idem commune tempus reductis eæ maxime inter se discrepent, quæ prorsus congruere videbantur, & quæ congruunt, eæ sint, quæ maximè inter se discrepantes videbantur.

His cognitis id non esse necessarium, esse autem minus expeditum.

156. Verum cum ex una parte jam notissimos habeamus omnes Fixarum motus, & ex altera ad simultaneas observationes bini requirantur sectores, & vero etiam major Observatorum numerus, singulas enim observationes bini multo facilius, & accuratius perficiunt, quam singuli; supervacanea prorsus evasit ejusmodi cura, quam ob causam eodem nos sectore observationes peregimus & Romæ, & Arimini, ac observationes ipsas ad commune tempus rededimus, quod & Academici Parisienses omnes in postremis hisce perquisitionibus demum præstiterunt. Id vero etiam ex eo capite satis est opportunum, quod redactis ad idem tempus observationibus omnibus ejusdem loci, videre licet, an eæ ipsæ inter se consentiant, nec ne, quod in simultaneis, & non redactis ad idem tempus observationibus videre non licet.

Tres Fixarum motus hic considerandi: Primo quidem æquinotiorum præcessio.

157. Tres autem sunt, ut & ego in primo opusculo innui, & Mairius in secundo, Fixarum motus, qui hic considerari debent, nam diurnus communis, qui fit circa axem æquatoris, nihil turbat locum appulsus ad meridianum, a quo pendet in appulsu ipso distantia a zenith adhibenda ad arcum cælestem determinandum. Primus, & omnibus Astronomis dudum cognitus, est is, qui dicitur Præcessionis æquinotiorum, quo puncta æquinotialia regrediuntur singulis annis per zodiacum per 50 secunda. Eo motu Fixæ omnes progrediuntur motu annuo secundorum 50 in Orientem per circulos parallelos Eclipticæ; quo quidem motu latitudinem non mutant, mutant tamen longitudinem, ascensionem rectam, & declinationem. Cæteræ mutationes nihil faciunt ad rem nostram, postrema sola mutat locum appulsus ad meridianum. Norunt autem Astronomi, quo pacto dato loco Fixæ, five

sive data ejus longitudine, & latitudine, vel ascensione recta, & declinatione, ex progressu annuo in longitudinem per 50", derivari debeat mutatio annua declinationis, nimirum accessus ad polum, vel recessus. Quare, si observatio dato quodam tempore peracta reducenda sit ad aliud datum tempus, patet, quantum distantiae a zenith pro primo illo tempore per observationem definitæ addendum sit, vel demendum, prout vel accedendo ad polum, vel recedendo ab ipso, recesserit etiam a zenith, vel accesserit.

159. Reliqui duo motus debentur incredibilis & patientiæ, & solertiæ Astronomo Bradleyo, cujus ob ea præclarissima sane nostri ævi comperta debet plurimum omnis posteritas, & cum Astronomicis elementis perennem etiam nominis celebritatem servabit. Alter dicitur aberratio luminis, alter nutatio axis. Et quidem prior ille, qui multo est major, multo itidem accuratius, tum per observationes, tum per theoriam definitus ita jam constat, ut nullus in definienda aberrationis magnitudine dato tempori debita error timeri possit. Eum motum præter ipsum inventorem suum Bradleyum plures jam, & Astronomi, & Physici ita illustrarunt, ut notissimus sit. Eo nimirum Fixa quævis apparet nobis delata motu annuo per circellum parallelum plano eclipticæ, cujus diameter est secundorum 20, & in quo circulo ipsa Fixa occupat punctum, quod per quadrantem est orientalius eo, in quo in Eccliptica est Sol respectu Terræ, vel occidentalius eo, in quo est Terra respectu Solis. Is autem circellus e Tellure oblique visus, & ad superficiem relatus sphæræ Telluri concentricæ abit in ellipsim, cujus axis major perpendicularis circulo latitudinis, & parallelus plano eclipticæ est secundorum 40, axis autem minor congruens cum ipsa perimetro circuli latitudinis, est ad axem majorem, seu ad 40", ut est sinus latitudinis centri ad radium.

Aberratio luminis, & nutatio axis debet Bradleyo. Prioris idea.

159. Norunt jam itidem Astronomi, quo pacto vel per con-

Notum Astronomis quos prior effectus pariat.

constructionem, vel per calculum erui possint ex motu in eo circulo, vel in ea ellipsi mutationes omnes tam longitudinis, quam ascensionis rectæ, & declinationis, quem in usum & formulas exhibuit admodum opportunas in Parisiensis Academiæ Commentariis ad annum 1735 summus nostri ævi Geometra Clerautius. Idem autem argumentum, & ego persecutus sum dissertatione edita anno 1742, ubi & parallaxeos annuæ seorsum considerata, & aberrationis considerata seorsum, & utriusque conjunctæ simul determinavi effectus, in quibus omnibus tribus casibus ejusdem prorsus formæ, & positionis ellipsis describitur, cum eo solo discrimine, quod ad idem ellipseos punctum in primo, & secundo casu appellitur intervallo trium mensium, in tertio vero casu tempore intermedio magis accedente ad alterum ex iis temporibus, prout parallaxis, vel aberratio luminis prævalet magis. Sed jam ex observationum consensu cum sola luminis theoria constat, parallaxim nullam haberi ad sensum, & solam hanc aberrationem luminis annuam deprehendi posse. Definita autem mutatione declinationis dato tempore debita per hujusmodi theoriam, patet definiti correctionem debitam altitudini dato tempore observatæ, ut reducat ad aliud itidem datum tempus.

Nutatio axis minus accurate cognita per theoriam unde ortum ducatur.

160. Bradleyanam hypothesim nutationis axis videre est in diario Trevulsiensi ad an. 1748. mense Octobri. Is motus haud ita facile satis accurate definitur ex theoria, quæ admodum sublimis est, ac principiis nondum satis notis innitur; pendet enim, ut & annua æquinoctiorum præcessio, ab actione Solis, & Lunæ in eam terrestris molis partem, quæ affurgit a polis ad æquatorem supra sphericam formam. Adhuc tamen, cum admodum exiguus sit, abunde, quod ad rem præsentem attinet, per observationes innotuit.

Ea ex observationibus satis ad rem præsentem definita.

161. Is motus ut eum Bradleyus deduxit ex observationibus, est hujusmodi. Ponit, locum verum poli æquatoris describere circa punctum quoddam, quod sit ejus

ejus locus medius circulum, cujus diameter fit secundorum 9, quem quidem eodem tempore percurrat locus verus poli, quo absolvitur periodus nodi lunaris, nimirum proxime annis 18, fit autem in eo ejus circuli puncto, quod per tria signa fit promutius loco nodi ascendentis Lunæ, ut nimirum, id respondeat principio cancri, dum nodus Lunaris est in initio Arietis, ac proinde nodum Lunæ regredientem consequatur semper, & ab ipso dirigatur quodammodo & rapiatur post se. D'Alambertus, qui Præcessionis æquinoctiorum theoriam sublimi calculo investigavit, & ibidem de ipsa nutatione axis, quæ ad eam nimirum pertinet, egit calculi ejusdem ope, circulo ellipsim substituit non ita parum compressam, sed observationes Bradleyanæ motum exhibent vel circularem, vel parum admodum a circulari recedentem.

162. Quidquid de eo sit, si observationes non ita longo tempore a se invicem distent, nullus sensibilis error ex diversa circularis, vel elliptici motus hypothese poterit in eas unquam irrepere, cum tota per annos 9 mutatio loci sit tantummodo secundorum 18, ac variatio diversarum hypotheseum admodum pauca secunda pro annis 9 secum ferat. Eo autem motu fit, ut polus æquatoris quovis tempore accedat ad alias e Fixis, recedat ab aliis magis, vel minus pro diversa earum positione ad directionem arcus, qui tum describitur, plurimum nimirum ad eas, quæ sunt in circulo maximo tangente arcum, qui tum a poli loco vero describitur, ac minus, quo magis recedunt ab ipso cæteris paribus, ut si potius sint in circulo maximo transeunte per arcum descriptum, & perpendiculari ipsi arcui, ad eos tum nihil accedat, nec ab iis recedat ad sensum. Iis autem accessibus, vel recessibus fit, ut cæ Fixæ declinationem mutant, adeoque distantiam ab ejusdem loci zenith.

Nihil timendum inde ob motum nimis exiguum. Quid eo motu fiat.

163. Hinc patet in nostro casu, nihil ab ejusmodi Fixarum motibus timeri posse. Nam priores bini accuratissime cogniti sunt, tertius ejusmodi est, ut si quod du-

Nulla ejus motus ratio hic habita, habita utriusque e reliquis binis.

M m

bium

bium de accurato ejus valore superfit, nullum errorem in casu nostro secum trahat vel ex eo capite, quod Romanæ nostræ Observaciones priores ab Ariminenſibus minus diſtiterint, quam duorum mensium intervallo, quo quidem motus poli æquatoris, ubi etiam maximum parit accessum ad Fixam, vel recessum ab ea, non nisi exiguam minuti secundi fractionem secum ferret. Sed in nostro casu illud etiam accidit perquam opportune, quod utraque e Fixis a nobis adhibitis fuit hinc, & inde a loco poli medio proxima circulo perpendiculari arcui ab eo descripto, ut distantia ejusdem ab iis Fixis per id tempus fuerit fere stationaria, ac proinde non tantum inter priores Observaciones Romanas, & Observaciones Ariminenſes nulla distantiae mutatio, cujus ratio duci debeat, sit facta, sed ne inter priores quidem, & posteriores Romanas mutatio ipsa exiguam minuti secundi fractionem exceſſerit. Ac eam ipsam ob causam in reductione observationum omnium ad diem 4 Martii Mairius correctionem ex nutatione axis jure omisit, ut ipse monet opusculo 2. num. 43, ubi dum affirmat se in ejusmodi reductione habuisse rationem solius aberrationis luminis, loquitur tantummodo de binis Bradleyanis motibus, non etiam de æquinoctiorum præcessionem, cujus nimirum rationem utique habuit, & observationes reductas ad quartam Martii ab utroque hoc motu præcessionis æquinoctiorum, & aberrationis luminis correctas exhibuit.

Fixarum hic adhibitarum oportunitas.

164. Porro quod ad Fixarum, quas delegimus oportunitatem pertinet, accedit & illud, quod cum jaceant ad plagas fere oppositas respectu poli æquatoris, & æclipticæ, tam præcessio æquinoctiorum, quam aberratio luminis alteram, nimirum α Cygni, eodem tempore admovebat polo, alteram nimirum μ Ursæ removebat, ut & illud, quod hæc posterior Fixa interjacet inter bina zenith, illa prior respectu utriusque ad Boream jacet, & idcirco summa distantiarum a zenith in posteriore, differentia in priore distantiam exhibet binorum zenith.

Nam

Nam inde fit, ut consensus in eadem distantia, sive in arcu cælesti definiendo, duorum testium inter se adeo in omnibus suis affectionibus discordium, majorem fidem promereri videatur.

165. Porro quantus sit is consensus, patet omnino ex iis, quæ dixi sub finem opusculi primi, ubi plures exhibui combinationes observationum, quæ arcum cælestem nostrum definiunt. Eas hîc iterum unico intuitu conspiciendas, & in tabellam digestas proponam, eruuntur autem ex iis, quæ in secundo opusculo habentur a num. 43 ad 46, si observationum, quæ Romæ secundo sunt habitæ sumatur medium, & refractionis correctio adhibeatur eadem, ac prioribus est adhibita.

Observationum consensus :

Distantia a Zenith		
Ex Observationibus	α Cygni	μ Ursæ
Romanis prioribus	2° 30' 20". 7	0° 50' 0". 8
Ariminensibus	20 34. 6	1 19 46. 6
Romanis posterioribus	2 30 23. 4	9 49 59. 4
Arcus ex {	1, & 2	2 9 46. 1
	2, & 3	2 9 48. 8
		2 9 47. 4
		2 9 46. 0

166. Hinc autem si sumatur media quatuor arcuum, quorum priores duo pertinent ad α Cygni, posteriores ad μ Ursæ apparet observationum consensus. Habetur enim.

Plura media, & medium omnium

Ex 1 & 2	2° 9' 47". 4
Ex 1 & 3	2 9 46. 7
Ex 1 & 4	2 9 46. 0
Ex 2 & 3	2 9 48. 2
Ex 2 & 4	2 9 47. 4
Ex 3 & 4	2 9 46. 7
Ex omnibus simul	2 9 47. 0

M m 2

Ab

Quam parum distent reliqua ab omnium medio.

167. Ab hac nimirum determinatione omnium media, reliquarum sex binæ tantum distant per unum minutum secundum (quarum quidem etiam sine hoc dissensu ratio minima habenda esset , cum eæ nimirum & diversas stellas , & diversa observationum tempora contineant , reliquis vel stellam habentibus communem , vel tempus ,) reliquæ omnes per minuti secundi fractionem , quod quidem , & nostras observationes omnes , & sectorem nostrum , quibus habitæ sunt , & Bradleyanam theoriam , cui consensus innititur , mirum in modum confirmat .

Quid & observationes , & sectorem commendat.

168. Verum quod observationes per nostrum sectorem habitas commendat plurimum , est & illud , quod in singulis seriebus observationum sive Arimini , sive Romæ habitarum semel tantum habetur unius secundi dissensus a medio . Quod autem sectorem ipsum & a reliquis distinguit , & plurimum commendat , est illa mobilis regula in limbo , qua fit , ut & observatio , & rectificatio multo accuratius , quam in ullo alio sectorum genere æque accommodatorum ad omnès Fixas vertici proximas observandas , & quidem facile præstari possint . Accedit illud , quod in aliis sectoribus , in quibus telescopio adjungitur micrometrum , duplex habetur scala rectificanda , altera divisionum in limbo designatarum , vel arcus assumpti per partem aliquotam , dum comparantur cum radio sectoris , altera partium micrometri , dum comparantur cum axe telescopii ; dum hîc per unam partium laminæ mobilis scalam omnia perficiuntur . Accedit autem & suspensionis , ac dispositionis simplicitas , & firmitas , qua fit , ut per cochleas illas figuræ primæ admodum facile positionem debitam acquirat sector , & brevissimo tempore converti possit , ac debitam positionem recuperare , quam semel acquisitam ope binorum illorum ponderum tenacissime servet . Sed de ipso sectore , & observationibus per ipsum habitis jam satis .

C A P U T S E C U N D U M.

De Quadrante.

169. **I**N iis, quæ ad quadrantem pertinent aliquanto minus immorabor, quam in sectore describendo fecerim, tum quod in ipso quadrante minus multa sunt, quæ a communi quadrantum usu discedunt, tum quod observationes, quæ ipsius ope instituuntur, minus delicatæ sunt, ut nimirum errores etiam aliquanto majores admissi ibidem, multo minorem secum trahant errorem in determinando meridiani gradu. Eâdem tamen methodo utar, ut primo loco describam ea, quæ in ipso quadrante notatu digna esse censeo, tum agam de ipsius rectificatione, ac demum de observationibus habitis ejus ope, quæ quidem omnia nec adeo brevi evolvi possunt.

Capitis argumentum :

170. Quadrantem exhibeo in tabula 3. Nimirum ipsum quadrantem cum pede suo habet figura 1 in positione obliqua. Ibi autem deest & machinula, quæ in centro excipit filum penduli pro positione ejus verticali, & regula, quæ mobile telescopium circumfert in positione horizontali, vel obliqua. Figura 2. continet machinulam ipsam, quæ centro apponitur, & filum penduli sustinet, ac impedimentum etiam, quod apponitur ante ipsum pendulum, ut id a vento protegatur. Figura 3. refert primum limbi gradum divisum in minuta. Figura 4. machinamentum, quod ad omnes quadrantis motus conducit habendos expeditissimè, & accuratissimè. Figura 5. quadrantem refert cum sua regula mobili, & machinamento quodam ipsi adjecto tum ad ipsum rectificandum, & divisiones limbi inter se conferendas, tum ad observationes ejus ope accuratius instituendas.

Quid referant priores quinque figurae.

171. Quoniam autem figura ipsa quinta ita exiguas exhibet ejus machinamenti partes quasdam, quas ego quidem & novas arbitror, & admodum utiles, ut

Quid tres inferentes.

fatis

fatis discerni non possint, idcirco eas seorsum delineatas propono in fig. 6, 7, & 8. Sexta quidem continet tubulum lentis ocularis, quem converto circa axem quandam ita, ut eo summoto apparere possit vitrum in media regula ita positum, ut limbum contingat, & per rectam lineam in inferiore sui superficie designatam denotet minuta, ac secunda: septima continet machinulam, quæ ope cochleæ promovet regulam mobilem, & easdem hic vices gerit, quas in sectore cochlea laminam mobilem promovens. Utrobique autem habetur circulus cum indice micrometri munus habens. Octava clarius exprimit, qua ratione hæc ipsa machinula quadrantis limbo adnectatur.

Quadrantis descriptio
Tab. 3. F. 1.

172. Exprimit igitur figura 1 quadrantem, in quo limbus *ADIKFEB* est ex aurichalcho superinducto ferreæ regulæ, cui ferruminatus adhæret, divisus in gradus, & dena minuta, ac ope transversalium rectarum, & circulorum concentricorum in singula minuta de more. *AC*, *IC* sunt binæ ferreæ regulæ, quarum posterior & longior est aliquanto, & telescopium habet affixum cum micrometro mobili in *M*. In *C* habetur foramen rotundum, ut monui excipiendæ regulæ ferreæ, vel machinulæ sustinenti filum penduli. *EGHF* est regula, qua totus quadrans connectitur, & innititur fulcro *TVX*. Ea ad majorem firmitatem habet tam ad latus *EG*, quam ad latus *FH*, regulam transversam, quarum posteriorem figura exhibet in *FHbf*. Est autem *TtQ* cylindrus, qui ope verticuli cujusdam in *t*, quem fig. 4. exhibet, connectitur cum regula *GEFH*, & ope trium elasticarum laminarum quibus inseritur, & quibus adstringitur per tres cochleas in *t*, *u*, *s*, & connectitur cum recipiente *TVS* connexo cum mole aurichalchica *TV*, quam excipit caput fulcri lignei *TVX*. Tres autem habet ipsum fulcrum pedes cum cochleis *YZ* de more, quibus nonnihil elevatur, aut deprimitur, vel inclinatur.

Ra-

173. Radius AC est pedum parisiensium proxime trium: Plurium partium mensura. regularum ferrearum crassitudo linearum s , latitudo regulæ AC , & IC linearum 30, regulæ EH 36, limbi ADK 33, transversalium $HbfF$ 20. Porro limbus quidem accurate complanatus est, nec ipse, nec tota machina, quidquam inflectitur. Inflectebatur nonnihil in t , antequam transversas regulas $HbfF$ adjecissem. His idcirco additis, firmissimus evasit quadrans, & omnis flexionis penitus expertus.

174. Fulcrum TVX e durissimo, & compacto ligno crassitudine semipedali firmissimum fieri curavi, Fulcri descriptio, & firmitas. ut per montes impune posset vagari. Pedes tres Zz itidem crassum cum media columna TXV arte connectuntur ope plurium cochlearum, ita tamen, ut ad faciliorem transportationem avelli possint, laxatis cochleis, ut & cochleæ YZ e crassiore ferro itidem extrahi possunt, & seorsum deportari. Nexus singulorum pedum cum columna media est duplex, alter ope clavi ferrei longioris rotundi quadratum habens caput in z , cujusmodi unum figura exhibet, & ex parte opposita procurrentis, ut in x , ubi convexam habet cochleam, quæ ope alterius cavæ adstringitur, alter in z' ex inferiori parte. Ex anulo ferreo, quo infra x adstringitur columna lignea, excurrunt ferrea brachiola cum foraminibus rotundis, quæ respondent spiræ cavæ ferreæ immissæ in ipsum pedem supra z' : in eam per id foramen immittitur cochlea convexa, & pedem columnæ adstringit ita, ut totum fulcrum evadat firmissimum. Totum machinamentum TtQ & PQR exponam in fig. 4.

175. Telescopium LO cum regula IN curavi longius Telescopium eur radio longius. radio quadrantis excursu fere pedali, quia ex una parte in exiguo illo excursu, & regulis ferreis crassioribus flexionem, quæ angulos erroneos redderet timere non poteram; ex altera vero parte erat animus ingentibus triangulis uti, quod & contigit, latere inter Sorianum, & Perusinum montem accedente ad miliaria 60. Aliquanto longius telescopium volui, quo certius dignosci possent signa in summis montibus ad collineandum disposita.

Ob-

Objectivum vitrum in *O* adnexum est firmissime summæ regulæ *N*, ut & micrometrum in *M*. Tubus omnis ex aurichalchi lamina tenui constat, sed in *O*, ubi est objectiva lens, & in *M*, ubi micrometrum excipitur, massa aurichalchica regulæ ferreæ adnexa est admodum crassa ad firmitatem.

Micrometrum telescopi fixi.

176. Micrometrum in *M* alteri ex iis massis ope 4 cochlearum arcte adstringitur, ejusmodi autem est ibi, ut habeantur 4 fila tenuissima argentea se ad angulos semirectos decussantia, intra tubulum immissa, respectu cujus moveri non possunt, quæ filo lamella elastica immissa crenæ circa tubulum excavatæ distenta tenet, prorsus ut in figur. 13 tab. 2 in sectoris micrometro factum esse exposui num. 45. Habetur autem & filum uni ex iis 4 filis parallelum, quod ope cochleæ *M* promoveri potest motu parallelo, notante interea indice conversionis partes ope circelli, de more, quæ quidem figura exhibet. Ab omni eo machinamento describendo superfedendum censeo, quia Artifex, qui cætera omnia summa & simplicitate, & dexteritate præstitit, id unum, quod tamen plurimi intererat, executus est methodo admodum composita, & partes ita disposuit, & ejusmodi cochlea est usus, ut prima itineris jactatione motus fili evaserit maxime inæqualis ita, ut per dimidiam conversionem cochleæ vix quidquam promoveretur, nec extra Urbem nancisci potuimus satis idoneum Artificem, qui machinamentum, quod nobis maximo usui futurum fuisset, restitueret. Adhuc tamen usui nobis fuit summo in quadrantis rectificatione pro altitudinibus, ut docebo inferius.

Micrometri motus circularis axem telescopi fixi.

177. Illud autem admodum accurate præstitit Artifex, ut tota machinula habens fila fixa, & filum mobile converti posset circa telescopi axem ita, ut axis cochleæ *M* vel parallelus esse posset plano limbi, vel perpendicularis, vel utcumque obliquus, ut liberet, quod restituto micrometro utilissimum reddit quadrantem pro ob-

observationibus astronomicis pluribus, ut ex. gr. pro capienda differentia declinationis Planetæ cujuscumque & Fixæ, cum possit micrometrum disponi ita, ut filum mobile sit perpendiculare directioni motus diurni, adeoque ejus distantia a filo fixo uno ex illis 4 immobilibus differentiam declinationis exhibere, quem quidem in usum illud præceperam, ut machinula tubo inserta facile converti posset circa axem telescopii.

178. Porro in *M* prope ipsa micrometri fila adest alterum objectivum vitrum, & illud alterum in *O*, non est infixum summo vertici, sed immisum intra ipsum, & alteri tubulo insertum, quem licet nonnihil admove-
Alterum obic-
 tivum vitrum
 cum altero mi-
 crometro.
 vere micrometro *M*, vel inde remove-
 re. Ipsi autem proximum adest micrometrum constans anulo aurichalchico cum binis filis se ad angulos rectos decussantibus, & eodem pacto distentis ope lamellæ elasticæ immissæ in crenam exteriorem ipsius anuli. Is anulus est interpositus binis laminis aurichalchicis, inter quas aptari potest, ut libet, ac elevari, deprimi, & in gyrum agi, ut debita positione semel accepta, cochleis adstrictis, firmissime in eadem retineatur. Ut autem ipsam positionem ante adstrictas cochleas accuratius acquirat, ope lateralium quarundam cochlearum impellitur, ut libet. Sed hæc innuisse sit satis.

179. Eo pacto duplex habetur telescopium, ut nimi-
Telescopium si-
 xum duplex: mi-
 crometrum tele-
 scopii mobilis.
 rum lente oculari ad *L* objecta videantur per objectivum vitrum immisum infra *O*, ac ipsa lente appositæ ad *O* videatur per objectivum vitrum positum prope *M*. Nec vero alterius telescopii objectivum vitrum quidquam ad sensum officit alterius distinctioni, ut ex principiis opticis satis constat. Porro, ut, quæ ad micrometra pertinent, jungamus hic omnia, regula mobilis, quam in fig. 5 exprimit *DCEF*, & quæ telescopium adnexum habet, ea itidem in *Ff* in foco lentis objectivæ habet micrometrum ejusdem generis, constans anulo habente bina fila
 N n se de-

se decussantia ad angulos semirectos ope similis lamellæ elasticæ bene tensa.

Machinula in
centro pro pen-
dulo sustinendo.
Tab. 3. Fig. 2a.

190. Figura secunda exhibet machinulam collocandam in *C* ad suspendendum inde filum penduli. Tota ex auri-
chalcho constat. *LM* est cochlea adnexa cylindro *IKON*,
qui immittitur in foramen *C* figuræ 1, & si libeat e po-
steriore parte adstringitur ope ejus cochleæ. *GH* est cras-
sa amplior circularis lamina crenam habens in *GH*, ex
qua ope fili suspenditur machinula filum penduli a vento
protegens. Eminent superficies *AF* minus ampla nonnihil
elevata, & convexa, in qua est foramen tenuissimum in
C, quod excipit acum *BC*, trajectam per foramen in
brachiolo *ADE* excavatum e regione ipsius *C*. Potest acus
extrahi de more in *B*, & inserta ejus cuspide in no-
dum fili sustentis pendulum iterum immitti in forami-
nulum *C*.

Ejus constructio
accurata.

181. Porro hanc machinulam summa cura ita perfecit
Artifex, ut nihil ulterius desiderari possit. Nam cylin-
drus *INOK* ita accurate tornatus est, ita accurate æqua-
lis foramini *C* figuræ 1, ut licet expeditissime moveri pos-
sit circa proprium axem, nihil prorsus intra ipsum tre-
pidare possit, & nihil omnino in laeus moveri. Ipsum
autem foraminulum *C*, circa quod ille ipse cylindrus
INOK tornatus est ante affixum brachiolum *ADE*, ita
accurate respondet axi ejus cylindri, ut tota machinula
gyrante circa eum axem post adjectum pendulum, qua-
drante in positione verticali constituto, accuratissime
ipsum filum eidem semper limbi puncto respondeat, quod
quidem est maxime necessarium, cum & circulorum in
limbo ductorum centrum sit in ipso itidem axe foraminis
C figuræ 1.

Alia ei similis
pro circulis in
limbo describē-
dis, alia pro re-
gula mobili.

182. Machinulam alteram huic simillimam sine bra-
chiolo *ADE* figuræ 2 perfecit Artifex, in qua foramen in
C aliquanto amplius erat, & profundius in acutissimum
tamen apicem desinens, itidem accuratissime responden-

tem

rem axi sui cylindri *INOK*, in quod altera euspis circini ferrei fidelis immittebatur, altera designante circulos concentricos in limbo figuræ 1, & hac etiam machinula circa proprium axem conversa cuspidis circini eidem descripto circulo accuratissime respondebat. Regula quoque mobilis figuræ 4 cylindrum habet, quem ipsa figura non exprimit, similem prorsus huic *INOK* cylindro figuræ 2, eodem pacto accuratissime elaboratum ad tornum, quo immisso in idem foramen *C* figuræ 1 regula nullum alium habet motum, nisi circulem circa axem eundem, & iis suis punctis ubique tangit limbi circulos, ut adeo punctum, ex quo suspenditur filum penduli, & punctum, circa quod regula mobilis convertitur, congruat accuratissime cum centro circulorum concentricorum. Acum quoque esse rotundam accurate prope cuspidem constat, ut in sectore num. 53. ex eo, quod ejus conversione circa proprium axem nihil prorsus mutetur filii positio.

Tab. 3. Fig. 3

183. Figura 3 exhibet primum gradum divisum in minuta ope transversalium linearum, & circulorum concentricorum de more. *AB* est circuli intimi gradus primus, *CI* primus gradus extimi. Extimum circulum Artifex summa cura in gradus divisit, & ejus divisionis peractæ ope etiam intimum. Primo quidem eodem intervallo, quo extimum circulum descriperat, centro facto in ejus puncto, quod responderet mediæ crassitudini regulæ *ACGB* figuræ 1. abscidit arcum graduum 60 versus *I*, quo bitariam secto adjecit ejus dimidium, & habuit tres arcus tricenorum graduum quadrantem complentes. Hos primum trisecuit de more, tum bissecuit, ac demum inquinas secuit partes, & omnes 90 gradus habuit, quibus binos adjecit hinc citra initium, inde ultra finem, cum aliquot minutis, qui ad regulæ limbum supererant.

Diviso in gradus : schesma gradus primi.
Tab. 3. Fig. 3.

184. Gradus singulos divisit deinde in partes senas, ut hunc primum in fig. 3 in *lc Ca, ae, ef* &c. Applicata regula ad centrum, & ad puncta *C, a, e, f* &c. obtinuit puncta *A, E, F, G* &c. Quare recta *CA* ad centrum tendit, ut iti-

Diviso graduum in minuta per circulos concentricos, & lineas transversales: circulorum determinatio.

dem ad centrum tenderent, si ducerentur aE , eF , fG &c. Ducendas autem curavimus rectas Aa , Ee , Ff , transversas de more, & rectâ AC divisâ in partes decem certa quadam lege circulos etiam $1r1'$, $2s2'$, $333'$ &c. ducendos præscripsimus. Punctorum 1 , 2 , 3 , &c. determinatio ope Trigonometriæ est admodum facilis. Si e punctis A & a concipiantur ductæ ad centrum quadrantis binæ rectæ, eæ constituent triangulum, cujus omnia latera possunt haberi accurate ex scala aliqua, angulus autem in centro subtendit minuta 10 , quæ respondent arcui AE , vel Ca , & eo triangulo resoluto innotescet etiam ejus angulus in A . Ut habeatur punctum 1 , concipiatur arcus circuli $1r1'$, qui occurrat rectæ Aa alicubi in r ; & si concipiatur recta ex r ad circuli centrum, habebitur triangulum, cujus latus ab A ad centrum datur, angulus in A inventus est in priore triangulo, angulus in centro erit unius minuti. Eo triangulo resoluto innotescet latus ab r ad centrum, sive ab 1 ad centrum, a quo si dematur radius intimi circuli ab A ad centrum, habebitur residuum ab A ad 1 , & punctum 1 . Pro puncto 2 , vel 3 determinando per punctum s , vel t , satis est retento latere ab A ad centrum, & angulo ad A assumere angulum in centro minorum duorum, vel trium, & habebitur distantia a centro punctorum s , vel t , nimirum 2 , & 3 & ita porro, donec deveniatur ad punctum 9 . Hunc calculum trigonometricum diligenter instituit Mairius, & assumpta in levi charta, ac rite divisa recta AC æquali illi, quæ in quadrante interjacebat inter intimum circulum, & extremum, eam Artifici tradidit, qui ejus ope inventis punctis 1 , 2 , 3 &c. circulos duxit reliquos prioribus binis concentricos, quorum intervalla accurata esse deinde diligenti iterum instituto examine deprehendimus.

Methodus ducendi transversales rectas.

185. Et hæc quidem ad circulos pertinent; ut autem transversales lines facilius duceret, regulæ mobili aliam regulam nonnihil inclinatam in directione primæ transversalis Aa , & firmissime adjunctam adstrinxit. Tum regulam

lam mobilem circumduxit ita , ut transversalis illa adjuncta regula transiret per *e* , tum per *f* &c. , ac duxit acu ipsi innixa transversales omnes , in quibus ducendis , ut & in reliqua divisione omni peccavit nonnihil , nullus enim ferre Artifex ita divisionem perficit , ut nulla correctiuncula sit opus , sed parum admodum , ut inferius patebit , ubi agam de methodo mihi saltem nova , qua in ejusmodi divisiones inquisivimus instrumento , quod ad ipsum excogitavi , & perficiendum curavi , & in figura 5 pluribus exponam .

186. Figura 4 exhibet machinamentum pertinens ad Machina pro inclinando quadrante utcumque . Tab. 3. Fig. 4. facilem quadrantis totius motum , & nexum cum fulcro . *COVP* est massa aurichalchica satis crassa , quæ ex inferiore parte *COV* habet anulum infra circularem patinam demissum , patina autem ipsa longiorem habet crassum cylindrum . Is immittitur in foramen fulcri lignei *PX* , & proinde hinc latet , caput vero fulcri inseritur in eundem anulum per vim , qui ope trium cochlearum , quarum binas figura exhibet hinc , & inde ab *O* , ipsi adstringitur firmissime . Supra inferiorem eam patinam , & anulum , adest alia satis itidem crassa *P* , quæ versus *T* , & versus *VS* habet segmentum cujusdam canalis excipientis cylindrum *TD* . Tam ejus pars illa interior in *T* , quam exterior in *V* , & *S* habet adnexas chalybeas laminas elasticas , quæ immisso in eas cylindro *TD* adstringuntur cochleis *t* , *u* , *s* ita , ut cylindri motum circa proprium axem vi tantum aliquanto validiore adhibita permittant . Cylindrus ex interiore parte in *T* adhæret massæ aurichalchicæ satis crassæ , & ea denticulos habet ternos cum æqualibus intervallis , quibus inseruntur totidem denticuli massæ *B* itidem amplioris , crassiorisque ex aurichalcho , quæ per *S* cochleas , quarum quaternas videre est hinc , & inde a *B* , quaternæ post *T* latent , adstringitur regulæ ferreæ *EGHF* , quæ eadem est , ac regula *EGHF* figuræ 1. Denticulos autem omnes axis trajicit , cujus ope cylindrus *TD* firmissime adhæret toti quadranti , & facile admodum circa eum axem convertitur . 187.

Arcus circularis
cum cochleis pro
quadrantis posi-
tione stabili.

187. *GgeE*, *HbfF* sunt transversæ illæ regulæ ferreæ, quæ regulam mediam *GHFE* figuræ π inflexilem reddunt. Eæ ipsi uniuntur hic per cochleas plures *A, A*, quæ ipsi mediæ regulæ adstringunt ferreos vectes ipsis transversis regulis adhærentes : Demum *KLM* est arcus quidam ferreus. Is adhæret regulæ ferreæ *K* per binas cochleas adstrictæ ad regulam *GEFH*, sed cohæsiō ejusmodi fit per axem, circa quem libere convertitur ipse arcus : immittitur autem in aperturam inter bina ferrea parallelepipedata procurrentia e cylindro versus *D*, quorum alterum habet in *I* cochleam, quæ ipsum arcum *LM* premendo adstringat ad alterum, & omnem ejus ulteriorem procursum impediatur, alterum vero in *i* habet cochleam versus extremum suum marginem, quæ ultra ipsam arcum jacet, cumque interius relictum impedit, ne laxata cochlea *I*, dum quadrans elevatur magis, vel minus, procurrat versus *D*, & elabatur.

Tres liberrimi
motus quadran-
tis.

188. Hic patet ope hujus machinamenti quadrantem habere tres liberrimos motus, primum circa axem verticalem infra *P*, secundum circa axem horizontalem *TD*, tertium circa axem in *B* collocatum, quorum motuum ope positionem quamcumque admodum facile acquirit, & acquisitam servat.

Machinamen-
tum pro rectifi-
catione.
Tab. 3. Fig. 5.

189. Figura 5 exhibet quadrantem ipsum cum telescopio fixo *LCN*, & regula mobili cum telescopio *DEff*. Porro in hac figura telescopium abrumpitur in *Ff*, initio divisionis limbi, ubi habetur micrometrum, ei regulæ adjecta sunt bina machinamenta. Primum est *GMA-BHEbbamG*, e ferreis regulis ita compactum, ut magna perimetri sui parte sequatur ductum quadrantis ab *A* ad *M*, a *B* ad *H*, & ultra, ac itidem ab *a* ad *m*, & a *b* ad *h*, & ultra, relinquens autem conspicuas limbi divisiones, & ab *A* ad *a* procurrat ultra 45 gradus. Totum id machinamentum quatuor cochleis adstringitur regulæ ferreæ binis inter *E*, *F*, & binis inter *e*, & *f*, ita tamen, ut iis cochleis laxatis totum una demi possit, relictæ libera re-
gula

gula, & telescopio . Secundum machinamentum est inter *li* versus *G* , quod itidem ope 4 cochlearum ipsi ferreae regulæ adstringitur , & in fig. 7 , ac 8 evidentius patet majore scala expressum .

190. Id etiam auferri potest , quo ablato relinquitur regula ferrea prorsus libera inter *Ff* , *li* usque ad extremum limbi , quæ quidem habet ibidem fenestram cum vitro politissimo , in quo vitro medio est lineola recta , quæ ad centrum quadrantis dirigitur . Hanc fenestram tegit tubulus ocularem lentem ferens , qui quidem hic confusionis vitandæ gratia non exprimitur , sed jacet in directum cum reliquo tubo *DF* , cum quo ita connectitur in vertice inter *Ff* ope axis , circa quem converti potest , ut possit elevari , & converti supra reliquum tubum inter *Ff* , & *Ee* ea ratione , quam exhibet fig. 6 . Ibi *EFfe* est idem tubus , ac in fig. 5 , *IK* , *HL* sunt bina fila se ad angulos rectos decussantia : ea continentur anulo latente post laminam , quæ cochleis *D* , *D* , *D* , *D* adstringitur cylindro extanti in *BGMF* supra tubum *Ee* , & anulum concludit . *G* est una e cochleis , quæ ante adstrictas cochleas *Deum* internam anulum fila continentem urgent , & in debita positione locant . *AB* est axis , circa quem convertitur tubus *F'M'f'O* , qui circa *N* habet internam ocularem lentem , & in *O* aperturam , ad quam oculus applicatur . Porro ubi observandum est per telescopium regulæ mobilis , convertitur tubus *F'f'O* circa axem *AB* , ut partes *F'M'f'* congruant cum *FMf* , & is ipse tubus jacet in directum cum tubo *FfEe* . Observatione peracta , ubi per regulæ fenestram videndum est , quos gradus minuta , & secunda indicet linea illa recta designata in superficie inferiori vitri additi regulæ ferreae figuræ 5 inter *Ff* , & *L* , tum hic tubulus lentem ocularem ferens convertitur ita , ut positionem acquirat figuræ 6 , & liberam relinquat fenestram ipsam .

Fenestra regulæ mobilis cum vitro motus tubi ocularis inde removendi .
Tab. 3. Fig. 5.

191. Exponendum est nunc machinamentum illud inter *li* , & *G* , quod in fig. 5 ægre conspicitur , in 7 , & 8 multo

Machina pro regula mobili promovenda cum micrometro .

Tab. 3. Fig. 5
7
8

multo est evidens magis, sed ob partium plurium varios situs admodum difficulter verbis exprimitur. In fig. 7 est *AabB* facies superior limbi, quam videmus oculo supra ipsam collocato, *BC*, *bc*, *ab* ejus crassitudo; in fig. 8 *BC*, *bc*, *ab* est crassitudo eadem, & *Ccb'H'* facies limbi inferior, quam videmus oculo collocato infra ipsum: utrobique autem ita designata sunt schemata, ut viderentur oculo in infinita distantia constituto oblique nonnihil, projectione instrumenti facta per lineas parallelas, quod & in superioribus est præstitum, alterata aliquando projectione ipsa nonnihil, ubi id ad clariorem partis cujuslibet descriptionem necessarium esse censuimus.

Plures ejus ma-
chine partes.

192. *TY*, *ty* sunt utrobique bini, ut eos in Italia vocant, morsus, quos inter se necit lamina crassior ferrea, quam in fig. 8 videre est in *l'l'i*, qui morsus ope binarum cochlearum *M'm'* urgentium inferiorem limbi faciem ipsi limbo, ubicumque libet, tenacissime adstringuntur. Ne autem superiores eorundem morsuum partes *Tt* superiorem lædant limbi faciem politam, dum adstringuntur, easdem pelle obduximus circumquaque. Morsui *ty* utriusque figuræ adhæret circulus, per quem trajicitur cochlea *uV*, cujus manubrium *Zu*, index *ux*, qui quidem index in ejus circuli peripheria singularum conversionum partes designat. Trajicitur ea cochlea per parallelepipedum longius aurichalchicum habens spiras cavas exacte æquales convexis ejus cochleæ, ac deinde per foramen *V* brachioli adnexi alteri morsui *T*, ubi anulo *D* excipitur, & cochlea *E* cogitur eadem semper sui parte fulcris *u*, *V* interjacere. Illud parallelepipedum habet binos cylindros in fig. 8 *P*, *p*, qui in fig. 7 inseruntur binis laminis. Superiorem *MNOPonm* figura exprimit, inferioris exhibet initium in *L*, & *l*, tum solum dexterum limbum in *lqrs*, quæ quidem in *lq* supponitur regulæ ferreæ *QFsq* deferentis telescopium mobile, & fenestram *EDde* armatam vitro cum linea recta media *GH*: inflectitur autem in *q* ad angulos rectos, & crassitudinem
limbi

limbi comitatur, tum iterum in r ad angulos rectos inflectitur, ut planum rs parallelum sit plano $mnoP$ regulæ, & limbo, ac inter ea plana parallela concludatur parallelepipedum ipsum insertum alteri per cylindrum P , alteri per p figuræ 8.

193. Lamina superior cum inferiore connectitur per cochleas M, m , inferior cum regula ferrea per cochleas L, l , utraque cum eadem per cochleas N, n . Inde fit, ut adstrictis cochleis $M'm'$ figuræ 8, movendo cochleam uV ope manubrii Z , moveri debeat in fig. 7 regula $FQqf$ per limbum cum fenestra $DEed$, & linea recta GH , quæ quidem per divisiones excurret, ac index ux indicabit partes singularum conversionum, a cujus appulsibus ad initium numerationis ejus circuli numerari possunt integræ conversiones. Porro ut cochlea uV converti possit, debet esse accurate recta, punctum autem P debet ferri motu circulari circa centrum quadrantis. Id in causa est, ut instrumentum ejusmodi adhiberi non possit nisi pro eo exiguo arcu, qui haberi possit pro rectilineo; cujusmodi fere est etiam arcus unius gradus, curvaturâ gradus dimidii hinc, & inde a medio nihil ad sensum removente punctum C a centro quadrantis, vel limbo; removetur enim per sinum versum gradus dimidii, qui continet e partibus radii 10000 minus, quam 4.

Reliquæ ejus partes.

194. Verum quoniam interea præter distantiam a limbo prorsus insensibilem mutatur directio rectæ tendentis a P ad centrum quadrantis, ut parallelepipedum $A'a$ possit habere positionem quamcumque ad eam rectam, idcirco is non est adnexus immediate ipsi regulæ ferreæ, sed ope cylindrorum P, p figuræ 8 inseritur ita laminis illis binis figuræ 7, ut intra earum foramina converti possit. Ut autem æquali motui indicis respondeat æqualis motus parallelepiedi cum suo cylindro P , & regula, ac vitri linea, illud in primis curandum fuit, ut præter accuratam spirarum æqualitatem, axis cochleæ uV esset accuratissime perpendicularis plano circuli,

Quid curandum ut æquali motui indicis respondeat æqualis motus regulæ.

li, planum ipsum accurate levigatum esset, & accurate congruens plano manubrii in u , ut itidem in V cochlea cohibeatur per similem congruentiam planorum perpendicularium axi cochleæ. Demum distantia inter u , & V nihilo major esse debet inter foramina cochleam excipientia, & cochleam ipsa, quæ excipitur, ne nimirum promoveri cochlea, & parallelepipedum, ac regula possit quidquam alia ratione, quam ipsius cochleæ conversione. Ea omnia tum demum obtinuit Artifex, cum post brachii TV foramen V apposuit anulum D' bene complanatum, & levigatum ad partes V , quem ipsi appressit ope cochleæ convexæ $F'E'$ inserta cochlea cava E' , qua ubi validissime appressit ipsum anulum D' brachio V , & ipsum brachium, quantum per metalli elasticitatem liceret, coegit accedere ad u , conversione continua cochleæ id effecit, ut illæ ipsæ facies, quæ se contingunt in D' , & u , se attererent, & attritu ipso acquirerent accuratissime positionem perpendicularem axi cochleæ circumactæ, cujus motui deinde idcirco motus regulæ accuratissime obsecundavit.

Qua ratione regula ferrea ab iis machinis liberari possit.

195. Laxatis autem cochleis $M'm'$ figuræ 8, tota machina una cum regula ferrea, & telescopio circumduci potest per quadrantem liberrime, & ibi demum adstringi ipsarum cochlearum ope, & affigi limbo quadrantis, ubi libuerit; sine qua affixione, motu cochleæ uV , non movetur regula, sed hæc ipsa machina, accedente ad regulam altero e morsibus T, t , altero recedente. Laxatis vero præterea cochleis L, l, N, n , tota hæc machina avellitur a limbo, & a regula, quæ cum suo telescopio circumducitur, ut in quadrantibus communibus.

Machinarum earundem constructio extra Urbem frustra tentata.

196. Hæc ad constructionem pertinent quadrantis, cui quidem binas machinas postremo descriptas loco, hanc nimirum expressam in figura 7, & 8, & illa ferrea septa AB figuræ 5 adieci Romam demum regressus, nullo Arimini, nec uspiam alibi satis idoneo Artifice reper-

reperito, qui primam illam machinam perficeret, quâ regula ope cochleæ promoveretur, indice partes singularum conversionum denotante. Pluribus enim methodis id ipsum Arimini conatus Artifex ceteroquin ingeniosus, nunquam obtinere potuit, ut promoveretur regula æquabiliter motu cochleæ æquabili, cum nec satis æquabiles spiras perfecit, nec cochleæ axem satis accurate collocarit unquam. Id ipsum autem Rufus Romanus noster machinamentorum Artifex admodum feliciter, & ingeniosissime præstitit.

197. Jam de recta partium omnium dispositione dicendum est, ubi de omni rectificationum genere agendum una, & in eo de usu postremæ utriusque machinæ, tum ad usum quadrantis, & observationes eo habitas faciendus gradus. Primo quidem, quod pertinet ad telescopia, curandum, ut eorum axes sint quam accuratissime fieri possit, paralleli plano quadrantis, de quo parallelismo pluribus egimus primo capite, ubi de sectoris telescopia, & innotescunt Astronomis methodi id ipsum præstandi. Id quidem Artifex noster satis diligenter curaverat; constabit autem inferius, nisi deviatio ejusmodi sit satis magna, in iis observationibus, ad quam adhibitus est quadrans, & quæ majoris momenti sunt, errorem haberi inde insensibilem. Porro ad id obtinendum facilius plurimum conduxit illa filorum micrometri mobilitas, quæ fila anulo inserta, mobili primum, deinde cochlearum ope affixo, ultro utroque ante affixionem moveri sinebat, donec recta transiens per filorum intersectionem, & punctum pertinens ad axem objectivi vitri debitam positionem acquireret.

Recta partium omnium dispositio: qui obtineri possit parallelismus axium telescopicorum.

198. Quod attinet ad ipsa fila, an ea se ad angulos rectos intersecarint in omnibus tribus micrometris, binis nimirum telescpii fixi, & unico telescpii mobilis, ac in illorum altera reliqua fila ad angulos semirectos, id vero, ut pariter in sectoris micrometro diximus, facile definiri potest, an rite perfectum sit, conferendo fila

Examen rectæ dispositionis filorum micrometri.

eadem cum rectis in charta ductis ad eosdem angulos, oleo etiam affusa, si opus fuerit. Debet autem alterum ex illis filis ad angulos capiendos, & altitudines observandas esse plano quadrantis parallelum, alterum perpendicularare. Id quidem an ita se habeat, facile definire licet pro telescopio fixo, constituendo quadrantem in situ verticali teste filo penduli, quod limbum perradat, tum videndo, an alteri pendulo libere demisso, respondeat unum e filis micrometri. Idem pro eodem telescopio fixo facile sæpe definivimus ad maris littus, constituto eodem pacto plano quadrantis in plano verticali, & notando, an adducto ad horizontem a mari definitum telescopio, filum, quod plano ipsius quadrantis perpendicularare esse debet, cum eodem horizonte congrueret accurate. Pro regulæ mobilis micrometro, cum qua in nostro quadrante pendulum e centro demissum conjungi non poterat, collocandus erat quadrantis limbus in plano horizontali, teste libella, tum videndum, an cum altero e filis ejus micrometri congrueret filum penduli ante ipsum micrometrum libere demissi.

Quæ sit optima dispositio filorum micrometri in omnibus iis telescopiis.

199. Optima constitutio filorum utriusque micrometri telescopii fixi ea est, in qua utraque recta per intersectionem filorum ducta, & punctum pertinens in utraque lente obiectiva ad ejus axem, quam hic itidem, ut in sectoris telescopio, dicemus axem telescopii, sit parallela extremo quadrantis radio, sive illi rectæ, quæ a centro quadrantis ad nonagesimum tendit gradum, & in telescopio regulæ mobilis est ea, in qua axis ipsius sit eidem primo radio parallelus, ubi linea in vitro regulæ ipsius designata congruit cum fine nonagesimi gradus quadrantis, nimirum, ut ejus axis sit parallelus rectæ in vitri superficie designatæ; ea autem ipsa recta debet accurate dirigi ad centrum quadrantis.

Accurata positio rectæ in vitro laminæ mobilis qui obtineri possit.

Tab. 3. Fig. 3

200. Porro hæc accurata ejus rectæ directio an habeatur, facile videri poterit, & facile obtineri poterit, ut habeatur. Satis erit adducere regulam mobilem ad quadr-

drantis initium ita , ut linea vitri appellat ad rectam AC figuræ 3 designatam a centro in quadrantis limbo in ipso quadrantis initio . An autem hæc ipsa recta tendat ad centrum, videre licebit apposita machinula figuræ 2 pro regula mobili, & filo acui inserto , quod si tensum ab acus cuspide ad C transeat per A , ostendet rectam CA dirigi ad centrum , quod Noster quidem Artifex accurate præstiterat . Apposita autem regula , ita vitrum in ejus fenestra aptandum erit , ut illa ejus linea accurate congruat cum ea recta CA , quam ipsam ob causam fenestra vitro ad margines oblique secto , ut in eam immissum possis limbum contingere , aliquanto amplior esse debet , quod quidem ubi obtentum fuerit , tum vero cera , vel gummi agglutinandum est ipsi regulæ vitrum .

201. Haberi possunt plures methodi , tum ad explorandum , utrum axes telescopiorum habeant illam directionem , quam optimam diximus , tum ad id præstandum , ut eam obtineant . Sed & molestiores aliquanto sunt eæ methodi , & facile admodum suppleri potest usus ejus directionis , ac effectus deviationis corrigi , habendo ejus rationem in observationibus . Quomodo autem id factum a nobis sit , dicemus infra , ubi de usu quadrantis tum ad determinandos angulos rectorum ad bina objecta tendentium , tum ad capiendas altitudines supra horizontem , vel depressiones infra .

Optimæ positionis filorum micrometri defectum suppleri posse .

202. Quo pacto videri possit , an centrum axis regulæ mobilis , cum puncto , ex quo pendet filum penduli suspensum ex cuspide acus , & cum centro circulorum in limbo designatorum congruat , vidimus aliquanto superius , quæ in nostro quadrante omnia accurate præstita fuisse diximus , ex quo pendet & illud , ut circuli in limbo nimirum AEB , IRI' &c. sint accurate descripti . Vidimus itidem , qua ratione circuli ipsi ducendi sint ita , ut debita a se invicem habeant intervalla , & explorandum , an eadem habeant re ipsa . Cæterarum divisionum explorandarum cura est operosior multo , quæ omnes ut admodum

Examen plurimum , qui fiat , expositum jam esse ; examen divisionum difficilius .

dum accurate se habeant, vix ullus unquam perficiet Artifex, saltem citra aliquot secundorum errorem. Porro non est satis nosse tantummodo haberi aliquem errorem, sed pro singulis divisionibus, saltem iis, quæ adhibitæ sunt, oportet determinare accuratissime erroris ipsius magnitudinem. Ea dicitur rectificatio divisionum limbi, pro qua plures methodi inventæ sunt. Ea mihi res negotium ingens facessit, donec illud inveni demum instrumentum, quod habetur in fig. 5, cujus ope res ea præstari potest quam libuerit accurate.

Ufus quadrantis
ad angulorum
mensuram.
Tab. 3. Fig. 5.

203. Quæ ad ejusmodi rectificationem pertinent, facilius intelligentur, si proponatur ob oculos methodus, qua ope regulæ mobilis anguli determinantur. Dirigatur in fig. 5 telescopium LN ad punctum quodcumque, telescopium autem GCD liberum ab omni machinamento $ABba$ ad aliud obiectum, & sit C intersectio axium eorum telescopiorum. Si axes telescopiorum essent rite dispositi, arcus inter finem quadrantis ad KI , & lineam vitri inter FI , si exhiberet angulum NCD , exhiberet enim angulum GCL ipsi ad verticem oppositum. In eo casu satis esset notare, quem angulum designet linea ipsa mobilis ab initio numerationis, quod esse solet versus AB ad ipsam ejusmodi lineam, & eum numerum demere a gradibus 90; residuum enim exhibet angulum quæsitum.

Quomodo corrigendus defectus parallelismi axis telescopii fixi & radii postremi quadrantis.

204. Quod si axes illi non sint rite dispositi, sed vel axis telescopii fixi, vel axis telescopii mobilis in ea positione, in qua linea vitri transit per finem gradus 90, habeat deviationem aliquam a radio transeunte per ipsum finem gradus 90, satis est semel adducere telescopium mobile ita, ut ejus filorum intersectio ad idem obiecti punctum dirigatur, ad quod dirigitur intersectio filorum telescopii fixi, & notare quot gradibus, minutis, & secundis procurrat linea vitri ultra gradum 90, vel contineatur intra ipsum, & angulo prius definito satis erit addere semper in primo casu eum arcum, demere in secundo.

205. Quod si etiam axis telescopii fixi LN non esset parallelus plano quadrantis, esset tamen axis telescopii mobilis, quo casu non posset ad idem obiectum dirigi intersectio filorum utriusque, satis esset plano quadrantis disposito, ut per bina illa obiecta transiret, dirigere regulam mobilem prius ad alterum, tum ad alterum ex iis obiectis, quadrante interea immoto, & assumere differentiam arcuum a vitri linea denotatorum in ejusmodi binis positionibus telescopii mobilis. Immobilitatem vero quadrantis potest interea denotare etiam telescopium fixum LN , notando, an idem semper cujuscumque alterius obiecti punctum sit in intersectione filorum ejusdem; licet enim ita moveri posset interea quadrans, ut axis ejus telescopii immotus maneret, is tamen casus esset in immensum improbabilius casu, in quo ipse etiam moveretur. Sed nos illum parallelismum axium eorum cum quadrantis plano curaveramus, quo fiebat, ut intersectio filorum utriusque telescopii ad idem obiecti punctum adduci posset.

Per solum mobile telescopium rem perferri, fixo aberrante, quantum libuerit.

206. In omnibus igitur hisce casibus videndum est semper, quem illa vitri linea designet numerum graduum, minutorum, & secundorum. Id quidem hoc pacto obtinetur. Exprimat in fig. 3 A initium gradus cujusvis, B finem. Si illa linea transeat per A , vel B , patet indicari numerum graduum accuratum. Si transeat, ut KL , vel $K''L''$ per F , vel G ; numero graduum pertinenti ad A addenda erunt 20, vel 30 minuta, quo quidem casu transibit itidem per e , vel f , si transversales lineæ accurate sunt ductæ, & divisiones primi, ac postremi circuli accurate præstitæ. Si transeat ut $K'L'$ inter F , & G per xx' , addendus erit præterea arcus Fxx' minutorum decadibus, qui quidem quot minutis primis valeat, ac secundis, ostendent transversales lineæ. Nimirum si transeat per intersectionem ipsius transversalis cum aliquo e circulis intermediis accurate, habebitur aliquis minutorum numerus accurate, ut si transeat per intersectionem Q cum

Quo pacto videatur, quem numerum designet regula mobilis graduum, & minutorum. Tab. 3. Fig. 3.

quar-

quarto, vel R cum quinto, addenda erunt 4, vel 5 minuta binis decadibus.

Quo pacto secundorum numerus estimatione determinandus.

207. Quod si transeat inter binas ejusmodi intersectiones, ut Q , & R per punctum quoddam S , facile patet numerum secundorum, qui integris minutis addi debent, haberi quamproxime, si fiat, ut QR ad QS , ita 60 ad numerum quæsitum. Ea ratio immediate admodum difficulter solo oculorum judicio definitur, sed si ipsa recta $K'L'$ occurrat circulo superiori in T inferiori in V , & ope lentis satis convexæ aspiciantur QT , & VR , & numerus 60 in earum ratione dividatur, admodum accurate definiri poterit numerus secundorum debitus QT . Nam si QT videatur æqualis VR , erit ipsi tribuendus numerus 30 secundorum; si vero videatur dupla ipsius, habebitur numerus 40. Porro inter æqualitatem, & rationem duplam tantum intercedit discrimen, ut plurimas intermedias rationes liceat solo oculorum judicio discernere, adeoque cum illud ipsum discrimen secum trahat minuta secunda 10, patet intra admodum pauca secunda judicari posse de numero ipso secundorum.

Ejusmodi determinatione accuratior per micrometrum commune, vel novum.

208. Hujusmodi determinationem supplere potest micrometrum commune, ut inferius exponam, eandem autem accuratissime præstare potest meum micrometrum machinulæ, quam exhibet figura 7. Nam si ejus ope promoveatur regula, donec primo linea vitri transeat per Q , tum per R , & notentur numeri, quos index micrometri notabat in tribus positionibus Q , S , R , fieri poterit, ut intervallum inter primam, & tertiam ad intervallum inter primam, & secundam, ita 60 ad numerum quæsitum, vel facilius, si semel cognoscatur, quot particulis micrometri respondeat unum minutum, & fiat tabella, quæ partes ejus micrometri reducat ad minuta secunda de more, habebitur ex sola prima, & secunda positione numerus, qui exhibeat secunda debita QT . Nobis quidem & commune micrometrum labefactatum fuerat, ut supra monui, & qui ipsum restitueret, ac hoc novum, quod

quod tum excogitavi , satis accurate perficeret , nusquam ante quadrantem post observationes fere omnes peractas reportatum in Urbem idoneus Artifex est inventus .

209. Hinc superioris numeri methodo usi sumus , & semper observatione quavis peracta , seorsum ex ratione inter QT , VR , vel ubi punctum S ad alterum e punctis Q , R proxime accederet , e ratione inter arcum circuli superioris , & inferioris eodem puncto æstimabamus secundorum numerum , tum æstimationes nostras conferebamus , in quibus plerumque consentiebamus intra duo , vel tria secunda , vel aliquando ad summum 5 , ac ubi satis consentiremus , assumebamus determinationem intermediam ; ubi dissensus erat aliquanto major , iterum , atque iterum lente adhibita iudicium nostrum revocabamus ad examen , qua diligentia effectum est , ut exigui admodum ex eo capite errorculi in nostras observationes potuerint irrepere .

Methodus adhibita ad secundorum æstimationem .

Tab. 3, F. 3.

210. Hoc quidem iudicium in singulis angulorum determinationibus semel tantum instituendum nobis fuit , methodo adhibita , quæ rectificationis quoque laborem , & erroris metum in rectificatione ipsa imminuit mirum in modum . Nam ubi directo telescopio fixo in alterum objectum , & mobili in alterum , videbamus , qui angulus proxime obventurus esset , collocabamus regulam mobilem ita , ut linea vitri transfret accurate per initium gradus proximum , quo præstito movebamus totum quadrantem ita , ut intersectio filorum telescopii mobilis transfret per alterum objectum , ac telescopii fixi filum mobile (quod ut plano quadrantis perpendiculare esset , rite convertebamus totum micrometrum in ipso observandi initio , ac aderat perenne signum , quo ea positio dignosceretur) donec in ejus intersectione cum filo fixo sibi perpendiculari alterum objectum esset . Tum vero regulæ mobilis telescopium ita movebamus , ut ejus filorum intersectio ad idem objectum appelleret adhuc in eadem priore intersectione persistens , & notabamus

Æstimatio semel tantum in singulis observationibus necessaria .

in arcu postremi gradus, vel penultimi, locum quem linea vitri indicaret; ac notabamus numerum graduum integrum pro primo objecto, & numerum graduum, minorum, ac secundorum pro secundo,

Rectificatio quadrantis inde longe facilior.

211. Id autem, satis patet, debuisse rectificationis necessitatem minuere mirum in modum. Satis enim erat ad ejusmodi angulos accurate habendos rectificare totum nonagesimum, & nonagesimum primum gradum, ac sola initia, & fines reliquorum, quanquam ad altitudines, & depressiones habendas bini etiam hinc, & inde ab initio divisionis gradus rectificandi fuerint toti. Porro pro initiis graduum, quæ ad faciliorem rei explanationem adhibui, nos & in observatione, & in rectificatione usi sumus potius initiis cum uno minuto, punctis nimirum r pro punctis A , quia usu deprehendimus, ubi divisio facta sit per lineas transversales, multo evidentius cognosci transitum rectæ lineæ, ut fili penduli, vel illius incisæ in vitro, per intersectionem duarum linearum, ut Ara , IrI' , quæ habetur in r , quam per concursum binarum Aa , AB , qui habetur in A , præterquam quod in nostro quadrante transversales lineæ sunt admodum nitidæ in omni suo tractu, & multo magis, quam in initio, vel fine, in primo nempe, & postremo circulo. Idcirco pro altero objecto semper notabamus certum graduum numerum cum uno minuto.

Quæ ad praxim pertinent fusius hic exposita, ut omnino fieri par est.

212. Hæc ita fusius hic exposui, ut quæ a nobis industria inter observandum adhibita sit, innotescat, nec in progressu eo in genere quidquam iterum addendum sit. Spero autem iis, qui practicam exercent Mathematicam, hæc ipsa minutiora fortasse, quam par esse fastidiosiores quidam credituri sunt, nec ingrata fore, nec inutilia, & illud maxime optandum censeo, ut quæ usu, atque exercitatione sibi quisque ad facilius accurate observandum præsidia parat, edat in publicum in aliorum utilitatem, qui eandem exercent artem. Sed hisce præmissis, multo jam pronior ad rectificationes exponendas se pandit via.

213. Et quidem hisce expositis maxime omnium & certa, & accurata methodus revocandi ad examen divisiones quadrantis esset hujusmodi. In aperta, & accurata planitie ope tigillorum, cujusmodi ea sunt, quæ adhiberi solent in basis dimensione, ut in primo opusculo exposui, & exponam iterum in hujus opusculi quarti capite tertio, capiatur mensura rectæ lineæ aliquanto longioris, ut 1000 hexapedarum. Tum in altero ejus extremo constituatur centrum quadrantis, ex altero determinetur directio ipsi perpendicularis, in qua collocentur tigilla ipsa situ horizontali, quæ quidem tigilla optimum esset, si aliquem continerent hexapedarum numerum accuratè, ut ternas singulæ, ipsarum autem latera verticalia ita divisa essent, ut singulæ hexapedæ in partes denas, harum singulæ in alias denas lineis, & numeris adscriptis divisæ essent. Collocatis primis tribus tigillis, quæ jam continerent partes centelimas millesimas 900, & ita dispositis telescopiis, ut filum verticale telescopii mobilis respiciat initium primi tigilli, linea vitri regulæ mobilis congruente cum initio divisionis, filum autem verticale telescopii fixi idem initium respiciat, retinendo semper telescopium fixum in hac positione, & movendo regulam ita, ut successivè linea in vitro designata denotet unum minutum, tum duo, tum tria, & ita porro, liceret determinare tangentes respondentes omnibus arcubus quadrantis usque ad dimidium gradum, translato autem primo tigillo post tertium, ubi ejus usus desit (quod ipsum indicari posset manu, vel linteolo, ab eo, qui ad quadrantem observat, iis qui tigillorum curam habent) & ita porro, liceret progredi labore continuato usque ad 1000 hexapedas, nimirum usque ad 45 gradus, ultra quem limitem tangentibus excrescentibus, posset secundus semiquadrans eodem modo explorari simul & ipse; atque ita singuli arcus minores gradibus 45 haberentur immediate, majores autem per binorum immediate habi-

Ratio omnium accuratissima revocandi ad examen divisiones quadrantis.

torum summam , quin possent errores excrescere ex pluribus erroribus conspirantibus collecti .

Quam sit accurata .

214. Porro in hac methodo unius secundi error facile evitaretur . Nam in distantia mille hexapedarum telescopio pedum trium , vel 4 facile admodum discerni posset centesima hexapedæ pars , quæ uno pollice est paullo minor , quin & ejus dimidium , & unius ejusmodi partis error initio secum ferret errorem in angulo duorum circiter secundorum , in fine unius tantum , ut facile ex tabulis sinuum colligitur .

Ejus difficultas .
Methodus altera

215. Hæc methodus & operosior est , & campum requirit ad rem perficiendam idoneum , cujusmodi nos nusquam invenimus . Aderat altera methodus , qua diversæ quadrantis partes inter se conferrentur , totus autem quadrans quater circumductus in gyrum cum toto circum horizonte . Si enim comparentur primum bini semiquadrantes inter se , vel potius terni trientes , nimirum triceni gradus , tum trientes horum , sive gradus deni , tum horum dimidia , nimirum gradus quini , tum gradus singuli , dividendo prius gradus 90 in ratione inventa in tribus trientibus , tum singulos trientes in ratione inventa in denis gradibus , & ita porro ea methodo , quam pro sectore exposui supra n.85 , post 4 ejusmodi operationes habentur omnes arcus integris constantes gradibus , & in prioribus tribus singuli singularum determinationum errores committi possunt , in postrema duplex error . Eodem pacto & dena minuta , & singula inter se conferri possunt , sed singulorum collatio , si transversæ lineæ deprehensæ fuerint rectæ , supervacanea erit , nam collatis inter se denis minutis circuli intimi , & extimi , inde facile eruitur correctio pro mediis . Hoc pacto pro singulis arcibus obtinetur correctio ex hypothesi , quod totus quadrans exactè quartam circuli partem contineat , a qua si quidquam discrepans inventus fuerit , & fiat , ut gradus 90 ad arcum quemvis , ita ea differentia ad quartum , invenietur id , quod in singulis arcu-

arcubus ex eo capite præterea corrigendum erit , & habebitur totius quadrantis accurata correctio .

216. Comparatio autem partium quadrantis inter se fieri solet , observando bina objecta , ad quorum alterum terminetur intersectio filorum telescpii mobilis , lineâ vitri monstrante initium numerationis , ad alterum eâdem lineâ monstrante finem arcus conferendi , ut finem graduum 45 , tum iterum disponendo telescpium ita , ut centro ibidem manente primum objectum respondeat positioni secundæ priori , sive fini graduum 45 , & videndo quantum secundi objecti positio discrepet a fine arcus posterioris comparandi , ut a fine graduum 90 , obtinetur discrimen inter eos binos arcus , & eadem est methodus pro reliquis .

Qui soleant comparari inter se partes quadrantis .

217. Nos quidem hac methodo usi sumus & statim quadrante recepto Romæ , & deinde Arimini ; sed multæ difficultates ab ea nos absterruerunt . Nam & objecta , quæ satis distincta essent , & ad arcum comparandum satis accederent , admodum difficulter inveniebantur , & in singulis observationibus ob fili , utut tenuis in utroque telescopio crassitudinem aliquam , ac ceteras difficultates observandi per telescopia , semper in singulis observationibus error aliquot secundorum committebatur , & differentia illa , micrometro mobili potissimum jam labefactato , ut diximus num.176 , debebat æstimatione incerta definiri , ex quibus omnibus fiebat , ut errores plus æquo multiplicati excrescerent .

Qualibus erroru periculis obnoxia .

218. Hinc relicta methodo comparandi inter se arcus diversos ope telescpii mobilis collineando per ipsum , illud tentandum duxi , ut divisiones quadrantis explorarentur ope divisionum laminæ mobilis sectoris , quam superiore capite fuse descripsimus . Collocabatur sector in plano horizontali , & in eodem plano quadrans ita , ut punctum medium arcus comparandi accurate responderet rectæ lineæ a centro sectoris ductæ per mediam laminam mobilem nihil excurrentem ultra fixas , distaret autem

Alia methodus ope sectoris .

tem

tem id punctum in circulo quadrantis extimo a linea media laminæ mobilis dato quodam intervallo, quod semel capiebatur ope circini communis. Erat aliquis labor in rebus ita disponendis, sed non ita magnus, & res feliciter succedebat, teste filo tenuissimo ducto ab acu quadrantis ad centrum sectoris.

Ejus ope quindenos gradus inter se conferri, & omnes singulorum partes definiri.

219. His autem ita dispositis, filum ab acu quadrantis tendebatur ita, ut transiret per initium arcus cujusvis graduum 15, & procurreret ultra laminam mobilem sectoris, quæ movebatur ope sui micrometri, donec aliqua ejus divisio esset accuratè sub filo, unde constabat ejus distantia a medio limbo sectoris. Idem fiebat filo traducto per finem primi gradus, tum per finem secundi, & ita porro, ac tanta est ejus laminæ mobilis amplitudo, ut eo pacto possent cum ea conferri omnes 15 gradus. Tum vero alii gradus 15 collocato in eadem prorsus distantia quadrante eodem pacto explorabantur, tum alii 15, & ita porro.

Cur ejusmodi labor cessavit irritus.

220. Hanc quidem methodum Arimini per aliquot dies adhibuimus, & ea futura erat satis accurata, adhibita potissimum lente vitreâ, si satis cognitus fuisset laminæ mobilis status, & locum aptum ad rem perficiendam nancisci potuissemus. At in toto Ariminensi Collegio nusquam deprehendimus locum satis aptum. Nam vel ædibus, quæ paullo ante extractæ fuerant satis amplæ, adhuc impeditis, vel qua liberæ erant, non satis ad rem illuminatis, vel ubi abunde erat luminis, quod fere ubique abunde est, pavimento trabibus innixo non fornici, totus labor impediatur. Hæc postrema laboris nostri conditio fuit, ac minimus corporis motus, & ipsa etiam membrorum inflexio ad divisiones accuratius inspiciendas movebat pavimentum, & positionem quadrantis respectu sectoris mutabat aliquantisper, ac totam operis rationem interturbabat. Iis autem difficultatibus accessit nondum satis tuto perspectus laminæ mobilis status, & justissimus sane metus conjungendi novarum observa-
tio-

tionum errores, cum erroribus qui in cognoscendo statu laminæ mobilis admissi essent, quæ omnia eam methodum omittere demum coegerunt.

221. Mitto alia nonnulla tentamina, & ante quam devenio ad id, quod demum nobis successit, illud monendum duco, summo hic nobis futurum fuisse usui circuminum illum instructum binis vitris altero fixo, altero mobili, quem descripsi num. 66. Ejus ope licuisset arcus observatos conferre inter se satis accuratè, sed eo nos quidem caruimus, nec ejus constructio, & usus mihi, nisi aliquanto post, in mentem venit. Venit autem tum quidem instrumentum aliud, quod ipsi æquivalet, immo etiam ad rem presentem plurimum præstat. Id quidem, qui Arimini, vel uspiam Ariminum inter, & Romam accuratè perficeret, inveni neminem: Romæ demum, aliquanto etiam perpolitum magis perficiendum curavi. Perfecit autem noster instrumentorum Artifex Rufus, ac est illud, quod exhibent fig. 5, 7, & 8. Id quidem supra exposui a nu. 189; en autem ipsius usum ad hanc rem, qui satis congruit cum usu laminæ mobilis in sectore.

Missis aliis, methodus per novam machinam proponitur.

222. In primis sola etiam machinula figuræ 7, satis esse potest ad cognoscendum statum cochleæ *ZuV*, si nimirum vel unica lineæ vitri *GH*, traducatur ope diversarum spirarum ejus cochleæ per idem intervallum inter duo puncta notata in limbo quadrantis ad distantiam crassitudinis unius spiræ, vel intervallum inter binas lineas ad eandem distantiam ductas in vitro per unicum punctum notatum in limbo quadrantis. Id autem fieret adstringendo cochleas *M'*, *m'* fig. 8 ita, ut primo quidem initium ejus intervalli limbi congrueret cum lineâ vitri, vel initium intervalli vitri cum puncto limbi, constituto indice in initio spiræ, & ubi post indicis conversionem deventum esset ad finem spiræ, laxando eas cochleas, ac machinulam cum regula ita collocando, ut ejusdem intervalli initium eodem modo se haberet, quo prius, tum per

Ratio cognoscendi statum cochleæ ejusdem machinæ.
Tab. 3. F. 7. 8.

per secundam spiram indicem convertendo. Eo sane pacto, & singulae spirae, & plures simul, & singularum partes ad examen revocari possunt accuratissime eodem prorsus pacto, quo diximus num. 56 ad examen revocari spiras cochleae sectoris pertinentes ad laminam mobilem: & hic itidem hanc cochleam se bene habere deprehensum est.

Graduum singulorum comparatio mutua.

223. Cognita hujusce cochleae constitutione jam singuli gradus inter se comparari possunt prorsus, ut n. 61 singulae partes laminae mobilis, atque id quidem vel promovendo lineam vitri *GH* per totum gradum quemlibet, ac restituendo in locum pristinum, vel potius ducendo in vitro regulae mobilis, si ejus apertura sit satis magna, binas lineas ad intervallum fere aequale uni gradui, & faciendo, ut prius altera ad initium gradus appellat, tum altera ad finem. Et id quidem etiam ignorato statu cochleae; eo autem cognito possunt etiam singula minuta ejus ope explorari, vel saltem decadum initia, & fines, vel, quod nos praestitimus, in singulis decadibus fines primorum, & initia postremorum minorum, ubi transversae lineae secant in fig. 3 secundum, & decimum ex 11 circulis concentricis. Notando nimirum, quot particulae micrometri fig. 7 debeantur gradui medio, & quot habeant partes illius gradus quaecumque, tam illius gradus error, quam error singularum ejus partium sponte fluit. Id quidem congruit penitus cum iis, quae de lamina mobili sectoris, & ejus micrometro diximus ibidem.

Inde correctio arcuum quorumcumque.

224. Hoc pacto gradibus omnibus inter se comparatis haberi posset rectificatio totius quadrantis prorsus, ut cognitis partibus singulis laminae mobilis, totus ipsius status cognosci potest. Innotesceret nimirum numerus particularum micrometri debitus toti quadranti, & numerus debitus cuivis numero graduum, colligendo summam, tum factis, ut numerus particularum toti debitus, ad numerum debitum parti cuivis constanti ex quotcumque gradibus, ita gradus 90 ad quartum, invenire-

niretur , quid ille arcus contineret , & proinde quantum differret a debito . Verum hoc pacto error in singulis observationibus commissus augetur ita , ut posset multiplicari etiam per 45 juxta num.84.

225. Hinc eadem methodo , quæ pro sectoris radio adhibita est num 76 , hinc errorum summa minui potest quamplurimum ope instrumenti , quod exhibet figura 5 ab *AB* ad *ab* . In eo agglutinari possunt ope tenacioris ceræ bina vitra *Pp* , *Qq* , in quorum inferiori superficie sint rectæ lineæ directæ ad centrum quadrantis , quæ primo quidem ita constitutæ sint , ut altera congruat ad sensum cum initio divisionis , altera cum fine graduum 45 , & ope cochleæ infra *i* promotâ tota machina cum regula mobili eam sustinente , donec primum altera ex iis vitrorum lineis congruat cum initio divisionis , tum altera cum fine , haberi discrimen eorum 45 graduum ab intervallo inter bina vitra . Translata deinde tota machina , donec prima linea primi vitri congruat proxime cum fine graduum 45 , adeoque secunda proxime cum fine graduum 90 , jam habebitur discrimen posteriorum 45 graduum ab eodem intervallo , adeoque & priorum a posterioribus ; ac eodem pacto licet inter se conferre gradus tricenos , denos , quinos , singulos admotis nimirum vitris ad ea intervalla , errorum summa in graduum numero accurato ultra quintuplum erroris admissi in singulis determinationibus non assurgente .

Uſus novi instrumenti ad minuendum errorem.
Tab. 3. F. 5.

226. Porro nobis satis fuit , ut num.211 supra monuimus , ad examen revocare pro angulis poligoni solum gradus integros , & præterea nonagesimi primi minuta singula , ac pro altitudinibus supra horizontem , & depressionibus infra etiam binos gradus hinc , & inde ab initio totius quadrantis , & binos hinc , & inde a fine , quod & diligenter præstitimus Romam regressi longo sane , & molesto labore , sed admodum necessario . Ac ubi singula minuta ejusdem gradus explorantur per cochleam factis exacte elaboratam , & motu continuo promotam ,

Unde labor hic contractus , & error adhuc magis imminuitur .

Q q notan-

notandum diligenter illud , errorum summam non crescere , sed pro arcu quovis unicum postremæ observationis errorem cum primo collatum turbare magnitudinem arcus totius , unde fit , ut illi quintuplo erroris , hîc unicus novus error accedere possit; verum is casus , in quo errores omnes in unicum summam coalescunt , nunquam in praxi accidit , aliis aliis fere semper ex parte elidentibus .

Posse adhuc minui reificatio- nis errorem , sed errorem obser- vationis manere . Cur hoc instru- mentum cæteris aptius .

227. Quoniam quadrantis nostri radius subtripulus ad sensum est radii sectoris , motus indicis , qui in sectore secundum minutum exhibet , hîc exhibet tria secunda . Hinc , ut ibi ope micrometri secundorum trientes ope lentis facile dignoscuntur , ita hîc secunda itidem . Verum si foraminulis constet divisio , & microscopium adhibeatur , nullus dubito , quin & decimæ secundorum partes , & vero etiam tertia ipsa minuta deprehendi possint , ut adeo hac methodo rite adhibita , & perfecta deveniri possit ad evitandum errorem in summa etiam errorum omnium possibilium majorem exigua fractione minuti secundi ; sed id in re nostra supervacaneum est , ubi in angulis deinde determinandis per fila telescopiis inserta error duorum , vel trium , vel etiam 5 secundorum aliquando committitur . Aptiorem autem hanc methodum jure superius appellavi methodo circini instructi microscopiis , vel vitris , altero mobili , altero fixo , quod hîc motus machinæ , & intervalli inter vitrorum lineas fit circa centrum quadrantis per ipsam regulam mobilem , per quam observationes instituuntur angulorum , quod quidem plurimi interest , ad accuratorem eorum ipsorum angulorum determinationem per divisiones ita correctas .

Prima methodus explorandi totius quadrantis mensuram eo per totum horizontem circum- acto .

228. Explorato statu partium quadrantis , & habita pro iis correctione , superest correctio quadrantis totius . Ea , ut monui pluribus in locis , habetur collocando quadrantem in situ horizontali , & notando in horizonte bina objecta , quæ a se invicem ita distent , ut al-
terum

terum sit in axe telescopii mobilis , regula notante gradum 90 . Tum quadrante horizontaliter converso , ut secundum objectum sit in axe telescopii mobilis , regula indicante gradum 0 , inveniri debet tertium , quod sit in ipso axe regula notante gradus 90 , atque ita porro , donec deveniatur ad quartam positionem quadrantis , in qua si primum objectum sit accurate in axe telescopii mobilis , regula notante gradus 90 , nulla toti quadranti adhibenda erit correctio . Si autem , ut telescopium mobile pertingat ad primum objectum in quarta positione quadrantis , requiretur in quadrante ipso plus , vel minus quam 90 gradus ; quarta pars differentiae erit error totius quadrantis , quo is a gradibus 90 deficiet in primo casu , eos excedet in secundo ; cum is ex quatuor positionum erroribus colligatur .

229. Porro , ut id accuratè innotescat , oportet cognitus jam sit status illius arcus , qui in quarta positione quadrantis accedit , vel deficit , qui si erroneus esset , & error ipsius ignoraretur , erronea etiam correctio evaderet . Quoniam autem admodum difficile est invenire objecta , quæ discerni possint , & accuratè distent per arcus horizontis respondententes quadranti , ubi cognitus fuerit status graduum proximorum fini quadrantis ipsius , satis erit assumere quatuor objecta , quæ distent proxime per quadrantem a se invicem , & metiri ope quadrantis angulos inter primum , & secundum , secundum , & tertium , & ita porro , ac omnibus quatuor angulis definitis per quadrantem , si angulorum summa sit major 4 reëtis , vel minor , quarta differentiae pars erit defectus quadrantis a vero quadrante in primo casu , excessus in secundo . Patet autem in omnibus hisce casibus debere feligi objecta admodum remota , vel ubi quadrans convertitur , ita ejus pedem moveri , ut centrum redeat ad idem punctum , nam aliter parallaxis orta ex eo , quod pes , circa quem fit conversio , non respondeat centro quadrantis , observationem turbaret .

Necessario cognoscendus status graduum quorundam proximorum postremo : methodi ampliatio.

Altera metho-
 dus, observatis
 per ipsum omni-
 bus angulis plu-
 rium triangulo-
 rum.

230. Quod si ope quadrantis debent definiri omnes anguli cujuscumque trianguli, quod quidem accidit in casu nostro, ubi is adhibetur ad dimetiendos angulos omnes poligoni, si eorum summa inveniatur accuratè gr. 180, quadrans erit accuratus; sin minus, error erit dimidius totius differentiæ. Is quidem, si unius trianguli ope definiatur, incertus erit ob singulorum angulorum errores, dum ope ipsius quadrantis definiuntur, qui aliquot secundorum erunt semper, cum ope sectoris tanto longioris error unius, vel alterius secundi evitari non possit. Verum si multa ejusmodi triangula habeantur, ut in casu poligoni longioris, & sumantur differentiæ ternorum angulorum trianguli cujuscumque in unicam collectorum summam a gradibus 180 positivæ, ubi eos excedunt, negativæ, ubi ab iis deficiunt; omnibus differentis in unicam collectis summam, & per numerum triangulorum divisis de more, ut habeatur differentia media, hujus dimidium erit error quæsitus quadrantis totius, multo jam certior ex plurium determinationum conjunctione.

Tertia metho-
 dus per objecta e
 diametro opposi-
 ta, dimidio ho-
 rizonte dimenso.

231. Potest idem investigari etiam ope duplicis telescopii, ubi id est duplex, ut erat nostrum telescopium fixum, juxta num. 179. Primum enim ejusmodi telescopii ope invenienda sunt bina objecta e diametro opposita, quod ad ipsorum telescopiorum axes disponendos situ parallelo contrario requiritur, tum assumpto objecto intermedio, & dimensis binis angulis ope quadrantis ipsius, si eorum summa æquet gradus 180, quadrans est accuratus; secus, dimidium differentiæ est error quæsitus. Et hæc quidem methodus omnino substitui debet priori e præcedentibus, paullo supra propositis, ubi ex altera parte objecta sint nulla, quæ discerni possint, ut nobis contigit Arimini, habentibus apertum mare ad Aquilonem; vel ubi proximum ædificium magnam horizontis partem furripiat.

232. Por-

232. Porro bina objecta contraria hoc pacto ope ip-
 fus duplicis telescopii inveniri poterunt, & binorum
 axium parallelismus obtineri. Collocetur quadrans in
 situ horizontali, & oculari apposita ex parte centri qua-
 drantis, ut in fig. 5 ad *N*, dirigatur id telescopium ad ali-
 quod objectum: tum immoto quadrante, apponatur lens
 ipsa ocularis ex parte limbi ad *L*, & notetur objectum
 aliquod, ad quod adducatur filum mobile micrometri,
 quod ibi haberi diximus num. 176. Convertatur jam qua-
 drans, ut directio *NL* abeat in directionem *LN*; & diri-
 gatur telescopium idem ita, ut collineando ex parte cen-
 tri per *N*, appareat in filorum intersectione secundum
 illud objectum; tum translata oculari ad partes limbi
 ad *L*, videatur, an in intersectione fili mobilis cum fixo
 sibi perpendiculari jaceat primum objectum, in quod
 prius collineatum fuerat ex *N*. Si id accuratè accadat, il-
 la duo objecta sunt, ut patet, accuratè contraria; sin mi-
 nus, filum mobile adducatur ad id objectum, & notetur
 motus ipsius fili, per cujus dimidium retracto ipso filo
 mobili, habebitur in ejus intersectione objectum, quod
 e diametro contrarium sit objecto illi secundo, & bini
 axes binorum telescopiorum eo duplici contentorum, seu
 potius binæ lineæ fiduciæ, quarum altera transeat per
 punctum axis lentis objectivæ collocatæ in *L*, & interse-
 ctionem filorum collocatorum in *N*, altera per punctum
 axis lentis objectivæ collocatæ in *N*, & intersectionem
 fili mobilis in *L* cum fixo sibi perpendiculari, erunt inter
 se parallelæ, ac deinde inservient ad definienda in qua-
 vis positione quadrantis bina objecta sibi e diametro op-
 posita.

Invenio binorum
 objectorū per te-
 lescopium duplex
 & conversionem
 quadrantis hori-
 zontalem.
 Tab. 3, F. 5.

233. Sit enim in fig. 9 in prima positione directio pri-
 mi telescopii *NL* collineantis ad *A*, secundi autem *Ln*
 collineantis non ad punctum oppositum *a*, sed ad *B*.
 Conversione horizontali facta, abeat *NL* in *N'L*, &
 collineet ad secundum objectum *B*, abibit *Ln* in *Ln'*,
 & collineabit ad *A'*, non ad *A*. Erit angulus *ALN'* æqua-
 lis

Ejus demonstra-
 tio.
 Tab. 3, F. 9,

lis NLn ad verticem opposito, qui idem est, ac $A'LN'$. Est igitur angulus ALA' , qui metitur apparentem distantiam objecti A ab A' , duplus anguli $n'LN$, quo bini axes a se invicem deflectunt, & si telescopii Ln' axis moveatur per dimidium angulum $A'LA$, abibit in LN' , & bini axes jam paralleli, & contrarii dirigentur per $N'L$, LN' , ad objecta e diametro opposita.

Alia ejusdem investigationis ratio per conversionem verticalem. Periculum errandi.

Tab. 3, F. 5.

9.

10.

234. Idem obtineri potest quadrante verticaliter collocato, dummodo fiat conversio verticalis ita, ut quadrantis limbus A in fig. 5 in altera positione sit infra LN , in altera supra; redit enim eadem demonstratio in fig. 9. Nec vero in positione verticali satis est quadrantem convertere circa fulcrum suum, seu pedem motu horizontali, remanente utrobique A infra NL , quo quidem casu etiam si bini axes non congruant, adhuc eadem objecta post conversionem factam respondebunt utrique. Si enim in priore positione in fig. 10 sint axes LN , nL , & conversio horizontalis fiat circa axem verticalem, remanebit LN' superior, Ln' inferior, ut prius, ut figura exhibet, vel viceversa, & directo $N'L$, quo prius dirigebatur Ln , dirigetur Ln' , quo prius dirigebatur NL .

Quid, ad evitandam periculū parallexeos.

235. In hisce operationibus diligenter itidem notandum, ut seligantur puncta horizontis maxime remota, vel ut ita moveatur quadrans totus, ut in secunda positione redeat ejus centrum ad positionem priorem, vel saltem ad rectam, quæ interiacebat binis objectis, ne parallaxis rem perturbet, qui quidem motus quadrantis multo facilius erit, ubi is in situ horizontali ad rem perficiendam collocetur, quam ubi collocetur in situ verticali; multo enim est facilius totam machinam horizontaliter movere nonnihil, quam elevare ita, ut telescopium fixum post conversionem in eadem altitudine sit.

Error totius quadrantis deprehensus: ejus applicatio ad arcus singulos.

236. Dispositis hoc pacto binis axibus telescopii duplicis, jam facile est bina in horizonte opposita puncta designare, & eorum angulos cum intermedio aliquo capere ope quadrantis, ac explorare, quantum is a 90 gradibus

dibus differat. Ejus investigationis hęc exhibui methodos tres, quas omnes adhibuimus pluribus vicibus, & plurium observationum omnium generum consensu intra admodum pauca secunda, invenimus errorem 25 secundorum, quibus noster quadrans a 90 gradibus deficit. Is error singulis arcibus tribui debet in ratione totius quadrantis ad eos arcus, atque eo demum pacto habetur correctio errorum omnium, qui irreperint in divisionem quadrantis.

237. Inventis binis axibus telescpii duplicis sibi invicem prorsus oppositis, facile invenitur etiam deviatio utriuslibet a radio postremo quadrantis, qui tendit a centro ad finem graduum 90. Concipiatur in fig. 5 sublata regula CG cum toto instrumento ipsi adjecto, ac in centro C collocata machinula figurę 2 cum pendulo, & si ii axes sunt accuratę paralleli ei radio, sit autem objectum aliquod in horizonte constitutum, & in ipsum collineetur sive ex L per LN, sive ex N per NL, patet filum penduli debere transire per initium primi gradus. At si manente illo parallelismo objectum sit supra horizontem, depresso L infra N, filum penduli discedet ab eo initio versus finem quadrantis I per arcum æqualem elevationi objecti supra horizontem, sin vero per NL collineetur in ipsum, elevato contra L supra N, filum debet cadere ab eo initio versus partes oppositas AB in eos gradus, qui in hunc ipsum finem citra initium numerationis adjecti sunt, & ibi designabit arcum priori æqualem, & æqualem elevationi objecti supra horizontem.

Investigatio deviationis axis telescpii fixi a postremo quadrantis radio. Quid, ubi ea sit nulla. Tab. 3. F. 5.

238. Quod si axes illi ei postremo radio paralleli non sint, ubi objectum prospiciatur prius per LN, tum per NL, filum non æque discedet ab initio primi gradus. Notandę erunt binę ejus distantię ab eodem initio, & punctum medium inter easdem erit id, quod per 90 gradus distabit a puncto limbi, cui ad partes KI respondent ii axes, ac ejus puncti medii distantia ab illo initio ipsorum axium aberrationem indicabit. Porro si distantia
fili

Quid, ubi sit aliqua. Eius determinatio, & correctio inde derivata.

fili ab eo initio fuerit major versus KI , ubi prospectamus per LN , quam versus AB , ubi per NL , punctum medium cadet versus KI , secus versus AB , & ubi deinde altitudines aliorum objectorum supra horizontem determinabuntur prospiciendo per LN a limbo, ea distantia demenda erit semper ab arcu, quem indicabit filum penduli in primo casu, ipsi addenda in secundo, ut habeatur altitudo quæsitæ, cum eo casu filum penduli jacere debeat ad eandem partem ab initio numerationis, ad quam id ipsum punctum medium, nimirum versus KI in primo casu, ad oppositam in secundo. Contra vero eadem addenda in primo casu, demenda in secundo, ubi habetur depressio infra horizontem, filo penduli in eo casu cadente ad partes oppositas versus AB . Patet autem & illud, hujusmodi correctionis magnitudinem inveniri, si e binis illis distantis fili penduli ab initio primi gradus, quarum medium assumendum esse diximus, minor dematur a majori, & residui sumatur dimidium.

Triplex methodus idem præstati per telescopium simplex. Proponitur prima, per reflexionem in aqua.

239. Hæc quidem omnia sat nota sunt, idcirco nulum eorum exemplum profero. Illud tamen, utut itidem notissimum, præterea addo, ubi unicum, & simplex habeatur telescopium, ibi ejusmodi correctionem pluribus aliis methodis perfici posse, in primis hisce tribus. Primò observetur aliquod objectum parum elevatum supra horizontem prospiciendo per LN , & notetur arcus a filo indicatus ab initio numerationis versus KI . Tum in vase ampliore aqua pleno aspiciatur objectum idem, quod ibi debet esse æquè infra horizontem depressum, & notetur itidem distantia fili ab eodem initio, ac assumatur punctum medium, inter binas fili positiones, cujus distantia media ab initio numerationis erit quæsitæ correctio.

Secunda per conversionem quadrantis verticalis. Quid cavendum in utraque.

240. Secundò observetur id objectum per LN , limbo A jacente infra NI , & notetur positio fili, ut prius; tum convertatur quadrans ita, ut limbus A abeat supra LN , ac sublata acu, ex qua filum pendeat, suspendatur manu

manu filum circa limbum *A* ita, ut transeat per centrum *C* jam inferius ipso limbo, noteturque distantia fili in limbo ab initio numerationis, & hic itidem punctum inter ejusmodi binas positiones medium rem perficiet. Porro in utraque ejusmodi methodo cavendum itidem illud, ut objectum sit maxime remotum, vel secus, ut centrum quadrantis in secunda positione eodem redeat, ubi erat in prima, ad evitandam scilicet parallaxim, & utraque methodus immediate rectificat divisionis initium. Tertia rectificationem exhibet immediate pro fine quadrantis, per quem, cognito totius quadrantis errore, habetur itidem rectificatio initii.

241. Tertia nimirum methodus est hujusmodi. Plano quadrantis diligenter collocato in plano meridiani observetur una die appulsus Fixæ cujuspiam proximæ zenith ad meridianum per *LC* limbo ipsius quadrantis obverso Occidenti, tum postridie idem fiat eodem limbo obverso Orienti, & notetur positio fili in utroque situ; nam punctum intermedium erit id, cui respondebit axis telescopii in ipso limbo, & cujus distantia a fine graduum 90 exhibebit correctionem quæsitam.

Tertia per stellas verticales, & conjunctionem.

242. Quod si non innotescat methodis supra expositis error totius quadrantis, & hac methodo inveniatur punctum, cui deberet respondere finis gradus nonagesimi, quavis autem e superioribus punctum, cui debet respondere initium gradus primi, patet inde deduci errorem quadrantis ipsius, si nimirum ea duo puncta non æquè, & in eandem plagam distiterint alterum ab initio primi gradus alterum a fine nonagesimi inscripti ipsi quadrantanti.

Iis methodis conjunctis deprehendi errorem totius quadrantis.

243. Illud unum hic notandum superest, punctum limbi a filo penduli designari eodem prorsus pacto, quo a linea designata in vitro regulæ mobilis definitur, nimirum methodo, quam exposui accuratè a num. 206. Ut enim ea recta ibi ad centrum dirigitur, ita hic hoc filum a centro devenit, vel per centrum transit.

Quo pacto arcus a filo designentur.

R r

244. Om-

Duplex quadrantis usus pro duplici angulorum classe.

244. Omnibus jam fuse expositis, quæ ad constructionem quadrantis pertinent, ad rectam partium dispositionem, ad correctionem multiplicem errorum omnium, dicendum superest de ejus usu, & de observationibus ejus ope institutis. Verum quod ad usum pertinet, jam occasione agendi de correctionibus fere omnia sunt exposita. Duplex enim quadrantis ipsius est usus. Primus est is, ut ejus ope determinetur angulus, quem continent binæ lineæ, quæ a dato puncto tendunt ad bina data objecta inde conspicua. Secundus est is, ut ejus ope determinetur angulus, quo objectum quodvis ex dato puncto spectatum elevatur supra horizontem, vel deprimitur infra ipsum. Quo pacto obtineatur primum illud, fuse exposui a n. 203; quo autem pacto obtineatur hoc secundum, patet ex iis, quæ diximus a n. 237.

Duplex methodus pro observandis angulis obtusis.

245. Illud unum hic monendum præterea, angulos obtusos, si qui occurrant, duplici methodo posse definirî. Ubi telescopium habetur duplex, & axes bini contrarii paralleli sunt, possunt facile haberi anguli obtusi immediate observando alterum objectum per GD , alterum per NL , & a duobus rectis demendo angulum GCL , quem definiret eadem regulæ positio, si per LN collinearetur in objectum juxta num. 205. Quod si non adsit telescopium duplex, assumi debet objectum intermedium positum in eodem ad sensum plano, & bini anguli acuti dimetiendi, quorum summa eum obtusum exhibeat.

Duplex genus angulorum primæ classis observatum.

246. Porro duplex genus angulorum primæ classis dimensi sumus. Alterum est angulorum poligoni, quorum catalogum exhibet Mairius opusculo 2 num. 21; alterum est angulorum, quos data hora continebat recta ducta ad signum in monte quopiam erectum cum recta tendente ad centrum Solis parum admodum elevati supra horizontem, cujusmodi observationes idem exhibet n. 31. Horum ope determinatur positio totius poligoni respectu meridiani; illorum vero ope determinantur latera omnia poligoni ipsius, nimirum distantia unius stationis ab

ab

ab alia utcumque inclinatæ ad planum horizontale, & ad meridianam lineam, ac altera basis eruitur ex altera. Hæ distantiæ ad planum horizontale, vel potius ad superficiem sphericam reducuntur ope angulorum secundi generis, nimirum elevationum supra horizontem, vel depressionum infra ipsum, quod quidem admodum facile præstatur methodo, quam Mairius exposuit opusculo 2 a num. 24., ac deinde ope inclinationis singulorum laterum ad meridianum reducuntur distantiæ eadem ad ipsum meridianum,

247. Nos quidem omnes ejusmodi angulos definivimus ope transversalium rectorum, ut exposui num. 206, luxato communi micrometro, & novo meo, quem exhibet fig. 7, & 8, nondum constructo. Monuerat jam olim Louvilleus, fatius esse, si quadrans dividatur tantummodo in gradus integros per rotunda foraminula, tum minuta, & secunda definiantur ope communis micrometri constantis filo mobili constituto in foco lentis objectivæ telescopii vel fixi, vel mobilis. Id ego quidem, invento hoc meo micrometro extra telescopium sitto, libentissime nunc sane præstiterim in angulis potissimum primi generis; at communi illi micrometro nequaquam fidendum puto, ubi ejus filum debeat per gradum integrum excurrere. Notavimus jam supra capite primo, ubi de sectore agebamus, nisi fila constituta sint in ipso foco lentis objectivæ haberi, parallaxim quandam, ut est notissimum. Constat itidem focum objectivæ lentis constare e focus plurimis pertinentibus ad diversa colorum genera, quorum focorum alii remotiores sunt, alii propiores. Observarunt autem Bouguerius, & Condaminus, ut ibidem diximus, focum ipsum mutari respectu diversorum Observatorum, ut & mutata aeris constitutione, & mutata distantia lentis ocularis ab objectiva, & a filis ipsis, ac notarunt parallaxim in his diversis circumstantiis ferri in partes oppositas, & illud etiam recensent, valorem partium micrometri plurium secun-

Quo pacto a nobis observati illi angulis cur lineæ transversales Louvilleæ methodo antepolita.

dorum numero iis diversum idcirco obvenisse brevi intervallo temporis licet idem objectum observantibus. Si quid ejusmodi accidat in micrometro telescopii, cujus filum tam longe debeat excurrere, necesse est errores committi non contemnendos. Nihil eorum timendum est in meo micrometro fig. 7, quo regula tota cum telescopio movetur per quadrantis limbum.

Earundem transversalium usus commodior in altitudinibus observandis.

248. Hinc ego quidem satius duxi, non singulos gradus notare tantummodo in quadrantis limbo, sed omnem divisionem perficere, & transversales ducere de more, quod & Grahamus in suis quadrantibus præstitit. Id autem & ubi altitudines observandæ sunt, multo commodius est potissimum si astrorum altitudines capiendæ sint. Nam ubi soli gradus designati sunt, oportet quadrantem prius ita disponere, ut filum transeat per unam e divisionibus accurate, tum observationem inire, quod & maxime incommodum est, & requirit, ut prius innotescat altitudo saltem proximè. Sed hæc innuisse sit satis.

Qui error oritur ex axe telescopii mobilis nõ parallelo plano quadrantis. Tab. 3, F. 11.

249. Videndum autem est primum, quod quidem ad usum quadrantis pertinet, quid erroris committi possit in ejusmodi angulis definiendis ex eo, quod axis telescopii regulæ mobilis non sit accuratè parallelus plano quadrantis. Sit in fig. 11 ACB planum quadrantis, & axis telescopii mobilis declinet ab ipso plano per angulum ACD , vel BCE . Exhibebit quadrans angulum ACB pro DCE , eruntque anguli ACD , BCE æquales, adeoque æquales eorum sinus, qui cum perpendiculares sint plano quadrantis, adeoque paralleli inter se, erunt & rectæ DE , FG parallelæ, & æquales, ac ob CF , CG itidem æquales, erunt pariter parallelæ FG , AB . Erit autem DE chorda anguli DCE , & AB chorda anguli ACB , nimirum illa dupla sinus dimidii anguli observati, hæc dupla sinus dimidii anguli a quadrante exhibiti. Cum igitur sit ut CA radius, ad CF cosinum declinationis axis, ita AB duplus sinus dimidii anguli per quadrantem definiti

finiti ad *FG*, live *DE* duplum sinus dimidii anguli definiendi; habebitur hujusmodi theorema. *Est radius ad cosinum declinationis axis telescopii, ut est sinus sinus dimidii anguli per quadrantem definiti ad sinum dimidi definiendi.*

250. Si deviatio sit exigua habebitur facilius determinatio erroris. Nam, dividendo, erit radius *CA* ad *AF* sinum versus declinationis, ut est sinus dimidii anguli *ACB* per quadrantem definiti, ad differentiam ipsius a sinu definiendi. Est autem theorema hujusmodi pertinens ad exiguas angulorum differentias illi simile, quo usi sumus num. 141, esse cosinum anguli ad radium, ut est differentia sinus ad sinum differentiae angulorum (nam in fig. 12 tab. 2 est *ti* differentia sinuum *tz*, *b'd*, ad *b't* chordam *b't* differentiae arcuum *bb'*, *bt*, quæ æquipollet ejus sinui, ut est cosinus *az* ad radium *at*). Quare ex æqualitate perturbata erit cosinus dimidii anguli observati ad sinum versus declinationis axis, ut est sinus dimidii ejusdem anguli ad sinum erroris ejusdem dimidii, qui error est dimidium totius erroris. Inde vero alternando habetur hujusmodi theorema. *Est cosinus dimidii anguli observati ad sinum, vel, quod eodem redit, radius ad ejus tangentem, ut est duplus sinus versus declinationis axis ad sinum erroris, & angulus definitus per quadrantem semper est vero major.*

251. Porro inde facile deducitur, nisi declinatio axis fit admodum ingens, nullum haberi errorem sensibilem in angulo observato, qui, ut in re præsentis esse solet, non multum excedat rectum. Et quidem fere semper a recto multum deficiunt anguli, qui observantur, ac si rectum fatis excedant, per quadrantem defini omnino non possunt hac methodo, nimirum ope telescopii mobilis excurrentis per quadrantem, per quem ultra 90 gradus vix excurrit. Quare fere semper radius dimidii anguli, qui in semirecto æquatur tangenti, in hujusmodi angulis est ipsa tangente major, & proinde sinus erroris minor duplo sinu verso declinationis. Sinus unius secundi ad radium, 1000000 est 48, sinus versus minorum 7 est 21, & ejus

Theorema pro eo errore simplicius, ubi deviatio est exigua.

Errorem declinationis non ita magne esse insensibilem.

ejus duplum 42 adhuc minus, quam 48. Quare si deviatio sit minorum 7, error in quovis angulo acuto, & in recto est adhuc minor uno secundo. Is autem error, aucta declinatione, augetur in ejus ratione duplicata, cum in ea augeatur sinus versus quamproxime: idem autem error in angulis minoribus minuitur plurimum in ratione tangentis imminutæ.

Error multo major in angulis exiguis alterius telescpii axe parallelo alterius, declinante.
Tab. 3, F. 5.
11.

252. Effet e contrario is error multo major in angulis exiguis, si in fig. 5 non utriusque objecti observatio instituat eodem mobili telescoppio GD , sed alterius eo, alterius telescoppio fixo LN , ac alterius axis plano quadrantis parallelus esset, alterius vero declinaret. Eo enim casu in fig. 11 abiret punctum D in A , & haberetur triangulum sphericum rectangulum ABE . Abeunte autem A in B , evanescit AB , & tamen AE evadit æqualis toti BE , adeoque error toti inclinationi axis fit æqualis. Contra vero ubi AB fiat quadrans, error penitus evanescit, evadit enim A polus circuli maximi BEP , & arcus AE quadrans, ut AB . Generaliter mensura erroris invenitur, cujuscumque magnitudinis sit AB per hoc theoremata, quod constat ex Trigonometria spherica. Est radius ad cosinum declinationis BE , ut cosinus lateris, sive distantia visæ AB ad cosinum basis, sive distantia vera AE .

Theorema facilius pro eodem errore in exiguis declinationibus. Quid in reliquis casibus.

253. Inde autem deduci potest aliud, quod pro exiguis declinationibus BE exhibeat immediate erroris mensuram. Nam ex superiore theoremate dividendo erit, ut radius ad sinum versus declinationis BE , ita cosinus AB ad differentiam cosinum AB , AE . Sed juxta num. 141 est sinus ad radium, ut differentia cosinum ad differentiam arcuum, sive ad sinum ejusdem differentie arcuum. Igitur ex æqualitate perturbata est sinus distantie visæ AB ad sinum versus declinationis BE , ut cosinus ipsius AB ad sinum erroris, vel alternando est, sinus distantie visæ ad cosinum, vel, quod eodem redit, tangens ipsius ad radium, ut est sinus versus declinationis ad sinum erroris. Quod si etiam AD declinet in eandem plagam, vel in oppositas,

tas, facile definiri posset, quid in singulis casibus consequi debeat. Verum & in angulis paullo majoribus errores ab exiguis declinationibus orti perquam exigui sunt, & nos eodem semper telescopio mobili utrumque objectum observavimus, ac axium parallelismum curavimus cum plano sectoris.

254. Ubi altitudines supra horizontem capiuntur, vel depressiones infra, si axis telescopii declinet a plano quadrantis, error, qui committitur, est idem prorsus, ac is, quem posteriore loco persecuti sumus. Si enim AB sit planum quadrantis, CE axis telescopii respondens puncto B , CA filum penduli; quadrans quidem exhibebit distantiam ACB a zenith, vera autem distantia erit ACE , & cum ejus complementum sit elevatio supra horizontem, vel depressio infra, error elevationis, vel depressionis erit idem, ac differentia arcuum AE , AB , quæ, ubi declinatio BE sit exigua, & arcus AB parum abluat a quadrante, perquam exigua est, & in ipso quadrantis sine penitus evanescit: ubique autem definitur per superioris numeri theoremata. In eo autem theoremate si prior ratio assumatur, sinus AB ad cosinum, ubi altitudo supra horizontem, vel depressio infra, nimirum, uno vocabulo, distantia ab horizonte fuerit exigua, adeoque AB proxime quadrans, erit ejus sinus proxime æqualis radio, cosinus autem erit idem, ac sinus distantie ab horizonte, & theoremata huc redibit. *Est radius ad sinum distantie ab horizonte, ut sinus versus ipsius declinationis ad sinum erroris.* Et is quidem evadit perquam exiguus tertii ordinis, cum distantia ab horizonte ponatur exigua, & exiguus ejus sinus, ac declinatio ponatur itidem exigua, adeoque exiguus ejus sinus rectus, & proinde sinus versus exiguus respectu ipsius sinus recti, nimirum exiguus secundi ordinis.

255. Et hæc quidem de erroribus, qui oriuntur ex ipsa telescopiorum dispositione, quos in casu nostro non esse pertimescendos patet ex iis, quæ diximus. Quod autem

Quid in altitudinibus observandis telescopii fixi axe declinante. Theoremata pro ejusmodi errore.

Nullos ex iis erroribus nobis pertimescendos. Facilius observant, quæ accuratius decernenda sint.

autem pertinet ad observationes angulorum pertinentium ad triangula poligoni, & altitudinum supra horizontem, vel depressionum infra, admodum commode illud hic accidit, quod anguli priores, quorum multo accuratior determinatio requiritur, multo itidem accuratius determinentur, contra vero altitudines illæ, & depressiones,

Collocatio qua-
drantis, ut ejus
planum transeat
per bina objecta.
Tab. 2, F. 4.
1.

256. Ad illorum angulorum observationem collocandus est in primis quadrans ita, ut ejus planum transeat per utrumque objectum observandum, ut nimirum telescopio mobili congruente cum fixo, & prioris axe directo ad primum objectum accuratè, ipso quadrante interea immoto, & regula mobili per ejus limbum circumducta, axis ipse telescopii mobilis appellat accuratè ad secundum objectum. Id ut proximè fieret, mihi quidem facile semper contigit, cum per machinam figuræ 4 admodum facile esset, pede utcumque constituto, quam liberet positionem quadranti præbere altero, Observatore dirigente semper telescopium fixum ad alterum objectum, altero telescopium mobile ad alterum, dum quis etiam Rusticus arcum *KLMI*, & cochleam fig. 4 manu tenens, jam elevaret, jam deprimeret quadrantis molem excursu arcus ipsius per crenam *D*, donec haberetur proxime quæsitæ positio, cujus accuratior determinatio obtinebatur ope cochlearum *YZ* fulcri figuræ 1, quarum una in unam partem conversa, ut constaret, an is motus positioni accuratæ faveret, an opponeretur, continuabatur conversio in eandem plagam, vel in oppositam, donec primo Observatore telescopii fixi axem dirigente semper ad primum objectum, secundus videret secundum in axe sui telescopii. Brevi tentamine per unam vel alteram cochleam res felicissimè perficiebatur, nec nos in eo illam unquam difficultatem experti sumus, quam alii alia fulcri forma sæpe experti sunt, nec ulla aderat necessitas disponendi pedes fulcri certa quadam lege, quod ab aliis præscribitur, & in locis montanis, saxosisque, ac præruptis non raro erat futurum satis incommodum.

257. Qua-

257. Quadrantis plano ita constituto facile adducitur regula mobilis ad initium gradus proximi, tum regula eandem respectu quadrantis positionem servante exiguo quadrantis ipsius motu dirigitur telescopium mobile ad secundum objectum a secundo Observatore, quam directionem dum is retinet, primus interea Observator filum mobile micrometri telescopii fixi ita movet, ut ejus interfectio cum fixo sibi perpendiculari adducatur ad primum objectum, quo præstito ita, ut simul bini Observatores sua objecta in suis interfectionibus habeant, regula mobilis ad telescopium fixum adducitur ita, ut primum objectum sit simul in utroque telescopio in interfectione filorum, ac observatur positio lineæ in vitro designatæ respectu transversalium. Hæc omnia facile præstantur, & parum admodum officit hujusmodi observationi tremor quadrantis, qui sæpe habebatur ob ingentem in summis montibus ventorum vim. Nam ii impetu facto in amplam quadrantis molem unico in loco connexam cum fulcro, & æquilibratam, eam semper concutiebant alquantulum, quod quidem aliquando & observationem perturbabat nonnihil, ac reddebat minus accuratam: sed id ipsum in ea quadrantis positione horizontali, & regula respectu limbi immota, multo minus accidebat, quam ubi altitudines, & depressiones capiebantur.

Facilis directio telescopiorum in objecta, & praxis reliqua, cum exiguo tremoris incommodo.

258. Ejusmodi enim altitudines, & depressiones observantur ope folius telescopii fixi directi ad objectum, & alterius telescopii usum supplet filum penduli e centro suspensum, cujus positio respectu limbi notatur methodo exposita num. 243. Id filum, ubi aer est admodum quietus, demisso in aquam pondere, quiescit. Ubi validior est ventus, agitur ita, ut nulla arte nos quidem ipsum penitus immotum continere aliquando potuerimus. Aderat quidem instrumentum quoddam, quod invenimus num. 182, & suspendebatur e crena *GH* fig. 2, quod filum includebat, sed quoniam filum ipsum debet

Incommodum tremoris multo majus in altitudinibus observandis.

limbo proximum esse, ut ipsum pene contingat, debet id repagulum e posteriore parte in limbi loco apertum esse: hinc venti vis eo se insinuat. Præterea ventus ipse in quadrantis verticaliter collocati ampliorem faciem incurrens tremorem ipsi communicabat aliquem, quo pendulum etiam commovebatur. Hinc aliquando dum altero Observatore dirigente telescopium fixum ad objectum, alter filum penduli cum divisionibus limbi conferret, oscillabat filum hinc, & inde per plura minuta. Curabamus autem semper, ut ejus positum definiremus, dum ventus intermittebat nonnihil, ac oscillatio vel nulla esset, vel exigua, & in hoc casu assumeretur medium oscillationis punctum. Adhuc tamen altitudinem, vel depressionem ultra etiam minutum primum sæpe incertam fuisse, arbitror, dum primum angulorum genus intra paucorum secundorum limites censeo accuratum extitisse.

Plures errorum
fontes recensiti
pro angulis po-
ligoni.

259. Plura erroris secunda colligi in primo etiam angulorum genere potuerunt ex pluribus capitibus. Telescopio pedum trium, vel quatuor, duo vel tria secunda vix, aut ne vix quidem discernuntur. Ubi dirigitur telescopium mobile ad objectum, filo utut tenui lena, vel etiam dena secunda intercipiente, in utraque directione ternis secundis errari facile potest, potissimum ubi observatur objectum prope horizontem situm, ac remotum, vaporibus interjectis radios detorquentibus, & inducentibus objecti tremorem. Idem error in directione telescopii fixi committi potest ita, ut ejus positio nonnihil diversa sit in binis telescopii mobilis positionibus. Is autem error augeri potest validiore venti vi quadrantem agitante. Quanquam quod ad hunc tremorem pertinet, & conservationem positionis telescopii fixi, dum mutatur positio telescopii mobilis, evitari sane posset aliis fulcris quadrantis suppositis, quæ ipsum constitutum in plano transeunte per bina objecta redderent prorsus immobilem. Sed ea fulcra, quæ ut præruptis

ruptis montium locis aptari possent, admodum varia deberent esse, vel composita, & diversis motibus prædita, nos quidem nunquam adhibuimus, cum perquam exigui errores, qui eo pacto evitari possent, perquam exiguum errorem inducant in unius gradus mensuram, ut infra patebit.

260. Deinde error aliquis committitur in collocanda regula fixa ita, ut congruat accuratè cum aliqua divisione, ubi licet semper adhibuerimus lentem: tamen unius, aut alterius secundi error etiam ibi timeri potest, & major fortasse, nimirum triplo major, quam ex eodem capite in sectore triplo longiore. Dum æstimatur secundorum numerus in secunda positione quadrantis, aliquis iterum error, & sæpe trium, vel 4 secundorum, vel etiam 5 timeri potest. Horum uterque minui plurimum posset ope mei micrometri figuræ 7 regulam deferentis, cujus ope motu continuo juxta num. 58, & adhibito microscopio, potissimum si foraminula rotunda sint, etiam unius secundi error evitari potest, ut & error in dirigendo telescopio mobili ad objectum ope cochleæ moventis regulam, & telescopium. Repetita observatione quoties liberet, & in singulis appulsibus notato numero micrometri, nullus dubito, quin & unius secundi error evitari posset. Sed nos tum quidem eo caruimus.

Alii errorum
fontes ibidem.

261. Alius error, & is plurium secundorum irrepere potest in anguli definitione, ex errore divisionum, si rectificatio earundem, de qua tam fusc egimus, intra aliquot secunda incerta sit. Duplex autem est ibi error in duplici positione regulæ mobilis. Alium pariunt refractiones. Nam in primis dum refractione objectum elevat, licet in plano verticali id fiat, & idcirco parum officiat angulo fere horizontali; adhuc tamen est & ibi aliquis error, nec is penitus accurate corrigi potest, cum refractione ipsa prope horizontem admodum varia sit, ut notavimus etiam opusculo 1. Deinde illud etiam fortasse

Alii ididem.

aliquando fieri potest ob inæqualem positionem vaporum intermediorum, ut habeatur aliqua aberratio radii in latus, qua fiat, ut angulus ipse horizontalis turbetur nonnihil. Ubi de minutis secundis agitur, nihil non timendum a rationibus physicis, dum eæ se geometricis præcisionibus immiscent.

Eos se ex parte corrigere invicem. Quæ omnium fuerit summa in singulis triangulis.

262. Si ii errores omnes in unicum summam coalescerent, possent quidem excrescere plurimum; sed id nunquam accidit. Nobis quidem aliquando ad 10, vel etiam 12 fortasse secunda minuta devenerunt, quod in majori ventorum agitatione, vel in fortuito errorum rectificationis cumulo quopiam accidere potuit; plerumque tamen est, cur nobis persuadeamus quinque, vel sex minuta secunda non excessisse. Hinc nimirum in opusculi secundi num. 21 tabula angulorum pro singulis triangulis non exhibet gradus 180 accuratè, sed correctio adhibenda est. Habentur autem cum ipsis basibus triangula 11, ubi summa trium errorum semel in secundo triangulo affurgit ad secunda —28, in septimo ad +22, in quarto ad +20, in tertio jam est +17, in nono, & decimo —16, in primo +8 in quinto, & undecimo —6 in octavo +3 in sexto demum —2, qui ipsi errores cum in partes ferantur oppositas sine ulla certa lege, se itidem corrigunt magna ex parte, & eorum effectus in intervallo meridiani interjecto inter extrema poligoni puncta inde multo minor esse debet, quam esset ex omnium conspiratione. Porro ibidem negativi errores positivis æquales non sunt idcirco, quod nos totius quadrantis correctionem secundorum 25 eruimus non ex hisce triangulis tantum juxta num. 236, sed ex iis, & aliis triangulis, ac aliis itidem observationibus medium desumendo.

Fons errorum in altitudinibus.

263. Refractio magis turbat altitudinem supra horizontem, vel depressionem infra, cujus quidem magnitudo prope horizontem minime constans id efficit, ut is ipse error satis tuto corrigi nequaquam possit. Is autem junctus errori orto ex difficultate observandi augetur multo

multo magis , sed jam videbimus eum , ut supra innui , utut multo major sit , multo minorem effectum secum , trahere in mensuram intervalli , licet errorem majorem inducat in absolutam montium altitudinem .

264. Et quidem ut in ipsos errores inquiri possit , satis est considerare , quo pacto ex ejusmodi angulis observatis , ac basibus eruantur , quæ pertinent ad rem nostram . In primis in fig. 2 tab. 1 juxta articulum 5 opusculi 2 , & tabellam in eo propositam num. 21 habetur polygonum , in quo basis Ariminensis *aL* , Romana *cb* , stationes *A* , *B* , *C* , *D* , *E* , *F* , *G* , *H* , *I* sunt tholus D. Petri , mons Januarius , Sorianus , Fionchus , Tesius , Penninus , Catria , Carpegna , Lurus . In iis omnibus triangulis innotescunt omnes anguli per quadrantem determinati . Et quidem ii immediate per observationem innotescerent accurate , si observatio institueretur in ipso centro signi erecti in statione , in qua fit observatio . Sed quoniam plerumque commodius est multo , & aliquando pro signi ipsius natura necessarium omnino observationem instituere extra signum ipsum , anguli observati indigent correctiuncula exigua , quæ facile invenitur , si inter observandum definiatur distantia centri quadrantis a loco observationis , & positio , cujus ope innotescat recta perpendicularis , e centro quadrantis ducta in rectam a centro signi stationis , in qua observatio fit , tendentem ad centrum signi stationis cujusvis observatæ .

Anguli polygoni non immediate definiti observatione peracta extra centrum stationis .
Tab. 1. Fig. 20

265. Nam in primis ope angulorum non correctorum , & primæ basis *aL* haberi possunt , si minus accurata , saltem veris proxima , latera omnia prius trianguli *LHa* , tum *LHI* , ope lateris *LH* , tum *HGI* ope lateris *HI* , & ita porro usque ad basim alteram *bc* , factis , ut sinus anguli oppositi lateri dato , ad sinum anguli oppositi lateri quæsito , ita latus datum ad quæsitum . Habitis autem iis lateribus utcumque proxime , habetur angulus , quem in statione observata subtendit distantia centri quadrantis a centro signi ipsi proximi . Sit enim in fig. 12 tab. 3 *A* centrum signi ,

Quo pacto reducatur ad id centrum .
Tab. 3. Fig. 2
12

signi, C centrum quadrantis, quo observantur stationes D , & E , & dato per observationem angulo DCE , quæ-
ratur angulus DAE . Habita distantia AC , & ejus positio-
ne respectu rectarum AE , AD , inveniuntur facile perpen-
dicula CI , CH , quæ sæpe etiam immediate admodum fa-
cile metiri licet designatis utcumque rectis AI , AH . Por-
ro habitis etiam proximè CE , CD , erit, ut CE , vel CD
ad CI , vel CH , ita radius ad sinum anguli CEI , vel CDH .

Quid corrigi de-
beat per addi-
tionem, quid
per subtractio-
nem.

266. Porro si utraque recta EC , DC jaceat intra an-
gulum EAD , jacente C intra ipsum, uterque ex iis angulis
demendus est ab angulo DCE , ut habeatur DAE : si ja-
cente C' extra ipsum ad latus alterum, ut EA , altera qui-
dem DC' subeat angulum DAE , altera EC' cadat extra ip-
sum, demendus erit prioris angulus ADC' , & addendus po-
sterioris AEC' : quod si & DC' caderet extra ultra DA , pun-
cto A jacente intra angulum $DC'E$, uterque addendus es-
set. Si enim EC occurrat DA in B , & EC' in B' , angu-
lus externus DCE æquabitur angulo CBD , & CDB inter-
nis, & oppositis, angulus autem CBD pariter binis BAE ,
 BEA ; adeoque sublato CDB a DCE , habetur DBC , &
sublato BEA , vel CEA ab ipso DBC , habetur DAE ; un-
de constat primum. Pariter sublato $CD'B'$ a $DC'E$ exter-
no, habetur $DB'C'$ internus, sed ipsi $DB'C'$, sive $AB'E$ ad-
dito AEB' , vel AEC' , habetur externus DAE ; unde patet
secundum. Tertium autem sponte fluit e primo. Si enim
demendi sunt bini anguli CDA , CEA ab angulo DCE , ut
habeatur DAE , contra addendi iidem essent, si foret C in
 A , & A in C .

Facilior deter-
minatio redu-
tionis.

267. Sed nec est opus tam proxima mensura rectarum
 EC , DC , nec illis sinibus ad inveniendos angulos ad E , vel
 D demendos ab angulo observato, vel ipsi addendos; cum
illæ distantia CI , CH semper utique satis exiguæ respec-
tu ipsarum CE , CD exiguum secundorum numerum re-
quirant. Ut angulus CEI sit unius secundi, debet CE con-
tinere ipsam CI vicibus 200000 quamproxime, nimirum,
existente CI pedis unius, & CE 40 milliariorum, habetur

unum

unum minutum secundum in angulo illo CEI , & eo minus habebitur, vel plus, quo distantia CE fuerit e contrario major, vel minor. Quare si numerus pedum inventus in distantia illa perpendiculari CI augeatur, vel minuatur in ea ratione, in qua distantia CE a statione observata est e contrario minor, vel major milliariis 40, habebitur numerus secundorum demendus ab angulo observato, vel illi addendus, prout centrum C jacuerit respectu rectæ AE versus alteram stationem D , vel ad partes oppositas. Patet igitur, satis esse intra crassiores limites nosse, quot milliariis distet statio observata, & nosse tantummodo numerum pedum, quibus centrum quadrantis distat a recta jungente centrum signi, prope quod fit observatio, cum signo stationis observatæ, ut innotescat, quid auferri debeat, vel addi.

268. Anguli, qui habentur in ea tabula opusculi secundum, sunt anguli ita correcti. Eorum ope patet jam haberi posse omnia latera rectilinea poligoni incipiendo a basi altera usque ad alteram, ope illius notissimi theorematis trigonometrici, *latera sunt, ut sinus angulorum oppositorum*, sed ut a basi altera deveniatur ad alteram, satis est singulorum triangulorum ope definire singula latera, usui futuræ in sequenti triangulo, quod quidem ibi præstitit Mairius, qui singulis triangulis singula latera definivit, & a prima basi La fig. 2 tab. 1 devenit ad secundam bc per latera $LH, HI, HG, GF, FE, FD, DC, CB, BA$; ac eodem pacto ordine retrogrado a secunda bc poterat devenire ad primam La .

269. Porro ex rectilinea poligoni latera nec jacent in superficie regulari Telluris, nec in directione Meridiani. Hinc duplici reductione est opus, alterâ, quæ lateribus rectilineis, & ad horizontem inclinationes varias habentibus pro varia distantia stationum a superficie illa regulari, substituât arcus superficiæ ejusdem ipsis subjectos, si-ve interjectos punctis, quæ perpendiculariter subjacent ipsis stationibus, alterâ, quæ inventa directione meri-

Ex basi, & angulis reductis determinatio laterum rectilineorum.
Tab. 1. F. 2.

Duplicis laterum reductionis necessitas, ad superficiem Telluris regularem, & ad meridiani reductionem.

diani

diani *An* transeuntis per alterum poligoni extremum *A*, & ope arcuum, *Bd*, *Ce*, *Df*, *Eg*, *Fh*, *Gi*, *Hl*, *Im*, *Ln*, ipsi meridiano perpendicularium reducat puncta *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I*, *L*, ad meridianum in *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, *l*, *m*, *n*, unde demum obtineatur intervallum *An* meridiani ipsius interceptum binis extremis punctis totius poligoni.

Præ redutio-
nis fundamen-
tum præcipuum.

270. Prima illa reductio commodissime perficitur methodo, quam ibidem Mairius exponit a num. 24. Nimirum omnes anguli reducuntur ad horizontales, sive iis, quos latera rectilinea continent terminata ad stationes, sicut in summis montibus substituuntur ii, quos continent in superficie Telluris regulari arcus interjecti punctis subjectis ad perpendicularum stationibus singulis. In hac reductioe assumitur superficies illa regularis Terræ, ut spherica, atque id quidem sine ullo periculo erroris sensibilis. Cum enim discrimen figuræ Telluris a spherica sit admodum exiguum, discrimen partis usque adeo exiguæ, quæ toti poligono, immo quæ singulis respondet triangularis, omnem omnino sensum debet effugere.

Ejusdem metho-
dus per Trigo-
metriam sphæ-
ricam.

271. En autem ejusdem reductionis methodum eidem satis analogam. Referant in fig. i i tab. 3 rectæ *CD*, *CE* rectas, quæ a statione *C* tendant ad binas stationes, quibus rectis spheræ centro *C* occurrat in *D*, & *E*. In ipsa spheræ sit *CP* recta verticalis tendens ad zenith respondens puncto *P*, sint autem *CA*, *CB* intersectiones planorum verticalium *PCD*, *PCE*, cum plano horizontali transeunte per *C*, ut proinde *ACD*, *BCE* sint binæ elevationes observatæ supra horizontem, quarum altera, vel utraque si esset nulla, abiret alterum, vel utrumque e punctis *D*, & *E* in alterum, vel utrumque e punctis *A*, & *B*; si altera, vel utraque esset depressio infra horizontem, abiret alterum, vel utrumque ex iis infra alterum, vel utrumque ex his, contra id, quod schema exhibet. Sed in omnibus ejusmodi casibus habita altitudine supra horizontem, vel depressione infra ipsum, habetur *PD*, & *PE*

PE differentia ejus a quadrante, vel summa cum quadrante.

272. Porro intersectiones planorum *PCA*, *PCB* cum superficie regulari Telluris essent bini arcus illi, quos memoravimus, nimirum bina latera poligoni ad ipsam superficiem reducti, & *CA*, *CB* sunt rectæ perpendicularares intersectioni planorum ipsorum arcuum, quarum angulus proinde æquatur angulo sphærico, quem ii arcus continerent; cum ipse angulus *ACB* sit angulus, quem eorum arcuum plana continent juxta num. 57 in meis solidorum Elementis, Elementorum tomo 1, & ille angulus sphæricus sit idem, ac eorum planorum angulus juxta mea Trigonometriæ sphæricæ elementa num. 153 ibidem. Quare invento angulo *ACB*, is angulus invenitur, & ipse angulus *ACB*, quem tangentes in plano horizontali continent, dicitur angulus *DCE* ad horizontem reductus. Porro is habetur resolutione trianguli sphærici *DPE*, in quo ex datis altitudinibus *AD*, *BE*, vel depressionibus, dantur latera *PD*, *PE*, juxta numerum præcedentem, latus autem *DE* est mensura anguli *DCE* observati. Anguli autem sphærici *DPE* mensura est arcus *AB*, qui metitur angulum rectilineum *ACB*, nimirum angulum ad horizontem reductum, sive angulum poligoni ad Telluris superficiem reducti. Quare datis binis altitudinibus, vel depressionibus, & angulo-observato *DCE*, adeoque tribus lateribus trianguli sphærici *DPE*, datur angulus *DPE*, sive quæsitus ille angulus reductus.

273. Is quidem angulus communi, & nota Trigonometriæ sphæricæ methodo haud difficulter invenitur, verum ejus inventionem adhuc expeditam magis docet Maiorius a num. 26 opusculi secundi. Quod si altera altitudo vel depressio nulla esset, puncto *D* abeunte in *A*, resolveret triangulum *APE*, sed multo facilius triangulum *ABE* resolveri posset, in quo data altitudine, vel depressione *BE*, & data basi observata *AE*, inveniretur latus *AB*, sive angulus ille ad horizontem reductus, nimirum

Trianguli sphærici resolutione, quæ rem conficit.

Facilior ejus solutio indicata 5 casus simplicior, & expeditior in eo casu solutio.

T t ope

ope unius trianguli sphærici rectanguli, quod num. 25 notat Mairius.

274. Jam vero inventis hoc pacto in fig. 2 tab. 1 omnibus angulis poligoni reducti ad arcus circulorum maximorum descriptorum in superficie sphærica, inveniuntur latera omnia poligoni ejusdem incipiendo a primo triangulo, si fiat in ipso, ut sinus anguli LHa oppositi basi La ad sinum anguli HLa , vel HaL , ita basis aL priori opposita ad latus Ha , vel HL oppositum posteriori, & eodem pacto per omnia triangula progrediendo inveniuntur latera omnia poligoni reducti in mensuris iisdem, in quibus habetur basis. Nam in triangulo quovis sphærico sunt sinus laterum, ut sinus angulorum oppositorum. Porro ubi latera exigua sunt, ipsa sunt proxime, ut sui sinus, quod satis constat ex ipsis sinuum tabulis; ac primum latus rectilineum aL , nimirum basis inventa per actualement mensuram, sumi potest impune pro arcu, cum ea vix ad 6 minuta assurgat. Quamobrem facta illa angulorum reductione eodem prorsus modo definiuntur latera poligoni ad sphæricam superficiem reducti, ac latera poligoni immediate observati, & constantis lateribus rectilineis. Hi quidem anguli, & latera inveniuntur in eodem opusculo 2 apud Mairium num. 28, sed quoniam non omnes altitudines, & depressiones immediate nobis satis accuratè observare licuit, quo pacto aliquot ejusmodi observationum defectum supplere licuerit, paullo infra videbimus.

Quæ observatio solaris requiritur ad reductionem secundâ laterum obliquorum lineæ meridianæ ad ipsam lineam.

275. Interea habitis ea methodo, & angulis omnibus poligoni reducti, & lateribus; reliquum est, ut habeantur segmenta illa meridiani definita per arcus Bd , Ce perpendiculares ipsi meridiano; quæ quidem, ut & arcus ipsi inveniuntur per observationem solarem, quam inuimus etiam supra. Id Mairius persequitur in ipso opusculo 2 articulo 6, nimirum a num. 30; ego autem id ipsum hic paullo uberius exponam. In primis vero ad datam quampiam horam ope quadrantis investigari debet angulus,

angulus , quem continet recta tendens e dato loco ad stationem aliquam , cum recta tendente ad Solis centrum . Invenietur is angulus dirigendo alterum telescopium ad stationem ita , ut statio ipsa sit in interfectione filorum , alterum ad Solem , & notando momentum , quo Solis limbus præcedens appellit ad filum perpendiculare plano quadrantis , & momentum , quo appellit limbus sequens , unde innotescit momentum , quo appellit centrum , & ex numero , quem tum designat regula mobilis , ac ex eo , quem designat , ubi telescopium fixum , & mobile diriguntur ad idem aliquod objectum , obtinetur angulus quæsitus , quem recta ad stationem tendens continet cum recta tendente ad centrum Solis .

276. Quod si Sol incedat itinere non ita satis inclinato ad horizontem , ut utriusque limbi appulsus videri possit , sed dum assurgit , elabatur e campo telescopii , vel non libeat utrumque appulsus expectare ; satis erit notare alterius momentum , & angulo ita definito addere semidiametrum Solis , vel demere , prout centrum respectu ejus limbi jacuerit ad partes illi stationi oppositas , vel versus illam . Diameter enim appars Solis vel observari tum facile potest , vel satis tuto ex astronomicis tabulis erui . Et id quidem prope æquatorem est maxime necessarium , ubi nimirum Sol maxime ad horizontem erectus assurgit .

Necessaria potissimè prope æquatorem cognitio semidiametri solis .

277. Porro data hora observationis , datur ex astronomicis tabulis declinatio Solis , & per eam distantia Solis a polo . Cumque in triangulo sphærico habente angulos in polo , in zenith , in Sole , innotescat præterea distantia poli a zenith complementum polaris altitudinis , & angulus in polo ob horam datam : dabitur etiam distantia Solis a zenith , & angulus in ipso zenith , nimirum azimuthus Solis . Habitâ distantia Solis a zenith , eâque imminutâ per refractionem e tabulis erutam , cum præterea haberi possit elevatio supra horizontem stationis observatæ , vel depressio infra ipsam , habetur quid-

Resolutio trianguli sphærici ad rem necessaria . Angulus positionis inde deductus .
Tab. 3, F. 11.

quid requiritur ad reducendum ad horizontem methodo superius tradita angulum observatum. Si enim in fig. 11 tab. 3 *CE* tendat ad Solem, *CD* ad stationem, dabuntur *PE*, *PD*, & angulus *DCE* observatus, adeoque & angulus *APB*, sive *ACB*. Quoniam autem innotuit Solis azimuthus, sive angulus, quem circulus verticalis *PEB* transiens per Solem continet cum meridiano; innotescet etiam angulus, quem cum eodem meridiano continet verticalis *PDA* transiens per stationem *D*, nimirum innotescet, quantum in horizonte distet punctum *B* a cardine boreali, procedendo inde ortum versus, donec deveniatur ad ipsum, quem in eo articulo Mairius angulum positionis appellavit.

Exemplum ejus
perquisitionis in
positione montis
Sorianensis visi
e Collegio Ro-
mano.

278. Exemplum totius perquisitionis hujusmodi habetur in eodem articulo. Nos e boreali parte solarii Collegii Romani observavimus Solem die 14 Septembris anni 1753, paullo ante occasum, & Solem contulimus cum arbore in monte Soriani extante. Tres habentur observationes num. 31 ipsius, pro quibus singulis notatur prius angulus observatus, tum idem ad horizontem reductus. Tum numero 32 habentur 3 declinationes Solis a meridiano, nimirum tres distantiae puncti *B* ejusdem figuræ 11 a cardine australi, quæ sunt complementa ad angulos rectos anguli spherici, quem habet in zenith triangulum terminatum ad ipsum zenith, ad Solem, & polum. Quoniam eæ declinationes a cardine australi in Occidentem tendunt, & Sorianensis montis arbor in eadem directione jacebat nobis ab Occidente Boream versus, addendæ fuerunt tres illæ declinationes tribus distantis Solis ab arbore inventis numero illo ejus 31, & prodierunt tres declinationes arboris Sorianensis a cardine australi, quarum media est ibidem $158^{\circ}, 2', 35''$. Quoniam autem hæc a meridie jacet Occidentem versus eadem directione, quæ a Borea tendit Orientem versus ad dexteram, si ipsi addantur gradus 180, qui in ea directione sunt a boreali cardine ad australem; oritur ille, quem ibi angulum

Q U A R T U M. 333

lum positionis appellari diximus graduum 338, 2', 35".

279. Si hæc observatio non in Collegio Romano habita fuisset, sed in ipso initio poligoni, nimirum in medio D. Petri tholo; nulla alia reductione opus esset. Verum ea quidem est opus, ut habeatur angulus positionis, quem cum meridiano tholi D. Petri continet eadem arbor ex eodem tholo observata; nimirum in fig. 2 tab. 1, arcus AC cum arcu Ae numerando ab Ae ad dexteram, sive complementum anguli eAC ad 4 rectos; ut inde reliquorum laterum habeantur inclinationes respectu meridiani ejusdem, & earum ope illa omnia perpendiculara in ipsum demissa, & illa ipsius segmenta, quæ num. 269. proposuimus.

Necessaria red-
ctio ab ea posi-
tione ad positi-
onem ejusdem mō-
tis visi e tholo
D. Petri.
Tab. 1, F. 2.

280. Ea reductio fit ibidem num. 34 opusculi 2, & ad eam habendam requiruntur duo. Primo quidem parallaxis loci, in quo observatio instituitur respectu loci, ad quem reductio facienda est, secundo verò convergentia meridianorum pertinentium ad ea bina loca. Exprimat in fig. 13 A tholum D. Petri, C arborem Sorianensem, M solarium Collegii Romani, MP meridianum ipsius collegii, AP meridianum ejus tholi: & concipiatur AN perpendicularis ad MP , ac An ad MC , & arcus exiguus AD ad partes P parallelus EN . Angulus ACn , sive ACE dicitur ibi a Mairio parallaxis montis Soriani, DAP convergentia meridianorum, & ille quidem invenitur facile ope perpendiculari An , hinc ope perpendiculari AN , quorum utrumque ex cognita distantia AM , & observatis angulis AMC , AMP cognoscitur, factis, ut radius ad sinum ejus anguli, ita AM ad An , vel AN .

Plura ad eam re-
ductionem neces-
saria.
Tab. 3, F. 13.

281. Primum igitur si fiat, ut AC ad An , ita radius ad sinum anguli ACn , is obtinebitur; deberet enim fieri, ut sinus AC ad sinum An , & sunt arcus exigui, ut sui si-

Determinatio
parallaxeos, &
convergentiæ me-
ridianorum.

in

in mensuris cujuscumque magnitudinis, facile est invenire, quis arcus minutis, & secundis circuli maximi respondeat, si minus accurate, saltem ita proxime, ut nullus inde error timeri possit. Nam & ex aliorum mensuris innotescit magnitudo gradus circuli Terræ maximi, satis ad rem præsentem proxima veræ, & derivari potest ex ipso poligono reducto crassius sine consideratione ulla ejus convergentiæ. Hinc fieri poterit, ut numerus passuum, vel hexapedarum in uno gradu ad eundem in AN , ita minuta $60'$ ad quartum. Jam in triangulo spherico PNA rectangulo ad N , data basi PA complemento altitudinis poli, & latere AN , invenitur angulus PAN , qui ob parallelismum DA , MN , & proinde angulum DAN æqualem recto ANM , est complementum quæsitæ convergentiæ DAN . Hanc ibi Mairius invenit $1^\circ . 7''$.

Bina theoremata pertinentia ad convergentiam ejusmodi.

282. Circa hujusmodi convergentiam plurima haberi possunt theoremata sane elegantia. Ex Trigonometria spherica, ubi detur basis cum latere adjacente, & quæratrur angulus, habetur hujusmodi canon: Radius ad cosinum anguli, ut tangens basis ad tangentem lateris adjacentis. Cum igitur sit sinus quæsitæ convergentiæ PAD idem, ac cosinus anguli PAN , tangens autem AP sit cotangens altitudinis poli, seu latitudinis loci, substitutis iis nominibus, & alternando primum, tum invertendo, habebitur sequens theoremata. *Cotangens latitudinis loci ad radium, ut tangens AN ad sinum quæsitæ convergentiæ PAD .* Vel quoniam in quovis arcu est radius ad tangentem, ut cotangens ad radium, reducta AN in partes circuli maximi, habebitur hoc theoremata. *Est radius ad tangentem latitudinis loci A , ut est tangens AN ad sinum convergentiæ quæsitæ PAD .* Quod si libeat uti differentia longitudinum APM , erit ex can. 6 meæ Trigonometriæ sphericæ alternando, radius ad cosinum basis AP , sive sinum latitudinis loci A , ut est tangens anguli P ad cotangentem anguli PAN , sive tangentem anguli PAD . Quare habetur hujusmodi theoremata. *Radius ad sinum latitudinis*

itudinis, ut tangens differentia longitudinum, ad tangentem convergentiæ meridianorum. Hoc quidem theorema pro angulis exiguis fieri potest simplicius, ponendo pro tangentibus angulorum angulos ipsos; cum nimirum arcus exigui, qui eorum angulorum mensuræ sunt, sint ad sensum æquales suis sinibus, & tangentibus. Erit nimirum, ut radius ad sinum latitudinis loci, ita differentia longitudinum exigua, ad convergentiam meridianorum.

283. Hoc postremum theorema facile etiam immediate demonstratur pro exigua longitudinum differentia: est autem generaliter verum hoc aliud pro binis directionibus arcuum meridianorum pertinentium ad bina puncta habentia eandem latitudinem, & longitudinem utcumque diversam, esse, ut radius ad sinum latitudinis, ita sinum dimidia differentia longitudinum ad sinum dimidii anguli, quo illa directiones a se invicem divergunt. Sed de hujusmodi theorematibus jam satis. Illud notandum tantummodo pro hisce methodis, quæ adhibent longitudinum differentiam, ut numerus hexapedarum, vel passuum reducat ad partes paralleli, faciendum esse primo, ut radius ad cosinum latitudinis ita numerus earum mensurarum in gradu circuli maximi ad eum in gradu paralleli, tum ut hic ad numerum propositum, ita minuta 60 ad numerum partium quæsitum. Nec in hoc numero, ubi exiguus sit, committetur error sensibilis, licet gradus circuli maximi satis crasso modo fuerit definitus, vel assumptus.

Aliud theorema generalius: reductio distantie datæ ad partes paralleli circuli.

284. Ut autem eo unde digressi sumus redeamus; inventis hisce duobus angulis parallaxeos, & convergentiæ, jam facile est invenire positionem AC respectu meridiani AP. Si enim ducatur AE parallela MC, erit angulus EAD æqualis AEP. Prius ad inveniendam positionem MA respectu MP demebatur AMP, sive hæc EAD a 4 rectis, nunc demi debet CAP ab iisdem, adeoque ei, quod demitur, accedit convergentia DAP, & deest parallaxis CAE. Hinc ipsi angulo positionis accedit ea paralaxis, & deest convergentia. Idcirco ibidem a paralaxi 1°, 53', 28' demitur a Mairio convergentia 1', 7", & residuum

Positionis inventio per cognitam jam paralaxim, & convergentiam definita pro uno monte.

1°,

1° , $52'$, $21''$ additur angulo positionis prioris 338° , $2'$, $35''$, & evadit novus positionis angulus montis Soriani visi e tholo D. Petri 339° , $54'$, $56''$.

Data positione
unius loci visi ex
alio, inventio
positionis illius
visi ex hoc.
Tab. 2o. F. 2o.

285. Eo angulo invento, facile jam invenietur angulus quem in fig. 2, tab. 1 continebit cum arcu eodem *An* recta *AB* tendens ad montem Januarium, cum in tabula num. 28, opusc. 2 innotescat angulus *CAB* 78° , $59'$, $11''$, a quo si dematur *Can* complementum ad 4 rectos anguli positionis puncti *C*, nimirum 20° , $5'$, $4''$, remanet *nAB* angulus positionis puncti *B* visi ab *A*, 58° , $54'$, $7''$. Si jam concipiatur in *C* arcus *Cp* parallelus ipsi arcui *An*; angulos, quos rectæ *CF*, *CD*, *CB*, *CA* continent cum *Cp* tendendo a Borea Orientem versus ad dexteram, appellat Mairius angulos positionis punctorum *F*, *D*, *B*, *A* visorum a *C*, nulla habita ratione convergentiæ meridianorum. Et quidem facile patet, quo pacto ex angulo positionis puncti *C* visi ab *A* erui possit viceversa angulus positionis puncti *A* visi, e *C*. Nam ubi, ut hic, punctum posterius jacet ad Occidentem, quo casu angulus positionis ipsius a præcedenti est major duobus rectis; habito, quod hic licet, arcu circuli pro recta, satis est ab eo demere gradus 180: contra ubi id ad Orientem jacet, ut hic *B*, quo casu angulus positionis est minor duobus rectis, satis est ipsi addere gradus 180, quod quidem admodum facile demonstratur ex natura parallelismi.

Positionis ejus-
modi iavenienda
exemplis, & pro-
gressus ad alias.

286. In casu præsentis cum angulus positionis *C* ab *A* sit 339° , $54'$, $56''$, erit *A* a *C* 159° , $54'$, $56''$, cum vero sit *B* ab *A*, 58° , $54'$, $7''$, esset *A* a *B* 238° , $54'$, $7''$. Porro invento in *C* angulo positionis unius puncti *A* inde visi, & datis angulis, quos cum *CA* continent reliquæ rectæ *CB*, *CD*, *CF*, dabuntur & earum anguli positionis ablatis inde iis angulis, si tendunt sinistrorsum respectu *C*, additis, si dextrorsum. Quoniam ex tabula Mairij num. 28 est angulus *ACB* 32° , $12'$, $14''$, ac tendit sinistrorsum, eo ablato a 159° , $54'$, $56''$, habetur positio *B* visi a *C* 127° , $42'$, $42''$. Dempto autem itidem inde angulo *BCD*, qui in eadem tabula est 70° , $10'$, $19''$, relinquitur positio *D* a *C* 57° .

57°, 32', 23'', ac demum ablato angulo *DCF*, qui ibidem est 49°, 27', 33'', relinquitur angulus positionis *F* visi a *C* 8°, 4', 50''.

287. Eodem pacto licet etiam pro puncto *B* eruere omnes angulos positionum punctorum omnium inde visorum, ac ex utrolibet eorum facto gradu ad *D*, ut ab *A* factus est ad *C*, & *B*, eruere omnes punctorum inde visorum, donec deveniatur ad postremam poligoni stationem *L*, & eo pacto computati sunt omnes anguli positionum, qui in secundo opusculo habentur num. 34. Sed ibi omissa est positio tholi *D. Petri* a monte *Soriano*, cum eadem habeatur e superiore *Soriano* ab eodem tholo abjectis ut diximus 180°. Pariter in iis, quæ habentur ibi pro monte *Fioncho*, omittitur positio montis *Soriano*, a quo habita fuerat illius positio, & in sequentibus omnibus hæ præcedentium, ut ita dicam, reciprocarum omittuntur, cum ex illis haberi possint demptis, vel additis: 180°, prout habebatur plus, vel minus eo numero, & eadem de causa omittuntur omnes pro monte *Januario B*, cujus positio habetur ibi a tholo *A*, a monte *Soriano C*, & a *Fioncho D*, omnes pro *Pennino E*, cujus positio habetur ibi a *Fioncho D*, a *Tesio F*, & a *Catria G*, omnes demum pro monte *Luro I*, cujus positio habetur ibi a *Catria G*, a *Carpegna H*, & ab *Aprusa L*. Accedit autem, quod ad ea, quæ occurrent impostum, abunde sunt ea sola, quæ ibi expressa sunt.

Progressus ad reliquas omnes. Cur aliquæ in tabula omittantur.

288. Ex hisce positionis angulis duo consequuntur. Primo quidem, ut liceat inde, & ex omnium triangulorum lateribus jam supra cognitis derivare illa perpendicularicula *Ce*, *Fh* &c. *Bd*, *Df* &c., & segmenta meridiani *Ae*, *Ab* &c. *Ad*, *Af* &c. Deinde vero, ut liceat conferre Romanas observationes positionis poligoni cum *Ariminensibus*. Quo id pacto obtineri possit, pergam exponere.

Bina angulorum positionis confectaria. Reductio poligoni ad meridianum, & comparatio observationis Romanæ cum *Ariminensi*. Prioris determinatio in uno casu.

289. In primis in triangulo rectangulo *AeC*, in quo angulus *CAe* est complementum ad quatuor rectos anguli

Ejusdem in reliquis omnibus. Unde is prior fructus collectus pos-

positionis montis Soriani a Tholo D. Petri, adeoque datur, dato præterea latere AC ex tabula numer. 38, per regulas Trigonometriæ sphericæ, quæ hic in arcibus exiguis, qui suis sinibus proportionales sunt, congruunt cum regulis planæ, inveniuntur Ae , & eC . Et quidem ex ipso schemate constat, quo eæ vergant, sed & hic, & in sequentibus omnibus triangulorum rectangulorum resolutionibus, angulus, quem linea ducta ex quavis statione ad aliam quamvis continet cum arcu An , vel ipsi parallelo, obtinetur ex positione posterioris stationis visæ a priori, sumendo ipsam positionem, si sit minor quadrante; ejus complementum ad duos rectos, si eum excedat, sed sit semicirculo minor; excessum supra semicirculum, si eum excedat, & sit minor tribus quadrantibus; complementum ad 4 rectos, si excedat etiam tres quadrantes. Eo autem triangulo resolutio latius parallelo meridiano An tendet respectu stationis prioris in Boream in casu primo, & quarto, in Austrum in secundo, & tertio; latius autem perpendiculare tendet respectu ejusdem in Ortum in prioribus binis casibus, in Occasum in posterioribus.

Ejusdem in reliquis omnibus.

290. Eodem pacto in triangulo rectangulo AdB ex data positione montis Januarii B a tholo A , dabuntur Ad , dB . Occurrant Df , hF arcui ex C parallelo An in p , q , qui haberi poterit pro arcu circuli maximi, cui tam proximus magnitudine est, & positione, vel uterque pro recta linea; & in triangulis CpD , CqF dabitur angulus in C ex positione montis Fionchi D , & Tesium F a Soriano C . Quare dabuntur Cp , Cq parallelæ, & æquales ef , eh , quæ additæ Ae exhibent Af , Ah , & itidem dabuntur pD , qF , a quarum priore dempta pf æquali Ce , relinquitur Df , & posterior dempta a qh , sive a Ce relinquit Fh . Pariter si perpendicula Eg , Gi , Hl occurrant arcui ducto per montem Tesium F parallelo An in r , s , t , in triangulis FrE , FsG , FtH , habentur anguli in F ex tribus positionibus Pennini E , Catriæ G , & Carpegnæ H , adeoque
latus

latus *Fr*, sive *bg*, quod ablatum ab *Ab*, relinquit *Ag*; latus *Fs*, sive *hi*, quod additum *Ab* exhibet *Ai*; latus *Ft*, sive *kl*, quod additum *Ab* exhibet *Al*, latera *ER*, *Gs*, *Ht*, a quorum prioribus demendo *rg*, *si*, sive *Fh*, & postremo addendo *tl*, sive itidem *Fh*, habentur *Eg*, *Gi*, *Hl*. Demum si *Im*, & *Ln* occurrant arcui parallelo *An* ducto per montem Carpegnam *H* in *u*, & *x*; ex positione montis Luri *I*, & ostii Aprusæ *L*, habebuntur *Hu*, *Hx*, sive *lm*, *ln*, & inde *Am*, *An*, ac *uI*, *xL*, & inde ob *um*, *xn* æquales *Hl*, inveniuntur *Im*, *Ln*.

291. Patet inde, ex iis solis positionibus, quæ exprimentur in eo numero 34, haberi omnia, quæ necessaria sunt, ad primum illum percipiendum fructum, immo & eæ, quæ a Fioncho sunt, & positio montis Januarii a monte Soriano omitti possunt in hac investigandi methodo, licet eædem, operatione aliter instituta, usui esse possint. Is quidem fructus in ipso secundo opusculo habetur num. 39 sub finem ejus articuli. Inde autem, & ad secundum fructum percipiendum progrediemur.

Unde priore fructibus collectus sit.

292. In primis angulus positionis montis Luri *I* ab ostio Aprusæ *L* inventus methodo num. 287 hujus opusculi, juxta finem num. 34 opusculi 2, est $137^{\circ}, 53', 58''$. Is quidem est non respectu meridiani transeuntis per *L*, sed respectu circuli paralleli meridiano *An*. Porro ex resolutione omnium illorum triangulorum eruitur nL 7139. 8, juxta tabulam num. 39 opusculi 2, sive, ut ibidem habetur, proxime milliarius $7\frac{1}{2}$. Huic distantiae methodo numeri 281 hujus opusc. 4, convenit convergentia meridianorum $5', 34''$, qua meridianus loci *L* inclinatur versus meridianum *An* productum. Quare linea *LI* adhuc magis ab eo meridiano distat ad dexteram per eum angulum, quo addito priori positioni habetur positio montis Luri *I* visi ab ostio Aprusæ respectu meridiani ipsius ostii Aprusæ $137^{\circ}, 59', 32''$.

Nonnulla profecundo fruã.

293. Jam vero eundem angulum ex Ariminensibus observationibus habemus expositis opusculo 2 num. 36, ubi eadem

Is ipse deductus.

eâdem methodo , quam hic exposui superius num. 284 eadem eruitur . Nam per 3 observationes Solis orientis e mari factas in ædibus Garampianis eruitur ibidem angulus positionis montis Luri I ab ipsis ædibus $135^{\circ}, 21', 51''$. Ex illarum ædium distantia ab ostio Aprusæ , & positione respectu ipsius ibi exposita eruitur methodo num. 280 hujus opusculi cum parallaxis montis Luri $2^{\circ}, 35', 34''$ ab ipso monte observata , qua recta eo tendens ab ædibus Garampianis inclinatur ad rectam eodem tendentem ab ostio Aprusæ , addenda positioni montis Luri visi ab iis ædibus , tum convergentia meridianorum , qua meridianus ostii Aprusæ occidentalioris inclinatur ad levam ad meridianum ædium Garampianarum $39''$ quod respondet passibus 835 occidentalioris positionis , itidem addenda . Quare utriusque summâ additâ positioni visæ ex ædibus Garampianis habetur $137^{\circ}, 58', 4''$. Is quidem ab eo , qui ex Romana observatione erutus fuerat $137^{\circ}, 59', 32''$ differt fere per sesquiminutum ; sed , unde id discrimen proveniat , dicam paullo inferius , ubi & illud patebit , nihil ad sensum inde turbari longitudinem unius meridiani gradus , in cuius gratiam hæc omnis investigatio instituitur . Interea hujus ipsius investigationis ductum absolvam , quod pertinet ad usum observationum quadrante institutarum , de quibus hic agimus .

Correctio ex distantia arcus circuli maximi perpendicularis , & circuli paralleli .

294. Ex tabula num. 39 opusculi 2 est *An* 161127. 9 , & punctum *n* definitur per lineam *Ln* æquivalentem rectæ perpendiculari ductæ ex *L* in *An* : circulus autem parallelus transiens per *L* , qui polum habet in ipso meridiano *An* producto ultra *n* per gradus 46 quamproximè , occurrit ipsi meridiano citra *n* , & investigandum est id intervallum inter eum arcum , & perpendicularum *Ln* demendum ab intervallo *An* , ut habeatur intervallum inter parallelus tholi *A* , & ostii Aprusæ *L* . Ea investigatio fieri potest prorsus eadem methodo , qua usi sumus hujus opusculi 4 num. 140 pro investigando in fig. 19 tab.2 errore sectoris ex inclinatione axis telescopii . Si enim

enim ibi P sit polus, & L' referat punctum itidem L fig. 2 tab. 2, nempe ostium Aprusæ, referet hujus $L'M$ perpendiculum $L'n$ illius, & $L'O$ arcum paralleli, ac quantitas demenda erit OM . Est autem ex num. 141 sinus PL' ad cosinum, sive ejus tangens ad radium, vel radius ad ejus cotangentem, nempe ut radius ad tangentem latitudinis loci L' , ita sinus versus arcus $L'M$ ad MO . Porro est PL' complementum declinationis loci L' , & sinus versus arcus $L'M$ est tertius post diametrum, & ejus chordam. Quare cum innotescat $L'M$, nimirum 7139. 8, & diameter Terræ, quam satis est nosse intra limites admodum crassos, sit passuum circiter 8544000, habebitur sinus versus arcus $L'M$ 5. 9, atque inde ex theoremate proposito arcus MO , qui evadit passuum 5. 7.

295. Demptis jam hisce passibus 5. 7 ex intervallo *An* fig. 2 tab. 1, nempe ex 161127. 9, & additis passibus 269, quibus cubiculum musæi Collegii Romani est australius Tholo D. Petri, ac ablatis passibus 139. 1, quibus Garraupianæ ædes sunt itidem australiores ostio Aprusæ, habebitur demum intervallum parallelorum transeuntium per loca, in quibus observationes astronomicæ institutæ sunt, passuum 161252. 1. Hic numerus corrigi debet per observationem Ariminensem, positionis poligoni, quæ tamen, ut infra videbimus, vix ipsum tribus passibus auget, & reduci ad numerum hexapedarum, contentarum eodem illo intervallo, quem videbimus sequenti capite, inventa ratione passus ad hæxapedam. Ex eo numero, & ex arcu cælesti determinato juxta caput præcedens eruitur demum magnitudo gradus meridiani quæsitæ.

Intervallum parallelorum definitum.
Tab. 1. Fig. 2.

296. Et hæc quidem est tota series operationis, qua observationes per quadrantem institutæ reducuntur ad usum pro inveniendâ magnitudine gradus, quas ego quidem aliquanto diligentius persecutus sum idcirco etiam, ut si alii hæc ipsa tentare voluerint alibi, sint autem in hujusmodi operationibus minus exercitati, hinc ea inveniunt omnia,

Cur hæc supra pertractata.

omnia, quæ iis usui futura sunt. Id ipsum autem necessarium itidem erat, ut in errores, qui committi possint, inquirere liceat aliquanto subtilius, & ipsas nostras observationes, ac earum consecutaria ad trutinam revocare, quod jam præstabimus.

Unde discrimen
inter Romanas
& Arimineses
observationes so-
lares.

297. Ut autem ordiamur a positione poligoni respectu meridiani, quæ nobis juxta num. 293 Arimini, & Romæ per sesquiminutum diversa obvenit, id discrimen a pluribus capitibus ortum duxit. In primis dum ex observatione Romana eruitur positio lateris postremi poligoni, progressus fit juxta num. 287 per omnes intermedios poligoni angulos, in quibus singulis error etiam 10 secundorum committi potest. Hisce erroribus accedit aberratio aliqua in reductione lateris jungentis primum montem cum musæo Collegii Romani, ad latus jungens ipsum cum tholo D. Petri, & similis aliqua aberratio in ædibus Garampianis reducendis ad ostium Aprusæ. Accedit error aliquis in æstimatione anguli in ipsis observationibus Astronomicis, & quod caput est, error aliquis in horologio notante momentum observationis, a quo pendet azimuthus Solis. Et quidem hic postremus error, nisi horologium sit accuratissimum, vel etiam si ingens caloris mutatio interea fiat, facile potest admodum ingentem effectum secum trahere. Nam singulis secundis horariis Sol percurrit 15 secunda sui paralleli, quæ errorem 10 secundorum in azimutho facile secum trahunt. Et quidem est mihi ratio suspicandi in Ariminesi horologio aliquot secundorum inæqualitatem in tot horis a meridie ad illam matutinam Solis observationem. Omnes ii errores in unam summam collecti facile pariunt sesquiminutum, cum singuli æquari possint secundis, postremus multo pluribus, licet etiam se magna ex parte corrigant.

Prima methodus
inveniendi er-
rorem inde ortū

298. Verum illud commodum accidit, quod non istantum, sed & multo major error in positione poligoni perquam exiguum errorem secum trahit in illo meridiani segmento intercepto inter parallelos pertinente ad extrema

trema puncta A , & L fig. 2 tab. 1. Quem errorem secum trahat id sesquiminutum, facile patet, inveniri posse, assumendo primam positionem montis Soriani a tholo D. Petri minorem sesquiminuto, & instaurando totum calculum, ut innotescat ibidem methodo exposita a num. 288 nova An mulctata per intervallum inter Ln , & circulum parallelum transeuntem per L . Sed multo facilior habetur methodus facta priore determinatione inveniendi eam correctionem, ubi discrimen exiguum est, ut hic. Eam hic exponam.

299. Sint in fig. 14 tab. 3 puncta AnL eadem, ac in fig. 2 tab. 1, & concipiatur alia directio meridiani An' propior puncto L , in quam demittatur perpendicularum Ln' . Cum habeatur ex prima determinatione An , & nL in passibus, nota utcumque in iisdem magnitudine unius gradus, innotescet in partibus circuli maximi ambæ eæ lineæ. Quare innotescet in triangulo spherico AnL rectangulo ad n basis AL , & angulus nAL , a quo si dematur angulus nAn' , relinquitur $n'AL$, quo dato, & data basi AL , dabitur latus An' , ut & distantia Ln' in partibus circuli maximi, quæ facile reducentur ad passus.

Secunda multo expeditior.
Tab. 1 F. 2
3 14

300. Ea methodus generalis est pro quavis magnitudine eorum laterum, sed ubi exiguus est tractus unius, vel alterius gradus, res multo facilius perficitur per Trigonometriam planam. Nam ex lateribus An , nL datis in passibus, habebitur angulus nAL faciendo, ut An ad nL , ita radius ad tangentem ejus anguli. Eo invento, habebitur & angulus LAn' , demendo inde angulum nAn' . Tum factis, ut cosinus anguli nAL ad cosinum anguli $n'AL$ communi radio AL , ita An ad An' , habebitur ipsa An' .

Alia expeditior ubi discrimen latitudinum exiguum sit.

301. Quod si & angulus nAn' exiguus fuerit, res multo adhuc facilius perficietur hoc pacto. Occurrat recta An' rectæ Ln in I , & An , AI haberi poterunt pro æqualibus, habita nI pro arcu circuli descripti centro A . Erit autem angulus $n'LI$ æqualis ipsi nAI , & Ln' , Ln proximè æquales. Quare erit, ut radius ad sinum anguli $n'LI$, sive nAI ,

Alia adhuc expeditior, ubi & error positionis meridiani exiguus sit.

nAl , ita Ln' , five Ln ad In' . Erit autem In differentia inter An , An' , & quoniam lineola inter arcum circuli paralleli, & perpendicularum Ln , vel Ln' intercepta, de qua egimus num. 294 erit ad sensum eadem respectu puncti n , & n' , ut facile deducitur ex ipso theoremate ibi exposito, erit illa eadem lineola In' differentia inter binos meridiani arcus interceptos binis extremis punctis poligoni in binis diversis illis inclinationibus meridiani ad rectam AL .

Theorema generale, & erroris determinatio.

302. Habebitur autem ex præcedenti determinatione hoc theoremata. *Ut radius ad sinum differentia inclinationum meridiani observatarum, ita distantia postremi puncti poligoni a meridiano per primam positionem definito ad differentiam arcuum meridiani in iis diversis suppositionibus interceptorum inter parallelos transeuntes per puncta extrema, addendam illi, quæ respondet angulo majori ipsius meridiani cum recta jungente bina poligoni extrema.* In casu nostro differentia inclinationum meridiani ex observationibus Romana, & Ariminensi est $1'. 28''$, cujus sinus ad radium 1000000 est 4266, & distantia illa Ln per num. 292 est passuum 7139. 8. Quare factis, ut 1000000 ad 4266, ita 7139. 8 ad quartum, prodit 3. 0, cujus si ratio habenda sit, ut id addatur illi arcui Ln fig. 2 tab. I definitæ ex Romanis observationibus num. 294 passuum 161127. 9, fiet is arcus ex Ariminensibus observationibus 161130. 9, prorsus ut habetur opusc. 2 num. 37, quorum medium erit 161129. 4; unde numeri 295 methodo arcus meridiani interceptus inter bina loca observationum astronomicarum fiet passuum 161253. 6, major priore per sesquipassum, quæ differentia gradus mensuram auget minus, quam per dimidiam hexapedam, nimirum nihil ad sensum, ut supra affirmavi.

Transitus ad errores ex angulis poligoni.

303. Videamus jam, quid erroris in hoc ipsum intervallum possit irrepere ex angulis poligoni, quorum ope & latera rectilinea ad horizontem inclinata, & latera ipsa reducta ad superficiem Telluris regularem, sed adhuc incli-

inclinata ad meridiani directionem , & ipsa ad eandem reducta , nempe totus ille meridiani arcus interceptus parallelis per loca observationum astronomicarum transfuentibus definiuntur . Ac primo quidem videamus , quid timeri possit in reductione poligoni ad superficiem regularem Telluris ab errore in altitudinibus , vel depressionibus observatis .

304. Sint in fig. 15 tab. 3 puncta $ADPEB$ eadem , ac in fig. 11 juxta num. 271 , nimirum PD , PE complementa distantiarum ab horizonte binarum stationum D , & E , arcus DE mensura anguli observati , AB mensura anguli reducti ad superficiem regularem Telluris . Erit angulus DPE mensura lateris DE reducti ad superficiem regularem Telluris , ut vidimus ibidem . Sit jam aliquis error admissus in observanda distantia ab horizonte , ut pro triangulo DPE habeatur triangulum DPE' , in quo maneat PD , sit DE' æqualis DE , & PE' differat a PE per IE , arcu $E'I$ habente pro polo punctum P , qui arcus hic haberi poterit pro perpendiculari ipsi EI ob nimis exiguum ejus tractum . Quoniam autem arcus DE , DE' sunt æquales , habebit & arcus EE' pro polo punctum D , & proinde assumi poterit pro perpendiculari arcui DE . Quare angulus IEE' erit complementum anguli DEP . Erit autem EI error commissus in observanda altitudine , vel depressione , & BB' error inde profluens in angulum reductum . Porro in triangulo rectangulo EIE' est , ut radius ad tangentem anguli IEE' , sive ad cotangentem anguli DEP , ita EI ad IE' . Rursus ut sinus PE' ad sinum PB' , sive ad radium , ita IE' ad BB' . Quare ex æquo perturbate erit , ut sinus PE' , vel proxime PE ad cotangentem anguli DEP , ita EI ad BB' , quæ quidem determinatio est Cotescii in opusculo , quod inscripsit *Æstimatio errorum in mixta mathesi* .

Theorema Cotescii pro errore .
Tab. 3. Fig. 15.

305. Datis igitur lateribus trianguli DPE , facile dabitur ratio inter EI errorem commissum in latere PE , si-

Inde facilis ejus inventio .

ve in elevatione supra horizontem , vel depressione infra ,

fra, & BB' errorem anguli reducti inde derivatum. Invento enim eo angulo, invenitur facile & angulus DEP , cum sit, ut sinus DE ad sinum DP , ita sinus anguli DPE jam inventi ad sinum ipsius DEP , quo angulo invento habebitur ejus cotangens, & ratio sinus PE ad ipsam cotangentem.

Etum errorem
exiguū esse de-
bere.

306. Ubi angulus DEP sit rectus, patet, errorem evanescere, cum ejus anguli cotangens evanescat. Quoniam autem, ob AD , BE exiguas, angulus DEP parum potest differre a recto ABP , patet itidem, perquam exiguum esse posse errorem anguli reducti. Nimirum quoniam sinus PE erit semper radio quamproximus, si angulus DEP differat a recto per unum gradum, erit cotangens ipsius tangens unius gradus, & cum radius ad tangentem unius gradus sit proxime, ut 57 ad 1, pro quovis minuto erroris in altitudine observata vix habebitur error unius secundi in angulo reducto.

Exiguū esse
aliunde etiam
deduci.

307. Sed quam exiguus sit is error, patebit etiam hoc pacto. Conferendo tabulam expositam opusculo 2, n. 28, in qua sunt anguli reducti, cum tabula proposita ibidem num. 21, in qua sunt anguli observati, constat, eos quidem in ea reductione parum admodum mutari ita, ut in primis tribus triangulis vix unum minutum reductio superet, semel ad duo minuta perveniat; in reliquis autem fere omnibus minuto primo sit minor, & vero etiam sæpissime paucorum admodum secundorum. Porro consulendo tabulam appositam in fine ejusdem opusculi patebit, altitudines, vel depressiones sæpe gradum excedere, sæpissime dimidium gradum, & plerumque esse multorum minorum, ubi autem paucorum sint, ibi etiam reductione mutari angulum paucis admodum secundis. Constat igitur, duorum etiam, vel trium minorum errorem in altitudine observanda, sæpe ne unius quidem secundi errorem parere in angulo reducto, fere semper duorum, vel trium secundorum errorem nequaquam inducere; ut adeo, licet hæ distantie ab horizonte aliquanto
minus

minus accuratæ sint, quam anguli poligoni, adhuc tamen nullus notabilis error inde timeri possit in iis, quæ ad gradum inde deducendum pertinent.

308. Porro in eâ tabulâ habentur pleræque ex altitudinum, ac depressionum observationibus, non omnes. Quæ observationes altitudinum, aut depressionum defint. Defunt tamen admodum paucæ ex iis, quarum in reductione est usus. Nimirum a monte Soriano distantia ab Horizonte montis Tesii, & tholi D. Petri: A fioncho itidem Tesii; a monte Tesio Soriani, & Fionchi: a monte Catria mentis Luri. Cur hæ observari non potuerint, in causa fuit vel nebula superveniens, quæ montis verticem obduxerat, vel nox. Quoniam enim altitudinum observationes facile suppleri poterant, & minus intererat, ut perquam exactissimæ essent; ubi montes conscenderamus, primum angulos poligoni definiebamus, tum altitudines. Sæpe autem accidit, ut montes reliqui inde prospectandi nubibus jacerent obruti, quam ob causam, ut in primo narravi opusculo, aliquando etiam decies frustra summos montium apices conscenderamus. Inde fiebat, ut ubi demum se opportuna præberet rei bene gerendæ occasio, aliquando per intervalla tantummodo stationem aliquam e nubibus emergentem ægre conspiciamur, aliquando non nubes, sed crassior nebula prospectum surriperet, vel reliquæ observationes in noctem productæ has impedirent. Quoniam autem, ut monui, harum defectus facile admodum suppleri poterat ex observationibus vel jam habitis, vel habendis impostrerum ita proxime, ut nullus inde error, qui sensu percipi posset in gradus determinatione temeri inde posset, supervacaneum censuimus eo regredi iterum cum incerto exitu, & tempus terere, ac inanes labores subire.

309. Possè autem suppleri, est admodum manifestum. Quo pacto suppleri possint, ubi e binis mutuis habetur altera. Tab. 3. Fig. 16. Nam in primis, ubi ex una statione alterius distantia ab horizonte definita est, hujus prioris visæ ab illa posteriori distantia ipsa facile invenitur. Sint enim in fig. 16

X x 2 binæ

binæ stationes A , & B , & binæ lineæ verticales coeant in centro C superficiei regularis illius tractus Telluris, cujus arcus rectis CA, CB occurrat in D, E . Si in poligono non reducto habeatur distantia AB , quæ erit proximè æqualis arcui DE , & cognoscatur mensura alicujus gradus; proximè innotescet numerus minorum debitus arcui DE , sive angulo ACB . Si vero observetur ex A elevatio supra horizontem stationis B , vel depressio; ea addita, vel ablata gradibus 90 , habebitur angulus CAB , qui quidem a refractione liberabitur satis proximè, si anguli ACB pars decima octava dematur. Nam ut Mairius notavit opusculo 2 num. 56, effectus conjunctus refractionis utriusque solet esse circiter pars nona anguli ipsius ACB , ut ex aliorum pluribus, & nostris observationibus constat. Demuntur anguli CAB , & ACB a gradibus 180 , & habebitur angulus CBA correctus, cui si addatur illa pars decima octava anguli ACB , habebitur angulus CBA ejusmodi, cujusmodi ab observatione prodiiisset, cujus differentia a gradibus 90 illam ipsam elevationem, vel depressionem exhibebit stationis A , quam immediata observatio in B præbuiisset. Atque hac methodo suppleri potest defectus distantiae ab horizonte tholi D . Petri a monte Soriano, & montis Luri a Catria, cum habeatur observatio montis Soriani a tholo D . Petri, & montis Soriani a monte Luro.

Per binæ problemata suppleri etiam, ubi neutra sit cognita. Solutio primi.

310. Remanent mutæ observationes montis Soriani, & Tefii, ac Tefii, & Fionchi, quarum neutra ibi habetur. Hæ facile suppleuntur ope duorum problematum, quorum alterum est alterius inversum. Primum autem est hujusmodi. Data binarum stationum A , & B distantia, & angulo CAB , invenire differentiam altitudinum DA , EB . Solvitur facile, si cognoscatur proxime, si minus accurate unus gradus meridiani, ex quo, ut supra n. 294 deducitur semidiameter CD , sive CA , quam satis est nosse utcumque proximam veræ. Tum in triangulo CAB datis lateribus CA , AB , & angulo A , invenietur latus CB , cujus

cujus differentia a latere CA exhibebit, quæsitam altitudinum differentiam, & facile demonstratur errorem, etiam satis magnum in semidiametro CD , vel CA , nullum sensibilem errorem secum trahere in illa altitudine.

311. Facilius esset solutio, si ex noto gradu utcumque, & nota distantia AB deduceretur angulus C , ex quo, & ex angulo A deducto angulo B , fieret, ut sinus anguli B ad ejus differentiam a sinu A ita semidiameter Terræ proximè cognita, nimirum CD , vel CA ad differentiam laterum CA , CB quæsitam. Alla expeditior.

312. Alterum problema est hujusmodi. Data differentia altitudinum earundem A , & B præter distantiam AB , invenire angulos A , & B . Capiatur CA veræ proxima, & illi addatur, vel dematur differentia illa, ut habeatur CB . In triangulo CAB datis jam tribus lateribus, inveniuntur anguli ad A , & B quæsitæ; vel definito angulo ACB ex distantia AB , & datis jam binis lateribus CA , CB cum angulo intercepto C inveniuntur anguli A , & B . Problematis altius solutio.

313. Ope horum problematum res admodum expeditè perficitur. Nam incipiendo ab ostio Aprusæ, ex observationibus ibi habitis in superficie maris, habetur ope primi problematis altitudo Carpegne, & montis Luri, quæ itidem habentur ex Aprusa inde observata, & differentia altitudinum montis Luri, & Carpegne ex eorum mutuis observationibus. E monte Luro, & Carpegna differentia altitudinis Catriæ, ut & e Carpegna observato a Catria, adeoque ejus absoluta altitudo ter. E Carpegna, & Catria differentia altitudinis montis Tesii, & eadem e Catria observato a Carpegna. Quare & ejus altitudo ter. E Catria, & Tesio Penninus eodem modo bis, ac itidem bis a Catria, & Tesio inde observatis. E Pennino Fionchus, & idem a Pennino ipso inde observato. E Fioncho Sorianus, & Januarius, ac iidem itidem a Fioncho ex iis observato. E Soriano iterum Januarius, & ex hoc tholus D. Petri, cujus itidem altitudo eruitur ex Altitudines omnium montium regulariter ope primi problematis.

ex Januario, & Soriano inde observatis, ac postrema hæc altitudo loci, in quo a nobis observatio est habita, satis congruit, cum ejus altitudine supra pavementum D: Petri, quod quantum supra Tiberim, & Tiberis supra mare affurgat, proxime novimus. Progressu hujusmodi, ex hisce observationibus pluribus inter se collatis præferendo eas, quæ maximè certæ visæ nobis fuerant, eruta est tabula, quæ habetur opusculo 2 num. 57.

Inde altitudines,
& depressiones
optica suppletæ.

314. Cognitis altitudinibus, jam ope secundi problematis suppleri facile possunt illæ altitudines, & depressiones etiam mutuæ non observatæ, nimirum illæ Tesii, ac Fionchi, ut & illæ Tesii, ac Soriani, quæ quidem posteriores ob ingentem 60 milliariorum distantiam, adeoque ingentem, & maxime irregularem refractionem, multo minus certo determinatæ fuissent immediata observatione. Cognitis enim altitudinibus rectilineis A , & B , cognoscitur earum differentia, qua data, & dato latere AB poligoni non reducti, cognoscitur uterque angulus A , & B , cujus refractione aucti differentia a recto exhibet illam ipsam altitudinem, vel depressionem immediate observandum.

Ex ejusmodi supplemento constare, non necessarium fuisse immediatam observationem.

315. Atque hoc quidem pacto & inventa sunt hæc ipsa elementa reductionis, quæ deerant, & correctæ etiam cætera, quæ habebantur, ut plures determinationes conspirarent, quod quidem abunde omnino est pro angulis, qui ubi etiam per erroneas altitudines reducti fuissent, vix uno, aut altero secundo aberrassent; ut evidenter constet, non fuisse, cur & tempus tereremus, & labore nos improbo torqueremus, donec nobis hæc omnia observationes immediatæ exhiberent.

Investigatio errorum, qui oriuntur ex erroribus angulorum poligoni. Quid pariat error lateris in latere.

316. Expositis aliquanto fufius hisce, quæ pertinent ad reductionem angulorum poligoni, & poligoni ipsius ad regularem Telluris superficiem, dicendum superest de errore, quem secum trahunt ipsi errores angulorum reductendorum, quos num. 262 vidimus decem etiam secundis aliquando erroneos extitisse. In primis in quovis trian-

triangulo, in quo datur unum latus cum omnibus angulis, definitur aliud latus quodvis, factis ut sinus anguli oppositi lateri dato ad sinum anguli oppositi lateri quæsito, ita latus datum ad quæsitum. Quare in latus quæsitum potest induci error e tribus capitibus, ex errore lateris dati, ex errore anguli oppositi lateri quæsito, & ex errore anguli oppositi lateri dato. Et quoniam mantentibus cæteris, & mutato solo latere dato, vel solo angulo priore, mutatur latus quæsitum in eorum ratione directa, & mutato angulo posteriore in ejus ratione inversa; erit latus, quæsitum ad suam mutationem in prioribus binis semper accuratè, in postremo, mutatione existente exigua, proximè, ut quodvis ex iis ad suam mutationem.

317. Porro si angulus mutetur secundis 10, & sit primus recto, in sinu ipsius nulla sensibilis mutatio fiet, ut ex ipsis sinuum tabulis patet. Quo autem fuerit minor, eo majorem habebit rationem mutatio sinus ad sinum ipsum. Si fuerit graduum 60, mutatio erit minor quam $\frac{1}{16000}$ ipsius, si vero fuerit graduum 30, mutatio erit $\frac{1}{12000}$; si graduum 19, mutatio erit $\frac{1}{7000}$. Generaliter autem facile demonstratur solo schemate delineato, in exiguis arcuum mutationibus esse mutationem sinus ad sinum, ut est chorda mutationis arcus, pro qua sumi potest vel arcus ipse, vel ejus sinus, ad ejus tangentem; unde fit, ut inventa semel ea ratione pro uno casu, habeatur pro reliquis omnibus, & error in quovis latere inde ortus habeatur factis, ut tangens anguli ad sinum ejus erroris ita latus illud ad errorem ipsius, qui error proinde erit directe, ut error anguli, & ut ipsum latus, ac reciproce, ut anguli ipsius tangens, ac posito eodem anguli errore, in eodem latere error tantum reciproce, ut ea tangens, vel directe, ut ejus anguli cotangens.

Error ex quovis angulo adhibito ad eruendum latus aliquod in ipso latere.

318. Hinc jam patet, minores angulos evitandos esse in triangulis poligoni quantum licet, ne ejus tangens nimis decrescat, & error ipsi reciproce proportionalis crescat

Angulos minores evitari debere, & quidem posse, atque hic evitatos esse.

crescat . Licet autem id plerumque , præter angulos oppositos basibus , qui , ne basis nimis excrescat , minores esse debent . Porro in tabulis numeri 21 , & 28 opusculi 2 , ii quidem anguli continentur inter gradus 19 , & 20 , reliqui omnes assurgunt ultra 30 , & plerique superant 60 , quod errores plurimum minuit . Illos autem minores , basibus oppositos , cum multo majore cura definivimus , pluribus nimirum vicibus tum nos , tum in illo , qui opponitur basi Ariminensi , accuratius definitæ , Garampus etiam præsens testis , & telescopia direximus in bina obiecta , & angulum denotatum æstimavimus , conspirantibus observationibus . Quare in iis duplo etiam minorem possumus errorem supponere .

Quæ sit errorum
summa in quovis
latere.

319. Adhuc tamen si ejusmodi errorem in reliquis omnibus angulis supponamus , posset error in lateribus augeri magis , cum errores etiam laterum præcedentium in latera sequentia eorum ope definita errorem novum inducant . *Facile autem pro exiguis mutationibus eruitur hoc theorema. Habito pro nullo errore prima basis, cujus error sensibilis esse non potest , mutatio lateris cujusvis invenietur , si fiat , ut tangens cujusvis ex angulis adhibitis in præcedentibus omnibus triangulis pro eo eruendo ad finem sui erroris , ita id latus ad suum, & omnium ejusmodi errorum capiatur summa .* Si enim unicus præcedens concipiatur anguli error , is in primum latus inducet errorem , qui ad ipsum latus erit , ut is ad finem , tum ejus lateris error in secundum latus , qui erit ad ipsum , ut est primi lateris error ad primum latus , nempe ut est error illius sinus ad illum finem . Cum igitur in sequentibus omnibus triangulis idem accidat , patet , in postremo latere fore ipsius errorem ad ipsum latus , ut est error sinus illius anguli ad finem , nimirum , ut est chorda , vel sinus erroris anguli ad ipsius anguli tangentem . Cumque idem accidat si concipiamus alios post alios mutari angulos ; patet , in eo latere haberi debere mutationum ejusmodi omnium summam .

320. Quo-

320. Quoniam postrema basis *bc* eruitur e prima basi *La* in tabula num. 21 opusculi 2 per seriem triangulorum II, in quorum singulis adhibentur bini anguli, si omnes errores coalescerent ibi, haberentur errores 22. Si ex eorum angulorum aliquo eruatur error pro ea basi, ex theoremate num. 317., ac pro reliquis posito cæterorum angulorum errore æquali sumatur error, qui ab ipsum sit, ut posterioris anguli tangens ad tangentem prioris, vel ut cotangens prioris ad cotangentem posterioris, habebitur error ortus ex illo posteriore, ac eo pacto si errores omnes conspirarent, eorum summa errorem totum exhiberet. Porro maxime commodum est semel invenire errorem ex angulo grad. 45, cujus cotangens æquatur radio. Is multiplicatus per summam cotangentium reliquorum angulorum ad radium 1 assumptarum exhibebit errorum reliquorum summam. Est autem is in basi 8 milliariorum pro errore 10 secundorum proxime 0. 388.

Contractior methodus pro errorum summa.

321. Inito calculo pro reliquis angulis, & assumpto errore pro angulis, qui basi opponuntur, secundorum 5 pro reliquis 10, conspirantibus omnibus erroribus, error in basi postrema *bc* esset passuum $6\frac{1}{2}$. Is tamen unum passum vix excessit, ut constat ex num. 22 opusculi 2. Id quidem idcirco accidit, quia errores omnes non conspirant, sed alii aliter agunt, & se maxima ex parte corrigunt, ut etiam supra innuimus.

322. Possset eodem pacto inquiri in errores laterum *LH*, *HF*, *FC*, *CA*, & in *LH* haberetur duplex: in *HF* invento per 4 triangula *LHa*, *LHi*, *IHG*, *HGF* octuplex: in *FC* invento per triangula septem errores 14: in *CA* invento per triangula novem ejusmodi error committeretur, qui ex 20 erroribus constaret. In eorundem laterum reductione ad meridianum committerentur præterea etiam errores alii, sed ii ob angulum alterum rectum, alterum recto proximum tam exigui essent, ut sensum fere omnem omnino effugerent. Priores illi errores satis magni essent, sed minui possent, deveniendo ad latus *HF* a basi Ariminensi

Errores pro quovis latere: quo pacto minuuntur Tab. 1, F. 2

Y y

4L,

aL, & ad *CF* a basi Romana. Verum multo magis minui debet ex eo, quod ii errores conspirare non possint, sed se invicem debeant corrigere maxima ex parte. Nimirum error ejusmodi jure timeri potest in toto meridiani tractu, qui sit ad veram ejus magnitudinem, ut est error bases ad totam basim, nempe cum, ut habetur itidem eodem opusculo, sit basis pars totius tractus vigesima, is error in toto intervallo circiter 20 passus requireret, qui deinde in gradu ad 9 passus deprimeretur, sive minus quam 7 hexapedarum evaderet, & medio assumpto minus quam $3\frac{1}{2}$, quod ad totum discrimen inventum inter varios gradus est fere ut nihil.

Progressus per
angulos poligoni.
n. Reductio im-
mediata.
Tab. 1, F. 2
3, 16

323. Per angulos poligoni non reductos pergimus ab altera basi ad alteram in tabula numeri 21 opusculi 2, per reductos omnia latera invenimus poligoni ad superficiem Telluris regularem reducti in tabula num. 28. Possent ea latera etiam immediate reduci dato quovis latere & alterius extremi ex altero visi altitudine, vel depressione. Sit exemplum in latere *AB* figuræ 2 tab. 1, ubi *A* tholus *D. Petri*, *B* mons *Januarius*. Depressio infra horizontem puncti *A* visi ex *B* est 2° , $1'$, $40''$ ex tabula numeri 60 opusc. 2, & altitudo *B* visi ex *A* est 1° , $45'$, $15''$. Eorum differentia est $16'$, $25''$, cujus pars duodevigesima, nempe $49''$, erit juxta num. 56 ejusdem opusculi 2, reductio addenda priori, quæ remanet 2° , $2'$, $29''$, & demenda posteriori, quæ remanet 1° , $44'$, $26''$. Hinc in fig. 16, tab. 3 est ang. *CBA* 87° , $57'$, $31''$, *CAB* 91° , $44'$, $26''$. Eorum summâ ablatâ a 180° relinquitur $17'$, $53''$, qui erit angulus *ACB*. Sit *CF* æqualis *CA*, & utervis angulorum *CAF*, *CFA* differet a recto per dimidium anguli *C*, sive per $8'$, $55''$. Erit igitur *CFA* 89° , $51'$ quamproxime.

Exemplum in pro-
stremo latere.
Discrimen redu-
ctionis immedia-
te a mediata.

324. Cum igitur ex tabula num. 21 opusculi 2 sit *AB* passuum 22954, habebitur ejus reductio, si fiat, ut sinus *F*, sive 89° , $51'$, nempe 9999966 ad ejus differentiam a sinu *B* nempe 87° , $57'$, $31''$, sive a 9993653, nimirum ad 6313, ita *AB* 22954 ad ejus differentiam ab *AF*, quæ prodit

prodit 14.49. Rursus cum DA sit circiter passuum 80 per n.58. opusc.2.& ex diametro Terræ assumpta n.294 prodeat CD circiter 4270000, erit & CA circiter 4270000, ad DA 80, ut AF 22840 ad differentiam inter AF , & DE , quæ remanet o. 43, ac addita priori 14. 49, efficit differentiam inter AB , DE passuum 14. 92, sive quamproximo 15, quæ ablata ab AB 22954. 3 relinqueret DE 22939. 2. Porro eadem in tabulâ num. 28 ex angulis reductis inventa est 22935.6, minor nimirum debita per passus 3.6. Atque id ipsum Mairius opusc.2.n.29 expressit per illud fere, cujus discriminis causam rejecit in errores ortos ex reductione angulorum poligoni ad horizontem, & in refractionum inæqualitatem, & ejusdem discriminis rationem habuit num. 4 in determinanda magnitudine gradus, atque est illud ipsum, quod & ego innui opus.1 n.204. per illud hexapedis circiter tribus.

325. Et hoc quidem pacto fufius, quam initio mihi proposueram, non quadrantem tantummodo descripsi, & ejus usum exposui, sed in ipsas observationes ejus ope habitas inquisivi, & in earum consecutaria. Illud unum hic mihi monendum superest, positionem nostri poligoni multo accuratius definiiri methodo, qua usi sumus, quam si per observationes Eclipsium investigaviffemus differentiam longitudinis inter bina extrema ejusdem puncta. Poterat nimirum, omissis observationibus azimuthi Solaris Romæ, & Arimini, investigari in fig. 2, tab. I ope poligoni distantia AL , quod quidem obtineretur ductis, AD , AE , AG , AI , AL , & definita AD , per triangulum ABD , tum AE per triangulum ADE , quod remaneret datum, & ita porro. Quod si præterea ope cujuspiam eclipteos observaretur differentia longitudinum inter A , & L , innotesceret in triangulo spherico terminato ad n , & L , & polum angulus ad n rectus, angulus in polo; & arcus inter L , & polum complementum latitudinis loci L , adeoque, & arcus Ln , per quem, & per distantiam LA innotesceret facile etiam An .

Eclipsium usus ad longitudinum differentiam pro reductione poligoni.
Tab. I. Fig. 2

Is hic inutilis.

326. Sed ea methodus est maxime fallax. Nam error 4 secundorum in tempore ecclipses, secum trahit errorem unius minuti circuli paralleli, qui distantiam L_n in parallelo montis Luri L uno circiter milliari mutat, dum error 4 secundorum in determinatione momenti, quo Sol ad datum azimuthum devenit, angulum LAn mutat multo minus, quam uno minuto, & distantiam L_n minus, quam passibus 41, quod facile colligitur ex num. 302 hujus opusculi, ut adeo evidentissimum sit, observationes ecclipsium ad hoc negotium prorsus irritas, & supervacaneas omnino esse.

Quadrans pro mappæ correctione, & observandi ratio. Qui propositus fuerit ea in re scopus.

327. Expositis iis, quæ pertinent ad majoris quadrantis constructionem, & usum, ac observationes per eum habitas pro mensura gradus meridiani, superesset dicendum aliquid de minori quadrante, & observationibus habitis per ipsum ad correctionem mappæ geographicæ. Sed in primis nihil in eo erat peculiare, quod aliqua explicatione indigeat. Habebat & is bina telescopia, alterum fixum duplex, alterum mobile cum regula, & per transversales lineas facile in eo singula minuta prima dignoscebantur, quod ad mapparum correctionem abunde est. Ejus ope anguli eodem modo definiiebantur, quo anguli poligoni ope quadrantis majoris, & eodem modo, quo ibi a tholo D. Petri Ariminum usque progressi sumus continua triangulorum serie, ita hic per universam Pontificiam ditionem perreximus, & urbes fere omnes, ac præcipua oppida, & multa etiam minora oppidula, ac vicos, pagosque cum poligono nostro coniunximus. De iis autem, quæ nobis proposuimus, atque præstitimus, nonnulla jam in primo opusculo exposui, plura Mairius in tertio, ubi quæ a nobis præstita sunt, innuit tantummodo, quæ omissa, diligentius persequitur. Sed qui animo reputaverit, quid nobis commissum fuerit, correctio nimirum Geographicæ mappæ, non efformatio topographicæ, quæ ad communes pertinet Agrimensores; si ea omnia

nia diligenter perpenderit ; videbit sane , nostro nos munere non infeliciter functos esse .

328. De methodis quibusdam subsidiariis , quæ in ea re adhibitæ a nobis sunt , vel quæ adhiberi possunt in ejusmodi provincia , adessent dicenda aliqua , quæ tamen omnia prætermitto , cum hoc caput , quod contractius speraveram futurum esse , & mihi animo proposueram , jam plus æquo excreverit . Innuam hoc in genere tantummodo unum , atque alterum .

Omissa hic multa , quæ eo pertinent .

329. In primis Mairius opusculo 3 a num. 17 docet , quo pacto definiri possit positio loci , ex quo videantur tria loca jam cognita , licet ille locus prior ex nullo eorum cospectus sit . Præter calculum multo facilius per constructionem id problema solvitur , cuius constructionis usus in colstructione mapparum summus esse potest ; possunt enim ejus etiam ope evitari facile errores omnes , qui sub sensum cadant . Quoniam innotescunt illa tria loca , quæ inde conspecta sunt , si medium connectatur cum extremis , & super eas binas rectas describantur bina segmenta circuli , quæ contineant angulos sub quibus e loco observationis visæ sunt illæ rectæ eadem ; in ipso concursu eorum segmentorum peripheriæ erit locus observationis , qui idcirco innotescet in ipsa constructione , ex qua facile transferri potest in mappam .

Determinatio loci incogniti per tria cognita ex eo observata .

330. Ea methodus summo est usui , ubi observatio instituitur e monte aliquo , in quo nullus sit certus limes , nulla certa arbor reliquis multo insignior , in quam aliis e locis collineare liceat . Tum enim hac methodo definiri potest locus ipse , in quo observatio instituitur , ac ex eo ductæ rectæ lineæ ad loca inde visa , unam ipsorum locorum directionem exhibebunt , qua conjuncta cum alia aliqua ex alio loco quopiam cognito ducta ad eundem locum determinabitur locus ipse .

Quando ea methodus maxime utilis .

331. Communis locorum determinatio conformis progressui poligoni est , cum locus adhuc ignotus cernitur e binis locis jam cognitis , ex quibus determinentur

Determinatio positus loci visæ e binis cognitis .

rectæ

rectæ per ipsa illa loca transeuntes. Ibi etiam constructio est expeditior, calculus autem numericus accuratior multo: nec difficile est positionem ad meridianam lineam definire ex binis ejusmodi observationibus, sive quærat distantia a data quapiam meridianam lineam accurata, quod longitudinis differentiam exhibet, sive quærat punctum meridianæ ipsius lineæ, e regione cuius ea loca sita sunt, & cui respondent, quod determinat differentiam latitudinis ejus loci ab aliis cognitis. Id quidem præstari potest eadem methodo, qua in poligono singula puncta referuntur ex angulis cognitis ad lineam meridianam, & reductio angulorum ad planum horizontale, si satis exigua sit vel altitudo objectorum, vel saltem altitudinis inæqualitas, omitti potest, quæ nimirum angulos, ut in poligono, secundis aliquot mutat, raro admodum aliquot minutis, aut gradibus.

Supplementum
directionis ejus-
modi per acum
magneticam fal-
lax.

332. Hujusmodi directionis defectum supplere licet variis methodis. Supplere solent communiter ope acus magneticæ, quæ gradus indicet, & minuta, quibus directio unius loci ab alterius directione quantum declinet, definiatur. Verum communibus Agrimenforibus ea quidem methodus sæpe imponit plurimum. Nam acus magneticæ declinatio mutatur non annis tantummodo procedentibus, & mensibus, sed & in dies singulos quandoque, & in horas. Sæpe enim intra eundem diem directio mutatur acus magneticæ per plura minuta, quod quidem observationem turbat, & erroneam determinationem reddit potissimum, ubi nonnisi post longum intervallum temporis aliud latus definitur post aliud. Idcirco autem nos ab acus magneticæ usu abstinuimus, & semper illud curavimus, ut rectas lineas quadrantis ope dirigeremus e binis locis ad eundem locum determinandum.

Aliud tutius per
Solis occasum,
vel umbram ho-
ra data.

333. Sed aliud sæpe habuimus supplementum binorum locorum, ex quibus observatio instituta sit, ut nimirum, ubi vel in Solis occasu; vel data quapiam hora, qua

qua azimuthus Solis est cognitus, ex loco, cujus determinatio requiritur, definitur angulus, quem cum recta ad Solem tendente, vel ad partem Soli oppositam denotatam ab umbra, continet recta tendens ad locum aliquem jam cognitum. Statim enim inde eruitur etiam angulus positionis objecti jam cogniti visi ab incognito, quæ exhibet methodo exposita num. 277. angulum positionis loci quæsitæ spectati e cognito, adeoque lineam rectam a loco cognito eo tendentem, cujusmodi binæ rectæ, ubi se intersecant, ibi ipsius loci positionem determinant.

334. Sæpe alterius loci, ex quo locus determinandus videri deberet, vices supplet locus jam cognitus visus a loco incognito. Si enim concipiatur triangulum, quod efformant bina loca cognita, & unus locus positionis nondum cognitæ, & observetur angulus habens verticem in altero e locis cognitis, tum alter angulus ipsum habens in loco incognito, jam habebitur, & tertius in altero loco jam cognito, & ejus ope secunda directio, cujus intersectio cum priore loci situm determinat. Hoc sane pacto vertex montis utcumque asperi, & inaccessi summo usui esse potest, tanquam si ex ipso inaccesso illo monte observatio institueretur, gyrando nimirum circa ipsum, & conjungendo alia loca post alia cum ipso, & cum aliquo præcedentium aliquo conjungendo.

Aliud pro alterius directionis defectu, per loca cognita observatæ e loco quæsito.

335. Sæpe autem, ubi ingens montium jugum binas regiones ampliores etiam a se invicem dirimit, ut Martimam oram Latii a Campania editissimum, & asperum dirimit jugum; licet binas seligere cuspides ex utroque loco conspicuas, tum bina loca ex altera ejus parte cum binis illis verticibus conjungere per observationes in ipsis locis institutas, ac itidem alia bina jacentia ex parte altera, quibus præstitis, etiam priora bina respectu posteriorum binorum facile connectuntur; ac multa alia ejusmodi compendia usus ipse suppeditat. Sed hæc inuisse sit satis.

Aliud per a loca inaccessibleia visa his a binis locis jam determinatis inde a binis determinandis.

CA-

De instrumentis, quæ pertinent ad mensuram basis.

Argumentū hu-
jus capituli.

336. **A** Gam hoc capite de apparatu, & usu instrumentorum, quæ pertinent ad mensuram basis. Ea plura quidem sunt, sed multo breviorum tractationem requirunt. Multa, quæ ad hæc ipsa instrumenta pertinent, & ad eorum usum, ac observationes eorum ope habitas fusius aliquanto exposui opusculo I a n. 110. Hic eorum, quæ schematis indigent, schemata ipsa proponam, & quæ notatu digna erunt diligenter, ut in superioribus etiam binis capitibus præstiti, explicabo.

Tripodum de-
scriptio.
Tab. 3, F. 17

337. Primo quidem figura 17 tab. 3 (quem ipsum numerum bis apposui in initio, & sine longissimi schematis) exhibet tripodes, & tigilla in basi dimetienda adhibita. Tripodum, quæ opusculo I memoravimus, num. III, constructio per se patet. Regula in primo tripode crassior quadrata *CD* transit per bina quadrata, & sibi fere æqualia foramina *A*, & *B* in binis mensis horizontalibus excavata per quæ liberè possit excurrere, & elevari, vel deprimi, ut libet. Ea sustinet in *E* mensam horizontalem *Ee*. Adest in *A* ad latus ferrea cochlea, qua regula quadrata illa *CD* apprimi possit ad latus oppositum foraminis *A*, & concludi inter id latus, ac cochleam, quæ, ut appressa maneret immota, præstabatur a foraminis *B* lateribus, quam nimirum ob causam binæ illæ tabulæ horizontales paratæ sunt in basi ipsa, ut nimirum major firmitas haberetur in regulâ, & impositâ mensâ, debitam semel positionem adeptis.

Mensuræ partiū
corundem.

338. Mensuræ *Ee*, quam regula sustinet latus alterum est circiter pedis unius, alterum aliquanto brevius, mensuræ ipsius crassitudo unius circiter pollicis. Altitudo regulæ *CD* eadem, ac tripodis totius pedum circiter

citer trium, distantia *AB* dimidii pedis, ut nimirum mensa *Ee* supra planum *B* elevari possit plus, quam per pedes duos, & adhuc adstringi in *A*, ea autem elevata, posset nostrum uterque, vel alter altior tigilli impositi superiorem superficiem videre; crassitudo aliquanto binis pollicibus major; sed eæ mensuræ arbitrariæ sunt. Imi pedes cuspidem habent ferream longiorem, quod in maris littore potissimum est opportunum, ut facilius premendo pedem quempiam, ea cuspidem in arenam immissa magis, mensa *Ee* ad planum horizontale redigatur. Id vero extra littus facile præstabatur in basi Romana, ubi saxosum occurreret solum, cuneo cuspidi supposito magis, vel minus procul ab acie sua, ut ad rem esset opportunum.

339. *FG* est unum e tigillis, de quibus opusculo 1 n. 110. Tigilli altitudo pollicum fere 3, crassitudo duum, longitudo palmorum 27. Quatuor lamellæ ex aurichalcho, quas ibidem innui, sunt *F, H, I, G*. In mediis *I, & H* aderant foraminula tenuissima, quæ a se invicem, & a lamellarum *F, G* extremis punctis distabant intervallo palmorum 9. Constitueramus initio ita tigilla admovere ad se invicem, ut se capita *G, & F'* contingerent ad *C'*. Verum illud constitit in primo tentamine domi habito, plurimum temporis infumi in admovendis tigillis ita levi manu usque ad contactum, ut nullus in altero tigillo motus timeri posset. Hinc in ipsis lamellis *G, & F* puncta notavimus, & ab iis in lamellas *H, I* transtulimus intervalla eadem palmorum 9. Intervallum autem binorum ejusmodi punctorum pluribus vicibus diligentissime dimensum sumus, lente etiam adhibita, ut de eorum magnitudine nullum superesse dubium posset, ne tenuissimæ quidem particulæ, quæ sub sensu caderet.

340. Collocatis tigillis cum ea diligentia, quam fusc expoui opusculo 1 num. 112, ut nimirum jacerent in directione basis, & in plano horizontali (quod quidem posterius cuneis capiti anteriori *F* suppositis, si opus es-

Tigilla cum suis lamellis.

Collocatio tigillorum.

fer, facilius præstatur, ut ibi innui) circino habente cuspides tenuissimas capiebamus intervallum inter puncta lamellarum G , & F' , quod in minutissimam transferebamus scalam, ac ex eo detrahebamus intervalla binorum punctorum lamellæ I , & binorum lamellæ H' , quæ in eadem scala definita fuerant, quæ nimirum intervalla erant complementa intervallorum inter punctum exterius lamellæ I , & punctum lamellæ G , & inter punctum itidem exterius lamellæ H' , & punctum lamellæ F' , quo quidem pacto tres erant summæ eorum intervallorum, detrahendæ ab intervallo GF , pro tribus combinationibus ternorum tigillorum, quorum alterius idem anterius caput semper cum eodem alterius posteriore capite combinabatur. Residuum autem referebamus in eam tabellam, cujus mentionem feci ibi n. 116. Hujusmodi residua omnia erant excessus intervalli IH supra binas mensuras palmorum 9, & eorum omnium excessuum summa toti mensuræ basis collectæ ex omni mensurarum numero addenda fuit in fine dimensionis.

Nota pro tigillorum intervallis.

341. Qui adducat tigilla ad se invicem, evitabit laborem conscribendi tot numeros, & subducendi summas, & id quidem omnino præstare debet, qui soleat in numeris conscribendis errare, sed is ne se ad hujusmodi observationes accingat, quæ plurimos sane requirunt numeros. Nos autem id maxime cavimus, ne quis eo error vel in conscribendo, vel in summando subreperet. Qui autem hæc intervalla notare velit, & se citius a molestissimo baseos dimetiendæ labore expedire, is potius tigilla nonnihil longiora paret, ut punctis in G , & H non geminatis, nec adhibita correctione illa, habeat in singulis lamellis singula puncta notata ad eandem distantiam. Nam distantia quidem inter puncta tenuia in superficie lamellæ superiori notata multo evidentius, & expeditius per tenues circini cuspides desumuntur, quam intervalla inter extrema lamellarum desinentium puncta. Id quidem experti sumus sæpe, & idcirco illa puncta notavimus

mus in lamellis *G*, & *F*, ac eorum intervalla desumpsi-
 mus, non vero hiatum inter postremas lamellas. Nec
 vero lamellis jam infixis ita, ut extremum lamellæ *G* a
 puncto medio lamellæ *I* distaret per 9 palmorum inter-
 vallum accuratum, licuit jam nobis hujusmodi puncta
 notare in lamellis *G*, & *F* in ea distantia a punctis la-
 mellarum *I*, & *H*.

342. Ubi solum inæquale esset, adhuc mensæ *Ee*, Quid, ubi solum
inæquale.
E'e', *E''e''* erant in eodem plano horizontali, intervallis
 nimirum *CB* inæqualibus ita, ut mensa ipsa eo ibi magis
 elevaretur respectu tripodis, quo solum humilior esset,
 ut in ipso schemate, ubi solum ad dexteram descendit,
 magis elevatur in tertio tripode, quam in secundo, &
 in hoc magis, quam in primo. Ubi autem solum humilior
 esset, quam regula illa mensam sustinens ferre posset,
 ibi caput tigilli, ut *I*, non mediæ mensæ imponebatur,
 sed ultra eam procurrebat, ut exhibet ipsum schema.
 Tum vero alterius tripodis mensa *N* multo minus eleva-
 batur, & sequentis tigilli caput *L* collocabatur infe-
 rius. Suspendebatur autem pondusculum *K* filo tenuissi-
 mo *IL*, quod in *I* perraderet lamellam in capite poste-
 riore tigilli prioris, & adducebatur tigillum recens ad
 filum *I*, ut ipsum contingeret, quo casu in tabella scribe-
 batur *o*, vel potius ad molestiam evitandam adducendi
 ita, ut tantummodo contingeret, capiebatur distantia
 puncti prope *L* notati in lamella a fili *L* latere priori tri-
 podi propiore, ut etiam fili crassitudo illa tenuissima in-
 cluderetur, & excessus intervalli ita inventi supra distan-
 tiam punctorum in lamella *Z* notatorum consignabatur
 in tabella. Ubi autem solum e contrario assurgeret, no-
 vi tripodis mensa elevabatur, tanquam si in eodem sche-
 mate pergeretur a leva ad dexteram.

343. Quo pacto & directionem, & horizontalem
 positionem obtinuerimus, id quidem accurate expositum
 est opusculo primo, agendum hinc superest de erroribus,
 qui ex iis neglectis oriri possent. Sed prius dicam, quod

Tigillorum cen-
trationes, &
productiones ma-
tato celo.

pertinet ad rectificationem tigillorum, & primo quidem longitudinis mensurarum terminatarum inter lamellas, quarum singulæ 9 palmos æquabant, & quarum ternæ singulis continebantur. Initio quidem curavimus, ut singula intervalla æquarentur novem palmis Romanis, quos e Capitolino lapideo modulo palmorum decem desumpsimus, ut monui opusculo primo, & in ferrea virga crassiore ad eam distantiam notavimus bina tenuissima puncta, quam virgam nobiscum habebamus semper cum sibi proximo thermometro Reaumuriano. Interea calor, vel frigus, & humor intervalla illa mutabant, cum tigilla e ligno essent, utut vetustissimo, quod quidem etiam diu navigaverat adhibitum pro malo, & ego quidem ægrè admodum adducor, ut credam, esse ligna, quæ nec calore, nec humore mutationem ullam acquirant. Quamobrem singulis diebus ter, vel etiam quater explorabamus tigillorum statum.

Quo pacto defini-
niri possent a-
liis instrumentis

344. Circinum habebamus eum, quem fidelem hinc dicunt, qui nimirum virga constat, & binis cuspidibus, altera mobili. Si habuisset hinc circinus cochleam, qua mobilis cuspis promoveretur, cum indice, qui motum definiret, hæc observatio fuisset admodum facilis. Dispositis cuspidibus ita, ut earum distantia æquaretur distantie punctorum notatorum in virga illa ferrea, & cuspidem immota applicata ad alterum e punctis extremis intervalli *FH*, vel *HI*, vel *IG*, motu cochleæ adducenda erat cuspis altera ad alterum eorundem punctorum, & motus indicis differentiam prodidisset. Quod si in virga ipsa ferrea adfuisset hinc, & inde ab altero eorundem punctorum scala cum transversalibus rectis, potuisset quodvis ex intervallis tigilli cujusvis assumi eo circino, & in regulam transferri, ac ope ejus scalæ notari discrimen. At quoniam nec circinum habuimus cum ejusmodi cochlea, & indice, nec ejusmodi scalam in virga, ego eam rectificationem alio quodam modo disposui, quo & nihilo minus expedita, & itidem nihilo minus accurata evaderet.

345. Re-

Quo a nobis de-
finita .
Tab. 3, F. 17
18

345. Referat in fig. 18. *TV* lamellam, & sint *HI* puncta eadem, ac in fig. 17. Centro *I* intervallo *IH* descripti in lamella arcum *RQ*. Tum circini cuspidi in medio eo arcu stante in *H*, assumpsi punctum *i* altera cuspidi, quod dato intervallo distabat ab *I*, & centro *i* descripti eadem apertura arcum *rHq*. Id autem præstiti circa aliarum etiam lamellarum puncta. Jam vero capiebamus circino eodem intervallum 9 palmorum e virga illa ferrea, quod quidem semel assumptum diu perstabat, cum & virga mensuram continens, & circinus essent ex eodem metallo, ut æque a calore immutaretur utrumque: tum altera ejus cuspidi applicata ad alterum extremum intervalli explorandi, ut ad *I*, si intervallum illud nihil fuerat immutatum, cuspis altera debebat terminari ad quodvis punctum arcus *RHQ*. Sin id fuisset contractum, vel productum debebat ea cuspis procurrere nonnihil ultra eum arcum, vel contineri citra ita, ut ea cuspis circumducta circa centrum *I* appelleret ad aliquod punctum *s*, vel *s'* arcus *rHq* ad partes easdem, ad quas est *i*, vel ad oppositas. Definiebatur autem intervallum *HS* ope circini, & scalæ tenuis, ac ex eo facile deducebatur decrementum, vel incrementum intervalli *IH* sequenti methodo.

346. In primis si recta *Is*, vel *Is'* occurrat arcui *RHQ* in *S*, vel *S'*, decrementum, vel incrementum ejus intervalli erit *Ss*, vel *S's'*, Porro tangentes arcuum *RHQ*, *rHq* perpendiculares radiis *HI*, *Hi* debent ad se invicem inclinari æquè, ac ii radii. Quoniam autem chordæ arcuum *HS*, *HS'*, vel *HS*, *HS'* parum admodum inter se differunt, eæ cum tangentibus eisdem continebunt angulos, & proinde & ipsæ ad se invicem æque inclinabuntur, ac ipsæ tangentes, sive æque, ac radii. Quare anguli *SHs*, *S'HS'* poterunt haberi pro æqualibus angulo *IHi*, ac triangula *SHs*, *S'HS'* pro similibus triangulo isoscelio *IHi*. Erit igitur *IH* ad *Is*, ut *HS* vel *HS'* ad *Ss*, vel *S's'*. Inde autem fit primo, ut datis prioribus tribus terminis, detur & quartus ille quæsitus: secundo, ut assumpta

Mensura ipsarum
accurata, unde
habita.

pta

pta *li* admodum exigua respectu *HI*, etiam quaesita *Ss*, vel *S's'* sit admodum exigua respectu *Hs*, vel *Hs'*, adeoque minimarum mutationum maxima habeatur scala: tertio ut constantibus *HI*, & *li*, remaneat *Ss*, vel *S's'* in ratione simplici *Hs*, vel *Hs'*; adeoque inventa *Ss*, vel *S's'* pro data quadam distantia ab *H*, facile inveniatur pro alia quavis, & construi possit tabella, quae pro ea distantia id intervallum determinet. Id ipsum nos quidem praestitimus, & eo pacto admodum facile, & cito omnium 9 intervallorum statum cognoscebamus, ut quid addi deberet ex eo capite, quid toti mensurae demmi, constaret.

Contractio aliarum partium ejusdem tigilli dā alia dilatabatur.

347. Hic autem accidit illud, quod opusculo I exposui num. 156, ut quandoque ejusdem tigilli pars aliqua eodem tempore produceretur, dum alia contraheretur. Sit exemplum in nostris observationibus ejusmodi productionum, & contractionum diei Dec: 15 in basi Ariminensi. Eas hic indicabo numeris exprimentibus distantias *Hs* vel *Hs'* proportionales contractionibus ipsis, vel productionibus ita, ut numeri quidem positivi has, negativi expriment illas: Ipsae autem distantiae ex tenui quadam scala desumptae sunt. In prima primi tigilli rectificatione inventa sunt tria ejus intervalla $\rightarrow 8$, 0 , $\rightarrow 4$; in secunda 0 , $- 8$, $\rightarrow 1$ Huc usque omnia decreverant, quanquam tertium prioribus minus; at in tertia habetur $\rightarrow 4$, $- 11 \frac{2}{5}$, $\rightarrow 1$. En primum intervallum contra crescit, secundum decrescit adhuc magis, tertium manet. In secundo autem tigillo in prima habetur $\rightarrow 7$, $\rightarrow 4$, $\rightarrow 8$, in secunda $\rightarrow 4$, $\rightarrow 3 - 7$ in tertia $\rightarrow 2$, 0 , $\rightarrow 5$. Prius quidem omnia intervalla decreverunt, sed admodum inaequaliter, deinde vero priora duo decreverunt, sed itidem admodum inaequaliter, tertium autem eodem tempore crevit plurimum, & id quidem in tertio quoque tigillo eo die accidit, ut & aliis diebus saepe in pluribus tigillorum intervallis.

348. Agendum jam de rectificatione curvaturæ tigillorum ipsorum. Ad eam cognoscendam tendebamus filum ab F ad G in fig. 17, & notabamus punctorum H , & I distantias horizontales a plano verticali transeunte per tigillum, & distantias verticales fili a plano tigilli. Sint in fig. 19 puncta F , H , I , G eadem ac in fig. 17, & referat FG filum tensum, cui in incurvata superficie rigilli ad perpendicularum subsint puncta T , V , & inde horizontaliter distent puncta HI . Imposita horizontaliter scala quadam superficiem superiori tigilli, & oculo elevato alte supra filum in O , notabamus intervallum horizontale HT , tum eadem scala ad perpendicularum erectâ notabamus distantiam fili Tb a superficie ipsa. Eodem autem pacto definiebamus & IV , iV . Inde autem deducebamus excessum rectorum FT , TV , VG supra Fb , hi , iG , & rectorum FH , HI , IG , supra FT , TV , VG hoc pacto.

Rectificatio curvaturæ tigillorum.
Tab. 3, F. 17
19

349. In primis habetur hujusmodi theorema, quod pertinet ad elementa Geometriæ infinitesimorum, & in exiguis etiam finitis quantitibus tuto adhibetur, nimirum: *In quovis triangulo rectangulo, in quo unus angulus est infinitesimus, differentia basis a latere illi angulo adjacentem habetur, dividendo quadratum lateris illi oppositi per duplam basim.* Demonstratur id facile in fig. 20. Si enim in triangulo FTh angulus ad T sit rectus infinitesimus, vel perquam exiguus, & circulus centro F , radio Fb occurrat lateri FT in X , & x ; erit TX differentia basis Fb , seu FX a latere FT , & erit xT ad Th , ut hæc ad TX . Quare TX habebitur dividendo quadratum Th per xT , sive æquipollenter, vel proximè per xX duplam TX , sive Th .

Theorema generale solutioni inseriens.

350. Posito hoc theoremate ad habendam differentiam inter FT , & Fb satis est quadratum Th dividere per duplam FT sive proximè per duplam FH , nimirum in casu nostro per palmos 18. Eodem pacto ad habendam differentiam FH ab FT , satis est quadratum HT per ean-

Ejus usus pro correctione adhibenda.

eandem quantitatem dividere, & eodem pacto quadrata VI , Vi divisa per palmos 18 exhibent differentiam GV a Gi , & GI a GV , ac si rectæ ipsi HI , hi parallelæ ductæ ex T occurrant rectis Vi , VI in b , a , ut sit va differentia ipsarum vi , Th , & Vb differentia, ut figura exhibet, vel summa VI , TH , prout jacuerint ad eandem partem, vel ad oppositas; ipsarum Va , Vb quadrata eodem pacto divisa exhibent differentiam TV a Ta , sive bi , & Tb , sive HI a TV .

Correctionum
summa, metho-
dus alia facili-
or, cur minus a-
pta.

351. Satis est igitur summam quadratorum omnium TH , Th , VI , Vi , Vb ; Va ad omnia tigilla pertinentium dividere per palmos 18, ut habeatur omnium simul tigillorum contractio orta ex curvatura. Satis autem est tabellam construere pro contractione respondente diversis magnitudinibus lineolarum TH , Th &c, quæ facile construitur, inveniendò tertiam proportionalem post palmos 18, & determinatam mensuram quamvis majorem maxima, quæ timeri possit, tum pro reliquis id minuendo in duplicata ratione ipsarum linearum, Et id quidem nos præstitimus. Duplo autem facilius evasisset res pro intervallis FH , GI si immediate determinata fuisset distantia punctorum H , L a filo FG , & utriusque distantie quadratum per palmos 18 fuisset divisum. Si enim ea perpendiculara terminarentur ad quædam puncta b , i , triangula FbH , GiL essent ipsa quoque rectangula. Verum pro intervallo HI ea methodus rem non perfecisset, quia non jacentibus Hb , Li in eodem plano, sed potissimum ubi H , L jaceant ad partes oppositas, earum directionibus plurimum a se invicem discrepantibus, recta ex H parallela bi non occurrisset ipsi Li .

Quanti extite-
rint hi omnes ef-
fectus simul.

352. Porro prioris rectificationis effectus medius tribuebatur mensuris inter utramque habitis, & prior quidem admodum varius singulis etiam diebus fuit, ac aliquanto major, posterior magis constans, & minor. In Ariminensis basis priore mensurâ summa omnium contractionum

tionum addenda vix palmum excessit, summa productionum demenda superavit nonihil palmum cum triente. In mensura posteriore summa contractionum fuit tantillo etiam major binis palmis, sine productione. Effectus secundæ rectificationis in Ariminensis basis mensurâ utrâque dimidium palmum excessit nonnihil, in priore quidem partium ejusdem centesimarum fuit 51, in posteriore 57, quæ correctio demenda est e numero invento, cum modulus brevior justo exhibeat justo majorem numerum mensurarum in dato intervallo.

353. Prioris rectificationis habita est ratio etiam in Romana basi, sed posteriorem negleximus, quam nimis exiguam fore censebamus, ut est revera, cum dimidius palmus, qui Arimini prodiit, gradum minus, quam decuplo longiorem basi, minus mutet, quam palmis 5, sive minus, quam $\frac{2}{7}$ unius hexapedæ. Fuit autem aliqua curvatura etiam ibi, sed sane perquam exigua.

Rectificationis alterius ratio habita in utraque basi, alterius neglecta in basi Romana.

354. Adest & alia correctio ob caloris gradum diversum diversis anni diebus, quæ multo majorem effectum præstat, quam curvatura, vel productio, & contractio tigillorum. Calore enim dilatatur, frigore contrahitur virga illa, cum qua comparantur tigillorum intervalla. Inde autem fit, ut numerus mensurarum ad eandem ferream virgam: exactarum minor, vel major inveniri debeat in eadem basi, prout calor fuerit major, vel minor. Optimum autem factu est assumere certum caloris gradum, ut in Reaumuriano thermometro gradum 14 qui & ad temperiem quandam pertinet, & is est, quem Cassinus de Thurry invenit fere semper, cum ad eruendos Galliæ gradus eandem præcipuam basim quinquies dimensus est, summo mensurarum consensu, & cui fere æqualis esse solet circa Quitensem urbem, ubi alteram e suis basibus Bouguerius, & Condaminus dimensi sunt. Porro correctio quædam respondens differentiæ graduum a numero 14 addenda erit, vel subtrahenda, prout gradus fuerit major, vel minor, quam 14.

De erroribus ex virgæ contractione & dilatatione orbis.

A a a

355. Jam

Quantus sit calor & frigoris effectus in virga prædicta.

355. Jam vero Condaminius ipse ingeniosissima sane, & accuratissima methodo determinavit effectum caloris in ferrea virga, quæ unius hexapedæ longitudinem habeat, eandem suspendendo, & observando numerum oscillationum intervallo unius diei respondentem diversis gradibus Reaumuriani thermometri, unde facile deducitur descensus centri oscillationis, & productio totius hexapedæ. Invenit autem respondere singulis gradibus thermometri $\frac{1}{7}$ lineæ, sive cum hexapeda contineat lineas 6×144 , sive 864, respondere $\frac{1}{7 \times 144}$, sive $\frac{1}{1008}$ totius. Hinc si sumatur numerus graduum medius inter binos observatos eodem die, & fiat, ut 75 168 ad eum graduum numerum, ita numerus mensurarum cujuscumque generis adhibitaram inventus eo temporis intervallo ad quartum, habebitur correctio: toti mensurarum numero addenda, vel demenda, prout fuerint gradus pauciores, vel plures quam 14. Nos in nostra basi Romana habuimus verno tempore fere semper gradus plures, quam 14, & medius gradus fuit 17 in Ariminensi in ipsa hyeme semper pauciores multo, & gradus medius fuit 5, atque hinc quidem ita constans, ut vix unquam binis hinc, & inde ab eo gradibus discessum sit. Summa correctionum basi Romanæ debitarum additiva vix quidquam excessit palmos 2, debita autem Ariminensi negativa vix quidquam palmos 6.

Examen errorum, qui committi potuerunt. Quid ex rectificatione longitudinis, & directionis tigillorū, & caloris.

356. His expositis videamus jam, quid erroris timeri possit in hujusmodi basium dimensione, per hæc instrumenta. In primis autem notandum illud, in prima basi Romana nos invenisse post correctiones omnes pass. 8034.67, in secunda Ariminensi passus 7901.14, adhibitis in priore mensuris constantibus e ternis tigillis, sive e 9 intervallis 9 palmorum $656.\frac{2}{7}$, in secunda $646.\frac{1}{7}$, nimirum utrobique minus, quam bis mille tigillis. Porro error aliquis timeri potest in primis ex illa rectificatione longitudinis, & directionis. Sed is est perquam exiguus, cum definiatur ea rectificatio non immediate, sed per par-

partes multo , ac multo majores , in quibus error exiguus , qui observationem effugiat , tanto minorem errorem secum trahit , ut facile sit demonstrare totam eorum collectionem in toto intervallo fere omnino insensibilem esse . Minimus itidem error timeri potest in correctione calori debita , cum tota correctio exigua sit , & facile observetur caloris gradus . Accedit , quod errores ii in partes oppositas agentes se mutuo debent corrigere , adeoque in immensum adhuc magis decrescit eorum summa .

357. Ex notatione intervallorum inter puncta notata in laminis extremis tigillorum timeri posset error , qui colligeretur e summa errorum in singulis admissorum . Porro in singulis per circini cuspides satis acutas , & scalam satis tenuem , ac distinctam , facile evitatur error unius ducentesimæ partis uncix , & multo magis bismillesimæ palmi . Sunt autem in eo tigillorum numero ejusmodi intervalla minus , quam bis mille , tot scilicet , quot tigilla , uno dempto . Quare licet etiam omnes errores conspirarent , evitari facile posset error unius palmi . Cum vero , & hi errores æque in utramque partem committi possint , debent omnino se maxima ex parte corrigere , ut idcirco nullus inde satis sensibilis error timeri possit .

*Quid ex notariis
ne intervallorū.*

358. Ubi pendulum adhibetur vel ad elevanda , & depressenda tigilla , vel ad abrumpendum , & resumendum opus , vento flante , errores aliqui timeri possunt . Sed & eorum singuli , diligentia adhibita , & patientia , plurimum minuuntur , & pauci admodum numero sunt , ac se invicem corrigunt maxima ex parte . Ego quidem ei errorum fonti ne unum quidem digitum in tota basi tribuerim .

*Quid ex penduli
agitatione in
collocandis ti-
gillis .*

359. Error , qui magis timendus videtur esse , est is , qui oritur ex prava collocazione tigillorum , sive ea non collocentur in plano horizontali , sive non in directum . Nam errores inde orti , omnes in eandem partem agunt , augentes mensurarum numerum , cum nimirum tigillum inclinatum ad basim rectilineam longius sit semper illo segmento ipsius basis , quod ei respondet . Videamus igitur ,

*Quid ex prava
collocazione ti-
gillorum .*

quantus is error in singulis observationibus esse possit . Sit in fig. 20 tigillum oblique collocatum Fh , & distantia a recta positione hT . Erit TX etiam hic , ut supra num. 349 tertia post xT duplam ad sensum ipsius Th , & hanc distantiam Th . Porro in quovis tigillo cum sint palmi 27 , erunt unciaë 324 . Jam vero tertia unciaë pars ejusmodi est , ut in positione tigilli debeat omnino sensibilis esse , adeoque si fiat , ut 648 duplus earum unciarum numerus ad $\frac{2}{7}$ ita $\frac{2}{7}$, ad errorem , prodit $\frac{2}{3812}$ unciaë . Positiones tigillorum sunt minus , quam 2000 , & cum in singulis positionibus duplex committi error possit , errores committuntur minus , quam 4000 . Quare eorum summa minor erit uno palmo , quæ igitur basim erroneam reddere poterit minus , quam per unum palmum , & mensuram gradus minus , quam decuplam basis ipsius , minus , quam 10 palmis , & vero etiam minus , quam una hexapeda .

Is error gradum
contraheret . Cur
taurus in men-
suris consensus .

360. Constat igitur & hunc errorem esse admodum exiguum . Accedit , quod hic error mensuram producit intervalli ad gradum determinandum adhibiti , quo correcto adhuc noster gradus minueretur nonnihil , qui quidem jam minor est per sese Cassiniano in Australi Gallia definito in eadem latitudine . Et quidem illud in primis congruit cum iis , quæ diximus opusculo I num. 157 consensus binarum ejusdem baseos dimensionum extitisse , admirabilem sanè iis omnibus , qui ea non perpenderint , quæ diximus . Nam postremus hic quidem error utramque producit basim , reliqui , quorum mentionem fecimus , iis omissis , qui ex oscitantia nimia orientur , possunt alterius basis mensuram augere , alterius minuere , sed ita parum , ut vix ullum discrimen inveniri debeat ab Observatore satis diligenti .

Quid in inter-
vallo interjecti
fluvii in basi A-
riminensi .

361. Est alius duplex erroris fons in nostra basi Ariminensi , qui cum æque utramque mensuram afficiat , eorum dissensu deprehendi non posset , licet esset utcumque magnus . Primus repeti potest a flumine interjecto , cuius ego mentionem feci opusculo I num. 155 , & Mai-
rius

rius opusculo 2 num. 18 . Id quidem intervallum immediate metiri non potuimus , sed determinavimus ope trianguli fere æquialteri , cujus angulos dimenſi ſumus , & latus unum , quæſito intervallo fere æquale . In latere dimetiendo idem error committi potuit , qui potuiſſet , ſi ipſum intervallum immediate obſervaviſſemus . In angulis trianguli error omnino committi non potuit , qui dimidium pollicem , immo nec qui multo minorem pollicis partem ſecum trahat in intervallo definiendo . Nam in tanta vicinia exiguo ipſo minoris quadrantis teleſcopio magnitudo dimidii pollicis apparebat immanis ſane , & ſummam in eo adhibuimus curam , ut centrum , circa quod regula mobilis convertitur , accurate collocaretur ſupra initium , & finem lateris , quod aſſumpſeramus , & menſi fueramus ad ipſum intervallum deducendum .

362. Porro menſuram ejuſmodi diligenter inſtituimus in ipſo itu , angulis ſæpius captis cum ſummo conſenſu , & ſigna reliquimus deſoſſa altius , quæ in reditu illæſa invenimus ; prioribus tum etiam illis determinationibus uſi utrobique .

Cura in eo intervallo determinando .

363. Alter erroris fons videri poſſet flexus illæ noſtræ baſeos , de quo & ego in opusculo 1 egi num. 155 , & Mairius in opusculo 2 num. 18 , quem quidem flexum exprimit tabulæ 1 figura 1 . At ne is quidem ejuſmodi eſſe potuit , ut ejuſ ratio habenda ſit . Nam in primis angulum *A* , & *C* majori quadrante diligentiffime definiſimus . Erexeramus autem tres trabes in punctis *A* , *B* , *C* proſus ad perpendicularum , & iis impoſueramus latiores tranſverſas verticales tabellas calce illitas , in quarum medium collineabatur , notabaturque diligenter diſtantia , & poſitio centri quadrantis reſpectu punctorum *A* , & *C* , ad correctiunculam adhibendam . Invenimus autem eos angulos apprime reſpondentes lateribus *BC* , *AB* menſura actuali definitis , quibus nimirum eorum ſinus proportionales ſunt , & factis , ut radius ad coſinum anguli *B* , vel *C* , ita *AB* , vel *BC* ad *AD* , vel *CD* .

Quid ex flexus , ſive angulo baſis Ariminenſis . Tab. 1, F. 1

Is error ad sensum nullus potest etiam non existit quo errore anguli .

364. Concipiamus jam in angulis *BAD* commissum fuisse errorem maximum quendam 20 etiam secundorum, cujusmodi omnino esse non potuit. Segmentum *AD* invenitur factis, ut radius ad sinum anguli *ABD* ita *AB* ad *AD*. Quare stante radio, ac latere *AB*, & mutato *ABD* iisdem 20 secundis, quibus mutatur *A*, erit ex n. 317, ut tangens ipsius *ABD*, sive cotangens *A*, ad sinum secundorum 20, ita *AD* ad errorem, qui in eo segmento committi potuerit. Porro angulus *ABD* erat complementum *A*, sive $4^{\circ}, 10', 45''$ juxta n. 18 opusc. 2, cujus cotangens minor, quam 1378206 ad eundem radium 100000, ad quem sinus $20''$ est 10. Quare error in eo segmento est minor quam $\frac{10}{1378206}$ totius. Id autem calculo inito inventum est eodem numero palmorum 28569. 6; Error igitur minor, quam $\frac{285696}{1378206}$, sive multo minor, quam $\frac{1}{4}$ palmi unius, & idem fere in segmento *BD* error committi potuit, qui idcirco in totam basim inducit errorem multo minorem dimidio palmo, adeoque in gradu multo minus, quam 5 palmorum, minus, quam dimidiæ hexapedæ error committi inde potest, qui quidem, errore anguli adhuc imminuto magis, adhuc magis decrescit in ratione ad sensum eadem; ac proinde fere penitus evanescit. Hinc autem omnino evidentissimum est, nihil quod sensu percipi possit ex ejusmodi flexu timeri posse, qui quidem nobis utilissimus extitit, & laborem nostrum contraxit mirum in modum.

Quid ex diversa elevatione partium bascos Romana supra horizontem .

365. In Romana basi est alius quidam errorculus, sed admodum exiguus & penitus contemnendus. Is provenit ex eo, quod non omnis ea basis in directum jacet, nec in plano horizontali, sed alibi assurgit nonnihil, alibi subsidit. Nos quidem mensi sumus basim ipsam semper in directione horizontali, quod ut fieri posset, tiggillum identidem ope fili penduli collocavimus inferius, aliquando superius, & nec intervallum inter bina pendulorum fila in majore altitudine supra superficiem maris est idem, ac in minore. Is quidem error in multo etiam

etiam majore soli inæqualitate insensibilis omnino esset, in nostro casu, in quo inæqualitas ejusmodi erat perquam exigua tam exiguus esse potest, ut pro nullo penitus haberi debeat.

366. Nullus etiam censeretur error, qui forte committi potuit in reductione basis definitæ mensuræ Quid ex reductione ejus basis ab horizontali ad inclinatam. semper horizontali ad mensuram rectilineam obliquam, quæ ab uno extremo tendit in alterum. Arimini quidem ejusmodi reductio fuit omnino nulla, ubi nimirum utrumque basis extremum fuit in eodem maris litore, adeoque in eadem horizontali superficie. Romæ fuit aliqua, erat enim alterum extremum altius medio gradu. Hinc ut basis horizontaliter definita reducatur ad illam obliquam, fieri debet, ut sinus complementi anguli dimidii gradus ad radium, sive ut radius ad secantem anguli dimidii gradus, ita basis horizontalis ad obliquam; adeoque ut radius ad excessum ejus secantis supra radium, nimirum ut 1000000 ad 38, ita basis horizontalis, quæ juxta n. 19 opusc. 2 est passuum 8034.37, ad quantitatem, qua ea augenda est, ut reducatur ad obliquam, nimirum ad 0.30, quo numero aucta illa basis evadit 8034.67 juxta eundem numerum opusculi ejusdem. Porro si in eo angulo etiam trium minorum error committeretur, ne una quidam decima passus parte aberraret basis inventa a vera. Nam si is angulus fuisset minorum 27, excessus secantis esset 31, & ejus reductio 0.25 discrepans a priore per 0.05. Unde patet, omnino nihil ab ejus generis erroribus timeri posse.

367. Et hoc quidem pacto habetur quidquid pertinet ad determinationem utriusque baseos in iis mensuris, Quæ mensura adhibita de adveniret hexapoda, & cur. quas nos adhibuimus, nimirum in palmis Romanis, quorum 9 e Capitolino modulo desumpsimus, & qui admodum facile reducuntur ad passus. Nam singuli quidem passus quinos pedes continent, singuli autem pedes ii, quibus nunc utimur ad milliaria Romana definienda, & disponendos in viis publicis lapides ea denotantes,

tes, continent 16 uncias ejusdem palmi duodecimas ita, ut unum milliare contineat palmos $6666 \frac{2}{3}$. Porro cum nondum Parisiis accepissemus hexapedam, ejusmodi mensuram 9 palmorum desumpsimus, ut certam aliquam, atque hinc saltem usitatam, haberemus mensuram, quæ ab hexapeda Parisiensi parum abesset; ut hæc quidem parum abest, cum singuli Parisienses pedes tere contineant palmum cum dimidio.

Comparatio hexapedæ cum nostra mensura, huius excessus.

368. Recepta hexapeda illa a Mairanio ad nos transmissa, ut exposui opusculo 1 num. 75, conferenda fuit mensura hæc nostra cum hexapeda illa, quod quidem pluribus vicibus admodum diligenter præstitimus. In primis fideli circino, qui virga, & binis cuspidibus sibi perpendicularibus constat, assumpsimus hexapedam integram, & in nostram ferream virgam transfulimus, in qua binis tenuissimis punctis notata erat mensura illa nostra palmorum 9; alteram nimirum cuspidem alteri ex iis punctis inseruimus, alterâ punctum notavimus tenuæ in papyro levi, qua ferreæ nostræ virgæ superficiem inter illa duo puncta obduxeramus, in directum cum altero puncto intervalli palmorum novem extremo, directionis teste filo tenui per totam virgam extenso. Hexapeda novem hisce palmis brevior evasit. A ratione ejus differentię ad hexapedam res tota pendet. Hanc pluribus modis investigavimus.

Determinatio duplex ejusdem excessus, & ratio hexapedæ ad mensuram nostram.

369. In primis hunc excessum transfulimus in scalam a Langletio incisam hexapedæ Parisiis transmissæ, & invenimus repetita observatione pluribus vicibus summo consensu pollices 2 lin. 3. 31. Deinde eundem excessum transfulimus in directum in nostram mensuram, & invenimus eam contineri vicibus 32, ac superesse segmentum, quod in eandem scalam translatum, inventum est pollicis 1 lin. 6. 06. Hanc itidem observationem sæpe iteravimus eodem successu. Ex prima determinatione cum hexapeda contineat pollices 72, adeoque lineas 864, nostra autem mensura hexapedam, & præterea lineas 27. 31.

con-

continebit lineas tota nostra mensura 891. 31. Ex secunda determinatione calculum sic instituo. Ex tota hexapeda linearum 864 ablata postrema parte linearum 18. 06, relinquitur 845. 94 pro 31 partibus æqualibus, quarum trigesima secunda erat ipse excessus. Diviso igitur residuo illo 845. 94 per 31 habetur 27. 29, Quare excessus ille, qui immediatè obvenerat 27. 31, jam evasit 27. 29, ob errorem scilicet aliquem perquam exiguum observationis cum exiguo aliquo errore divisionis Langletianæ. Sumpto medio de more, nostra mensura palmorum 9 erit linearum 891. 30, eritque hexapeda ad nostram mensuram, ut 86400 ad 89130, sive ut 8640 ad 8913.

370. Ea ratione usi sumus in primo, & secundo opusculo, quam censemus non posse aberrare a vera magis, quam per $\frac{1}{16400}$ totius, tum quia illæ binæ determinationes a media nihilo plus distabant, tum quia & aliæ methodi ad eam comparisonem adhibitæ idem ad sensum exhibebant. Eiusmodi autem error, ne unius quidem hexapedæ errorem in toto gradu secum trahit, qui nimirum hæxapedis 57000 brevior est. Inde autem eruuntur facile rationes, quæ usui sunt.

Qui error in ea tineri possit.

371. In primis palmus Romanus continebit lineas pedis Parisiensis $\frac{12110}{9}$, sive 99. $\frac{2}{3}$. Quoniam autem pes Romanus recens continet uncias palmi 16, factis, ut 3 ad 4, ita 99. $\frac{2}{3}$ ad quartum, prodit 132. $\frac{2}{7}$. Ea mensura excedit per unam lineam circiter mensuram pedis Romani antiqui. Ejus 4 modulos habemus nunc in Capitolio, Statilianum, Colotianum, Ebuzianum, Capponianum. Eos ad pedem Parisiensem accuratissime exegit P. Ab. Revillas, ut videre est in Dissertationibus Cortonensibus tom. 3, dissert. 4. Eos ipse diligentissime dimensus invenit decimarum lineæ partum 1310. $\frac{2}{5}$, 1307. $\frac{2}{5}$, 1314. $\frac{2}{5}$, 1309. $\frac{2}{12}$. Medius est 1310. $\frac{2}{5}$. Itidem in epistola Stuartii adjecta ad calcem operis Bandiniani de Obelisco Campi Martii recens eruto, quam quidem epi-

Comparatio pedis recentis, & antiqui cum pede Parisiensi.

itolam ex ipsius Stuartii adversariis quibusdam, dum in Græciam navigaret, hîc relictis, ego digessi, & italicè, ac latine conscripsi, adjectis pluribus, quæ præclarissima sagacissimi viri inventa vel comprobarent, vel illustrarent, habetur mensura Romani pedis eruta ex ejus obelisci dimensione, & ex Pliniano loco, qui ejus nobis altitudinem litteris consignavit, quæ nimirum cum iis congruit fere accuratissime, & est itidem linearum 131 quam proxime.

Comparatio nostri pedis, & palmi cum iis Patri Revillas. Cur pes recens veteris longior.

372. Hinc pes hîc noster ad veterem illum quamproxime accedit, eo tantillo longior. Longior vetere venit hic recens etiam Patri Revillas, qui tamen recens milliare constituit palmis 6680, adeoque $3\frac{1}{7}$ longius quam nos. Consentit tamen mirum in modum apud ipsum relatio palmi ad Parisiensem pedem desumpta ex integro Capitolino modulo palmorum 10, cum ipsi sit palmus decimarum lineæ partium 990. $\frac{1}{100}$, nobis 990. $\frac{2}{7}$, sive illi linearum 99. $\frac{1}{100}$ nobis 99. $\frac{2}{7}$, quod in illis moduli crassioribus aliquanto limitibus, & divisionibus mirum videri possit; discrimen enim est $\frac{1}{100}$ lineæ vix observabile. Porro quod pes antiquus sit recenti longior nihil mirum. Jamdiu notatum est mensurarum modulos paullatim crescere, dum alii ex aliis deducuntur, tum quod rubigo cutem quandam metallis, ex quibus plerumque constant, superaddat, tum quod opifices modulos ipsos potius longiores efficiunt, quam breviores, qui ubi longiores evaserint, contrahi possunt limando, ubi breviores justo, produci omnino non possunt.

Nostræ mensuræ ad Parisiensem hexapedæ relatio definita certo, & accuratè. Plures mensurarum plurimum rationes.

373. Sed quidquid de eo sit, id quidem nostram perquisitionem nihil turbat. Nos enim, ut mensuram nostram conferre possimus cum reliquis, debemus nostram illam mensuram reducere ad hexapedam Parisiensem, qua reliqui gradus definiti sunt, sive ea cum vera Romani palmi, Romani pedis magnitudine congruat, si ve minus. Id autem accuratissime, & tutissime est præstitum, habito hexapedæ modulo, quem tanta cum dili-

gen-

gentia Mairanius contulit cum suo, ex quo idem Artifex reliquos desumpserat, quos Academici in reliquorum graduum dimensione adhibuerunt, & eo ita collato cum mensura nostra, ut error committi non potuerit, qui in toto gradu unius hexapedæ errorem induceret. Porro hoc nostro palmo assumpto, qui, ut vidimus, continet lineas $99 \cdot \frac{2}{30}$, & pede, qui continet $132 \cdot \frac{2}{45}$ calculo inito, erit.

Noſter	ad pedem Pariſienſem	ad hexapedam
Palmus	ut 2971 ad 4320.	ut 2971 ad 25920
Pes	ut 2971 ad 3240.	ut 2971 ad 19440
Paſſus	ut 2971 ad 648.	ut 2971 ad 3888

374. Hinc jam, vel per numeros, vel per logarithmos facile est mensuras omnes opusculi 2 vel passuum, vel palmorum reducere ad hexapedas. Atque in primis binæ bases hic facile reduci possunt. Est basis Ariminensis juxta num. 19 opusculi 2, palmorum 52674. 3. Eo numero ducto in $\frac{1}{4}$ habetur numerus pedum, ducto autem in $\frac{1}{15}$, sive in $\frac{1}{15}$, vel in 0. 15, habetur numerus passuum 7901. 14, factis autem ut 3888 ad 2971, ita 7901. 14 ad quartum, habetur numerus hexapedarum in ea basi 6037. 62. Basis autem Romana inventa est passuum 8034. 67, adeoque est hexapedarum 6139. 66

Mensuræ plures e passibus ad hexapedas reducæ, basium in primis

375. Ex basibus hoc modo definitis definiuntur omnia poligoni latera, & per ea, ac per ipsius poligoni positionem intervallum inter parallelum transeuntem per binam loca, in quibus astronomicæ observationes institutæ sunt, nimirum inter conclave musæi Collegii Romani, & ædes Garampianas Ariminenses. Id quidem præstitimus capite 2, & numero quidem 268 ostendimus, quo pacto inde rectilinea poligoni latera determinentur. Porro Mairius opusculo 2 hæc ipsa latera exposuit in tabula numeri 21, prout ab Ariminensi basi proveniunt, ubi Ro-

Latera ex basibus deducta, & basis Romana deducta ex Ariminensi minor, quæ ex dimensione. Quæ inde correctio.

B b b a

mana

mana basis in fine tabulæ provenit passuum 8033. 4, pro 8034. 67, uno circiter passu minor justo. Si ab hac secunda basi calculus initus fuisset, omnia latera, & quivis tractus Meridiani, ille in primis, qui post omnes reductiones obvenit interceptus tholo D. Petri, & ostio Aprusæ, obvenissent majora, quam ex priore basi in ratione 8034. 67 ad 8033. 4. Quamobrem ut innotescat, quid ex hac basi Romana provenisset, satis est intervallum illud post omnes reductiones augere in ea ratione.

Intervallum
inter parallelos
duos per bina
extrema poligoni.

376. Porro intervallum illud post bina reductionum genera ibidem facta, ex num. 294, adhibitis Romanis observationibus positionis poligoni est, excessus numeri passuum 161127. 9 supra 5. 7, adeoque est 161122. 2. Idem intervallum ex observationibus Ariminensibus ejusdem positionis poligoni est longius passibus 3. 0 juxta num. 302, adeoque passuum 161125. 2; quorum si libeat assumere medium habebitur 161123. 7. Atque hoc quidem intervallum prodiisset majus a basi Romana in ratione 803467 ad 803340.

Intervallum
inter parallelos
per bina loca
observantium
Astronomicarum
transcutes.

377. Id intervallum num. 295 reducitur ad intervallum inter parallelos Musæi Collegii Romani, & ædium Garampianarum additis passibus 269, ac ablatis 139. 1, sive addita eorum differentia 129. 9, ac illud quidem quod Ariminensis basis prodidit 161123. 7, evadit 161253. 6. Is passuum numerus ex hac ipsa proportione reducitur ad hexapedas 123221. 3, ut etiam opusculo 1 posuimus num. 204. Ex Romana basi prodiisset major in eadem ratione basium, non quidem accuratè, ob illas 130 hexepedas adjectas, quæ ab iis basibus non pendent, sed tamen quamproxime, cum ipsi passus 130 ex illa differentia basis deductæ, & immediata observatione definitæ ne decima quidem sui parte mutantur. Quam ipsam ob causam multo magis invento demum gradu ex basi Ariminensi, ut is innotescat, qui ex Romana prodiisset, satis est ipsum in eadem ratione augere.

378 Jam vero ex hujus opusculi num. 166, habetur
inter

Q U A R T U M. 381

inter sex medias determinationes arcus cælestis intercepti inter bina zenith musæi Collegii Romani, & ædium Garampianarum apprimè consentientes media determinatio vix per 1' a reliquarum singulis discrepans 2', 9', 47", sive 7787". Quare factis ut 7787" ad 3600", quæ continentur uno gradu, ita hexapedæ illæ 123221, 3 ad quartum, prodit gradus ejus intervalli medius 56966. 3, ut eum inde derivavimus ipso num. 204 opusculi 1.

Inde, & ex arcu cælesti gradus magnitudo definita.

379. Porro hic ipse gradus est aliquanto potius justo major, cum erutus sit ex positione poligoni definita per observationes Solis tam Arimineses, quam Romanas, sumendo medium. Romanis autem, quæ minus intervallum præbuerant, magis fidendum nobis fuisse diximus in opusculo 2 n. 30, & opusculo 4 n. 297. Sed quoniam num. 302 correctio adhibita Romanæ determinationi ex Ariminesi adjecit toti intervallo majori gradibus duobus passus 1. $\frac{1}{2}$, minus inde in unum gradum derivatur, quam dimidium unius hexapedæ, quod pro nihilo habendum est. Sed eum adhuc aliquanto magis produximus, Mairius opusculo 2 a num. 48, & ego, opusculo 1 num. 204 triplici ex capite ibidem enunciato.

Corrections ipsius plures.

380. Primum est Basis Romana, quæ juxta num. 375 est aliquanto major, quam ea, quæ ex Ariminesi per calculum eruitur. Ex ipsa Romana basi erueretur gradus major, quam ex Ariminesi in ratione 8034. 67 ad 8033. 4. Nimirum factis, ut 8033. 4 ad eorum numerorum differentiam 1.27, ita gradus inventus 56966. 3 ad quartum, prodit excessus hexapedarum 9.0.

Prima ex basi Romana longiore.

381. Secundum est latus poligoni, quod pertinet a tholo D. Petri ad montem Januarium, quod cum juxta num. 324 ex angulorum reductione prodierit passuum 22935. 6, prodiit ex immediata reductione minus passibus 3. 6; in qua eadem ratione si aberrarent a veris reliqua omnia latera, gradus evaderet major in ratione 22935.6 ad 6.3, qui cum obvenerit hexapedarum 56966. 3, inito calculo quartus proportionalis, qui exhibet addi-

Secunda ex reductione immediata lateris postremi quæ ipsa exhibet majorem.

additamentum faciendum in ea hypothefi, erit 8. 9

Tertia ex ob-
servationibus
Cycni tutiori-
bus.

382. Tertium est, quod in arcu cælesti definiendo videatur maximè fidendum esse observationibus a Cycni Romanis prioribus collatis cum Ariminensibus. Inde juxta num. 165 hujus opusculi erueretur arcus cælestis $2^{\circ}. 9'. 46''$. 1, sive $7786''$. 1, qui ex omnibus simul erat $2^{\circ}. 9'. 47''$, adeoque gradus augetur in ratione 7787 ad 7786. 1, & factis ut 7786. 1 ad differentiam 0. 9, ita gradus hexapedarum 56966. 3 ad quartum, prodirent hexapedæ 6. 6.

Correctionum
summa, & inde
gradus corre-
ctus.

383. Si jam fidere velimus soli huic Fixæ, & retinere totum incrementum 6. 6, ac retinere trientem discriminis a basibus inducti, cum Romana basis definita fuerit semel, Ariminensis bis per actualement mensuram, & trientem discriminis inducti a reductione laterum, nam id latus est postremum, & in prioribus error ex paucioribus erroribus collectus esse debet minor, ut adeo non debeat dimidium sumi, habebimus ex primo capite 3 0, ex secundo 3. 0, ex tertio 6. 6. nimirum 12. 6. Addatur id gradui hexapedarum 56966. 3 superius invento, & jam erit gradus 56979 fere accurate, ut eum Mairius posuit opusculo 2', num. 49, & ego opusculo 1, num. 204.

Creditus potius
justo major.

384. Hunc ego gradum aliquot hexapedis omnino censeo majorem justo. Nam & Ariminensi basi multo æquiore solo bis definitæ cum tanto consensu multo magis fido, quam Romanæ, idque magis, quam in ratione 2 ad 1. Est cur nonnihil suspicer de illa ipsa altitudine montis Januarii visi e tholo D. Petri, in quo puto haberi maximam partem causæ ejus discriminis, & quod caput est multo magis fido determinationi arcus cælestis mediæ inter omnes determinationes tam multas, quam unicæ per unicam Fixam, quod si fiat de more, fere 7 hexapedæ correctionis adhibitæ statim concidunt.

Qui errores in
eo timeri possint

385. Errorem autem in eo suspicari omnino non possumus ex observationibus Astronomicis majorem eo, quem

quem secum ferat error unius secundi in iis commissus , qui est hexapedarum 7 , nec ex basi majorem uno , aut altero pede , cum vix digitis duobus secunda Ariminensis basis a prima distiterit , & ea basis sit major , quam decima pars totius gradus , ut idcirco in eo consequatur error minor , quam decuplus . Ex angulis autem poligoni , errorem itidem timere non possum majorem eo , quem secum trahit discrimen illud basis Romanæ computatæ , & observatæ , quod vidimus secum trahere hexapedas ad summum 8. 5. Demum e poligoni reductione ad planum horizontale majorem timere non licet eo , quem exhibuit immediata illa reductio lateris nimirum 8. 9. Ex positione poligoni non majorem hexapeda una . Mitto autem minora alia , quæ sensum effugiunt , de quibus supra abunde egimus , ut illam Romanæ baseos curvaturam omissam , quæ juxta num. 353 gradum contraheret minus quam $\frac{2}{3}$ unius hexapedæ , atque alias ejusmodi . Quin immo cum e singulis expositis capitibus partes tantummodo quædam erroris timeri debeant , & eorum fere omnium ratio habita sit in correctione supra adhibita , atque ita sit habita , ut gradus potius productior assumptus fuerit , quam par erat , omnino mihi persuasum est , nostrum hunc gradum non excedere hexapedas illas 56979 , & huic quidem numero esse satis proximum .

386. Ex proportione exposita supra num. 374 facile hic gradus reducitur ad passus multiplicando ipsum per 3888 , & dividendo per 2971 , ac habetur 74565 ; nimirum gradus hic paullo major milliariis 74. $\frac{1}{2}$; unde constat milliaria geographica , quorum 60 concipiuntur in circulo maximo , esse multo majora Romanis hisce nostris ita , ut illorum 4 fere contineant horum 5 ; leucas autem Gallicas , quarum numerantur 25 in gradu , continere quamproxime terna milliaria Romana . Potest autem inde etiam diameter Terræ veræ proxima inveniri ad eos usus , quos habuimus supra num. 295. Erit enim femiperiphæria , ducendo gradum in 180 , passuum

Gradus in passibus : Inde diameter Terræ veræ proxima :

384 O P U S C U L U M I V.

13421700. Unde factis, ut 355. ad 113, ita hic numerus ad quartum, prodit semidiameter 4272260. & diameter 8544520 vere proxima, sive media quædam ex medio hoc nostro gradu deducta.

Instrumenta & Artifici suo debere multum & fore Astronomis utilia.

387. Atque hæc quidem de mensura gradus dicta sint satis ex occasione agendi de apparatu, & usu instrumentorum a nobis adhibitorum, quorum usus ad hanc ipsam mensuram tendebat totus. Illud addam tantummodo, quod ad instrumenta pertinet, plurima me quidem Artifici Rufo suggessisse, & ideam quandam semper eorum, quæ vellem, multa tamen ipsum in iis potissimum, quæ ad quadrantis fulcrum, & varios motus pertinent pro ingenio suo excogitasse per sese. Spero autem eadem eodem modulo multum etiam perficienda ab aliis impropterum, & summo futura usui Astronomis.

Aliæ bases ad locorum propiorum determinationem, & aliud instrumentum crassius.

488. Addo & illud, ubi locorum pro mappa positiones investigabamus, sæpe nos alibi multo crassius, sed ad rem, quæ tum ageretur abunde accurate dimensos esse bases methodo multo expeditiore, incedendo nimirum passu quodam nec nimis concitato, nec nimis lento, cum citra paucorum admodum passuum errorem constaret nobis bis mille ejusmodi passus uni milliari æquivalere, ac brevi ligneo instrumento captis angulis in utroque extremo bases ita definitæ, definiēbamus satis accurate positus locorum, quæ parum aberant; quod ex occasione basium sit dictum. Sed jam me quintum opusculum ad sese vocat.



OPUSCULUM V.

DE FIGURA TELLURIS DETERMINANDA EX EQUILIBRIO
ET EX MENSURA GRADUUM.



QUONIAM universi labores nostri ad mensuram gradus meridiani in primis definiendam suscepti sunt, quæ quidem dimensio, ut abunde in opusculo primo exposui, dirigitur ad figuram Telluris determinandam, & ex hac figuræ ipsius investigatione omnis hæc ipsa dimensio graduum

Argumentum opusculi, & argumenti occasio.

ortum duxit, agam hinc de hac ipsa figura, ut ea, vel a fluidorum æquilibrio, vel a graduum dimensione deducitur.

2. Amplam hoc quidem argumentum tractationem requireret, & si vel ea tantummodo colligenda mihi essent, quæ ubique prostant a doctissimis viris inventa passim, atque vulgata, nec quidquam de meo adderem, vix uno, & satis illo quidem immani volumine continerentur. Verum ego quidem omissis pluribus, quæ minoris sunt usus, præcipua quædam tantummodo, quæ ad hanc rem pertinent, persequar, in quibus Geometriæ vires experiar, ad quædam, quæ admodum ardua, & sine calculo integrali intractabilia prorsus videri possunt, enodanda, ac penitus evolvenda.

Præcipua quæque enodanda hic opte Geometriæ.

C c c

3. In

Divisio in duo
capita. Profertur
hic quaedam etiã
olim alibi pro-
ducta.

Ordo tractan-
dorum capite 1.

3. In duo autem capita totum opusculum partiar. Primo quidem, quæ pertinent ad æquilibrium, expediam, deinde vero, quæ ex graduum dimensionibus consequantur, exponam. Erunt in iis constructiones nonnullæ, atque animadversiones, quas multis ab hinc annis inserui dissertationibus meis aliis, quarum tamen cum admodum pauca exemplaria impressa tum fuerint, atque ex iis ipsis, quæ nimirum occasione publicæ exercitationis sub anni finem distributa fuerant, pars multo maxima perierit, non inutile futurum erit, si eas hic iterum repetam.

4. Porro primo quidem determinabo figuram, quam in Tellure sive immota, sive motu diurno agitata requirit æquilibrium, ubi vires diriguntur ad idem centrum, utcumque variatis distantis variantur lege quavis data, quo problemate multo generaliori continetur etiam Hugeniana investigatio figuræ in hypothese Galileana gravitatis seu decrepcentis, sive crescentis in quavis ratione sive directa, sive reciproca distantiarum a centro utcumque multiplicata. Innuam hic aliquid de figura, quæ oritur ex gravitate quadam directa ad bina centra, tum ex gravitate directa per certas quasdam lineas ad datum quendam locum terminatas, quibus indicatis potius, quam expositis agam demum de figura, quam requirit gravitas non quidem tendens ad idem centrum, sed coalescens ex mutua gravitate particularum omnium agentium in ratione reciproca duplicata distantiarum a se invicem, quam gravitatem ex tot inter se usque adeo consentientibus celestibus phænomenis tam feliciter Newtonus deduxit, & ex qua tam multa alia novis phænomenis apprimè consentientia derivavit. Expediam autem, quod ad eam gravitatis legem pertinet, sive Tellus homogœna sit, in quo argumento felicissime sane Mac Laurinus se gessit, sive diversam in diversis distantis densitatem habeat, de quo casu multo aliter ego quidem sentio, quam summi etiam nostræ ætatis viri senserint, quorum calculos laborare omnino censeo, cum Geometria duce ad conclusiones dela-

delabar prorsus contrarias eorum conclusionibus . Atque ibidem attingam etiam nonnulla , quæ ad irregularem pertinent partium textum .

5. Hæc , quæ ad æquilibrium pertinent , capite primo , tum quod ex graduum mensura deducitur exponam capite secundo . Et primo quidem quid in hypothesi Ellipticæ spheroidis , ex binis gradibus sive Meridiani , sive paralleli cujuspiam , tum quid si Tellus ita compressa sit , ut & Meridiani , & paralleli a figura circulari recedant , consequi debeat , innuam , ac demum quid sine ulla suppositione , si omnes ejusdem meridiani gradus habeantur , de ipsius figura , & magnitudine definire liceat ostendam . Eorum autem occasione alia nonnulla iis analogæ , ubi se occasio comoda præbuerit , evolvam . Sed agrediamur rem ipsam .

Ordo pro capite secundo .

C A P U T I .

De figura Telluris , qua oritur ex æquilibrio .

6. **S**I Tellus tota esset solida , vel ex superficie ipsius partes , quæ fluidæ sunt , nullam inter se conjunctionem haberent , nulla esset ratio inquirendi in figuram ipsius ex æquilibrio , ex eo nimirum , quod ex solius gravitatis consideratione oritur ; nam si omnes considerentur vires generis cujuscumque , quibus particulæ in se invicem agunt , & cohærent , ubique in solidis etiam corporibus æquilibrium habetur semper . At quoniam magna superficiæ Terrestris pars fluido tegitur , quod gravitati suæ libere obsecundare potest , & in quamcumque plagam ea determinaverit , libere excurrere , ex autem fluidæ partes quaquaversum in intima Terrarum se insinuant , & inter se junguntur , hujus æquilibrium certam figuram requirit , quam tota Tellus proximè habere debet , cum solidæ partes , quæ extant , ut montes , parum admodum se supra ipsam attollant .

Ob Manâ communicationem posse inquireri ex æquilibrio in Terræ figuram .

Duplex ejus investigationis methodus.

7. Porro duplex est methodus investigandi figuram ab æquilibrio requisitam. Prima est ea, quæ oritur ex directione gravium in superficie fluidi, quæ debet esse perpendicularis ad superficiem ipsam; nam aliter, quæ ea directio infra superficiem continuata angulum cum eadem superficie acutum efficeret, in eam partem, ut per declive quoddam planum, deflueret fluidum ipsum: secunda est ea, quæ considerat binos canales intra Tellurem continuatos, fluido plenos, & in æquilibrio positos ita, ut punctum imum æquali utrinque pondere urgeatur.

Quando binæ methodi conspiciantur, quando scilicet.

8. Demonstratum jam est illud, esse quasdam gravitatis hypotheser, in quibus licet hac secunda methodo inveniantur æquilibrio, adhuc tamen illud primum æquilibrii genus non habeatur, quo casu fluidum, in quo canales omnes æque in imum punctum ponderent, in æquilibrio non erit, nec consistere poterit. sed perpetuo motu agitabitur, quod quidem accidit in iis hypothesibus tantummodo, in quibus gravitatis vis non a sola distantia pendeat, sed etiam a positione: ubi vero gravia vel ad unicum centrum tendant, vel ad numerum centrorum quemcumque, binæ methodi semper conspiciantur.

Quæ methodus, & quomodo hic adhibenda sit, ubi gravitas tendit ad datum centrum, vel datam curvam.

9. Id ego quidem theorema hic nequaquam demonstrabo, nec tamen utramque methodum per geometriam simplicem adhibebo, sed unicam illam canalium terminatorum ad centrum pro iis gravitatis hypothesibus, quæ ad unicum centrum dirigunt gravia, vel ad duo, & unicam directionis perpendicularis superficiem, pro hypothesi gravitatis tendentis secundum tangentes datæ cujusdam curvæ. Nam nec in gravitatum genere, quod in Natura nequaquam existit, pluribus hic immorandum esse arbitror, & si forte etiam, quæpiam ex iis hypothesibus in Natura existeret, cum agatur de figura Telluris, quam videmus in æquilibrio perstare (exigui enim quidam motus, ut maris æstus, ut certi in certis locis marium procurfus, quos dicimus *le corrente*, parvam admodum æquilibrii perturbationem indicant, cujus etiam ipsius externæ causæ in prom-

in promptu sunt) satis est alteram methodum adhibere solam; si enim æquilibrium habetur, debet & in canalium pondere, & in directione perpendiculari superficiæ id æquilibrium haberi, adeoque definito, quid requiratur ad habendum eorum alterum, si id obvenerit determinatum quidpiam, id ipsum in Telluris figura haberi omnino debet. Solum cum pro gravitate tendente ad datum punctum habeatur analytica solutio simplicissima, & quæ cum geometrica ex canalibus deducta conspirat, illam etiam proponam.

10. At ubi de gravitate mutua agendum erit, qua particulae in se invicem gravitent in ratione reciproca duplicata distantiarum, tum vero generaliter demonstrabo pro casu saltem homogeneitatis, haberi æquilibrium in quovis sensu, & quidem ostendam ad id satis esse, ut generaliter demonstretur, pondus canalium rectilineorum terminatorum ad punctum quodcumque, intra omnem massam cum directione quavis exercere in illud punctum vim ponderis æqualem, ut id ipsum accidat in canalibus etiam curvilineis, & ut in superficie sit directio gravitatis ipsi superficiæ perpendicularis.

Utramque per solam geometricam in gravitate Newtoniana.

11. Distinguendi jam sunt bini Telluris status, alter quiescentis, alter circa proprium axem circumactæ, & vero etiam, si libet, motu annuo translatae, ut quam in utroque casu figuram æquilibrium requirit, definiamus.

Quo sensu hic accipitur Telluris motus. Astroris theoriam alibi propositam huc pertinens.

Porro cum dico Tellurem immotam, vel motam, intelligo motum, vel quietem respectivum respectu cujusdam spatii, in quo nos homines includimur cum omnibus corporibus, quæ sub nostros sensus cadunt, respectu cujus spatii concipio in corporibus vim inertiae, sive determinationem quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, sive id ipsum spatium quiescat, sive moveatur motibus quibuscumque, quod quidem spatium si quiescat, movebitur Tellus, & corpora omnia eo inclusa movebuntur; si moveatur motu contrario & æquali motui vel Telluris, vel Jovis, vel cujuscumque puncti materiae, stabit Tellus, Juppiter, vel id materiae

riæ

riæ punctum , cætera movebuntur motu composito ex eo , quem habent intra id spatium , & ejus spatii motu ; si autem moveatur motu diverso a motibus punctorum omnium eo inclusorum , puncta omnia habebunt motum compositum ex suo intra id spatium , & motu illo ejus spatii , ac in omnibus his casibus motus respectivi omnes intra id ipsum spatium erunt iidem , nec quisquam intra id spatium constitutus ex ullo aut phænomeno , aut naturali argumento undecunque petito , nosse poterit , quid accidat illi spatio .

Theoria ejusmodi fundamentum indicatur .

12. Hujusmodi theoriam protuli primum anno 1748 in dissertatione de Maris Æstu , tum eandem in pluribus aliis locis vel exposui , vel confirmavi , sed nuper luculentissime in supplementis ad librum 1. Philosophiæ verisimilibus traditæ a Benedicto Stay , operis sane immortalis , ubi de vi inertæ agens theoriam ejusmodi explicavi pluribus , ac illud , ut mihi sane persuadeo , demonstravi , vim inertæ absolutam , sive quæ omnia materiæ puncta determinet ad quiescendum , vel movendum uniformiter in directum respectu spatii absoluti , infiniti , immobilis , nec a priori , ut ajunt , & ex metaphysicis principis , nec a posteriori , & ex phænomenis demonstrari posse , & solum posse assumi respectivam respectu spatii , quo includimur , atque id ipsum idcirco , quod ita omnia phænomena , quæ ad nostram notitiam pervenerunt , optime explicentur , & alia plurima prædicantur in posterum cum successu , quod quidem omnium optimum est pro vera quavis sententia argumentum . Sed hæc innuisse sit satis , & quæcumque dixerò posterum , quin immo etiam ipsæ voces , quas adhibebo , cum communi hujus temporis philosophorum inventis , ac vocibus ad ea exprimenda adhibitis apprime consentient ,

Figura Telluris homogeneæ quiescentis spherica .

13. Porro si Tellus quiescat , sive gravitas dirigatur ad centrum , in quavis ratione mutetur ipsa gravitas mutatis distantis , sive ad se invicem tendant omnia materiæ

riæ

riæ puncta in ratione quacumque directa vel reciproca distantiarum sit autem homogœna; erit omnino in æquilibrium. Nam ob bina quævis hemisphæria prorsus æqualia, & similia, punctum quodvis materiæ, ubicumque positum sit, dirigetur ad centrum etiam in Newtonianæ gravitatis hypothefi, & in distantiiis a centro æqualibus æqualiter gravitabit. Quare quodvis punctum in superficie collocatum dirigetur per rectam perpendicularẽ superficiẽ; in sphæra enim rectæ omnes, quæ a superficie ad centrum tendunt, ipsi superficiẽi perpendicularẽs sunt; acceptis autem æqualibus canalium cruribus in centro coeuntibus cum quacumque directione adveniant, pondus totius cruris erit semper idem, & centrum æqualiter urgebitur, ac binæ fluidi columnæ suo se pondere invicem sustinebunt.

14. Nam ex vi quidem inertię pergunt quiescere, si semel quieverint, nisi quidpiam eas particulas ad motum sollicitet; nihil autem erit, quod id quidem præstet, cum concipiamus nihil aliud agere præter gravitatis vim, ac ipsa vis gravitatis nisus ibi exerceat contrarios, & æquales, qui proinde se mutuo elident. Porro si in eo æquilibrium constituta sit Tellus, dum tota concipiatur fluida, tum repente quævis ejus pars concreseat; manebit figura, cum nihil sit, quod soliditate illa adjecta reliquas particulas fluidas ad motum sollicitet. Et quidem in casu, in quo gravitas a mutua particularum actione non pendeat, sed dirigatur ad certum centrum, manebit figura etiam, ubi id, quod concrevit, addensetur ubilibet eque hinc, & inde a centro, cum ea addensatio reliquas partes fluidas nihil afficiat, nec ad motum sollicitet.

15. Et hæc quidem est notissima demonstratio sphericitatis Telluris immotæ ex æquilibrium usurpata jam olim ab Archimede, tum ab aliis passim, sed hic a negativo argumento ad positivum traducta, & vero etiam confirmata magis, atque extensa. Porro ea vim habet etiam, ubi Tellus feratur motu uniformi, & parallelo, in quo

si Idem ex æquilibrium canalium.

Determinatio & demonstratio eadem, si Tellus moveatur motu uniformi parallelo.

quidem motu particulæ omnes pergunt moveri uniformiter in directum æqualiter, cum nihil sit, quod novum motum cum priore conjungendum producat, adeoque distantiam a se invicem respectivam nequaquam mutabunt, sine qua mutatione mutatio figuræ nulla fit. Ejusmodi autem fere est annuus Telluris motus, qui motu fere parallelo fit, quanquam exiguum discrimen a parallelismo in motu annuo exiguam quandam aberrationem pariatur, de qua fortasse aliquid alibi infra.

Investigatio figuræ, gravitate utcumque tendente ad datum centrum, & Tellure mota circa proprium axem.

16. Interea dicendum, quid debeat consequi, ubi diurna vertigine Tellus circa proprium axem convertatur, gravitas autem tendat ad datum centrum in ratione distantiarum quacumque, vel lege quavis constante, quæ a solis distantia pendeat. Primum autem præmitti debet illud, quod est notissimum, in quovis circulari motu corpus vi inertię conari abire per tangentem, in quo conatu exercetur simul nisus quidam recedendi a centro, qui dicitur vis centrifuga. Bina de eadem vi centrifuga proponam lemmata, tum ad figuræ terrestris determinationem gradum faciam.

Lemma virium centralium elementare.

17. Lemma 1. *Ejusmodi vis in circulis eodem tempore descriptis est proportionalis eorundem circulorum radiis.* Est theorema notissimum ab Hugenio olim propositum, & demonstratum passim in elementis Mechanicæ.

Alterum inde deducum. Tab. 4, F. 1.

18. Lemma 2. *Si quadrans circuli IMD in fig. 1. tab. 4. convertatur circa radium CD, & vim centrifugam in I exprimat IH, vim centrifugam in M, qua recedit a centro motus P secundum directionem PM, exprimat recta MO, que vis resolvatur in ON normalem ipsi CM productæ, & in MN secundum directionem ejusdem CM; erit vis centrifuga in I secundum directionem CI ad vim centrifugam in M secundum directionem CM, ut CM^2 ad MP^2 .* Est enim per lemma 1, ut IC, sive CM ad MP, ita HI ad MO, & ob triangula CMP, ONM rectangula similia, iterum ut CM ad MP, ita MO ad MN, adeoque compositis rationibus CM^2 ad MP^2 , ut IH ad MN.

19. Hicce

19. Hisce præmissis deveniemus jam ad generalem determinationem curvæ ope canalium . Sit in eadem fig. 1 *FCE* quadrans sectionis Telluris factæ per axem , cujus axis dimidium *CE* , & circa quem axem convertatur ipsa Tellus , quæ tota fluida concipiatur . Sint autem ibidem bini canales , *CF* perpendicularis axi in plano æquatoris , & *CL* utcumque inclinatus . Ut habeatur æquilibrium debet centrum *C* æque urgeri ab utroque ita , ut pondera eorundem canalium æqualia sint .

Conditio problematis .

20. Exprimant ordinatæ *KQ* ad curvam *VQG* , quamcumque vim gravitatis pro quavis distantia *CK* assumpta in semidiametro æquatoris *CF* . Assumpta autem *RF* , quæ sit ad *VF* , qua exprimitur gravitas in æquatore in *F* , ut est vis centrifuga ibidem ad gravitatem ipsam , & facto semicirculo *RBF* , ducatur in eo chorda *RB* parallela *CL* , tum *Br* perpendicularis ad *RF* , ac *rC* , & assumpta *CK* æquali *CL* , rectæ ex *K* , & *I* parallelæ *FV* occurrant lineæ *VG* in *Q* , & *A* , rectæ *CR* in *S* , ac *T* , rectæ *Cr* in *s* , ac *t* .

Curva exprimens legem gravitatis cum rebus deficientibus vires centrifugas .

21. In primis debet *It* exprimere vim centrifugam in *M* redactam ad directionem *CM* . Est enim per num. 17 vis centrifuga absoluta in *F* ad ejusmodi vim in *I* , ut *FC* ad *CI* , sive ut *FR* ad *IT* . Est autem per num. 18 ea vis absoluta in *I* ad vim relativam in *M* , ut *CM*² ad *MP*² , nimirum ob similia triangula *CPM* , *FBR* , quæ angulos habent æquales in *C* , & *R* ad *CL* , *RB* parallelas , ut *FR*² ad *FB*² , sive , ob *FR* , *FB* , *Fr* in semicirculo continue proportionales , ut *FR* ad *Fr* , vel demum ut *IT* ad *It* . Quare cum *FR* exprimat vim centrifugam absolutam in *F* , exprimet *IT* vim eandem absolutam in *I* , ac *It* vim relativam in *M* .

Demonstratio eorum , quæ pertinent ad virium centrifugarum expressionem per eas rectas .

22. Hinc autem vis residua in *M* , sive excessus gravitatis supra vim centrifugam ibidem , exprimetur per *At* , vis autem residua in *I* per *AT* ; ac proinde totum pondus canalibus *CL* exprimetur per totam aream *QsCG* , totum autem pondus canalibus *CF* exprimetur per aream *VRCG* , &

Areæ exprimentes pondera canalium , & earum æqualitas ex æquilibrio .

ob æqualitatem eorum ponderum, areæ quoque illæ æquales erunt.

Curva curvæ
viri quadratrix
ad solutionem
necessaria

Tab. 4^a, F. 1^a

2^a

Inventio gene-
ralis puncti ad
curvam in qua
vis recta e cen-
tro ducta.

Demonstratio e-
jusdem.

Determinatio
semidiametri æ-
quatoris, semi-
axis, & eorum
differentiæ.

23. Ea æqualitas per curvarum quadraturas sic obtinebitur. Maneant in fig. 2 reliqua omnia, quæ in prima, a CF versus V , & curva Cqu , jacens ad partes oppositas vitandæ confusionis gratia, sit quadratrix curvæ GQV relatæ ad CF , ut nimirum Fu æquetur areæ $VFCG$, applicatæ ad CF , & itidem Kq , la areæ $QKCG$, $AICG$ similiter applicatæ ad eandem CF .

24. Hujusmodi curvâ semel præparatâ, ducatur in fig. 1 in quovis angulo recta indefinita Cl , & in fig. 2 fiat angulus FRB æqualis angulo ECl fig. 1, ac demissa Br perpendiculari ad FR , sumantur uV' , uX versus F dimidiæ FR , Fr , & in quavis qK , aI sumantur qZ , aY versus KI , quæ ad uX sint, ut quadratum CK , Cl ad quadratum CF , & curvæ CYX ea lege constructæ occurrat in Z recta $V'Z$ parallela FC , ducaturque ZK parallela FV . Si jam in fig. 1 in recta Cl sumatur CL æqualis huic CK figuræ 2, dico punctum illud L fore ad curvam quæsitam.

25. Cum enim in fig. 2 triangula RCF , rCF æquentur dimidiis rectangulis sub CF , & RF , ac CF , & rF , eadem applicata ad CF æquabuntur dimidiæ RF , rF , sive rectæ $V'u$, Xu . Cumque & triangula rFC , sKC , ob similitudinem, & rectæ Xu , Zq , per constructionem sint, ut quadrata CF , CK , etiam triangulum sKC ad eandem CF applicatû æquabitur rectæ Zq . Hinc residuæ areæ $VRCG$, $QsCG$ applicatæ ad ipsam CF æquabuntur rectis residuis $F'V$, KZ , quæ cum æquales sint, erunt æquales & areæ $VRCG$, $QsCG$, adeoque in fig. 1 pondera CF , CL æquabuntur, & habebitur æquilibrium, ut oportebat.

26. Si directio Cl fig. 1 abeat in CF evanescente angulo FCl , adeoque & RFB fig. 2; abibit B , & r in R , adeoque X , & Z in V' , & K in F , nimirum L in F in fig. 1, ut oportebat. Sed abeunte in fig. 1 Cl in CE , abit in fig. 2 B , & r in F , ac proinde X in u , & curva $CYZX$ in $Caqu$, ac sine nova constructione curvæ CYZ recta $V'Z'$ parallela FC

oc-

occurrentis primæ curvæ *Cau* in *Z'* determinabit *VZ'*, vel *FK'* differentiam semiaxis a semidiametro æquatoris.

27. Hanc ego quidem hujus problematis constructionem exhibui in dissertatione de figura Telluris ann. 1739. Sed ea plurimum contrahitur, si promoveatur analysis geometrica, & investigetur relatio rectæ *CL* fig. 1 non ad angulum *ECl*, sed ad ordinatam *LY* perpendicularem axi *CE*. Constructa nimirum in fig. 2 sola quadratrice *Cqu*, & assumpta quavis *CK*, quæ debeat esse æqualis cuidam *CL* figuræ primæ ductæ in quodam angulo *ECl* ibidem adhuc ignoto, ducatur sua *QKq* in fig. 2, & concipiatur in utraque figura angulus *FRB*, qui debeat esse æqualis illi *ECl* fig. 1, utcumque adhuc ignoto. Ducta *Br*, & sua *Csr*, debeat area *QsCG* æqualis esse areæ *VRCG* ob æquilibrium. Capta jam *uv'* versus *F* æquali dimidiæ *FR*, ductaque illa *V'Z*, quæ occurrat *Kq* in *Z*, facile apprehenditur fore *Zq* æqualem areæ trianguli *sKC* applicatæ ad *CF*. Nam *Fu* per constructionem, & *V'u* (dimidia *RF*) ex natura trianguli æquantur areis *VFCG*, *RFC* applicatis ad eandem *CF*, adeoque *FV'*, areæ *VRCG* similiter applicatæ. Cumque & *KZ* æquetur *FV'*, & area *QsCG* areæ *VRCG*, erit *KZ* æqualis areæ *QsCG*, adeoque *Zq* æqualis areæ *sKC* applicatæ ad *CF*.

Constructionis simplicioris prima semina per analysis geometricam :

28. Jam vero in figura 1 erit CF^2 ad CK^2 , ut area *RFC* ad aream *SKC*, & CK^2 , sive CL^2 ad LY^2 , ut RF^2 ad FB^2 ob triangula rectangula *LYC*, *FBR* similia, adeoque ut RF ad Fr , sive ut SK ad Ks , vel ut triangulum *SKC* ad *sKC*. Quare erit ex æqualitate ordinata CF^2 ad LY^2 , ut area trianguli *RFC* ad aream *sKC*, sive ob applicationem in fig. 2 ad eandem *CF*, ut in ea *V'u* ad *Zq*, & *CF* in fig. 1 ad *LY* in ratione subduplicata *V'u* ad *Zq* fig. 2.

Finis analysis geometricæ.

29. Inde igitur multo facilior constructio. Data curva *VQG*, construatur ejus quadratrix *uqC* sola, & assumpta *uv'* versus *F* dimidia *FR*, ducatur recta *V'Z* parallela *FC*, donec occurrat rectæ *Qq* in *Z*. Capiatur jam in fig. 1 recta *Cl'* versus *F*, quæ sit ad *CF* in ratione subduplicata rectæ *Zq* ad *V'u* fig. 2, ac ducta indefinita *l'Li'*

Constructio ex analysis.

normali ad CF , centro C , intervallo illius CK assumptæ in fig. 2 inveniatur in ipsa $I'i'$ punctum L , quod erit ad curvam quæsitam. Nam erit CI' æqualis LY , & habebunt CL , LY inventam relationem ad se invicem.

Determinatio
semidiametri æ-
quatoris, & se-
miaxis.

30. Patet autem curvam ejusmodi ducere originem ex F . Nam abeunte in fig. 2 K in F , abit Zq in $V'u$, & ratio ea evadit æqualitatis, adeoque in fig. 1 evadit CL æqualis CI' , & punctum L una cum I' abit in F . Si autem $V'Z$ fig. 2 occurrat quadratrici Cqu in Z' , ducaturque $Z'K'$ perpendicularis ad CF , erit huic CK' æqualis semiaxis CE fig. 1. Nam abeunte in fig. 2 K in K' evanescit Zq , abeuntibus punctis Z , q in Z' . Quare ibi in fig. 1 evanescit CI' , sive LY , ac angulus LCY , factò FCL recto, & abeunte CL in CE .

Determinatio
casuum omnium
pertinentium ad
distantias majores,
minores,
& intermedias.

31. In locis K intermediis inter F , & K' fig. 2 habebitur semper in fig. 1 duplex punctum L hinc, & inde a recta CF in distantia æquali, cum circulus radio C intervallo CK debeat occurrere bis rectæ $I'i'$ hinc, & inde ab I' ad eandem distantiam, nisi forte alicubi in fig. 2 ratio subduplicata Zq ad $V'u$ fuerit eadem, ac CK ad CF , vel ipsâ major. Primo enim casu evaderet in fig. 1 CI' æqualis CK , & puncto utroque L abeunte in I' , curva ibi ad rectam CF appelleret; in secundo vero casu esset CI' major, quam CK , & recta centro C , intervallo illo CK non pertingeret ad $I'i'$, quæ recta idcirco in infinitum producta curvæ nusquam occurreret. Quare tota ea curva hinc, & inde a CF erit sibi similis, & æqualis. Abeunte K in figura 2 infra K' , jam KQ abiens in Ia erit minor ob aream decrescentem versus C , quam $K'Z'$, sive Iy , in quam abibit ibi KZ . Quare Zq mutabit directionem in ya , & proinde negativa fiet, ac idcirco quadratum rectæ LY fig. 1, quod ob $V'u$, & CF fig. 2 constantes est ibi, ut Zq , evadet negativum, & ipsa ordinata fig. 1 imaginaria, adeoque curva non descendet ad distantiam minorem ipsâ CE fig. 1. Supra F vero pro varia indole curvæ GQV , & ejus quadratricis Cqu fig. 2, varias habere poterit vices, sed semper continuata quadratrice Cqu , & recta yZV' supra $V'u$ habebuntur pro quovis puncto rectæ CF productæ
bina

bina puncta curvæ æquilibrii hinc, & inde æquè remota ab ipsa CF , vel unicum, curvâ utrinque ad eam appellente, vel nullum, prout in fig. 2 ratio subduplicata rectæ Zq ad datam Vu fuerit minor, æqualis, vel major respectu rationis CK ad CF .

32. In omnibus autem hisce casibus patet, pro omni arcu curvæ politæ infra C fore figuram semper compressam in polo E , & polo ipsi opposito, & differentiam semiaxis CE a semidiametro æquatoris CF fore æqualem illi $V'Z'$ figuræ 2, quæ ab ipsa quadratrice definitur, & cujus expressionem generalem videbimus paullo infra.

Generalis compressio figuræ ad polos & compressionis quantitas definita.

33. Ubi gravitas primitiva sit in aliqua ratione directæ distantiarum, curva VQA figuræ 1, & 2 terminatur in C , & quadratrix aqu prodit ex C , quæ quidem prodit itidem ex C , quotiescumque curva gravitatis VQA terminatur ad rectam CG , alicubi in G . Si gravitas sit in aliqua ratione distantiarum reciproca, curva VQA abit in infinitum, & rectam CG habet pro asymptoto. Tum vero si gravitas, dum ad centrum acceditur in infinitum, crescat, infinities minus, quam in ratione reciproca simplici distantiarum, area asymptotica erit finita, & adhuc quadratrix aqu prodibit e C .

Casus, in quibus quadratrix potest ortum ducere e centro.

34. Quod si gravitas crescat in ratione eadem distantiarum simplici reciproca, vel adhuc magis, areæ ejusmodi erunt infinitæ, nec poterit quadratrix prodire e C . In eo casu oportet in fig. 2 quadratricem inchoare e quovis puncto I rectæ CF ita, ut ordinatæ superiores Kq jacentes ad partes u exprimant areas $QKIA$ jacentes supra ordinatam IA , & ordinatæ inferiores jacentes ad partem oppositam exprimant areas positas infra ipsam IA . Ipsa autem quadratrix uqa , & vero etiam XZY ex ea parte abibit itidem in infinitum, & habebit CG pro asymptoto. Constructio tamen eadem ope quadratricis ejusdem, unius juxta posteriorem solutionem, vel duplicis juxta priorem, exhibebit constructionem problematis, quæ invenietur semper, habita ratione transformationis locorum Geometricorum, cujus leges fufius aliquanto, & dili-

Casus, in quibus ea asymptotica est: ei tamen aptari posse constructionem eandem.

diligentius persecutus sum superiore anno in dissertatione adjecta sectionum Conicarum elementis Elementorum meorum tomo tertio.

De curvis experimentibus legem gravitatis, ubi ea sit accuratè, ut aliqua potentia distantiarum directè, vel reciprocè.

35. Quod si gravitas VQA sit accurate in aliqua ratione directà vel reciproca distantiarum, sive, ut quævis potestas m distantiarum; erit curva VQA semper ex familia parabolæ, si m fuerit numerus positivus, & gravitas in ratione directà distantiarum; ex familia vero hyperbolarum, si fuerit m numerus negativus, & gravitas in ratione distantiarum reciproca, præter casum in quo $m=0$, & $m=1$, qui sunt bini casus gravitatis constantis, & gravitatis crescentis in ratione distantiarum directà, de quibus paullo infra, in quorum altero curva VQA abit in rectam parallelam FC , in altero in rectam tendentem ab V ad C .

Earum quadratrices.

36. In eo casu, in quo ordinata IA est, ut CI^m , area terminata per eandem ordinatam generaliter est ad rectangulum sub CI , & IA , ut 1 ad $m+1$, quod quidem etiam per simplicem Geometriam demonstrari potest, & pertinet ad elementa Geometriæ infinitesimalis, & curvarum, quæ brevi in quarto elementorum meorum tomo, ut spero, prodibunt. Hinc erit ea area, $\frac{1}{m+1} \times CI \times IA$, & proinde IA , quæ ipsi proportionalis est, erit ut CI^{m+1} , five ut CI^{m+1} , & semper in iis casibus quadratrix uqa erit itidem ex familia parabolæ, vel hyperbolæ, præter casum, quo sit $m=0$, nimirum gravitas constantis, quo casu $m+1=1$, ac uqa evadit recta tendens ad F , & casum, quo $m=-1$, quo nimirum gravitas est in ratione reciproca distantiarum, quo quidem casu curva VQA evadit Hyperbola Apolloloniana, & ejus area quadrari non potest, nisi per logarithmos.

Ratio diametri æquatoris ad semiaxem in iis casibus generaliter expressa.

37. Hinc facile determinatur pro hoc casu generaliter quantitas compressionis. Erit enim $K'C^{m+1}$ ad FC^{m+1} , ut $K'Z'$, sive FV' ad Fu , adeoque si inter FV' , & Fu capiatur numerus m mediarum geometricè proportionantium, quarum postrema sit FX , erit $K'C$ ad FC , ut FX ad Fu , cum debeat itidem esse FV' ad Fu , ut FX^{m+1} ad Fu

Fu

Fu^{m+1} . Quod si præterea $V'u$ fuerit exigua respectu Fu , differentiarum illarum continuè proportionalium erunt quamproximè æquales inter se, adeoque $Xu = \frac{1}{m+1} V'u$, nimirum ob $V'u = \frac{1}{2} FR$ erit $Xu = \frac{1}{2m+2} FR$. Quoniam autem erit area tota $\frac{1}{m+1} \times FC \times FV$, adeoque ipsa applicata ad FC , sive $Fu = \frac{1}{m+1} FV$; erit Fu ad uX , sive FC ad FK' ut $\frac{1}{m+1} FV$ ad $\frac{1}{2m+2} \times FR$, sive ut FV ad $\frac{1}{2} FR$. Nimirum erit semidiameter æquatoris ad ejus differentiam à semiaxe, ut est gravitas primitiva sub æquatore ad dimidiam vim centrifugam ibidem.

38. Id autem theorema est generale pro compressione exigua in quavis hypothese gravitatis tendentis ad datum centrum, & præterea habetur hoc aliud: decrementum distantiae ab æquatore ad polum est proximè, ut quadratum sinus recti latitudinis, sive ut sinus versus latitudinis duplicatæ. Utrumque demonstratur facile in fig. 2. Cum enim area $VRCG$ debeat esse æqualis areæ $QSCG$, dempta $QSCG$, & addita $RSsr$, erit $VrsQ = RrC$. Si autem sit FR exigua respectu FV , erit area $VrsQ$ proximè æqualis areæ $VFKQ$, & ipsi accuratè æqualis erit, ubi abeunte K in K' , abit r in F . Poterit autem area $VFKQ$ considerari, ut rectangulum sub KF , & FV , & triangula RCF , KCr sunt æqualia $\frac{1}{2} RF \times FC$, $\frac{1}{2} Rr \times FC$. Quare abeunte K in K' erit $\frac{1}{2} RF \times FC = FK' \times FV$, & FC ad FK' , ut FV ad $\frac{1}{2} FR$, quod erat primum. Erit autem generaliter $FK \times FV = \frac{1}{2} Rr \times FC$, adeoque FK decrementum distantiae, ut Rr , qui est sinus versus arcus RB , cujus dimidium metitur angulum RFB , sive angulum FCL figuræ primæ, qui est proximè distantia loci ab æquatore, seu latitudo, & constat ex Trigonometria, esse sinum versus arcus cujuscvis, ut quadratum chordæ, cujus dimidium est sinus rectus arcus dimidii; unde patet, & secundum.

Eadem generalius, & ratio decrementi distantiae ab æquatore ad polum.

39. Hæc quidem hic generalissime e sublimioribus principiis derivantur. Verum in ea dissertatione de Figura Telluris, cujus memini supra num. 27, conformes priori constructioni generali hic propositæ a n. 19 jam tum præmiseram binas constructiones pro binis casibus gravi-

binæ leges gravitatis jam olim scorsum pertractatæ, & hic iterum pertractandæ:

tatis

tatis constantis, & gravitatis crescentis in ratione simplici distantiarum, quarum priorem Galileus consideravit, & vero in hac investigatione Hugenius; posteriorem vero consideravit Hermannus, & pro utroque deduxerant æquationes ad curvam, quarum prior cum Hugeniana congruit, posterior Ellipsim Apolloniaam exhibet, quam Hermannus ipse in eo casu invenerat. Eas concinnatas aliquanto elegantius, ut nimirum ex generali illa deducantur, hic proponam prius, tum elegantiores, simplicioresque alias deducam ex hac nova. Proderit ad Geometriæ contemplationem quandam jucundissimam, alia ex aliis deducere ordine illo, quem ipsa Geometria ex rerum natura derivatum sponte objicit, & ostentat.

Constructio facili-
or pro casu
gravitatis con-
stantis deducta
ex generali.
Tab. 4. F. 2.

40. Si gravitas fuerit constans, qualem Galileus assumpsit in omni sua Mechanica, & Hugenius in hac perquisitione, constructio illa prima generalis, quam hic proposui a num. 19 evadit multo expeditior. In eo casu evadit in fig. 2 Fu æqualis FV , & Ca recta linea, CYX parabola Apolloniana, cujus CG diameter, Cu tangens; & latus rectum ejus diametri tertium post uX , Cu . Nam $VQAG$ esset recta parallela FC , & rectangulum $VFCG$ applicatum ad CF esset ipsa FV , arcus autem pertinentes ad abscissas CK , CI , ut ipsæ, adeoque & Kq , Ia , ut CK , CI ; & qZ , aY ad uX , quæ sunt ut quadrata CK , CI , essent ut quadrata abscissarum Cq , Ca , quorum primum est proprium rectæ, secundum ejus parabolæ. In primis autem differentia semiaxis a semidiametro æquatoris nimirum $V'Z'$ perquam facile inveniretur. Esset enim CF ad $V'Z'$, ut Fu ad uV' , sive assumptis æqualibus, ut FV ad $\frac{2}{3}FR$, nimirum ut gravitas ad dimidiam vim centrifugam sub æquatore. Deinde & cætera omnia curvæ puncta determinari possent per Geometriam etiam planam, cum per planam Geometriam habeatur concursus rectæ cujusvis cum data quavis sectione conica.

Alia facilior pe-
culiaris pro ipsa
Tab. 4. F. 3

41. Sed sine ulla consideratione parabolæ sic multo facilius rem in ea simplicissima hypothese expedire licet. Assumptis in fig. 3 rectis FV , FR , ut prius, facto semicircu-

circulo FBR , & ducta RB parallela cuicunque Cl , ut prius, ac demisso perpendicularo Br , compleatur rectangulum $VFCG$, ducaturque Gr , cui recta RX parallela FC occurrat in X . Occurrat autem recta GV rectæ ductæ per C , & r in T , & rectæ per X parallelæ FV in Y' , ac assumpta TQ media geometricè proportionali inter TV , TY' , capiatur CL æqualis GQ , eritque L ad curvam quæsitam.

42. Nam erit Rr ad rV , ut RX sive VY' , ad VG , sive FC . Quare in triangulis RCr , $VY'r$ bases Rr , rV , & altitudines FC , VY' reciprocantur, ac proinde areæ æquales sunt. Est autem triangulum $TY'r$, ad TVr , ut TY' ad TV ob altitudinem r communem, sive in ratione duplicata TQ ad TV ob TY' , TQ , TV continue proportionales, vel (recta QK parallela VF occurrente rectis CR , Cr in S , s) ut triangulum TQs ad idem illud triangulum TVr ob eorundem triangulorum similitudinem. Quare triangula $TY'r$, TQs , quæ ad idem triangulum TVr eandem rationem habent, sunt inter se æqualia, & dempto communi TVr , remanebit trapezium $VrsQ$ æquale triangulo VrY' , adeoque triangulo RCr , ac dempto communi trapezio $RSsr$, & addito communi $QSCG$, erit area $VRCG$, qua exprimitur pondus CF , æqualis areæ $QSCG$, qua exprimitur pondus CL , ut oportebat.

Construionis demonstratio.

43. Abeunte CL in CE , abit punctum B , & r in F , & T in infinitum, ac ratio VQ ad QY' , quæ est eadem, ac TV ad TQ , evadit ratio æqualitatis. Cum vero sit semper VG ad VY' , sive ad RX , ut Vr ad rR , abeunte eo casu r in F , ea ratio fiet VF ad RF , sive ratio gravitatis ad vim centrifugam. Quare GV ad VQ , sive CF ad FK dimidiam RX , nimirum semidiameter æquatoris ad differentiam ipsius a semiaxe erit, ut gravitas VF ad dimidiam vim centrifugam RF , ut etiam supra num. 27.

Determinatio compressionis.

44. Quoniam ea vis centrifuga respectu gravitatis est perquam exigua, ut paullo inferius videbimus, semper erit FR admodum exigua respectu FV , & punctum T re-

Determinatio decrementi distantia, & incrementi gravitatis.

E e e

motif-

ratis ab æqua-
tore ad polum

motissimum, ac VQ proxime dimidia VY , sive RX . Ipsa autem RX , quæ ad Rr habebit rationem VG , ad Vr fere eandem, ac est VG ad VR , erit ad sensum, ut Rr , qui est sinus versus arcus RB , cujus arcus dimidium metitur angulum RFB æqualem angulo FCL , sive proxime latitudini loci, ac est, ut quadratum RB , qui, habita RF pro radio, est sinus anguli RFB , sive proxime latitudinis. In eadem vero hypothese cum ob RF exiguam haberi possint RS , VG pro parallelis, erit Qs proxime æqualis Vr , & Rr excessus gravitatis residuæ Qs debitæ loco L , supra gravitatem residuam debitam æquatori F . Hinc etiam in hac gravitatis hypothese habetur hujusmodi theorema. *Distantiarum a centro, & gravitatis, quam experimur, differentia sunt proxime, ut sinus versi latitudinis duplicate, vel in ratione duplicate sinus latitudinis.*

Casus gravitatis
directe propor-
tionalis distan-
tia.

Tab. 4, F. 3

45. Quod si gravitas sit, directe ut distantia a centro, linea VQG figuræ 1, abibit in rectam tendentem ab V ad C . Evanescet enim recta CG , & erit IA , ut CI . Eo casu, & quadratrix Cau figuræ 2, & CYX evadunt parabole Apollonianæ, quarum axis communis recta GC producta, tangens vero CF . Erit enim in ratione duplicata CI tam Is , quam aY , adeoque & IY , quo casu itidem punctum Z potest definiri per Geometriam planam. Sed eo itidem casu constructio evadit simplicior sine ulla sectionum conicarum consideratione, & fit hoc pacto.

Construendo pro
eo casu, & de-
monstratio.

Tab. 4, F. 4.

46. In fig. 4 manentibus reliquis, ut prius, ducatur ex V recta VC , & ex R recta ipsi parallalla, quæ occurrat Cr in P , tum PO parallela RF , ac assumpta CK media geometricè proportionali inter CO , CF , capiatur CL æqualis CK , & punctum L erit ad curvam æquilibrii quæsitam. Erit enim triangulum VrC ad VRC , ut Vr ad VR , ut Cr ad CP , ut CF ad CO , in ratione duplicata CF ad CK , sive Cr ad Cs , vel ejusdem trianguli VrC ad QsC . Quare triangulum VRC , quod exprimit pondus CF , erit æquale triangulo QsC , quod exprimit pondus CL .

47. Quo-

47. Quoniam autem etiam hic est CF ad FO , ut Cr ad rP , sive ut Vr ad Rr , nimirum abeunte CL in CE , & r , B in F , ut VF ad RF , nimirum ut gravitas sub æquatore ad vim centrifugam ibidem, & ob FR exiguam respectu FV , est FK ad sensum æqualis KO ; habebitur hic proximè, quod in Hugeniiana curva habetur accurate, ut nimirum sit gravitas sub æquatore ad dimidiam vim centrifugam ibidem, ut est diameter æquatoris ad ejus differentiam a semiaxe, & proinde utraque ad sensum æque comprimitur.

Determinatio
cõpressionis eadem, ac in gravitate constanti.

48. Cum vero sit Vr ad Rr , ut Cr ad rP , ut CF ad FO , ac alternando Vr (proxime constans) ad CF (constantem), ut Rr ad FO , erit ipsa FO , & FK ejus dimidia proximè, ut Rr ; ac si RP occurrat QS in i , erit is differentia gravitatis VR a gravitate QS proximè dimidia Rr . Quare etiam hic tam decremента distantiarum a centro, quam incrementa gravitatis ab æquatore ad polum erunt proximè, ut sinus versus latitudinis duplicatæ, vel in ratione duplicata sinus recti ejusdem latitudinis.

Eadem pariter decremента distantiarum, & incrementa gravitatis.

49. Præterea cum æqualia sint triangula VCR , QCs , eorum bases VR , Qs debent esse reciprocè, ut altitudines CF , CK . Quare cum illæ expriment gravitates residuas, hæe distantias CF , CL , in quibus eæ residuæ gravitates habentur, gravitates residuæ erunt accuratè in superficie ejus solidi in ratione reciproca distantiarum a centro, quod sane mirum videri possit, cum gravitates primitivæ ibidem sint in ratione directa distantiarum earundem.

Gravitates residuæ in ratione reciproca distantiarum, cum primitivæ sint in directa.

50. Curva in hoc posteriore casu est ipsa Ellipsis Apolloniana, & in priore est illa ipsa, quam Hugenius definiit. Hoc posterius sine calculo demonstrari non potest, cum per æquationem analyticam Hugenius ejus curvæ naturam nobis prodiderit. Illud primum possit quidem etiam per synthesim, & puram Geometriam, etiam ex hac prima veteri constructione, sed ambitu multo majore, & complicatiore. Quamobrem primo

Quid per geometriam, quid per calculum tractandum infra.

quidem hic per analyticas formulas utrumque præstabitur, tum ex secunda constructione simpliciore constructiones eruemus pro utraque hac lege, pro prima quidem itidem admodum simpliciore, pro secunda vero multo aptiorem ad demonstrandum per simplicem Geometriam, haberi ibi accuratè ellipsim Apollonia-

Æquatio pro
gravitate con-
stanti.
Tab. 4, F. 3

51. Ponatur pro primo casu in fig. 3. $CF = a$, ductaque LY perpendiculari ad axem CE , sit $CY = x$, $LY = y$, gravitas FV constans $= m$, vis centrifuga in F , sive $FR = n$. Erit $CL^2 = x^2 + y^2$. $LY^2 = y^2 :: FR^2 . FB^2 ::$
 $FR = n . Fr = \frac{ny^2}{x^2 + y^2}$. Rursus $FC^2 = a^2$. $CK^2 = CL^2 =$

$x^2 + y^2 :: CFr = \frac{1}{2} \times \frac{na^2y^2}{x^2 + y^2}$. $CKs = \frac{ny^2}{2a}$. Cumque sit $CK \mathcal{Q}G = CK \times FV = m (xx + yy)$, erit $\mathcal{Q}CG = m (xx + yy) - \frac{ny^2}{2a}$. Est autem $GVFC = ma$, $RCF = \frac{1}{2}na$, adeoque $GVRC = ma - \frac{1}{2}na$. Quare, ob areas $VRCG$, $\mathcal{Q}CG$ æquales, erit $m (xx + yy) - \frac{ny^2}{2a} = ma - \frac{1}{2}na$. Ea æquatio

reducta, posito $\frac{ma}{n} = f$, exhibet eam æquationem, quam Hugenius invenit $y^4 + (4af - 4ff - 2aa) yy - 4ffxx + 4aaff - 4a^2f + a^2 = 0$.

Æquatio pro
gravitate distan-
tiis directè pro-
portionali.
Tab. 4, F. 4

52. Pro secundo casu ponantur reliqua in fig. 4, ut prius, ac sit m gravitas non quidem constans, sed quæ debetur distantiae CF , eritque, ut prius $CKs = \frac{ny^2}{2a}$. Erit autem $CFV = \frac{1}{2}ma : CF^2 = a^2$. $CK^2 = x^2 + y^2 :: CFV = \frac{1}{2}ma$. $CK \mathcal{Q} = \frac{mx^2 + my^2}{2a}$. Quare $Cs \mathcal{Q} = \frac{mx^2 + my^2}{2a} - \frac{ny^2}{2a}$, sive posito excessu gravitatis sub æquatore supra vim centrifugam, nimirum $m - n = p$, erit $Cs \mathcal{Q} = \frac{mx^2 + py^2}{2a}$. Est autem $VR = m - n = p$, & $FC = a$. Quare $VCR = \frac{1}{2}ap$, adeo-

adeoque habetur æquatio simplicissima $\frac{mx^2 + py^2}{2a} = \frac{1}{2} ap$,
 five $\frac{m}{2} x^2 + y^2 = a^2$, quæ est ad Ellipfim , cujus semiaxis
 traniverfus $CF = a$, conjugatus autem ad tranverfum
 in ratione subduplicata p ad m , cum nimirum facta $y = 0$,
 abeat x in ipsum , & sit $\frac{mx^2}{p} = a^2$, adeoque $p . m :: x^2 . a^2$.

53. Data quavis alia lege gravitatis , æquatio ad cur-
 vam facile itidem invenitur in figura 1 , dummodo de-
 tur quadratura curvæ VQG , exprimentis legem ipsam .
 Nam demendo ab area $QKCG$, quæ dabitur per ejus-
 modi quadraturam , triangulum KsC , cujus valor est
 idem , ac is , quem in superioribus numeris invenimus ,
 habebitur area $QsCG$, & ablato itidem ab area $VFCG$
 triangulo RFC , habebitur area $VRCG$, quæ posita æ-
 qualis priori exhibet æquationem ad curvam . Porro ,
 ubi gravitas sit in ratione distantiarum utcumque multi-
 plicata per numerum rationalem quemcumque positivum,
 vel negativum , semper habetur algebraica quadratura
 curvæ exprimentis eam legem , præter unicum casum vis
 decrefcentis in ratione reciproca simplici , in quo casu
 curva ipsa , quæ generaliter pertinet ad familiam parabo-
 larum , vel hyperbolarum sublimiorum , ut supra vidimus ,
 abit in hyperbolam Apollonianam , & quadratur tantum-
 modo per logarithmos , adeoque in omnibus ejusmodi
 casibus algebraica erit curva æquilibrii , & in hoc postre-
 mo pertinebit ad logarithmos .

Methodus eam
 inveniendi pro
 alia lege quavis
 Tab. 4. F. 1

54. Hæc quidem ex prima illa veteri constructione de-
 ducuntur exposita a num. 19. Nunc ex illa multo simpli-
 ciori posita a num. 27, hoc pacto pro iis binis casibus
 constructio multo elegantior derivatur . Sit in fig. 5 gra-
 vitas constans exposita per rectas KQ perpendiculares FC
 terminatas ad rectam VG eidem parallelam . Assumpta VV'
 versus F in ratione dimidiæ vis centrifugæ in æquatore in
 F ad gravitatem illam constantem , ducatur $V'Z$ parallela
 FC , quæ occurrat KQ in Z , recta vero VC occurrat rectis
 VZ ,

Constructio pro
 gravitate con-
 stanti facilior .
 Tab. 4. F. 5

VZ , QK in Z' , q , & fiat $Z'i$ media geometricè proportionalis inter $Z'Z$, $Z'V'$ versus V' : tum ducatur recta Vi , quæ rectæ FC occurrat in I , & per I' ducta $I'i'$ parallela CE , centro C intervallo CK , inveniatur in ea punctum L ex utraque parte puncti I , quod erit ad curvam quæsitam.

Demonstratio
ipſius.

Tab. 4, F. 1

2
4

55. Erunt enim FV , & VV' eadem, ac in fig. 2 Fu , uV' , recta vero CV erit quadratrix rectæ VG , cum area $VFCG$ applicata ad CF reddat FV , & area $QKCG$ ad $VFCG$ sit ut KC ad FC , sive ut qK ad VF , ac proinde & qK æquetur areæ $QKCG$ applicatæ ad CF . Erunt igitur puncta ZZ' eadem, ac in fig. 2, & sumenda erit CI' ad CF in ratione subduplicata, ut in fig. 1 rectæ qZ ad uV' figuræ 2 juxta num. 29, ita hîc ad VV' hujus ipſius, sive rectæ $Z'Z$ ad $Z'V'$. Id autem eſt præſtitum, ſumpta $Z'i$ media inter $Z'Z$, & $Z'V'$, & ducta ViI' . Eſt enim $Z'i$ ad $Z'V'$ in ratione illa ſubduplicata $Z'Z$ ad $Z'V'$, & CI' ad CF , ut $Z'i$ ad $Z'V'$.

Conſtructio pro
gravitate diſtantiis
proportionali.

Tab. 4, F. 6

56. Pro caſu ſecundo viſ creſcentis in ratione diſtantiarum ſimplici conſtructio eſt aliquanto magis compoſita, ſed non ita multum. Sumatur in fig. 6 FV ad arbitrium, tum Fu ejus dimidia, & uV' verſus F ad uF in ratione viſ centrifugæ ad gravitatem in F , ac ducta quavis KQ , parallela FV , quæ occurrat rectis CV , Cu in Q , Q' , capiatur in ea Kq tertia poſt Fu , KQ' , verſus Q , & capiatur CI' verſus F ac CF in ratione ſubduplicata qZ ad uV' , & ducta $I'i'$ perpendiculari ad CF , punctum L inventum in ea centro C intervallo CK erit ad curvam quæſitam.

Ejus demonſtratio.

57. Nam exprimente FV gravitatem in F , exprimet KQ gravitatem in K , cum ſit KQ ad FV , ut CK ad CF in ſimplici diſtantiarum ratione, adeoque recta VC locus virium. Cum autem ſit Fu dimidia FV , æquabitur areæ VFC applicatæ ad FC . Igitur cum ſit Fu ad Kq , ut uF^2 ad QK^2 , ut VF^2 ad QK^2 , ut area VCF ad aream QCK , erit & Kq æqualis areæ QKC applicatæ ad CF , adeoque q ad quadratricem. Quare debuit fieri CI' ad CF , in ratione ſubduplicata Zq ad $V'u$, uti factum eſt.

58. Por-

58. Porro quadratrix uqC erit Parabola Apolloniana, Determinatio compressionis. cujus axis recta EC producta, tangens autem CF , cum nimirum quævis ejus ordinata KQ' debeat esse, ut area QKC , sive ut quadratum CK . Invenietur autem $V'Z'$ ab V' ad concursum rectæ $V'Z$ cum ipsa sine ulla ejus consideratione. Ibi enim debet esse $K'Z'$ æqualis FV' , & KC^2 ad CF^2 , ut $K'Z'$ ad Fu . Quare si capta Ft media geometricè proportionali inter FV' , Fu , capiatur CK' ad CF , ut Ft ad Fu , habebitur punctum K' . Erit enim $K'C^2$ ad CF^2 , ut FV' ad Fu , ut oportebat.

59. Quoniam autem si $V'u$ sit satis exigua, debent $V't$, tu ad sensum æquales esse, habebitur etiam hinc hoc theorema: *Differentia semiaxis, & semidiametri æquatoris ad semidiametrum ipsam erit proximè, ut dimidia vis centrifuga sub æquatore ad gravitatem ibi.* Id autem theorema in casu gravitatis Galileanæ constantis erit verum accuratè. Cum enim sit hic CK' ad CF , ut Ft ad Fu , erit dividendo FK' ad CF , ut ut ad Fu , est autem uV' ad Fu , ut ea vis centrifuga ad eam gravitatem, & ut proximè dimidia $V'u$. In figura autem 5, est $V'Z'$ ad FC , ut VV' ad EV , quæ ratio ibi ex constructione est eadem, ac dimidiæ vis centrifugæ ad gravitatem. Quæ quidem omnia congruunt cum iis, quæ a num. 33 generaliter sunt dicta.

Theorema pro ipsa congruens cum theoremate casus prioris. Tab. 4, F. 6 5

60. Porro jam hinc sine ullo calculi subsidio invenitur, curvam FLE in posteriore casu gravitatis crescentis in ratione directa distantiarum esse ellipsim Apollonianam. Sumatur enim Ce æqualis, & contraria CE , & demittatur ordinata LY ipsi CE normalis. Quoniam FK' est differentia CE , CF , erit CK' æqualis CE ; sunt autem ipsarum CK' , CK , vel CL , & CF quadratis proportionales rectæ $K'Z'$, sive KZ , vel FV' , Kq , & Fu . Est igitur differentia quadratorum CF , CE ad differentiam CF , CL , ut $V'u$ ad Zq , sive per constructionem ut FC^2 ad IC^2 . Et alternando $CF^2 \cdot CE^2$ ad FC^2 , ut $CL^2 \cdot CE^2$. IC^2 , vel invertendo $FC^2 \cdot CF^2 \cdot CE^2 :: IC^2 \cdot CL^2 \cdot CE^2$, ac per conversionem rationis $FC^2 \cdot CE^2 :: IC^2 \cdot IC^2 - CL^2 + CE^2$. Est autem

Curvam in casu posteriore esse accuratè ellipsim. Tab. 4, F. 6

autem — $CL^2 + IC^2$ idem, ac — IL^2 . Quare demum erit quadratum CF ad quadratum CE , uti quadratum CI' , sive YL ad differentiam quadratorum CE , CY , sive ad re-ctangulum YE , quæ est natura Ellipseos Apollonianæ habentis pro semiaxe transverso CF , pro conjugato CE .

Plura, quæ pos-
sent demonstrari
per Geometriam.
Quid per calcu-
lum hic præstan-
dum.

61. Ex eadem generali constructione posset itidem per puram Geometriam demonstrari & illud, in super-
ficie hujus figuræ gravitatem compositam ex vi centri-
fuga, & gravitate primitiva dirigi per normalem, immo et-
iam posset per solam Geometriam ex hypothesi ejus dire-
ctionis deveniri ad constructionem curvæ, sed res aliquan-
to esset longior, & minus necessaria, juxta ea, quæ di-
ximus num. 8. Quoniam tamen id ipsum admodum fa-
cile præstari potest ope calculi infinitesimalis admodum
elementaris, & methodo, qua in illa ipsa mea disserta-
tione usus fueram, ac inde profuit illa ipsa secunda
constructio numeri 29; idcirco hic eam subijciam.

Ratio solvendi
problema per di-
rectionem gravi-
tatis perpendi-
cularem superfi-
ciei.

Tab. 4. Fig. 7.

62. Exprimat in fig. 7 LN gravitatem primitivam dire-
ctam ad centrum C , LO vim centrifugam, & completo pa-
rallelogrammo $MOLN$, dirigentur gravia per LM ad pun-
ctum P semidiametri CF , non ad centrum C , & ipsa LP
erit normalis ad curvam FLE . Problema igitur expedie-
tur per formulam subnormalium. Ducta nimirum LI' per-
pendiculari ad CF , erit PI' subnormalis, quæ ex formulis
elementaribus calculi infinitesimalis, posita, ut prius.

$$CY = IL = x; LY = CI' = y, \text{ debet esse } \frac{-x dx}{dy}.$$

Equatio ex in-
tegratione cum
constanti addi-
ta.

63. Ponatur, ut prius, $CF = a$, ac vis centrifuga in F
 $= n$, ponatur itidem CL , sive $\sqrt{(xx + yy)} = z$, & gra-
vitas LN in distantia CL fiat $= u$, quæ dabitur per di-
stantiam z . Erit per num. 17 $CF = a$. $LY = y :: n$.

$$LO = NM = \frac{n^2}{a}. \text{ Rursus } LN = u. MN = \frac{n^2}{a} :: LC = z.$$

$$CP = \frac{n^2 z}{au}. \text{ Quare } PI' = y - \frac{n^2 z}{au} = \frac{-x dx}{dy}, \text{ sive } y dy - nzy dy$$

$\frac{nydy}{au} = -xdx$, five $nydy + xdx = \frac{nydy}{au}$. Porro cum sit $zx = xx + yy$, est $zdz = xdx + ydy$. Erit igitur $zdz = \frac{nydy}{au}$, & $audz = nydy$, five demum integrando $aS.udz = \frac{1}{2}nyy + B$ addita constanti, quam natura ipsa problematis determinabit.

64. Nam in fig. 2 CK est ipsa hæc distantia z , & vis u ipsi respondens est KQ . Quare area $GCKQ = S.udz$. Quoniam Kq posita est æqualis huic areæ applicatæ ad $CF = a$, si ipsa KQ dicatur r , erit area illa $= ar$, & æquatio $aar = \frac{1}{2}nyy + B$. Ponatur $Fu = c$, & cum abeunte in fig. 1 puncto L in F , abeat, & CL , & YL in F , fiet ibi tam z , quam $y = a$, ac in fig. 2 abibit K in F , & Kq in Fu . five r in c . Fiet igitur ibi æquatio $aac = \frac{1}{2}naa + B$, & $B = aac - \frac{1}{2}uan$, ac æquatio ad curvam $aar = \frac{1}{2}nyy + aac - \frac{1}{2}aan$, five $yy = aa \times \frac{r-c + \frac{1}{2}n}{\frac{1}{2}n}$.

Determinatio constantis, & æquatio integra. Tab. 4, F. 1

65. Inde autem eruitur hæc expeditissima constructio curvæ quæsitæ. Construatur in figura 2 sola quadratrix Cqu , & sine illis rectis CR , Cr , & semicirculo RBF abscindatur uV' versus F dimidia FR . Tum ex quovis puncto K ducta Kq ordinata quadraticis ducatur $V'y$ parallela FC , donec ipsi Kq occurrat alicubi in Z . In fig. 1 capiatur CI' , quæ sit ad CF in ratione subduplicata rectæ Zq ad Vu fig. 2, tum ducta ex I' recta $I'i'$ indefinita, centro C intervallo rectæ CK assumptæ in fig. 2 inveniatur in recta $I'i'$ fig. 1 punctum L , quod erit ad curvam quæsitam. Erit enim in fig. 2 $KZ = FV' = c - \frac{1}{2}n$. Quare $qZ = qK - KZ = r - c + \frac{1}{2}n$, adeoque $V'u = \frac{1}{2}n$. $Zq = r - c + \frac{1}{2}n$ $\therefore CF^2 = aa$. $I'C^2 = yy = aa \times \frac{r-c + \frac{1}{2}n}{\frac{1}{2}n}$, cui valori cum in fig. 1 sit accepta æqualis CI' , patet constructionem rite procedere.

Constructio deducta ex ea analylis.

66. Atque hæc quidem est illa ipsa constructio, quam ex æquilibrio canalium per puram geometriam obtinimus

Ejus consensus cum posteriore geometria. Qua

ratione compu-
tari possit com-
pressio.

mus num. 29, quæ conspirat cum priore numero 32, ex quibus, & Hugeniæ æquatio, & Hermanniana Ellipsis derivantur, quæ idcirco etiam hinc derivarentur. Superest, ut videamus, quanta esset in hisce gravitatis hypothesebus elevatio ad æquatorem, quod quidem obtinebitur ex num. 37., si innotescat ratio vis centrifugæ sub æquatore ad vim gravitatis ibidem, & tota semidiameter æquatoris saltem veræ proxima. Licet enim ea non penitus accurate cognoscatur, adhuc tamen in exigua differentia axium curvæ error inde ortus erit & ipse perquam exiguus.

Quo pacto inve-
stiganda ratio vis
centrifugæ ad
gravitatem.

67. Ratio vis centrifugæ sub æquatore ad gravitatem ibidem magis immediate determinatur nunc, postquam sub ipso æquatore immediatis observationibus per oscillationes pendulorum definitus est effectus gravitatis ibidem. Hugenius, ac Newtonus pluribus reductionibus indiguerunt ad rem perficiendam, adhibitis pendulorum oscillationibus definitis in Europa, procul ab æquatore. Adhuc tamen cum reductio ipsa exigua sit, nihil ad sensum errarunt in ejusmodi determinatione. Porro primo quidem videndum est, quantum spatium percurreret dato tempusculo grave, quod sine ulla aeris resistentia libere caderet vi suæ gravitatis sub æquatore, tum vero, qui sit ibidem effectus vis centrifugæ. Alterum exhibet longitudo penduli oscillantis ad singula secunda horaria temporis medii, alterum magnitudo Telluris utcumque cognita, & celeritas motus diurni.

Determinatio
gravitatis sub æ-
quatore e pen-
dulis ibi oscil-
lantibus.

68. Quod ad primum attinet, Bouguerius e suis observationibus habitis sub æquatore, quæ intra arctissimos limites coherent cum observationibus Condaminii, & Goudinii, adhibita correctione e calore, & ex aeris gravitate, deduxit longitudinem penduli oscillantis in superficie maris, in vacuo, sub æquatore ita, ut singulis secundis horariis singulas accuratè oscillationes perficiat, pedum 3, lin. 7. $\frac{21}{100}$, sive linearum 439. 21. Est autem ex primis Mechanicæ elementis, quadratum dia-
metri

metri ad quadratum semicircumferentiæ, five 226×226 , ad 355×355 , ut dupla penduli longitudo ad spatium, quod libero descensu percurretur tempore unius oscillationis. Id spatium inito calculo invenitur linearum 2167. 41, five pedum 15 lib. 7. 41.

69. Spatium, quod exprimit effectum vis centrifugæ, est quamproximè sinus versus arcus descripti uno minuto secundo temporis, five arcus 15". Dolendum sane, quod non habeamus æquatoris gradum certo, & immediate definitum, quem ob irregularem textum Telluris fortasse nunquam satis certo habebimus nec ex observatione, nec ex theoria. At quoniam eo ex quavis theoria assumpto error, qui in ipso committi potest, in sinu verso per quam exiguo, per quam exiguum errorem secum trahit, utar gradu æquatoris, quem ex sua Bouguerius theoria deduxit hexapedarum 57264.

70. Assumpto eo gradu æquatoris, arcus secundorum 15 continebit lineas 206150. Factis igitur, ut diameter 200000000 ad sinum 15", nimirum 72722, ita is arcus 15", nimirum 206150 ad sinum versum, is remanet 7. 49. Is quidem esset sinus versus, si Terra converteretur circa proprium axem 24 horis Solaribus, Sed cum ejus diurna conversio absolvatur citius fere 4 minutis, quibus dies sidereus Solari die est brevior, arcus descriptus in æquatore motu diurno erit major proxime in ratione inversa horarum 24, five minorum 1440. ad 1436. vel 360 ad 359. Sunt autem sinus versus in ratione duplicata chordarum, adeoque & exiguorum arcuum. Quare factis, ut quadratum numeri 359 ad quadratum 360, five proxime ut 358 ad 360, ita 7. 49. ad quartum, prodit sinus versus quæsitus linearum 7. 53.

71. Erit igitur vis centrifuga sub æquatore ad gravitatem residuam ibidem, ut est numerus 7. 53 ad 2167. 41, five proxime ut 1 ad 288, ac eadem ad gravitatem integram, ut 1 ad 289, quod consentit cum Hugenii, & Newtoni determinatione. Si gradus æquatoris fuerit

Ratio illa definita utrumque.

major, vel minor, in eadem ratione duplicata major, vel minor erit sinus versus arcus similis, adeoque & vis centrifuga, & proinde in eadem ratione duplicata minuendus erit posterior proportionis numerus.

Aboluta magnitudo elevationis æquatoris milliariorum septé.

72. Hinc autem in quavis hypothefi gravitatis, directæ ad unicum centrum, si vis centrifuga fit fatis exigua erit femidiameter æquatoris ad femiaxem, ut 289 ad 288, five differentia ipforum $\frac{1}{277}$ totius. Id autem calculo initio pro inveniendâ femidiametro æquatoris proximè ex gradu assumpto, quæ est circiter milliariorum 4300, exhibet differentiam exiguam sane milliariorum proximè 7.

In aliis hypothefibus poffe esse utcumque diversam.

Tab. 4, F. 3

73. In omnibus hisce hypothefibus gravitatis figura Telluris quiescentis debet esse sphærica, figura Telluris circumactæ circa proprium axem debet esse compressa ad polos, & si vis centrifuga fit fatis exigua respectu gravitatis sub æquatore compressio debet esse, quam definivimus, ut elevatio sub æquatore sit ad ejus femidiametrum in ea ratione, in qua est dimidium vis centrifugæ sub ipso æquatore ad gravitatem ibidem. Et decrementum distantiarum ab æquatore ad polos erit, ut quadratum sinus latitudinis. Esse autem vim centrifugam fatis exiguam requirit illud, ut FK' , quæ per ipsam ita definitur, sit fatis exigua, ut area $VFKQ$ in fig. 2 ubique, etiam abeunte K in K' possit assumi pro rectangulo, five ut demissa VD perpendiculari in KQ , sit trilineum VQD admodum exiguum respectu areæ $VFKD$. Id quidem pendet a natura curvæ virium VQG . Posset enim ea esse ejusmodi, ut existente FR perquam exigua respectu FV , & FK' respectu FC , adhuc id trilineum esset non ita exiguum respectu $VFKD$.

Problematis admodum generalis solutio,

74. Et quidem posset solvi hujusmodi problema. Invenire legem virium directarum ad centrum unicum, ita ut compressio sub æquatore sit magnitudinis datæ cujuscunque, & decrementum distantie ab æquatore sit in ratione quacunque, licet vis centrifuga ad gravitatem sub æquatore

tore sit in ratione quacumque . Assumpta enim Fu , & uV' utcumque in ratione dimidiæ vis centrifugæ ad gravitatem sub æquatore , tum $F'K'$ magnitudinis cujuscumque , & ducta $K'Z'$ parallela Fu , donec occurrat rectæ $V'y$, parallelæ FC in Z' , si ducatur per puncta $CZ'u$ curva , quæcumque , in qua ordinatæ eo majores sint , quo magis recedunt a C , tum fiat curva VdG cujus quadratrix sit $uZ'C$, quod qua ratione fieri generaliter possit per puram Geometriam infinitesimalem ostendam in quarto elementorum meorum tomo , habebitur lex virium expressa per ejusmodi curvam VQG , quæ exhibeat compressionem datam FK' . Assumpta autem FR ad FV , ut $2uV'$ ad uF , facto quovis angulo FRB , & ductis Br , Cr , assumatur quodvis decrementum FK distantiæ CK applicandæ in eo angulo FRB , ac fiat $uX = \frac{2}{3} Fr$, tum ducta KZ parallela Fu assumatur Zq ad Xu in ratione duplicata CK ad CF , habebitur determinatio totius arcus $Z'qu$ quadraticis , ac per eam arcus curvæ virium , quæ ea decremента distantiarum præstet pro iis angulis , ut satis patet regressu facto per primam constructionem expositam a num. 32 .

75. Et hæc quidem fatis jam sint de iis , quæ pertinent ad legem virium tendentium ad unicum centrum ita , ut in eadem circumquaque distantia a centro vires ipsæ æquales sint , mutatis vero distantiiis mutantur utcumque . Videbimus de eodem virium genere alia quædam etiam inferius , ut illud , posse inveniri ejusmodi legem virium directarum ad idem centrum , ut non decremента distantiarum , sed incrementa gravitatis residuæ ab æquatore ad polos sint in quacumque ratione data . Sed hic faciemus gradum ad alias gravitatis leges , & primo loco proponam hypothesim notissimam illam quidem , & admodum simplicem , ac elegantem , in qua Telluris vel quiescentis , vel motæ haberi potest etiam productio ad polos ipsos . Dirigatur nimirum gravitas in fig. 8 ad bina puncta E , & F ita , ut ex binis æqualibus gravitatibus componatur , quarum utraque sit constans , & ad idem semper pun-

Transitus ad alias hypotheses. Si gravitas constans feratur ad duo centra , & Terra quiescat , æquilibrium in figura elliptica. Tab. 4 , F. 8

punctum dirigatur. Si fluidum componatur in figuram ellipseos ABD habentis ea puncta pro focus, & axem transversum AD , semiaxem conjugatum CB , ac quiescat; erit in æquilibrio. Nam in quovis puncto G , gravitas composita ex binis GH , GI dirigetur per GK diametrum rhombi $GHIK$, quæ diameter secat bifariam angulum HGI , sive EGF , adeoque perpendicularis est ad superficiem, quod requiritur ad æquilibrium. Porro in D , & A gravitas composita æquabitur summæ illarum duarum gravitatum; in quovis puncto G , diameter GK erit minor binis lateribus GI , GH , cum sit minor binis GI , IK . Et quidem eo minor erit iis, ut patet, & admodum facile demonstratur, quo angulus HGI est major, qui quidem in ellipsi eo est major, quo punctum G magis accedit ad B . Habebitur igitur in hac gravitatis hypothese Telluris etiam quiescentis productio ad polos, & tamen gravitas in polis maxima, in æquatore minima, ac a polis ad æquatorem perpetuo decrescens.

Quomodo ibi habeatur æquilibrium etiam canalium.

76. Id quidem mirum videri posset, cum videatur debere major vis gravitatis, & pondus in D , quam in B compensari per minorem altitudinem canalis CD . Sed ratio discriminis est manifesta. Nam in canali BC omnia puncta aliquam gravitatis vim habent versus C compositam ex illis binis, utut illæ obliquæ sint, quæ quidem, crescente in accessu ad C obliquitate, & oppositione virium, ut demum in C sint prorsus contrariæ, decrescit in infinitum; sed semper est aliqua. Contra vero in FD quidem gravitas tendens directione DC composita ex illis binis est utique semper constans usque ad F , sed in FC actionibus contrariis elisa nulla jam est, & haud difficulter demonstrari potest summam illam totâ summâ DF esse majorem.

Quid ibi, si fluidum gyret circa suam axem.

77. Si jam id solidum gyret circa axem AD , patet, ob vim centrifugam in CB , debere ibi pondus minui per totum canalem, & proinde amitti æquilibrium; quod

quod quidem recuperari non poterit, nisi assurgente, vel affuso liquore ad *B*, donec compensetur detrimentum acceptum a vi centrifuga, Quod si rotationis celeritas fuerit exigua; figura remanebit adhuc producta, parum assurgente *B*, sed crescente rotatione, quantum est opus, adeoque & vi centrifuga, poterit ad æquilibrium requiri vel æqualitas *CB* cum *CD*, vel etiam excessus.

78. Ingeniosa est itidem methodus Mairanii, & multo magis generalis, qua docet, quo pacto haberi possit, vel quiescentis Telluris, vel motæ figura utcumque vel compressa ad polos, vel producta. Sit curva *FGHI* in fig. 9. constans 4 arcibus similibus, & similiter positis circa centrum *C*, cui convexitatem obvertant, ac ejus evolutione generetur curva *ABDE* ita, ut filum advolutum arcui *GKF*, & procurrens secundum ejus tangentem ex *F* in *A*, dum evolvitur, generet arcum *ALB*, tum advolutum arcui *GH* generet arcum *DB*, ac eodem pacto evolutione arcus *HI* generetur *DE*, & advolutione arcus *IF* generetur *EA*. Si jam fluidum quoddam conformetur in figuram *ABDE*, ac ejusmodi gravitate polleat, ut ea in quavis positione *LK* fili advoluti, vel evoluti dirigatur secundum ejus directionem ad punctum illud *K*, in quo ea evolutam contingit; habebitur directio ubicunque in *L* perpendicularis superficiæ. Est enim proprietas generalis curvarum, quæ generantur evolutione aliarum, ut filum, quod evolvitur, evolutam semper contingat, & genitæ perpendicularare sit.

Mairanii lex gravitatis tendentis per tãgentes evoluz.

Tab. 4. F. 9

79. Habebitur igitur in eo fluido hoc æquilibrii genus; & si præterea intensitas gravitatis ejusmodi fuerit in partibus internis, ut æqualitas ponderum non turbetur in canalibus communicantibus; habebitur omne æquilibrii genus in ejusmodi fluido.

Æquilibrium directionis perpendicularis superficiæ in eo casu.

80. Porro facile demonstratur, fore *AD* longiorem quam *EB*. Quod si jam gyret id fluidum circa *BE* habebitur compressio ad polos, quæ crescet magis ob vim centrifuga-

Quid si id fluidum gyret.

trifugam. Si vero gyret circa *DA* habebitur in polis *AD* vel productio, utut minor, quam prius, vel æqualis elevatio, vel etiam compressio, pro diverso gradu velocitatis, qua rotatur, & vis centrifugæ inde ortæ.

Non eas gravitatis leges in natura existere, sed Newtonianã.

81. Hæc quidem de hisce hypothesebus dicta sufficiant selecta ex aliis plurimis, quæ proferri poterant. Et quidem gravitatem non dirigi ad certum centrum, nec vero ad duo puncta, satis jam constat ex gravitate illa generali, qua omnia coelestia corpora in se invicem gravitant in ratione reciproca duplicata distantiarum vel accurate, vel saltem proximè, qua *Newtonus* Cœlum ipsum *Physicis* patefecit, & ex qua una tam multa phænomena pendent, ac per eam ita explicantur, ut iis etiam, quæ in futurum prædicuntur phænomenis satis fiat. Porro ex ea colligitur per analogiam, omnes materiæ particulas in se invicem gravitare vi quadam mutua, quam ego quidem nusquam esse arbitror accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, ut etiam exposui nuper in dissertatione de lege virium in natura existentium, sed quæ in majoribus distantiiis ita ad eam rationem accedit, ut nullum sensibile discrimen deprehendi possit, ac sensu percipi.

Preterea in prioribus compressio, & differentia gravitatis nimis exigua

82. Accedit, quod in prioribus illis hypothesebus gravitatis proportionalis cujuscumque distantiarum potestati & compressio figuræ est nimis exigua, qua nimirum multo majorem præ se ferunt dimensiones graduum, ut 2. capite hujus opusculi videbimus; ut etiam in gravitate constanti haberetur nimis exiguum discrimen gravitatis sub æquatore a gravitate in regionibus borealioribus, quod multo majus pendulorum oscillationes indicant.

Nec illam Mairanii ad figuram determinandam habere usum.

83. Postrema etiam illa *Mairanii* theoria satis quidem explicat directionem gravitatis primitivæ, nimirum a vi centrifuga non multatæ, quæ non dirigitur ad centrum, sed ad curvam quandam; verum directio ipsa non ab illa curva pendet, nec certam quandam curvam respi-

respicit, sed mutata partium dispositione, quæ accelerato, vel retardato diurno motu mutaretur omnino, mutaret curvam ipsam, per cujus tangentes dirigeretur, ut adeo ex ejusmodi curva, utique non data ante figuræ determinationem, sed pendente a determinatione ipsa, non liceat ad ipsam ejusmodi determinationem devenire.

84. Quamobrem investigabo jam figuram Telluris motu diurno revolutæ circa proprium axem in hypothesi gravitatis Newtonianæ, ubi solutionem a Mac-Laurino propositam in dissertatione de causa physica fluxus, & refluxus Maris, quæ anno 1740 præmio donata est cum aliis tribus a Parisiensi Academia, conabor hic primum illustrare, & per Geometriam solam, quæ maxime scitu digna sunt evolvam, adjectis nonnullis, mutatis aliis, ut res feret. Ac primo quidem præmittam nonnulla, quæ ad ipsam solutionem sunt necessaria.

85. Sint in fig. 10, & 11 *PBlb* binæ Ellipses similes, & habentes centrum *C* commune, ac communem positionem axium homologorum. Si *NVn* sit ordinata interioris Ellipseos ad axem *Dd*, & *IDP* perpendicularis Axi *Dd* occurrat Ellipsi exteriori in *IP*, jungantur *DN*, *Dn*, hisque parallelæ *PM*, *Pm* occurrant Ellipsi exteriori in *M*, & *m*, ducatur *PH* parallela axi *Dd*, in quam sint perpendiculares *MQ*, & *mq*; summa rectorum *PQ*, *Pq* in fig. 1, in qua puncta *M*, *m* jacent ad easdem partes rectæ *PI*, vel differentia in fig. 2., in qua jacent ad partes oppositas, æquabitur duplæ *DV*.

86. Sit enim chorda *HE* parallela *Pm*, & concipiatur recta *Gg* diameter communis ordinarum *mP*, *HE* Ellipseos exterioris, quæ erit etiam diameter chordæ *Dn* interioris; ac proinde eas chordas bifariam secabit in *T*, *F*, *L*. Secet eadem alicubi in *O* rectam *PH*; & triangua *TPO*, *FHO*, *LDC* erunt similia ob latera singula singulis lateribus parallela. Quare erit *PT* ad *PO*, & *HE* ad *HO*, ut *DL* ad *DC*, & capiendo in fig. 10

G g g sum-

Investigatio figuræ in hypothesi gravitatis Newtonianæ. Solutio Mac-Laurici illustranda.

Theorema pertinens ad binas Ellipses similes, & similiter positas. Tab. 4. Fig. 10 11

Initium demonstrationis.

summas, in fig. 11 differentias antecedentium, & consequentium, erit ibi quidem summa, hic autem differentia rectarum PT , HF ad PH , ut LD ad DC , sive ut nD ad dD .

Ejus demonstratio continuatio.

87. Quoniam autem semiordinata Ellipsi exteriori ex d ducta debet esse & parallela DP , & ipsi æqualis; ac proinde incidere in ipsum concursus H rectæ PH cum Ellipsi exteriori, erit PH æqualis Dd . Quare erit & summa TP , HF in primo casu, ac differentia in secundo æqualis rectæ Dn .

Ejusdem continuatio.

88. Jam vero ob nN sectam bifariam, & ad angulos rectos in V , angulus NDV æquatur angulo VDn , ac proinde & MPH angulo mPH , sive alterno PHE ; unde fit, ut si concipiatur Ellipsis revoluta circa axem axi Bb perpendicularem abeunte puncto H in locum P , & viceversa, debeat abire PM in locum HE ; ac proinde fit ipsi æqualis, & dupla HF . Cum igitur etiam Pm sit dupla PT , erit in primo casu summa PM , Pm , in secundo differentia æqualis duplæ Dn .

Ejusdem conclusio.

89. Cum demum ob similia triangula mQP , MQP , nVD , habentia angulos ad P , & D æquales, ad q , Q , V rectos, sint mP , MP ad qP , QP , ut Dn ad DV ; erit etiam summa ipsarum Pq , PQ in primo casu, & differentia in secundo æqualis duplæ DV . $Q. E. D.$

Ubi hoc apud Mac-Laurinum aliter demonstratum.

90. Hoc est corol. 4. lem. 1. dissertationis Mac-Laurini, in cujus gratiam lemma ipsum cum prioribus corollariis videtur præmissum; saltem hoc solum requiritur ad ea, quæ deinde profert. Hoc ipsum demonstravit analyticè Calandrinus in notis apposisis ipsi dissertationi ad calcem partis primæ tomi 3. Commentariorum PP. Jacquier, & Le Seur in Newtoni Principia. Videtur autem hæc mea demonstratio utilissimæ propositionis & simplicior, & elegantior.

Aliud lemma a Mac-Laurino propositum, & ejus demonstratio.

91. Ibidem in lem. 4. Mac-Laurinus demonstrat gravitatem corpusculi siti in vertice pyramidum, vel conorum similium, & homogeneorum compositam ex gravitate

vitae in singulas particulas proportionali massis directè, & quadratis distantiarum reciproce esse, ut sunt longitudines ipsarum pyramidum, vel conorum, vel ut quævis latera homologa. Facilis est demonstratio. Si enim dividantur binæ ejusmodi pyramides, vel conii in æqualem numerum particularum similium, & similiter positarum, erunt singularum particularum massæ, ut massæ totarum, sive ut cubi laterum homologorum, & distantiae a vertice, ut quadrata eorundem. Quare gravitas puncti in singulas ejusmodi particulas erit in ratione composita ex directâ triplicata, & reciproca duplicata laterum homologorum, nimirum ex simplici directâ eorundem.

92. Hinc corol. 1, eruit, gravitatem in punctis similiter sitis omnium solidorum homogeneorum, & similium esse, ut latera homologa. Cum nimirum possint ea solida dividi in æqualem numerum ejusmodi pyramidum.

Confedari-
ipius.

93. At corol. 2. eruit corpusculum situm intra orbem ellipticum, clausum binis sphaeroidibus similibus, & similiter collocatis in centro, & axe utrolibet, esse in æquilibrio. Id quidem & Newtonus demonstravit, ac facile deducitur ex præcedenti, cum facile demonstratur partes pyramidum oppositarum similium per punctum ipsum transeuntium, & utrinque immerfarum orbibus ipsis æquales esse inter se.

Aliud itidem a
Newtono etiam
demonstratum.

94. Præterea si fuerint binæ sphaeroides similes Ellipticæ genitæ in fig. 12 a binis ellipsis $ADBE$, $adbe$ similibus habentibus centrum commune axium AB , ab & DE , de homologorum positione, quas secet planum quodcunque IOL axi revolutionis AB non perpendiculare; binæ sectiones erunt binæ ellipses similes habentes centrum commune, & communes axium homologorum positiones.

Theorema de sectione binarum ellipsium similium, & similiter positarum in centro.
Tab. 4. Fig. 12.

95. Ducatur enim per axem AB planum $AEBD$ perpendiculare plano sectionis, quod ipsi occurrat in re-

Ejus demonstra-
tionis initium.

cta IL , & patet, hanc sectionem $AEBD$ cum ipsa sphæroide fore ipsam Ellipsim genitricem. Referat, IOL , partem sectionis plani IOL jacentem, vel hinc, vel inde a recta IL , ac ducta diametro MN parallela rectæ IL , & per quodvis punctum H rectæ IL recta PQ perpendiculari ad AB , concipiatur planum ipsi $AEBD$ perpendicularare ductum per ipsam PQ , cuius interfectionem cum sphæroide, patet, fore circulum diametro PQ , & ejus interfectionem HO cum plano IOL pariter perpendiculari eidem $IEBD$, patet, fore perpendiculararem ipsi plano, ac proinde tam rectæ PQ , quam IL .

Continuatio. 96. Ex natura circuli erit rectangulum PHQ æquale quadrato HO . Ex natura Ellipseos juxta tomum tertium meorum Elementorum num. 299, erit rectangulum IHL ad rectangulum PHQ , ut rectangulum MCN ad rectangulum DCE , sive ut quadratum MC ad quadratum DC . Quare erit rectangulum IHL ad quadratum rectæ HO sibi perpendicularis, & terminatæ ad sectionem IOL in constanti ratione quadrati MC ad quadratum CD , ac proinde sectio IOL erit Ellipsis, cuius alter axium IL . Eadem ratione substitutis ubique litteris minusculis demonstratur, etiam iol esse ellipsim, cujus axis il , & rectangulum ihl ad ho^2 , ut mC^2 ad Cd^2 .

Conclusio ipsius. 97. Jam verò ob similem similiam Ellipsium $AEBD$, $acbd$ positionem patet, diametros diametrorum MN , mn conjugatas habere eandem positionem, ac proinde suas ordinatas IL , il in eodem puncto G bifariam secare, quod iccirco erit commune centrum Ellipsium IOL , iol , in quibus si educantur semiaxes Gf , Gf perpendiculares IL , il , erunt etiam rectangula IGL , igl , sive quadrata IG , ig ad quadrata GF , Gf , ut quadrata MC , mC ad quadrata CD , Cd , quæ rationes ob similitudinem Ellipsium IOL , iol sunt æquales. Quare erunt semiaxes etiam GI , GF , & Gi , Gf in eadem ratione ad se invicem; ac proinde axes IL , il erunt vel simul transversi, vel simul conjugati, nimirum homologi, & homolo-

mologorum axium directiones congruent *Q. E. D.*

98. Hinc primo, omnes sectiones utriuslibet solidi planis parallelis factæ sunt similes, & habent centra in eadem recta *CG*, & axes homologos parallelos. Patet, quia omnes *IL* intersectiones eorum planorum erunt parallelæ inter se, ac proinde parallelæ eidem *MCN*.

Similitudo sectionum planis parallelis factarum.

99. Secundo erunt *IL*, *il* axes transversi, vel conjugati, prout axis conversionis *AB* fuerit transversus, vel conjugatus, nimirum prout sphaeroides fuerint oblongæ, vel oblatæ. Nam in primo casu erunt *CD*, *Cd* semiaxes conjugati minores quibusvis semidiametris *CM*, *Cm*, in secundo transversi, & majores, ac proinde in primo casu semper *GF*, *Gf* minores, in secundo majores quam *GI*, *Gi*.

Positiones axium earundem.

100. Tertio si *AEBD* referat potius planum æquatoris solidi, cujus axis sit ipsi plano perpendicularis, & fiat quæcunque sectio *IL* eidem perpendicularis; eadem in utrolibet solido erit ellipsis similis genitrici solidi ipsius, habens *IL* pro axe transverso, vel conjugato, prout e contrario axis conversionis fuerit axis conjugatus, vel transversus ellipseos genitricis. Nam eo casu sectio solidi facta per *MN* plano transeunte per axem, ac proinde perpendiculari plano æquatoris *AEBD*; erit ipsa ellipsis generans; sectio autem facta per *IL* ipsi parallela debet esse eidem similis per num. 98.

Theorema pro sectione parallela axi, & ejus demonstratio.

101. Quarto si *AEBD* sit quævis vel sectio per axem conversionis, vel æquator ipsi axi perpendicularis, & per verticem *a* axis solidi interioris, vel cujusvis ejus diametri ducatur planum priori perpendiculare, & non transiens per tangentem sectionis *aebd* ductam per *a*; secabit utranque sphaeroidem ita, ut idem illud punctum *a*, sit vertex alterius axis sectionis interioris.

Sectiones per verticem axis solidi interioris obliquæ ad ipsum.

102. Patet primum, quia plana, quæ sphaeroidem interiore tangunt in *a* transeunt per tangentes ductas per *a*, reliquis per ea puncta ductis eandem secantibus; & plana quævis ducta per puncta *a*, jacentia intra sphaeroidem *AEBD* ipsam necessario secant. Patet & secundum, quia in eo casu abit punctum *i* in *a*.

Ejus demonstratio.

Theorema pro
 summa virium,
 quibus urgetur
 punctum in su-
 perficie solidi
 elliptici ubicum-
 que positum re-
 dactarum ad cer-
 tam directionem.
 Tab. 4, F. 10

11

103. Jam vero sit in fig. 10, & 11 punctum P ubicun-
 que in superficie sphaeroidis ellipticae homogeneae gra-
 vitans in singulas ejus aequales particulas in ratione reci-
 proca duplicata distantiarum; & secta ipsa sphaeroide
 per punctum P , & per axem conversionis, sit ejusmodi
 sectio $PBgb$, ac uterlibet ipsius sectionis axis, nimi-
 rum sive axis solidi, sive diameter aequatoris solidi ip-
 sius, sit Bb ; ducta autem PDI ipsi perpendiculari, con-
 cipiatur sphaeroidis interior priori similis, & similiter po-
 sita ut supra, transiens per D , cujus sectio facta ab eo-
 dem illo plano sit $DNdn$. Si gravitet eodem pacto pun-
 ctum D , in particulas sphaeroidis internae, & gravita-
 tes omnes in particulas singulas resolvantur in duas, qua-
 rum altera sit secundum directionem Bb , altera secun-
 dum directionem ipsi perpendicularem, summa omnium
 quas habet punctum P secundum directionem Bb , aequa-
 tur summam omnium, quas habet punctum D secundum
 directionem eandem.

Initium demon-
 strationis.

104. Concipiatur enim sphaeroidis secta per D plano
 perpendiculari ipsi PI ; cujus intersectio cum plano illo
 BbP erit ipsa Bb eidem PI perpendicularis. Tum stan-
 te PDI , & rectis PQ , DV , concipiatur planum PBb
 circa rectam PI converti motu continuo utralibet ex
 parte, donec deveniat ad positionem plano $QPDV$ per-
 pendicularem. Secabit id planum perpetuo utrumque
 solidum, per num. 101, & sectiones BbP erunt semper
 ellipses similes habentes centrum commune, & com-
 munes axium homologorum positiones, per num. 94;
 ac erit D vertex alterius axis Dd sectionis interioris per
 num. 101.

Ejusdem conti-
 nuationis.

105. Sit jam frustum quodcunque solidi utriusque
 clausum binis ejusmodi planis, & frustum interioris se-
 cetur quotcunque binis planis DN , Dn infinite proxi-
 mis, & perpendicularibus eidem plano $QPDN$, ac
 transeuntibus per chordas DN , Dn aequè hinc, & inde
 inclinatas ad axem Dd , frustum vero exterioris sphaeroi-
 dis totidem planis prioribus parallelis. 106.

106. Patet ipsas DN, Dn fore & æquales inter se Continuatio e-
 ob æqualem inclinationem ad axem sectionis Dd , & æquæ iusdem.
 etiam inclinatas ad rectam immotam Dd . Recta enim
 Nn erit perpendicularis Dd parallela PI , adeoque per-
 pendicularis plano dDV ; ac proinde per eam poterit du-
 ci planum ipsi DV perpendiculare eam secans alicubi in V ,
 quo ductis NV, nV sint anguli NVD, nVD recti, adeo-
 que triangula, & anguli NDV, nDV æquabuntur.

107. Rectæ autem PM, Pm erunt ipsis DN, Dn pa- Adhuc continua-
 rallelæ, & æquæ inclinatæ ad PQ , ac illæ inclinantur tio.
 ad DV ; ac proinde per num. 85 erit summa, vel differentia
 MP, mP æqualis duplæ nD , seu ductis perpendicularibus
 MQ, mQ erit summa, vel differentia PQ, Pq æqualis
 duplæ DV .

108. Patet præterea frustra illa ipsa fore divisa eo pa- Adhuc eadem.
 cto in æqualem numerum binarum pyramidum termina-
 tarum planis parallelis, ac proinde similium, quarum
 longitudines DN, Dn, PM, Pm ; & quarum vires se-
 cundum directiones PM, Pm, DN, Dn , compositæ
 ex viribus singularum particularum in puncto D , & P
 erunt per num. 91, ut longitudines ipsæ, quarum vi-
 rium singulæ si resolvantur in binas habentes directionem
 DV, PQ , & ipsis perpendicularem MQ, mQ, nV, NV ,
 erunt illæ gravitates absolutæ ad eas, quæ agunt secun-
 dum directiones PQ, DV , ut illæ longitudines ad has
 DQ, Dq, DV, DV , & proinde gravitates sic reductæ
 ortæ ex pyramidibus MP, mP ad ortas ex pyramidibus
 DN, Dn , ut PQ, Pq ad DV, DV , sive ut summa ip-
 sarum PQ, Pq , ubi conspirant in fig. 10, & differentia,
 ubi opponuntur in fig. 11, ad duplam DV ; nimirum per
 num. 107 in ratione æqualitatis.

109. Cum igitur idem contingat & binariis omnibus Demonstrationis
 pyramidum cujuscvis frusti, & frustis omnibus ortis ex conclusio.
 motu plani circa rectam PI ; summa omnium gravita-
 tum, quas habet punctum P secundum directionem Bb
 æquatur summæ omnium, quas habet D secundum ean-
 dem. $Q. E. D.$ 110.

Theorema duplex pro summa virium punctorum omnium æque distantium a dato axe :

110. Hinc vero gravitas secundum directionem axis utriuslibet Bb ellipseos genitricis, quam habent puncta æqualiter distantia ab axe ipsi perpendiculari, sive, quod idem est, quæ ita sunt in recta PDI ipsi perpendiculari ubicunque in p , est æqualis, & est ad gravitatem puncti siti in B , ut CD ad CB .

Demonstratio primæ partis.

111. Si enim concipiatur tertia spheroidis similis transiens per p ; gravitas omnis orbis exterioris elisa fit nulla per num. 94, at pro reliqua in eam spheroidem redit demonstratio prior, quæ ipsam ostendit semper æqualem gravitati in D ; adeoque ubique eandem. Patet igitur primum.

Demonstratio secundæ partis.

112. Quoniam autem $PBIb$, & $DNdn$ sunt corpora similia, & puncta B, D similiter posita; erunt per n. 91 eorum gravitates, ut CB, CD . Patet igitur, & secundum.

Theorema generale pro æquilibrio ex binis canalibus rectilineis quibuscunque excuncibus e puncto quovis intra massam assumpto.

113. His præmissis, quæ ad naturam ellipseos pertinent, præmittam theorema aliud, quod pertinet generaliter ad æquilibrio in curvis quibuscunque: est autem hujusmodi. *Si in massa quadam fluida particule omnes ejusmodi viribus animate sint, ut assumpto intra eam puncto quocunque, bini quicumque canales rectilinei ducti inde ad superficiem extimam in æquilibrio sint, ea massa erit in æquilibrio.*

Tria, quæ ad id æquiruntur.

114. Ut hoc theorema demonstraretur oportet, demonstrare hæc tria: primo quidem canales quoscunque etiam curvilineos, vel utcumque compositos e rectilineis, & curvilineis in æquilibrio fore: secundo canalem quemvis per totam massam tractum a superficie ad superficiem, vim nullam exercere in ipsum extremum punctum: tertio vim in superficie esse perpendicularem superfici ei ipsi. Primum requiritur, ne particula ulla intra massam fluidam constituta commoveri possit, summâ virium ex aliquo latere prævalente: secundum, ne particula in superficie collocata profiliat pressionis internæ vi: tertium, ne particula in ipsa superficie pariter collocata sponte defluat, tanquam in plano inclinato.

115. Pri-

115. Primum quidem demonstratur hoc pacto . Sit in fig. 13. ex *C* canalis rectilineus *CA* , tum ex quadam ejus puncto *E* exeat quicumque alius rectilineus *EM* , deinde ex hujus puncto quocumque *F* alius itidem rectilineus *FL* , ex hujus puncto *G* alius *GK* , ex hujus puncto *H* alius *HI* . Concipiatur demum ex *C* alius rectilineus *CS* .

Constructio pro canalibus curvilineis, & mixtis, puncto assumpto intra massam .
Tab. 4. F. 13.

116. Quoniam ex hypothesi omnes canales ad idem quodvis punctum terminati sunt in æquilibrio , erunt in æquilibrio *HI* , & *HK* , sive uterque eandem pressionem exercent in *H* . Quoniam vero fluidorum pressio quaquaversum æquè diffunditur, tam pressio exercita ab *IH*, quam a *KH* æquè urgebit canalem *HG* sine ullo detrimento orto ex ea flexione. Quare addita, vel ablata actione ipsius *HG*, prout tendit ad *G* , vel ad *H* , pressio totius canalis simplicis *KG* in *G* erit æqualis pressioni canalis compositi *IHG* . Eodem argumento pressio canalis simplicis *LF* erit æqualis pressioni compositi *KGF* , adeoque , & magis compositi *IHGF*, ac demum pressio canalis rectilinei *AC*, quæ æquari debet pressioni canalis *SC* , æquabitur pressionis canalis compositi *MEC* , vel *LFEC* , vel *KGFE*, vel *IHGFE* . Demonstratio autem est generalis, quicumque fuerit numerus flexionum in *E* , *F* , *G* , *H* , & quæcumque flexiones fuerint, sive in eodem plano, sive in diversis, ac est etiam si is numerus augeatur in infinitum , & flexionum anguli minuantur in infinitum, atque id vel per totum tractum usque ad superficiem , vel per quotvis , & quosvis tractus . Porro in primo casu canalis desinit in curvilineum simplicis , vel duplicis curvaturæ in secundo in compositum ex quocumque , & quibuscumque curvilineis , ac rectilineis . Quare quivis canalis vel curvilineus , vel compositus ex rectilineis , & curvilineis, erit in æquilibrio cum canali rectilineo *CS* , adeoque si bini quicumque canales rectilinei terminati ad idem quodvis punctum in æquilibrio sunt , omnes & rectilinei , & curvilinei ad idem quodvis punctum *C* terminati itidem in æquilibrio erunt , quod erat primum .

Demonstratio æquilibrii eorum omnium .

H h h

117. Quod

Reductio ad punctum in superficie collocatum.

I 17. Quod si jam concipiatur CS minui in infinitum, donec penitus evanescat, ejus pressio contra punctum C perpetuo decrescet in infinitum, ac demum evanescet: Quare & pressio canalis AC , vel $IHGFE C$ contra punctum C paulatim decrescet, ac demum evanescet, unde fiet, ut abeunte puncto C in S , evanescat pressio canalis cujuscumque, vel rectilinei, vel curvilinei, adeoque punctum collocatum ubicumque in superficie in S nullam pressionem sentiet a quovis canali vel rectilineo, vel utcumque curvilineo, aut mixto, qua inde exeat: quod erat secundum. Patet autem id habere locum in canali etiam, qui jaceat in ipsa superficie extima, ut in canali SRD , ad quem nimirum ita potest accedere canalus $CEFGHI$, ut tandem in ipsum desinat.

Reductio ad directionem vis perpendiculararem superfici.

I 18. Sit jam, si fieri potest, in puncto superfici S directio vis non SN perpendicularis ipsi superfici, sed SO , quæ ad SN inclinatur in quovis angulo NSO . Per aliquem arcum continuum SD positum ad partes oppositas respectu normalis SN debeat ob geometricæ continuitatis legem vis dirigi per rectam inclinatam ad normalem in aliquo angulo ad easdem partes jacente, qui nimirum in distantia infinite parva a puncto S infinite parum differet ab illo NSO . Sit pro quovis puncto R ejus arcus ejusmodi directio RP , & vim ipsam exprimat ejus segmentum RQ . Ductâ QT perpendiculari in tangentem RT , vis QT urgebit canalus latera, vis RT premet fluidum inclusum canali DRS versus S . Habebitur igitur in S summa pressionum omnium provenientium ab ejusmodi viribus contra id, quod præcedenti numero est demonstratum. Igitur si generaliter bini canales rectilinei quicumque ducti e quovis massæ fluidæ puncto ad superficiem extimam sunt in æquilibrio, vis in quovis superfici puncto debet dirigi perpendiculariter ad superficiem ipsam: quod erat tertium.

Quid hoc theoremata præstet supra Hugenium,

I 19. Atque hoc pacto accuratissime demonstratum est theoremata propositum, quod in hujusmodi perquisitionibus

nibus multum laboris demit, & prodest accuratæ determinationi. Hugenius, ac Newtonus contenti fuerunt canalibus ad unicum punctum terminatis, nimirum ad centrum. Mac-Laurinus canales adhibuit rectilineos generaliter terminatos ad punctum quodvis ubicumque assumptum intra massam, & hoc æquilibrii genus conjunxit cum directione vis perpendicularis superficiei, quæ duo seorsum demonstravit haberi in ellipsi a se definita. Clerautius canalibus rectilineis adjecit curvilineos quoscumque. Posito hoc theoremate, satis erit, ad omne genus æquilibrii simul habendum demonstrare, canales quosvis terminatos ad punctum quodvis ubicumque assumptum intra massam in æquilibrio esse. Inde ea tria, quæ proposuimus, sponte fluunt; inde autem & illud facile deduci potest, quod Clerautius adhuc ad æquilibrio requirit, ut quivis canalis curvilineus intra massam in se rediens nullam usquam exerceat pressionem.

Newtonum, Mac-Laurinum, Clerautium.

120. His præmissis proponam jam theorema præcipuum, quod ipsam determinat figuram Telluris in hypothesei gravitatis Newtoniana, quin immo binas etiam alias cum ipso Mac-Laurino determinationes addam, quæ theorema multo generalius reddunt, & usui sunt, ubi agitur de maris æstu. Possẽm juxta numerum præcedentem, ad evincendum omne æquilibrii genus, uti solo æquilibrio canalium rectilineorum terminatorum ad idem punctum quodcumque assumptum intra massam. Verum quoniam immediata demonstratio vis in superficiei perpendicularis ipsi superficiei est admodum elegans etiam ipsa, eam itidem adhibebo, ut eo magis pateant vires Geometriæ, cujus unius opẽ hæc omnia perfici possunt accuratissime, & satis etiam expeditè.

Transit ad theorema præcipuum quo Figura Telluris determinatur.

121. Constet jam sphæroidis elliptica *ABab* in fig. 14, cujus axis *Bb*, fluido homogeneo, cujus particule æquales gravitent in se invicem viribus in ratione reciproca duplicata distantiarum, & præterea sollicitentur aliis tribus viribus, quarum prima dirigatur ad centrum sphæ-

Theorema ipsum æquilibrii in Ellipsoide ex gravitate Newtoniana conjuncta cum aliis tribus viribus.

H h h 2

Tab. 4. F. 14.

roidis C , & sit proportionalis distantiis CP ab ipso centro, altera sit perpendicularis axi sphaeroidis Bb , & proportionalis distantiis PK ab ipso axe, tertia sit parallela axi ipsi, & proportionalis distantiis a plano aequatoris perpendiculari ipsi axi, & ducto per centrum: & si femiaxes CB , CA ellipseos genitricis sint inverse proportionales viribus totis, quæ agant in particulas æquales fitas in extremis punctis axium A , & A , fluidum erit in æquilibrio.

Demonstrationis
binæ partes ex
directione vis
per normalem,
& æquilibrio cana-
lium.

122. Ostendam autem primo juxta num. 120, vim compositam ex viribus omnibus agentibus in particulam positam in superficie solidi agere per rectam ipsi superfici perpendicularem; tum particulam quamcunque positam intra solidum ipsum premi quaquaversum eadem vi per canales quoscumque rectilineos cum quacunque directione egressos ex eodem puncto.

Reductio trium
virium ad duas
communis utri-
que parti.

123. Sit igitur quævis particula P ubicunque posita vel in superficie, ut figura exhibet, vel intra sphaeroidem. Si vires, quibus ea urgetur in reliquas omnes particulas resolvantur in tres vires, quarum prima agat secundum directionem PD parallelam axi Bb , secunda secundum directionem PK perpendicularem ipsi axi, tertia secundum directionem perpendicularem plano KPD ; hæ omnes tertiæ mutuo elidentur, cum planum KPD secet sphaeroidem in binas partes prorsus æquales, & similes; secunda erit ad vim in a ut CD ad CA , & tertia ad vim in B , ut CK ad CB per num. 110. Pariter prima ex reliquis tribus viribus, quæ dirigebatur ad centrum per PC , & erat ipsi PC proportionalis, resolvi potest in binas agentes secundum PD , PK ipsi proportionales. Quare vires omnes, quibus agitatur particula P , resolvuntur ita, ut evadant binæ ex omnibus compositæ agentes secundum directiones PD , PK , quarum prior est ad vim in B , ut PD ab CB , secunda ad vim in a , ut PK ad Ca .

124. Hinc

124. Hinc erit prima ad secundam, in ratione composita ex ratione distantiarum PD , PK ab axibus Aa , Bb simplici, & duplicata eorundem axium, vel semiaxium. Nam est vis agens per PD in P ad vim in B , ut PD ad BC , hæc ad vim in a , ut Ca ad CB per hypothesim, & vis in a ad vim agentem in P per PK , ut Ca ad KP ; ac proinde compositis rationibus omnibus, est prima vis ad ultimam, ut PD ad PK , & ut quadratum Ca ad quadratum CB .

Ratio alterius earum virium ad alteram.

125. Sit jam primò punctum P in superficie, ut exhibet figura, & sit PL , perpendicularis superficiei, quæ normalis erit ellipsi $BabA$, & ita occurret ejus axi Bb in L , ut ex notissima ellipseos proprietate elementorum meorum tomo 3 num. 462 KL ad KC , ut quadratum Ca ad quadratum CB . Erit igitur vis, qua particula P urgetur per PD ad vim, qua urgetur per PK , ut PD , seu CK ad PK , & ut KL ad CK conjunctim, nimirum ut KL ad PK . Quare ipsæ KL , PK poterunt exprimere vires agentes secundum earum directionem, & vis composita ex utraque dirigitur per rectam normalem PL .

Demonstratio vis se dirigentis per normalem.

Q. E. D. primò.

126. Sit secundò punctum P in fig. 15, & 16 intra sphaeroidem ubicunque, & ducto per ipsam, & per axem sphaeroidis plano $BAbA$, exeat ex eodem P usque ad superficiem recta quævis PQ vel jacens in eodem illo plano, ut in fig. 15, vel extra ipsum, ut in fig. 16. Ostendendum est, eandem semper pressionem exerceri in punctum P a summa omnium virium particularum omnium fluidi existentium in quovis canali rectilineo QP .

Quid demonstrandum pro puncto intra massam: casus bini.

127. Ductis in fig. 15 per P chordis Gg , Rr , sectionis $BAbA$, quæ erit ellipsis genitrici æqualis, parallelis ejusdem axibus Bb , Aa ; concipiatur PQ divisa in particulas infinitesimas, quarum una Ee , ducanturque per E , & e chordæ DT , dt parallelæ axi Bb occurrentes axi Aa in N , n , & per E , ac D rectæ parallelæ axi Aa occurrentes chordæ dt in V , I , axi Bb in L , F , superficiei in S , H ,

Constructio pro primo casu.

in S, H . & ex concursu M rectarum Gg , ES ducatur Mm perpendicularis ipsi PQ .

Demonstrationis
initium.

128. Particulæ fluidi in Ee urgentur binis viribus quarum altera agit secundum directionem Bb , sive MP , altera secundam directionem Aa , sive EM , & priori æqualis est per num. 110 vis, qua singulæ particulæ in Ve urgentur secundam primam directionem, posteriori vis, qua particulæ EV , vel DI urgentur secundam posteriorem, ob æqualem nimirum distantiam ab axibus. Resolvantur singulæ in alias binas, alteram perpendicularem rectæ QP , quæ punctum P non premit, sed latus canalıs urget perpendiculariter alteram secundam directionem ejusdem QP agentem in P ; & erit prior tota ad hanc ejus partem, ut PM ad Pm , sive ob similitudinem triangulorum rectangulorum MmP , EVe habentium angulos ad Q & e externum, ac internum, & oppositum æquales, ut Ee ad eV , sive ut numerus particularum in Ee habentium hanc partem primæ vis, ad numerum particularum in eV habentium vim primam totam. Igitur summa omnium partium primæ vis, quibus particulæ Ee urgent P , æquatur summæ virium in Ve tendentium secundam directionem Ve , vel GP . Et eodem prorsus argumento ob similitudinem triangulorum EVe , EmM summa omnium partium secundæ vis, quibus particulæ in Ee urgent P , æquatur summæ virium in EV tendentium secundam directionem EL , adeoque & summæ virium in DI tendentium per DF .

Ejusdem conti-
nuatio.

129. Porro summa virium, quibus particulæ in DI tendunt per DF , æquatur summæ virium, quibus particulæ in dI tendunt per de . Cum enim ex notissima itidem Conicarum Sectionum proprietate, Elementorum meorum tomo 3 num. 299 rectangulum DIH ad rectangulum dIi sit, ut rectangulum ACa , sive quadratum AC , ad rectangulum BCb , sive quadratum BC ; erit DI ad dI , adeoque & numerus particularum in DI ad numerum particularum in dI , ut quadratum AC applicatum ad IH ,
ad

ad quadratum BC applicatum ad It , nimirum ut It ad IH , & quadratum AC ad quadratum BC , vel sumptis æquipollenter dimidiis terminis primæ rationis, ut dn ad DF , & quadratum AC ad quadratum BC , nimirum juxta demonstrata num. 124, ut vis particularum in dI tendens per dn , ad vim particularum in DI tendentem per DF . Ac proinde summa omnium priorum summæ omnium posteriorum æqualis. Quamobrem summa omnium virium in Ee urgentium punctum P æquatur summæ omnium virium, quibus particulae in Ve , & dI agunt directione de perpendiculari axi Aa .

130. Cum autem etiam vires particularum in DE , & Ejusdem conclusio. in IV agentes secundum directionem perpendicularem axi Aa æquentur ob æqualem distantiam ab eodem; pressio puncti e facta a particulis ed æquè excedet pressionem puncti E factam a particulis ED , ac pressio illius facta a particulis eQ pressionem hujus factam a particulis EQ . Cumque id ubique contingat, & in Q utraque pressio sit nulla; oportet semper totam pressionem puncti e factam a particulis ed æquari pressioni ejusdem factæ a particulis eQ , adeoque & abeunte e in P pressio puncti P facta a particulis PG æquabitur pressioni factæ a particulis PQ . Quamobrem cum eadem sit demonstratio, ubicunque punctum Q capiatur, dummodo rectæ, & vires, quæ forte oppositas directiones habeant, habeantur pro negativis; punctum P ab omnibus canalibus rectilineis cum quacumque directione exeuntibus ex ipso in plano transeunte per axem, ut in figura 15, æquè urgebitur.

131. Si verò PQ jacuerit extra ejusmodi planum, ut Constructionis pars pro secundo casu. in figura 16; ducta, ut prius, recta GPg parallela axi sphaeroidis Bb , quæ æquatori ejusdem $ANan$ occurrat in D , secetur ipsa sphaeroidis plano QPG ; secante æquatorem $ANan$ in recta Nn , quod erit perpendiculare ipsi æquatori, & sectio erit Ellipsis generatrici similis per num. 94, ac Nn erit alter ipsius axis, alterum vero Ff termini-

terminabit planum per Bb ductum ipsi sectioni perpendicularare, ipsi occurrens in recta Ff parallela Bb , & tranfente per punctum H in quo CH hujus plani interfectio cum Aequatore ipso perpendicularis toti sectioni ipsam æquatoris chordam Nn fecat ad angulis rectos, ac proinde bifariam.

Ejusdem pars altera, & demonstratio.

132. Concipiatur jam in plano sectionis punctum P ubicunque, & captis in CB , & HF segmentis CK , HE æqualibus DP , ductisque PK , KE , EP , eadem erunt parallelæ rectis DC , CH , HD ; ac proinde erit KE perpendicularis toti plano sectionis, & angulus KEP rectus erit. E binis autem viribus quibus particula P urgetur per PD , & PK hinc, ut in fig. 14, PD quidem parallela axi Bb Ellipseos genitricis aget hinc etiam intra planum sectionis, & remanebit magnitudinis ejusdem, eritque parallela axi Ff sectionis ipsius. At PK resolvetur in duas PE , EK , quarum posterior plano sectionis perpendicularis ipsum urgebit, prior PE agens intra ipsum planum erit semper parallela alteri axi sectionis Nn , eritque ad vim PK , ut PE ad PK ; ac proinde cum hæc posterior in diversis distantis puncti P ab axe Bb sit, ut distantia ab ipso, erit & illa prior in diversis distantis puncti P ab axe Ff , ut distantia ab eo. Cum verò præterea vis per PK ad vim per PD sit conjunctim ut PK ad PD , & ut quadratum CB , ad quadratum Ca , sive ob similitudinem Ellipseos $FnfN$ cum Ellipsi genitrice $BabA$, ut quadratum HF ad quadratum Hn ; erit vis per PE ad vim per PD , ut PE ad PD , & ut quadratum HC ad quadratum HN conjunctim. Quare cum ex hisce elementis demonstrata sit in fig. 15 æqualis pressio puncti P in recta quavis PQ jacente intra planum Ellipseos $BabA$ æqualis pressioni in recta PG ; etiam in fig. 16 habebitur pressio in quavis recta QP , jacente intra planum Ellipseos $GnfN$ æqualis pressioni in eadem recta PG .

Conclusio pro utroque casu simul

133. Quare punctum P quaquaversus urgebitur æqualibus viribus; a particulis omnibus existentibus in quibusvis

busvis canalibus rectilineis ex ipso exeuntibus in quavis directione , & proinde per num. 113 totum fluidum in æquilibrio erit *Q. E. D.*

134. Hinc consequitur hujusmodi theorema . Vis tota , qua urgetur corpusculum situm in superficie ejusmodi spheroidis , erit directè , ut normalis ad axem terminata , sive reciprocè , ut perpendiculum e centro demissum in rectam , quæ Ellipsim genitricem tangit in eodem puncto .

Vis in superficie
in qua ratione sit

135. Erit enim ex prima demonstrationis parte in fig. 14. vis tota corpusculi *P* , ut *PL* normalis . Rectangulum autem sub *PL* & perpendiculo ex *C* ducto in tangentem transeuntem per *P* æquatur quadrato semiaxis *CA* , per num. 459 tomi 3. meorum elementorum , ac proinde est *PL* reciprocè , ut ipsum perpendiculum .

Demonstratio
ipſus .
Tab. 4 , F. 14

136. Præterea inde & hujusmodi theorema consequitur . Vis tota , qua premitur , quodcunque punctum *P* intra spheroidem situm in fig. 16 secundum quancunque directionem ad vim , qua premitur centrum est , ut rectangulum *GPg* ad quadratum *CB* , & vis , qua premitur centrum est dimidia ejus vis , quam haberet pondus columnæ *CB* , cujus particulæ æquè ubique gravitarent , ac gravitant in *B* .

Quanta sit pressio
in quovis pu. & o ,
quanta in centro
Tab. 4 , F. 16

137. Nam si concipiantur rectæ *CB* , *DG* , *DP* divisæ in æqualem numerum particularum , essent & particulæ ipsæ proportionales totis , & distantie particularum similiter sitarum a punctis *C* , & *D* iisdem totis proportionales . Quare & numerus particularum fluidi contentarum iisdem particulis earum linearum , & singularum vires secundum easdem rectas erunt , ut eadem rectæ totæ . Ac proinde summæ virium , quibus urgentur puncta *C* , *D* a particulis omnibus sitis in *CB* , *DG* , *DP* , erunt , ut earum quadrata . Quamobrem cum , prematur *D* a *GD* vi omni , qua premitur *P* a *GP* , & qua premitur præterea *D* a *PD* , erit vis sola , qua premitur *P* a *GP* ad vim , qua premitur *C* a *BC* , ut differentia qua-

Demonstratio
primæ partis .

tratorum DG , DP æqualis rectangulo GPg ad quadratum CB ; unde, cum quodvis punctum æquè quaquaversus prematur, patet prima theorematis pars.

Demonstratio secundæ.

138. Si autem e quovis puncto K rectæ CB concipiantur exeuntes binæ rectæ parallelæ Ca altera æqualis CB altera CK ; eæ referent semper altera vim in B , altera vim in K . Erit igitur vis tota, qua premitur centrum C ab omnibus particulis fluidi K , ad vim, qua premeretur a tota columna habente ubique gravitatem æqualem gravitati in B , ut area, quam generat secunda linea ad aream, quam generat prima. Gereraret autem secunda triangulum, & prima quadratum ejus duplum, ut constat. Igitur patet etiam secunda theorematis pars.

Applicatio ad casum, in quo aliqua vis desit, vel directionem mutet.

139. Patet autem, omnia quæcunque dicta sunt, manere prorsus eodem pacto, etiam si aliqua, vel aliquæ ex 4. viribus in propositione enunciatis evanescerent, vel haberent directionem oppositam, & fierent negativæ; dummodo tam summa earum, quæ in singulis particulis sunt perpendiculares axi sphaeroidis, quam summa earum, quæ sunt ipsi parallelæ, sit positiva.

Demonstratio ipsius applicationis.

140. Nam omnia, quæ demonstrata sunt, pendent tantummodo ex eo, quod in singulis particulis summæ virium agentium secundum directiones perpendiculares axibus Ellipseos genitricis sint, ut distantia ab ipsis, & vires totæ in axium verticibus sint reciproçè, ut ipsi axes. Id autem adhuc ita se haberet.

Casus Hermannii erutus ex generali.

141. Ex hinc quidem facile patet primo illud, ellipsim illam Hermannii esse casum peculiarem hujus generalis solutionis Mac-Laurini. Si enim evanescat mutua actio particularum, & vis parallela axi, ac remaneat vis in centrum directè proportionalis distantia, & vis perpendicularis axi ipsi evadat negativa, habebitur gravitas Hermannii cum vi centrifuga motus diurni, quæ Ellipsim requiret, quam facile demonstratur, fore illam ipsam Hermannianam.

142. Deinde & illud facile deducitur, massam fluidam, quæ circa axem Bb convertatur, & Newtoniana gravitate polleat, fore in æquilibrio, ubi disponatur in sphaeroidem ellipticam certæ cujusdam compressionis ad polos B, b . Nam singulæ ejus particulæ haberent cum aliis singulis gravitatem mutuam in ratione reciproca duplicata distantiarum, & præterea vim centrifugam agentem directione KP , & proportionalem ipsi KP , ut infra etiam videbimus. Compressio autem esset ejusmodi, ut esset CB ad Ca in ea ratione, in qua est gravitas in a mulctata a vi centrifuga ad gravitatem integram in B . Si gravitates in A , & in B essent æquales, ea ratio facile innotesceret ex num. 71, ubi determinavimus rationem gravitatis sub æquatore ad vim centrifugam ibidem: & esset duplo major compressio, quam in hypothesi gravitatis tendentis ad datum centrum ita, ut *VFK. Q. fig. 1* haberi possit pro rectangulo, in qua hypothesi invenimus semidiametrum æquatoris ad ejus excessum supra semiaxem esse, ut est gravitas ibidem non ad totam vim centrifugam, sed ad ejus dimidium.

Casus Newtoniana theoriae. Quid in ea ad compressionem designandam.

143. Verum ipsa gravitas primitiva in æquatore non æquatur gravitati in polo; nam & distantia a particulis reliquis, & positiones diversæ sunt in iis binis locis. Quamobrem oportet determinare rationem earum gravitatum per ipsam speciem ellipseos genitricis, ut deinde per eam determinetur ipsa species. Data specie curvæ genitricis docuit Newtonus, quo pacto per curvarum quadraturas computari possit gravitas in puncto axis quocumque solidi geniti conversione ejus curvæ circa proprium axem, atque id ipsum in ellipsoide per circuli, & hyperbolæ quadraturam; sed pro puncto posito in æquatore rem nequaquam perfecit, verum crassa quadam æstimatione invenit utcumque pro ellipsoide data, & parum abludente a sphaera. Mac-Lavrinus multo sane elegantius accuratissime, & felicissime rem perfecit tam pro puncto posito in polo, quam pro puucto posito in æquatore; cujus determina-

Ratio gravitatis primitivæ in æquatore, & polo a Newtono tentata, a Mac-Lavrino definita.

tionis subsidio elegantissimam itidem ellipseos genitricis determinationem exhibuit.

Methodus simplicior, & geometrica.

144. At ea quidem determinatio operosior est aliquanto, & culculum fere poscit. Mihi vero adest methodus multo expeditior, quæ cum Bernoulliana ex parte congruit, sed quæ solius Geometriæ ope rem facile admodum perficit pro sphaeroide parum abludente a sphaera. Eam adhibebo, derminando prius gravitatem primitivam puncti positi in polo ejus sphaeroidis, tum puncti positi in æquatore, & brevitatis gratia utar identidem algebraico signo æqualitatis, ut & multiplicationis pro ratione composita ex pluribus directis, ac divisionis pro composita ex directis, & reciprocis de more, ac ope Geometriæ, & ejusmodi signorum delabar ad computandam gravitatem primitivam in iis binis locis.

Problematis expositione pro puncto posito in polo.

Tab. 4, F. 17

145. Generet igitur in fig. 17. conversione facta circa axem comunem Bb semiellipsis BAb ellipsoidem, & semicirculus BEb sphaeram, & quærat differentia vis, qua punctum B attrahitur in sphaeroidem, a vi, qua attrahitur in sphaeram, posito, quod attrahatur in singulas utriusque particulas in ratione directa ipsarum, & reciproca duplicata distantia ab ipsis.

Preparatio ad analysim geometricam.

146. sit semidiameter æquatoris sphaeroidis CA , sphaeræ EC , & ordinata quædam perpendicularis axi occurrat ipsi in K , ellipsi in P , circulo in D . Oportet invenire attractionem puncti B in omnes anulos, quos motu suo generant omnes DP . Exponat autem vim, qua punctum B attrahitur in particulam quamcumque, ipsa particula divisa per quadratum distantia, & concipiatur PD ita exigua, ut BD assumi possit pro distantia omnium particularum, quæ in ea continentur.

Ratio vis anuli cujusdam.

147. Vis igitur absoluta, qua B attrahitur ab anulo DP , erit, ut is ipse anulus directè, & quadratum RD reciproçè. Quoniam autem in Ellipsi ex notissima ejus proprietate, meorum elementorum tomo 3 num. 365, est KP ad KD , in constanti ratione CA ad CE ; erit KP , ut KD ,

KD, adeoque & circulus genitus a *KD*, & circulus genitus a *KP*, & residuus anulus genitus a *DP*, ut KD^2 , cum nimirum circuli sint, ut quadrata radorum. Vis igitur absoluta erit, ut $\frac{KD^2}{BD^3}$. Porro hæc vis absoluta agens per *DB* resolvi potest in duas *DK*, *BK*, quarum prior eliditur actionibus contrariis, posterior trahit punctum *B* versus centrum *C*; ac est ut *BD* ad *BK*, ita vis ea absoluta ad vim relativam, cujus habenda est ratio. Hæc igitur vis erit, ut $\frac{KD^2 \times BK}{BD^3}$, sive ut $\frac{KD^2 \times BK \times BD}{BD^4}$; adeoque cum ex circuli natura sit $BD^2 = BK \times KD^2 = bK \times BK$, erit ea vis relativa, ut $\frac{bK \times BK \times BD}{BK^2}$, sive ut $bK \times BD$.

148. Ut inveniatur recta, quæ ejusmodi vim exprimat, sit *BMN* parabola Apolloniana axe, & parametro *Bb*, & cum ex natura ejus curvæ sit $KM^2 = BK \times Bb$, erit *KM* æqualis *BD*; unde etiam patet, fore $bN = bB$. Sit jam alia curva *BLN*, in qua sit ut *Bb* ad *BK*, ita *KM* ad *KL*, quæ itidem erit ex familia parabolæ. Erit enim *KM*, ut $BK^{\frac{1}{2}}$, & *KL*, ut $KM \times BK$, adeoque ut $BK^{\frac{3}{2}}$. Erit autem per conversionem rationis *Bb* ad *bK*; ut *KM*, vel *BD* ad *ML*, quæ ob *Bb* constantem, erit ut $bK \times BD$, adeoque, ut illa vis relativa. Refert igitur ipsa ejusmodi vim, & area tota *BLNMB* vim totam, qua omnes anuli *AP* attrahunt punctum *B*.

Vis ipsa expressa per lineam, & omnium summa per superficiem datam.

149. Jam vero ut possit computari ejusmodi vis, concipiatur, puncta *PDKLM* abire in *AECFG*. Erit tum *GF* dimidia *CG*, cum sit ad eam, ut *bC* ad *bB*; ipsa autem *CG = BE*, & $BE^2 = 2BC^2$. Anulus *EA* æquabitur producto ex *EA*, & circumferentia circuli descripta a puncto *E*, quæ, si ratio radii ad circumferentiam dicatur *1* ad *c*, erit $c \times CE = c \times BC$, adeoque anulus erit $c \times BC \times EA$. Vis igitur absoluta ipsius anuli *EA* erit $\frac{c \times BC \times EA}{BE^2} = \frac{c \times BC \times EA}{2BC^2} = \frac{c \times EA}{2BC}$, vis autem relativa habe-

Ejusdem summe absolutus valor.

bitur ducendo ipsam in BC , & dividendo per BE , adeoque erit $\frac{c \times EA}{2BE} = \frac{c \times EA \times BE}{2BE^2}$, vel posito $2BC^2$ pro BE^2 ,

CG , vel $2FG$ pro BE , erit ea vis $\frac{2c \times EA \times FG}{4BC^2} = \frac{c \times EA \times FG}{2BC^2}$.

Quare cum vis anuli EA ad vim anuli DP sit, ut FG ad LM , erit vis anuli $DP = \frac{c \times EA \times LM}{2BC^2}$, adeoque vis omnium anulorum simul erit tota area $BFNGB$, quam

textunt omnes LM , ducta in quantitatem datam $\frac{c \times EA}{2BC^2}$.

Valor areæ adhibita ad exprimendam eam viisum summam.

150. Remanet, ut computetur area $BFNGB$. Ea generaliter in parabola quavis, cujus ordinata sit, ut potestas m abscissæ, est ad rectangulum sub abscissa, & ordinata, ut 1 ad $m+1$, quemadmodum etiam supra diximus num. 36: Nimirum si KL sit, ut BK^m , erit area

$$BKL = \frac{1}{m+1} \times BK \times KL. \text{ Hinc cum } KM \text{ sit, ut } BK^{\frac{1}{2}},$$

$$\text{erit area tota } BbNGB = \frac{1}{\frac{1}{2}+1} \times Bb \times bN = \frac{2}{3} Bb^2 = \frac{2}{3} BC^2,$$

Cum vero sit KL , ut $BK^{\frac{1}{2}}$, erit area $BbNFB = \frac{1}{\frac{1}{2}+1} \times Bb \times bN = \frac{2}{3} \times Bb^2 = \frac{2}{3} BC^2$. Quare tota area $BFNGB$ erit $\frac{2}{3} BC^2 - \frac{2}{3} BC^2 = \frac{16}{15} BC^2$.

Ejus ope simplicissima expressio ejusdem summæ.

151. Si igitur hinc valor demum ducatur in $\frac{c \times EA}{2BC^2}$, habebitur gravitas tota primitiva in polo B , quam exprimet $\frac{2}{15} \times c \times EA$. Nimirum exprimetur ejusmodi vis per $\frac{2}{15}$ peripheriæ circelli descripti radio EA , cum $c \times EA$ sit peripheria ejus circelli. Et ea quidem est elegantissima, & simplicissima expressio ejus vis.

Problema pro puncto posito in æquatore, & præparatio.

152. Sit jam in fig. 18 corpusculum in A in æquatore spheroidis genitæ revolutione circa axem Bb . Concipiuntur bina alia solida nimirum spheroids, quæ habetur ex revolutione circa axem Aa , & spheræ $AEae$ eadem diametro Aa , quæ solida si secantur plano eodem

Tab. 4, F. 18

GPpg

GPpg perpendiculari ad rectam *Aa*, sectio sphaeroidis descriptæ axe *Aa* erit circulus diametro *Gg*, sectio sphaeræ erit circulus diametro *Pp*, sectio sphaeroidis descriptæ axe *Bb* erit Ellipsis genitrici similis habens pro altero axe *Gg*, pro altero rectam æqualem *Pp*. Cætera quidem patent vel per sese, vel ex iis, quæ præmisimus; hoc autem postremum inde deducitur facile, cum debeat esse axis *Gg* ellipseos sectionis ad axem alterum, ut *Bb* ad *Aa*, sive ad *Ee*, nimirum ut idem *Gg* ad *Pp*. Referat eas sectiones figura 19, & erit, ellipsis *GRgr*, cui alter circulorum *PrpR*, *GigI* erit circumscriptus, alter inscriptus. Anulus vero circularis *GP* erit differentia sphaeroidis in fig. 18 descriptæ axe *Aa* a sphaera; duplex autem figuræ 19 meniscus *RPrG*, & *Rprg* erit differentia sphaeroidis descriptæ in fig. 18 axe *Bb* ab eadem sphaera.

153. Jam vero ex nota Ellipseos proprietate elementorum meorum tomo 3, num. 385 est circulus circumscriptus ad Ellipsim, ut ea ad circulum inscriptum; ac proinde cum Ellipsis, & circulus inscriptus sint proximè æquales inter se, erunt itidem proximè æquales priores bini menisci posterioribus. Quare duplex meniscus *RPrG*, *Rprg* est dimidium anuli, ac proinde cum in fig. 18 omnes particulæ tam anuli, quam menisci eandem proximè habeant & distantiam a puncto *A*, & positionem respectu ipsius, ejus attractio orta ex duplici illo menisco erit dimidia attractionis, quæ oriretur ex anulo. Cum vero id ubique contingat, vis puncti ejusdem siti in *A* orta ex differentia sphaeroidis axe *Bb* erit dimidia ejus, quæ oritur ex differentia sphaeroidis axe *Aa*, & ejusdem sphaeræ. Est autem hæc posterior ex præcedentis problematis solutione $\frac{2}{17} \times c \times EB$: Quare erit illa prior $\frac{1}{17} \times c \times EB$; Quod erat inveniendum.

Problematis solutio, & demonstratio.

154. Solutis hinc problematis, facile jam invenitur ratio gravitatis primitivæ in polo ad gravitatem in æquatore expressa per eandem *EB*, sive sphaeroidis sit oblonga, & pro-

Ratio gravitatis primitivæ in æquatore ad gravitatem in polo quo pacto investiganda.

& producta, siue oblata, & compressa. Sed ad id inveniendum requiritur theorema notissimum, profluens ex demonstratis a Newtono, quod sphaera quævis punctum situm extra ipsam, vel in ejus superficie attrahat, tanquam si tota ejus massa compenetraretur in centro. Sit r radius sphaeræ cujusdam, & erit $2r$ diameter, $\frac{1}{2}crr$ circulus maximus, $2crr$ superficies, $\frac{2}{7}cr^3$ tota moles, adeoque vis puncti constituti in ejus superficie expressa per ipsam sphaeram, siue numerum particularum directè, & quadratum distantiae reciprocè erit $\frac{2}{7}cr$.

Ejus determinatio in sphaeroide compressa.
Tab. 4, P. 17

155. Sit in fig. 17 sphaerois compressa ad polos Bb , cujusmodi esse debet ob vim centrifugam in æquatore, qua fit, ut ibi assurgat massa fluida, & erit gravitas puncti B in sphaeram diametro $Bb = \frac{2}{7} \times c \times CB = \frac{2}{7} \times c \times CA - \frac{2}{7} \times c \times EA$. Huic si addatur $\frac{2}{17} \times c \times EA$, erit vis ibidem in sphaeroidem compressam $\frac{2}{7} \times c \times CA - \frac{10}{17} \times c \times EA + \frac{2}{17} \times c \times EA = \frac{2}{7} \times c \times CA - \frac{8}{17} \times c \times EA$. Gravitas puncti A in sphaeram radio CA erit $\frac{2}{7} \times c \times CA$, a qua si dematur $\frac{4}{17} \times c \times EA$, habebitur gravitas puncti A in sphaeroidem $\frac{2}{7} \times c \times CA - \frac{4}{17} \times c \times EA$. Quamobrem gravitas in sphaeroidem in polo B ad gravitatem in eandem in æquatore B erit, ut $\frac{2}{7} \times c \times CA - \frac{8}{17} \times c \times EA$ ad $\frac{2}{7} \times c \times CA - \frac{4}{17} \times c \times EA$, siue ob EA admodum exiguam respectu CA , proxime, ut $\frac{2}{7} \times c \times CA$ ad $\frac{2}{7} \times c \times CA - \frac{4}{17} \times c \times EA$, nimirum, ut CA ad $CA - \frac{1}{7} \times EA$.

Eadem in sphaeroide oblonga.

156. Quod si sphaerois esset oblonga, ipsa EA migraret e positiva in negativam, & haberetur ratio ejusmodi gravitatum CA ad $CA + \frac{1}{7} \times EA$.

Compressio determinanda: quæ vires omittendæ, quæ considerandæ.

157. Inventa hujusmodi ratione, definitur jam facile etiam compressio orta ex motu diurno juxta n. 142. In hoc casu ex illis tribus virium generibus, quæ n. 121 assumptæ sunt in conditionibus theorematis præter vim mutuam in ratione reciproca duplicata distantiarum, unica habetur in casu nostro, ea nimirum, quæ oritur ex vi centrifuga, & agit secundum directionem CA perpendiculararem axi Bb . Reliquæ binæ pertinent ad casum marini

marini æstus, in quo inæqualis magnitudo, & diversa directio virium, quibus particulæ Telluris in Solem, vel in Lunam gravitant, addit binas vires alteram tendentem ad centrum Terræ, alteram secundum directionem ad sensum perpendicularem plano transeunti per centrum ipsum, & perpendiculari rectæ, quæ Terram jungit cum Sole, vel Luna, ac proportionalem distantie ab eodem plano.

158. His igitur viribus omissis, quæ ad nostrum casum non pertinent, sit jam gravitas primitiva sub æquatore = m , vis centrifuga = n . Erit ibidem gravitas residua = $m - n$. Quod si ponatur semidiameter æquatoris = r , ejus differentia a semiaxe = x , erit ut $r - \frac{1}{2}x$ ad r , sive proximè ob x admodum exiguam respectu r , ut r ad $r + \frac{1}{2}x$, ita gravitas primitiva in æquatore = m ad gravitatem primitivam in polo, quæ erit $m + \frac{mx}{5r}$. Quare vis in æqua-

Determinatio
cõpressionis per
rationem gravi-
tatis ad vim cen-
trifugam.

tore ad vim in polo erit, ut $m - n$ ad $m + \frac{mx}{5r}$, sive pro-

xime, ut m ad $m + \frac{mx}{5r} + n$. Debent autem hæ vires esse

in ratione reciproca distantiarum a centro per num. 121, adeoque erunt, ut r ad $r + x$; unde assumptis differen-

tiis, sit m ad $\frac{mx}{5r} + n$, sive 1 ad $\frac{x}{5r} + \frac{n}{m}$, ut r ad x , sive

ut 1 ad $\frac{x}{r}$. Quare erit $\frac{x}{5r} + \frac{n}{m} = \frac{x}{r}$, sive $\frac{n}{m} = \frac{4x}{5r}$, vel $\frac{x}{r} = \frac{5n}{4m}$

nimirum $m. \frac{1}{4}n :: r. x$. Habebitur igitur hujusmodi theorema. *Ut gravitas sub æquatore ad $\frac{1}{4}$ vis centrifugæ ibidem, ita semidiameter æquatoris ad differentiam ipsius a semiaxe.*

159. Quod si adhibeatur ratio gravitatis sub æquatore ad vim centrifugam ibidem veræ proxima in numeris juxta num. 71, ut 289 ad 1; erit ea ratio semidiametri æquatoris ad differentiam 289 ad $\frac{1}{4}$, vel 1156 ad 5, sive proximè 231 ad 1, proxima illi 230 ad 1, quam invenit

Absoluta com-
pressio plusquam
duplo major, quæ
Hermannò.

K k k New-

Newtonus Principiorum lib. 3. prop. 19, existente ratione semidiametri æquatoris ad semiaxem 231 ad 230. Et hæc quidem compressio est plusquam duplo major illa, quam Hermannus in sua Ellipsi invenerat, quam num. 72 vidimus esse debere respondentem dimidiæ vi centrifugæ sub æquatore, non quinque ejus quadrantibus, adeoque non $\frac{1}{11}$ totius, sed $\frac{1}{572}$ tantummodo.

Hermanni censura erronea in Newtonum, & Gregorium.

160. Et quidem Hermannus censuit, hanc ipsam suam Ellipsim esse illam, quæ in Newtoniana gravitatis theoria debeat obvenire, ac Gregorium, & Newtonum ipsum culpandos existimavit, quod si id ipsum non viderint, & plusquam duplo majorem justo compressionem Telluri tribuerint, quam ipsa illorum principia postularent. At Hermannus ipse in eo erravit sane quam plurimum, & ejus hypothesis illa gravitatis se dirigentis ad unicum punctum, & directè proportionalis distantiae ab eodem puncto plurimum distat a Newtoni theoria; gravitatis compositæ ex tendentia in particulas singulas in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro.

In Newtoni theoria vim utique in quovis canali ad centrū ducto esse, ut distantiam a centro.

161. In Newtoni theoria in quovis canali ad centrum terminato nisus cujuscumque particulæ in centrum ipsum est utique in ratione distantiae ab ipso centro, & gravitas residua in superficie in ratione reciproca distantiae ab eodem centro, quod & Newtonus ipse deprehendit debere consequi ex sua theoria, si ea ellipticam figuram requireret ad æquilibrium habendum, quod postremum ille quidem demonstrare non potuit, felicissimè tamen divinavit.

Ejus demonstratio ex Newtono ipso, quod pertinet ad gravitatem primitivā

162. Demonstravit nimirum Newtonus, punctum ubicumque situm intra orbem ellipticum clausum binis Ellipsis similibus, & similiter in centro collocatis esse prorsus in æquilibrio, & punctum collocatum in homologis punctis solidorum similium attrahi in sua theoria in ratione simplici laterum homologorum, quæ duo supra posuimus num. 93, & 92. Inde ipsi prorsum fuit deducere, in accessu ad centrum intra sphaeram, vel sphaeroidem

roidem ellipticam vim decrescere in ratione directa simplici distantiarum ab ipso centro. Si enim concipiatur superficies sphaerica, vel elliptica externae similis transiens per punctum ipsum, totus ille orbis externus conclusus hac nova, & illa priore externa superficie nihil aget, & relinquetur sola actio sphaerae, vel sphaeroidis nova ipsa superficie inclusae, cujus actio debebit esse proportionalis distantiae a centro, quae quidem est unum ex homologis lateribus.

163. Et hoc quidem pacto evasit ipsi gravitas primitiva intra sphaeram, vel ellipticam sphaeroidem directe proportionalis distantiae a centro. Vis autem centrifuga proportionalis est distantiae ab axe juxta num. 17, unde admodum facile deducitur illud, sive consideretur ea tota, sive ea ejus resolutae pars, quae gravitati ad centrum directae opponitur, eam esse itidem proportionalem distantiae a centro. Inde vero consequitur, etiam residuam gravitatem ubique intra sphaeram, vel sphaeroidem, si ea, quae ad centrum tendit in canali quopiam ad ipsum centrum terminato consideretur, fore directe, ut distantiam a centro.

Eadem quod pertinet ad vim centrifugam.

164. Esse autem reciproce, ut distantiam a centro in diversis punctis superficiei extimae, hac ratione admodum facile Newtonus ipse demonstravit. Concipiuntur hinc canales quicumque egressi e centro, & ad quavis superficiei puncta terminati, qui quidem debent esse in aequilibrio. Secentur in aequalem numerum partium proportionalium, & quoniam singulae particulae singulorum in singulis partibus inclusae gravitabunt in centrum in ratione distantiae a centro, ratio autem distantiae in partibus homologis est eadem, ac totorum canalium; erunt vires singularum particularum alterius canalis ad singulas alterius inclusas partibus homologis in constanti ratione totorum canalium, adeoque & summam in ratione eadem, nimirum pondera partium homologarum, ut pondera totorum canalium, videlicet aequalia. Cum autem pondus

In superficie esse vim in ratione reciproca distantiae.

partis unius canalis, sit æquale ponderi partis homologæ alterius, erit singularum particularum vis in parte canalis alterius ad vim particularum in parte alterius reciprocè, ut earum particularum numerus, nimirum reciprocè, ut illæ partes, adeoque reciprocè, ut toti canales, & ut partium ipsarum homologarum distantia a centro. Quare particularum omnium, quæ sitæ sint vel in superficie extima, vel intra sphæroidem in rectis quibuscumque ductis a centro ad superficiem, & distantias habeant a centro proportionales illis rectis, sunt ad se invicem reciprocè, ut ipsæ distantia.

Determinatio
ellipsois Hermã-
ni e similibus
datis.

165. Hæc cum videret Hermannus inquisivit in figuram, quam habere debeat fluidum, quod habeat vires directas ad centrum in ratione directa distantiarum, gyraret autem circa proprium axem; & investigata figura ex hac conditione, invenit Ellipsim, in qua semidiameter æquatoris ad semiaxem sit in ratione subduplicata gravitatis primitivæ sub æquatore ad gravitatem residuam ibidem, adeoque semidiameter ipsa ad excessum supra semiaxem proxime, ut ea gravitas primitiva ad dimidiam vim centrifugam, vel ut 578 ad 1, vis autem residua in diversis superficie punctis sit in ratione reciproca distantiarum, quæ quidem supra hic etiam demonstravimus numeris 47, & 49. Quæsit e converso figuram ex hypothese, quod vis residua in superficie sit reciprocè, ut distantia a centro, & invenit ellipsim illam eandem, ac invenit, gravitatem primitivam directam ad centrum debere esse in ratione distantiarum directa, quod is quidem methodo synthetica demonstravit admodum operosa, ego vero facili calculo in mea de figura Telluris dissertatione.

Conclusio Her-
manni inde de-
ducta.

166. Hisce compertis illud intulit, hæc tria esse omnino inter se connexa, gravitatem primitivam esse directè proportionalem distantia, gravitatem residuam in superficie esse reciprocè proportionalem distantia, & figuram esse ellipsim, in qua sit semidiameter æquatoris ad diffe-

differentiam ipsius a semiaxe , ut est gravitas sub æquatore ad dimidiam vim centrifugam ibidem , ac quodlibet ex hisce tribus reliqua secum trahere ; quod quidem cum ipsi obtigisset tam methodo canalium , quam methodo directionis perpendicularis superficiei , multo magis in sententia confirmatus Gregorium carpendum sibi esse duxit , ac Newtonum .

167. Et quidem hæc Hermanni ratiocinatio mihi etiam , cum primum dissertationem meam edidi anno 1739 , fucum fecit , non tamen ut ipsi assentirer , & compressionem in Newtoni sententia censerem esse debere $\frac{1}{576}$ partem totius . Videbam enim , ut ibidem proposui , illud a Newtono accuratè admodum esse demonstratum , si ellipticam figuram habeat fluidum , cujus particulæ in se invicem tendant in ratione reciproca duplicata distantiarum , & quod circa suum axem gyret , debere compressionem esse $\frac{1}{130}$ totius , quod Newtonus definiverat methodo quidem indirecta falsæ positionis usus , sed pro ejusmodi re satis , accurata , & tuta , & gravitatem intra canalem quemvis debere esse directè , in diversis vero superficiei punctis reciprocè proportionalem distantia a centro . Sed cum ex hisce positionibus obveniret quidem ellipsis , at compressio evaderet $\frac{1}{77}$ pars totius , suspicatus sum illud , falsum esse , quod Newtonus sine ulla demonstratione assumpserat , in ejus theoria debere fluidum componi in Ellipsim , quo sublato neutrum ex illis reliquis duobus consequeretur .

Ejus error in quo olim imposuerit Auctori hujus opusculi .

168. At quoniam insequenti anno elegantissima MacLaurini demonstratio innotuit mihi figuræ ellipticæ a Newtoni theoria ad æquilibrium requisitæ cum compressione illa ipsa , quam ex ejus figuræ hypothese Newtonus deduxerat ; in Hermanni errorem diligentius inquisivi , cujus & originem alteram e binis , quas mox proponam , exposui in eadem dissertatione haud ita multo post edita Lucæ in opusculorum collectione quadam , in qua tamen schemata potissimum tam multis , & enormibus omni-

Solutione MacLaurini error deprehensus .

omnino ubique scatent erroribus, ut vix ulli quidem usui opusculum illud esse possit.

Erroris fons primus.

Tab. 4, F. 7

14

169. Est autem primus erroris fons, quod ubi in figuram inquiritur per directionem perpendicularem superficie in hypothese Hermanni vis componitur ex binis, quarum prior, nimirum gravitas primitiva, dirigitur ad centrum, ut in fig. 7 LN per LC, secunda vero est vis centrifuga LO, quæ tendit ad partes axi oppositas; at in theoria Newtoniana, ipsa illa gravitas primitiva non tendit ad centrum, sed per rectam in fig. 14 inclinatum ad PC ita, ut accedente præterea vi centrifuga, vis ex iis composita directionem habeat remotiorem a recta tendente ad centrum in Newtoni, quam in Hermanni hypothese, & majorem compressionem requirat.

Alter ejusdem erroris fons.

170. Secundus erroris fons est, quod in hypothese Hermanni gravitas primitiva in æquatore debet esse major, quam in polo in ratione distantie majoris, dum in Newtoni sententia debet esse minor. In Hermanni quidem hypothese facta, ut supra fecimus semidiametro æquatoris $=r$, differentia $=x$, debet esse gravitas primitiva in æquatore ad gravitatem in polo, ut $r + x$ ad r , in Newtoni sententia, ut $r - \frac{1}{2}x$ ad r . Hinc gravitatis residuæ in æquatore ratio ad gravitatem in polo in Newtoni sententia minor, quam in hypothese Hermanni, & proinde major, in methodo æquilibrii canalium, inæqualitas altitudinis canalium ipsorum necessaria ad compensandam gravitatum earundem inæqualitatem.

Quantum theoria Newtoni differat a theoria Hermanni.

171. Atque hoc demum pacto jam in aperto est positus Hermanni error, & abunde patet, quid in Newtoniana theoria haberi debeat, ubi fluidum homogeneum sit, & gyret circa proprium axem. Patet itidem multo difficiliorem esse determinationem figuræ in ipsa ejus theoria, quam si assumatur vis ad centrum tendens in ratione distantie ab ipso, & vis residua in superficie in ratione ipsius reciproca: falli autem omnino eum, qui, ubi ex ea hypothese definiat, quid consequi debeat, cum agitur

igitur vel de figura orta ex diurna vertigine, vel de maris æstu orto ab inæquali actione vel Solis, vel Lunæ in diversas Terræ particulas, putet, se tam facile definivisse id, quod Newtoniana requirat theoria,

172. Nec illud autem omittendum, a Newtono non esse adhibitas binas hypotheses alteram pro particulis infra superficiem sitis, alteram pro particulis sitis in superficie, sed ex ipsa generali mutua actione particularum in se invicem in ratione reciproca duplicata distantiarum utramque consequi; multo autem minus licere binas ejusmodi hypotheses ad peculiare aliquod phænomenum explicandum ad arbitrium effingere, quæ non tantum inter se plerumque non connectentur, sed pugnant bunt etiam, & penitus adversabuntur; nec vero ad singula phænomena singulas hypotheses confingendas esse, utcumque nihil in iis habeatur, quod repugnet, & absurdum sit, nec id Newtonum præstitisse, qui generalem gravitatem ex tam multis phænomenis derivavit, & ad alia tam multa traductam tam belle consentireprehendit, nullo huc usque invento phænomeno, quod cum ea conciliari non possit, plurimis inventis, quæ, postea quam ab ea deducuntur, successu, & conspiratione principium illud commendant plurimum, ex quo deducta sunt. Sed de his jam satis.

Quantum erret, qui Newtonum diversas, & inconnexas hypotheses securum censet, vel sequatur ipse.

173. Illud unum superest, ut definiamus, in qua ratione in hac Newtoniana ellipsi decrescant distantie ab æquatore ad polum, crescat autem gravitas. Id autem admodum facile definitur methodo, quam adhibui jam tum in illa dissertatione de figura Telluris. Sit in fig. 20 ECe diameter æquatoris, ECb axis ellipseos parum abluentis a circulo, & per quodvis ejus punctum P ducta recta CP , quæ circulo circumscripto occurrat in D , d , ac chorda ipsi Ee perpendiculari, quæ occurrat ellipsi iterum in p , circulo in F , f ; erit DP decrementum distantie, cui proximè proportionale erit etiam incrementum gravitatis residuæ cum sit, ut CE , sive CD ad CP

In qua ratione in Ellipsi Newtoni decrescant distantie a centro in pogressu ab æquatore ad polum. Initium analyseos. Tab. 4. Fig. 20

CP ita gravitas in *P* ad gravitatem in *E*, adeoque *DP* ad *CP* proxime constantem, ut est incrementum gravitatis ad constantem gravitatem *CE*.

Determinatio
rationis ejus de-
crementi.

174. Jam vero ex circuli natura est $DP \times Pd = FP \times Pf$; adeoque ob *Pd* proxime constantem est *DP* proxime, ut *FP*, & *Pf* conjunctim. Porro quoniam ex ellipseos natura Elementorum meorum tomo 3 num. 365 est *GF* ad *GP*, vel *Gp* in constanti ratione *CE* ad *CB*, erit & *GP*, & *Gf*, adeoque & earum differentia *PF*, & earum summa *Pf*, ut *GF*. Hinc illa ratio composita erit eadem ac duplicata rectæ *GF*, sive sinus arcus *EF*, qui proximè metitur distantiam loci ab æquatore, sive latitudinem. Quare habebitur & hic hoc theorema, ut supra num. 44, ac 48: *Est decrementum distantia, & incrementum gravitatis ab æquatore ad polum in ratione duplicata sinus recti latitudinis, vel in ratione simplici sinus versi latitudinis duplicata.*

Eadem ac ratio
incrementi gra-
duum. Poblema
figuræ inquiren-
dæ mutatis den-
sitatibus.

175. Porro videbimus sequenti capite, hanc eandem esse rationem incrementi graduum meridiani in ellipsi ab æquatore ad polum. Sed interea videndum, cujus figuræ debeat esse Tellus, si densitas sit alibi alia, & primo quidem, quid si certa lege crescat, vel decrescat a centro ad superficiem, deinde quid irregularis textus secum ferat.

Assumptum tu-
tissimè, sed Ber-
noullio ois per-
niciosum, nuclei
cù sphericis or-
bibus homoge-
neis circumqua-
que.

176. Consideremus igitur primo quidem globum solidum fluido circumdatum, quem ipsum in Tellure habemus casum, quo solido densitas in progressu a centro ad circumferentiam mutetur utcumque, illud autem fluidum sit densitatis constantis. Considerabimus autem densitatem ipsam in iisdem a centro distantis circumquaque æqualem. Id in fluida massa præstitit Daniel Bernoullius, in dissertatione de maris æstu, sed id, ut paullo infra videbimus, virum cæteroquin summum, & nulla unquam commendatione satis laudandum in errorem induxit. At id quidem si fiat cum debita præcautione in massa nuclei solida, & parum abludente a spherica forma, omni-

no licet. Si enim strata densitatis ejusdem formam & ipsa habeant a sphærica abludentem, strata itidem sphærica ita parum ab homogeneitate differe possunt, ut iis ad veram homogeneitatem reductis, nihil ad sensum mutetur gravitas fluidi ambientis, & positi in superficie, a cujus gravitatis positione pendet æquilibrium, quod quidem posset sane accurrantissime demonstrari; sed per sese fatis manifestum esse censeo. Porro is casus erit idem, ac si totus nucleus ille solidus homogeneus esset, materia omni per ipsum æqualiter distributa. Nam singuli orbis sphærici homogenei ita trahunt tam in primo, quam in secundo casu, ut traherent si in centro omnis eorum materia colligeretur, quod ex demonstratis a Newtono facile admodum deducitur.

177. Consideremus igitur globum solidum, cujus orbis concentrici homogenei sint, densitate in diversis distantiiis mutata utcunque; is autem ambiatur a fluido, & singulæ fluidi particulæ tam in se invicem, quam in particulas solidi tendant in ratione reciproca duplicata distantiarum, & convertatur circa proprium axem, ac in æquilibrium sit. Quidquid in singulis orbibus excedit densitatem fluidi ambientis, adducatur ad centrum, & in eo compenetratum intelligatur: æquilibrium fluidi manebit; gravitate ipsius in massam nuclei nihil mutata.

*Massa redundans
in fluido abacta
in centrum.*

178. Habebimus hoc pacto globum solidum cum fluido ambiente homogeneo ipsi globo, & præter vires extraneas pro vi, qua particulæ se invicem trahebant in ratione reciproca duplicata distantiarum, habebuntur jam binæ vires, una directæ ad centrum in ratione reciproca duplicata distantiarum ab ipso centro, & altera, qua partes fluidi jam homogenei se trahant in ratione pariter reciproca duplicata distantiarum a se invicem. Dissolvatur jam hoc fluidum, & lique scat, ac quæratu r status æquilibrium totius hujusce fluidi; eo enim statu invento, si iterum concre scat globus idem, fluidum reliquum non

*Soluta nucleo
jam homogeneo
casus priori æ-
quivalens.*

mutabit statum, non mutata neque directione, neque magnitudine virium cujuscumque particulæ.

Secunda hypo-
thesis, massæ e
centro attrahē-
tis in ratione di-
stantiarum.

179. Ut autem inveniatur status fluidi in hac prima hypothesi; concipiatur hypothesis secunda, in qua reliquis viribus manentibus, vis etiam, quæ tendit in massam in centro coadunatam, maneat eadem, quæ esse debet, in ipsa superficie extrema fluidi in polo, in reliquis autem distantis a centro quibuscunque non sit in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro, sed in simplici directâ. Fluido in hac secunda hypothesis ad æquilibrium redactò, quæratür discrimin figuræ, in quam se debet fluidum componere in illa hypothesis priore a figura debita huic posteriori hypothesis.

Secunda hypo-
thesis reduci
ad generalem
Mac-Laurini so-
lutionem.

180. In hac posteriore hypothesis omnia perinde accident, ac ubi superius inquisitum est in æquilibrium fluidi homogenei, cujus particulæ se attrahant invicem in ratione reciproca duplicata distantiarum, & tribus illis viribus præterea sollicitentur; quarum una dirigatur ad centrum, & sit in ratione distantiarum ab ipso centro, reliquæ duæ sint altera perpendicularis axi, altera perpendicularis æquatori, & singulæ suis distantis ab ipso axe, vel æquatore proportionales. Conditiones enim habebuntur prorsus eadem.

Schema pro se-
cunda hypothesis
Tab. 4, F. 21.

181. Exprimat jam in fig. 21. *BAb*, spheroidem Ellipticam, in quam se fluidum componeret in secunda hac hypothesis, & sit *BEbe*, globus habens pro diametro axem *Bb*, qui occurrat diametro æquatoris *Aa* in *Ee*. Erecta *EG* ad arbitrium assumpta, & perpendiculari ad *Aa*, quæ exprimat vim in illam massam positam in *C* debitam distantie *EC*, sive *CB*, ducatur *CG* occurrens rectæ *Al* parallelæ ipsi *EG* in *I*, & per *G* transeat hyperbola cubica *LG* habens pro asymptotis rectas *bC*, *CA*, & occurrens *Al* in *L*, cujus ordinatæ *EG*, *AL* sint in ratione reciproca duplicata abscissarum *EC*, *AC*.

Discrimen se-
cundæ a primâ,

182. Si secunda Hypothesis mutetur in primam; mutatio

tatio gravitatis in cruribus BC , CE erit prorsus æqualis . & ejus compen-
 In intervallo autem AE amittetur pars quædam gravita- satio in ipso
 tis ipsius . Nam particula A in secunda hypothesei haberet schemate .
 gravitatem AI , & in prima AL . Quare pondus columnæ
 AE in secunda Hypothesei exprimeretur per aream $AIGE$,
 in prima per aream $ALGE$; decremento ponderis expres-
 so per LGI . Si igitur affundatur tantundem fluidi homo-
 genei in AM ita , ut habeat tantum ponderis , quantum
 amittitur in AE , & id fiat in omnibus rectis quaquaver-
 sus circa centrum ; restituetur æquilibrium , & habebitur
 fluidum etiam in prima hypothesei in æquilibrium collo-
 catum .

183. Porro ut inveniatur illa altitudo AM , concipia- Constructio pro
 tur in GE productâ recta EF , quæ sit ad FG , uti est den- inveniendâ cõ-
 sitas fluidi ad densitatem mediam nuclei , ut idcirco sit pensatione .
 EF ad EG , uti est densitas fluidi ad densitatem materiæ
 redundantis positæ in centro , quæ utique erit etiam ra-
 tio vis puncti positi in E in globum jam homogeneous
 fluido , ad vim in materiam coadunatam in centro , cum
 vis in globum etiam sit eadem , quæ esset , si is quoque
 in centrum abiret totus . Referat autem ED vim in totam
 sphæroidem jam totam fluidam , quæ vis erit eadem ac
 vis in solam sphæroidem similem sphæroidi $ABab$ trans-
 euntem per E , adeoque erit aliquanto minor vi in glo-
 bum $EBeb$, & ducta per C , & D recta , quæ occurrat
 rectæ LLA in N , exprimet AN vim in totam sphæroi-
 dem fluidam , & homogeneous BAb secundæ hypothe-
 seos , cum ipsa vis in canali CA sit , ut est distantia a cen-
 tro, IN vim in totam massam compositam e sphæroide ho-
 mogenea , & massa in centro collecta attrahente in ratio-
 ne directa distantiarum, NL vim in utrumque, massâ centri
 in prima hypothesei attrahente in ratione reciproca dupli-
 cata distantiarum .

184. Sit NO versus A ad NL , uti est vis centrifuga in A ad gravitatem ibidem totam , & ducta CO , quæ
 occurrat rectæ GE in K , patet , fore DK vim centrifuga
 L 1 1 2 gam

gam in E , cum & ipsa vis centrifuga sit proportionalis distantiae a centro. Quare erit $OKGI$ totum pondus canal is AE in postrema hypothese massae attrahentis ex centro in ratione distantiarum, $OKGL$ pondus ejusdem in prima hypothese massae illius ex centro attrahentis in ratione distantiarum reciproca duplicata, LGI discrimen ponderum compensandum a particula AM . Satis igitur erit ducere rectam $RMQP$ parallelam $LAON$ ita, ut area $QOLR$, quae in priore hypothese exprimit totum pondus particulae AM , aequetur areae LGI , quae exprimit pondus amissum in regressu a secunda hypothese ad primam.

Methodus eam
inveniendi per
quadraturam da-
tam hyperbolae
cubicae.

185. Porro hujus hyperbolae cubicae RLG datur area per abscissas, & ordinatas, nam ejus area ab ordinata quavis EG in infinitum producta aequatur rectangulo sub abscissa CE , & ordinata EG , ac proinde area $LAEG$ differentiae rectangulorum CEG , CAL , & dantur ordinatae per abscissas, datur autem per abscissas & area terminata rectis CO , CI . Quare facile esset, vel per Geometriam, vel per analysim invenire punctum M ita, ut area $RQOL$ aequaretur trilineo LGI . Verum ob AE exiguam, & AM multo minorem, res multo facilius perficietur, si consideretur arcus GLR , ut rectilineus.

Trilinei hyper-
bolici valor ha-
bito exiguo ejus
usui pro rectili-
neo.

186. Ducta igitur GH parallela EA , erit triangulum LGI ad rectangulum $AEGH$, ut LI ad duplam AH , sive EG . Est autem in primis EG ad HI , ut CE ad GH , sive AE , & cum sit eadem EG ad AL , ut AC^2 ad CE^2 , adeoque dividendo ipsa EG ad HL , ut CA^2 ad rectangulum AEa , sive ob Ea proxime duplam CE , & CA proximam CE , ut eadem illa CE ad duplam AE ; erit LH proximè dupla HI , & EG ad totam LI , ut CE ad triplam AE .

Determinatio
illius compensa-
tionis.

187. Habito autem trapezio $QOLR$ pro parallelogrammo cujus basis OL , vel proximè KG , altitudo AM , & trilineo LGI pro triangulo, cujus basis LI altitudo HG , erit LI ad AM , ut LO , vel KD ad $\frac{1}{2} GH$, sive $\frac{1}{2} AE$. Quare compositis rationibus erit EG ad AM , ut CE \times KG ad $\frac{1}{2} AE^2$, adeoque $AM = \frac{3EG \times AE^2}{2KG \times CE}$; unde eruitur

hæc proportio $KG . \frac{1}{2} EG :: \frac{AE^2}{CE} . AM$, sive ut vis tota in æquatore ad $\frac{1}{2}$ vis tendentis in illam massam positam in centro, ita tertia continuè proportionalis post semiametrum, & differentiam ipsius a semidiametro æquatoris ad altitudinem illam quæsitam.

188. Porro tres casus haberi possunt. Vel enim densitas nuclei est major densitate fluidi, vel ipsi æqualis, vel minor. In primo casu debet jacere EG cum toto trilineo LGI ad partes oppositas rectæ CE respectu EF , ut vis tota in particulis EA coalescat e summa virium in sphaeroidem, & centrum. Hoc casu LGI est defectus ponderis hypothesis primæ, in qua massa in centro attrahat in ratione reciproca cuplicata distantiarum, ab hypothesis postrema in qua attrahat in ratione simplici distantiarum directa, adeoque suppleri debet ejus defectus addita AM . Erit autem semper in eo casu ipsa AM perquam exigua. Nam semper DG in eo casu erit major, quam GE , & cum DK respectu DG debeat esse perquam exigua, nimirum vis centrifuga respectu gravitatis primitivæ, erit & KG vel major ipsa GE , vel (si forte densitas fluidi FE sit perquam exigua, ut & DE sit exigua, adeoque DK , vel æqualis ipsi, vel ea minor) eidem æqualis, vel ita paullo minor, ut ad rationem æqualitatis proximè accedant. Quare & AM vel erit e contrario minor, quam tertia proportionalis post CE , & EA , vel ipsi æqualis, vel ea major sed ita paullo, ut proximè ad æqualitatem accedant.

Tres casus nuclei densitate fluidi, æque densi, minus densi. Evolutio primi casus.

189. In secundo casu nihil materiæ in centro colligitur, evanescit trilineum LGI abeuntibus LG , GI in AE , EA , & casus reducitur ad Mac-Laurini determinationem pro fluido homogeneo. Nihil in eo addendum supra illam ellipsim.

Evolutio secundi.

190. In tertio casu EG cum suo trilineo LGI abit ad partes oppositas in EG' cum trilineo $L'G'I'$. Tum vero in centro non colligitur materia nuclei redundans, sed con-

Evolutio tertii, massa in centro in eo casu repellens, non attrahens.

cipitur

pitur in nucleo supplementum materiæ, quod minorem ejus densitatem compenſet, & ipſum ad homogeneitatem reducat. Sed idcirco in centro concipi debet tantundem materiæ præditæ vi repulſiva agente in ratione diſtantiarum reciproca duplicata, quæ materiæ aggelæ niſum elidat. Eo caſu trilineum $L'G'I'$ pondus $OKG'I'$ non minuit, ſed auget, cum dematur plus, quam demi deberet, ſi vis repulſiva non creſceret in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ſed creſceret in ratione ſimplici directa. Hinc AM non deberet addi, ſed demi, abeunte ipſa AM in AM' negativam, uti abiit EG in EG' .

Methodù in tertio caſu rite procedere, ſi densitas nuclei non ſit perquam exigua

191. Sed in eo caſu niſi EG' plurimum acceſſerit ad K , omnia rite procedent. Non accedet autem niſi FG' densitas nuclei fuerit nimis exigua reſpectu FE densitatis fluidi. Nam vis centrifuga DK ſemper erit perquam exigua reſpectu gravitatis DG' , & FD ſemper eſt exigua reſpectu FF . Eſt enim EF ad ED ex hypotheſi, ut gravitas puncti E in globum $BEbe$ ad gravitatem in ſphæroidem BAb , nimirum in ſphæroidem ei ſimilem tranſeuntem per E , adeoque per num. 155, ut $\frac{2}{7} CA$ ad $\frac{2}{7} CA - \frac{2}{17} AE$, ſive ut CA ad $CA - \frac{2}{7} AE$. Quare in hoc caſu id, quod auferendum eſt, vel eſt proximum huic tertie proportionali, vel ad eam habet rationem non ita magnam, & exiguum manebit; quod ſemper habebitur, ubi non nimis exigua evaſerit densitas uuclei reſpectu densitatis fluidi.

Compèſatio circum ubique per gyrum ſimilis.

192. Si in quavis recta CVT fiat idem, addendo nimirum, vel auferendo Tt , quæ ſit ad tertiam continuè proportionalem poſt CT , & VT , proximè, ut eſt densitas nuclei ad ſummam, vel differentiam denſitatum; totum fluidum erit in æquilibrio. Nam æquilibrio ipſum turbari poſſet ſolum ab actione attractionis illius mutæ agentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, pendens ab attractione in illum acceſſum fluidi $AMtT$, quæ prorfus inſenſibilis eſt ob exiguitatem, & diſtantiam. Si autem ejus habenda eſſet ratio, oporteret alium menſurum adde-

addere, vel auferre, qui differentiam virium compensaret, qui quidem respectu prioris esset prorsus insensibilis. Atque hic quidem illud accidit, quod in maxime convergentibus seriebus, ut bini priores termini ad magnitudinem quaesitam inveniendam abunde sufficiant.

193. Pro casu, in quo recta EG' esset satis proxima EK , vel etiam eandem transcurreret, facile esset vel ope Geometriæ, vel ope calculi finiti definire quantitatem illam AM' demendam ab AE , verum in eo casu solutio nullius est usus, ut infra patebit.

Si densitas nuclei sit perquam exigua, adhuc rem definire posse.

194. Porro figura $BMtb$ abludit nonnihil ab ellipsi. Nam si ea esset ellipsis, uti est BAb , esset ut facile deducitur ex num. 174 tam Vt , quam VT proxime in ratione duplicata sinus anguli bCT , adeoque Vt , ut VT , & idcirco etiam Tr , ut VT . Est autem ex constructione Tr , ut VT^2 , cum sit, ut tertia post CV constantem, & ipsam VT ; adeoque decrescit versus polos multo minus, quam decresceret, si etiam t esset ad ellipsim. Sed quoniam tota Tr admodum exigua est ubique non solum respectu totius CV , sed etiam respectu VT ; tota ejusmodi figura parum admodum ad ellipsi discrepabit, & curvaturam habebit ubique ad sensum eandem, ac illa; in casu autem nuclei rarioris ad circulum accedet magis.

Compensatione exigua, curva nova ab ludens ab ellipsi, sed parum.

195. Multo autem minus esset, ac prorsus insensibile id discrimen, ubi agitur de maris aestu, cui tota hæc theoria admodum facile aptari potest. Nam ibi tota elevatio AE , vix ad 10 pedes, sive duos passus assurgit; adeoque tertia post CE passuum 4300, & AE passuum 2, est $\frac{1}{21750}$ unius passus, quod est minus trigesima digiti parte, adeoque quæcumque sit densitas fluidi ambientis respectu densitatis nuclei solidi, elevatio in eo casu casu homogeneitatis nihil ad sensum discreparet.

Multo minus fore discrimen in maris aestu.

196. Oportet jam definire ellipticitatem AE in hac postrema hypothese, in qua habetur massa fluida homogenea, attrahens in ratione reciproca duplicata distantiarum, massa in centro coacervata attrahens in ratione dire-

Investigatio ellipticitatis in postrema hypothese

directa distantiarum, & vis centrifuga. Eam determinabimus hoc pacto. Dicatur densitas fluidi t , densitas nuclei solidi, quem primo concepimus p , & sit $p-t=q$, quæ, nuclei globo redacto ad homogeneitatem cum fluido, erit densitas massæ in centrum abactæ. Dicatur autem semiaxis $CB=CE=r$, differentia $AE=x$, ac sit ratio vis centrifugæ ad gravitatem totalem in æquatore n ad m . Per hosce valores determinabimus vim in polo B , ac ejus differentiam a vi in æquatore in A , & cum vis in B ad vim in A debeat per num. 121 esse, ut est CA ad CB , erit CA , vel proximè CE ad EA in eadem ratione vis in B ad differentiam virium, quod ipsam AE determinabit.

Vis tota in superficie sphaeroidis.

197. In primis vis tota puncti B in globum BE radio $CB=r$, & densitate t , juxta num. 154 est $\frac{2}{7} ctr$, in materiam coadunatam in centro $\frac{2}{7} cqr$, in utrumque simul $\frac{2}{7} cpr$, & hæc postrema erit proxima vi toti puncti E in totam sphaeroidem cum nucleo, quæ, ubi de tota gravitate agitur, non de differentiis, assumi poterit pro gravitate ubicunque in sphaeroidis superficie.

Differentia cres vis in æquatore, & polo.

198. Porro ea tria habet discrimina a gravitate in A . Primo quidem vis, qua fertur A in totam sphaeroidem fluidam homogeneam superat vim, qua fertur B in eandem, & est per num. 156, ut CA , vel proximè CE ad $\frac{2}{7} AE$, nimirum ut r ad $\frac{2}{7} x$, ita vis puncti B in sphaeroidem $= \frac{2}{7} ctr$, ad ejus excessum supra vim in A , qui evadit $\frac{2}{7} ctx$. Deinde est ut $CE=CB=r$ ad $EA=x$, ita vis puncti B in massam in centro positam $= \frac{2}{7} cqr$ ad ejus defectum a vi puncti remotioris A in ipsam, qui evadit $= \frac{2}{7} cqx$. Demum est ut m ad n , ita gravitas illa primitiva $\frac{2}{7} cpr$ communis toti Telluris superficiei, ad vim centrifugam in $A = \frac{2cpr}{3m}$, quæ in B est nulla.

Formula Indecurta pro ellipticitate.

199. Tota igitur differentia virium B , & A erit $\frac{2}{7} ctx$
 $-\frac{2}{7} cqx + \frac{2cpr}{3m}$, & ratio vis in B ad ipsam erit $\frac{2}{7} cpr$
 ad $\frac{2}{7} ctx - \frac{2}{7} cqx + \frac{2cpr}{3m}$, sive dividendo per $\frac{2}{7} cp$ erit,

ut r ad $\frac{tx}{5p} - \frac{x}{p} + \frac{nr}{m}$, quæ cum esse debeat ratio CB ad

EA , five r ad x , erit $x = \frac{tx}{5p} - \frac{x}{p} + \frac{nr}{m}$, five $x \left(1 - \frac{t}{5p} + \frac{q}{p} \right)$

$= \frac{nr}{m}$. Posito autem $p - t$ pro q , est $1 - \frac{t}{5p} + \frac{q}{p} = 1 - \frac{t}{5p}$

$+ \frac{p}{p} - \frac{t}{p} = 1 - \frac{6t}{5p}$. Erit igitur $x \left(2 - \frac{6t}{5p} \right) = \frac{nr}{m}$, ac pro-

inde $x = \frac{nr}{2m \left(1 - \frac{3t}{5p} \right)}$

200. Hæc formula congruit penitus cum ea, quam exhibuit D'Alembertus in opusculo suo de ventorum causa, quod a Berolinensi Academia retulit præmium anno 1747, & cum alia multo generaliore, quam in opusculo de Telluris figura protulit Clerautius; pugnat autem cum iis, quæ Daniel Bernoullius protulit in dissertatione, quæ inter præmio donatas ab Academia Parisiensi habetur ad annum 1640. Continet itidem confectaria quædam, quæ prima fronte videntur paradoxa, & ipsius calculi, ac Geometriæ indoli contraria, sed si rite res expendatur, verissima sane sunt.

Consensus formulæ cum D'Alemberto, & Clerautio, dissensus a Bernoullio.

201. Ut a Bernoullio ducamus exordium, is quidem pro hoc ipso casu nuclei solidi, & fluidi ambientis, ac una cum ipso circumacti in gyrum ejusmodi formulam proponit pro differentia semiaxis a semidiametro æquatoris, ut ipsa differentia sit reciproce proportionalis densitati fluidi; unde intulit æstum aeris atmosphæram elevare ad duo miliaria, quam elevationem in barometro non sentiri censuit ex eo, quod ob elasticitatem atmosphæra statim acquirat æquilibrium quoddam, quo fiat, ut quodcumque superficiæi terrestris punctum sentiat medium totius atmosphære pondus.

Bernoullii formula, quid secum trahat.

202. Porro id nostræ huic formulæ adversatur. Nam in ea si nucleus sit satis densus respectu fluidi ambientis, erit p numerus admodum ingens respectu t , adeoque fra-

Ejus dissensus a formula hic tradita.

M m m ctio

ratio $\frac{3r}{5p}$ perquam exigua, & tota formula æqualis quamproximè $\frac{nr}{2m}$, quæ attenuato in immensum fluido non solum non excrescet in immensum, sed potius decrescet, & in infinitum accedet ad valorem $\frac{nr}{2m}$.

Error Bernoulli
decrectus etiam a
D^o Alemberto :
erroris fons .

203. Porro non nostra, sed Bernoullii formula a veritate aberrat. Id quidem in eodem illo suo opusculo notavit jam tum D'Alembertus ipse. Id ipsum autem & ego quidem in dissertatione de Maris æstu edita eodem anno demonstravi, ac originem erroris eundem protuli, quem eodem tempore D'Alembertus, quod nimirum in methodo canalium adhibita a Bernoullio non liceat considerare orbis sphericos concentricos ut densitatis ejusdem. Nam si tota massa esset fluida, orbis diversæ densitatis ipsi etiam elliptici evaderent, cuius rei si habeatur ratio, multo minor elevatio requiritur in æquatore pro compensatione vis amissæ ob vim centrifugam, quam si hæc omnis jactura compensari deberet solo fluido ambiente nucleum, quo casu nimirum hujus fluidi altitudo deberet esse ipsius densitati reciproce proportionalis ad certam jacturam compensandam. Idcirco ego, ut methodum canalium tuto adhiberem, massam solidam prius ad homogeneitatem adduxi, amandata in centrum redundante materia, tum dissolvi. Et quidem evidentissimum est, si tanta in aere altitudinis mutatio haberetur, eam a barometro indicari debere, nec æquilibrium illud quidquam suffragari, ut ipse D'Alembertus notavit itidem. Nam æquilibrium requirit illud, ut quævis particula in omnes plagas æqualibus urgeatur viribus, non ut una urgeatur viribus iisdem, quibus alia alibi sita, veluti intra ipsam atmosphæram particula in summo monte posita minus premitur, quam in ima valle, licet utraque in æquilibrio sit.

204. D'Alem-

204. D'Alemberti formula habetur prop. 6 artic. 28, ubi cum sit ρ semidiameter nuclei, r semidiameter fluidi n ad m ratio diametri ad circumferentiam, δ densitas fluidi, Δ densitas nuclei, p gravitas ubicunque in superficie fluidi, ϕ vis centrifuga in æquatore, rota formula pro differentia femiaxis a semidiametro æquatoris est $\frac{\phi r}{2p}$:

D' Alembert's formula, & ejus reductio ad hanc graditam.

$(1 - \frac{3nr}{5(n\delta r - n\delta\rho + n\Delta\rho)})$, quæ factis ρ , & r æqualibus ob altitudinem fluidi ad sensum nullam respectu nuclei solidi, evadit $\frac{\phi r}{2p(1 - \frac{3\delta}{5\Delta})}$. Est autem hic mihi $\frac{n}{m}$,

t , $\frac{t}{p}$, quod ipsi $\frac{\phi}{p}$, $2n$, $\frac{\delta}{\Delta}$, quibus valoribus substitutis

migrat illa in ipsam meam $\frac{nr}{2m(1 - \frac{3\delta}{5p})}$.

205. Considerentur jam diversæ relationes densitatum t , & p . Si densitas nuclei est immensa respectu densitatis fluidi, evanescit fractio $\frac{3\delta}{5p}$, & formula evadit $\frac{nr}{2m}$, quæ,

Diversificatus diversæ densitatis nuclei respectu fluidi. Quid ubi ea major, & æqualis.

imminuto valore p respectu t , perpetuo crescit donec $\frac{3\delta}{5p}$ unitate est minor, cum totus divisor perpetuo decrescat, ac ubi demum evadit $p = t$, formula evadit $\frac{nr}{2m(\frac{1}{2})} = \frac{5nr}{4m}$

ut supra vidimus, ac est valor in casu infinitæ densitatis nuclei ad valorem in casu homogeneitatis, ut $\frac{5}{2}$ ad $\frac{1}{4}$, sive ut 2 ad 5. Atque hi casus intermedii omnes pertinent ad fluidum homogeneum, cujus particulæ se attrahant in ratione reciproca duplicata distantiarum una cum massa in centro posita, & exercente vim attractivam in ratione directa simplici distantiarum, ac reducuntur ad massam in centro positam, & attrahentem in ratione reci-

M m m 2

proca

proca duplicata distantiarum, adeoque ad nucleum solidum æque densum paribus a centro distantis, sed mediæ densitatis majoris densitate fluidi, & præditum vi mutua attractiva eadem, qua fluidum, per illud additamentum AM , Tt . In iis autem casibus omnibus solutio ritè procedit, si vis centrifuga respectu gravitatis sit exigua, cum exiguus evadat valor formulæ respectu r , sive elevatio exigua, uti suppositum est in eruenda formula ipsa, computando ex hac hypothese differentiam attractionis in æquatore, & polo.

206. Si jam sit nucleus minus densus, quam fluidum, præter sphæroidem fluidi homogenei, concipitur in centro massa repulsiva, æquivalens materiæ, quæ fluido additur, ut ad homogeneitatem reducatur. Sed adhuc valor formulæ remanet positivus, donec p ad t , sive densitas solidi ad densitatem fluidi est in ratione majore, quam 3 ad 5, ac perpetuo crescit, & cum adhuc distantia ab

Quid, ubi minor, sed in ratione majore quam 3 ad 5, vel in eadem ratione, vel in proxima ipsi, quo casu formulæ valor in immensum excrescit.

ea ratione est tanta, ut $1 - \frac{3t}{5p}$, sive $\frac{5p-3t}{p}$, sit fractio

multo minor, quam $\frac{m}{2n}$, ellipticitas exigua est, & formula ritè procedit.

At ubi ad eam rationem nimis acceditur, jam formulæ valor in immensum excrescit, qui deinde etiam in negativum transit. Circa hosce limites formula jam accurata esse non potest, cum eruta sit ex hypothese exiguæ excentricitatis tam differentia attractionum in æquatore, & in axe, quam differentia vis repulsivæ pertinentis ad massam in centro positam.

Qua ratione solvi posset problema ellipticitate nimis auga.

207. Si generaliter assumeretur in ellipsoide utcumque compressâ, vel productâ accurata ratio vis in polo ad vim in æquatore per semiaxes ellipseos genitricis, quod Mac-Laurinus præstitit, & vis illa repulsiva proportionalis distantie itidem accuratè exprimeretur per easdem, ac ratio vis centrifugæ sub æquatore ad ipsam, quæ constans est; haberetur accurata expressio vis totius in æquatore, ad vim in polo per functiones semiaxium, in qua

in qua ratione reciproca si ponentur ipsi semiaxes, haberetur æquatio ad semiaxes ipsos accuratè eruendos, & constructio generalis accurata problematis cum ingenti semiaxium inæqualitate. Tum forma inventa corrigenda esset methodo exposita a num. 183 addendo, vel demendo AM , vel AM' respondentem trilineo LGI , vel $L'G'I'$. Sed jam additamentum AM , Tr , non ita exiguum esset, ut nova correctio negligi posset. Verum ii casus ad rem nostram non faciunt, cum Tellurem videamus proxime sphericam ellipticitate perquam exigua.

208. Ubi ratio p ad t est adhuc minor, quam 3 ad 5, tum valor formulæ jam est negativus, & indicat æquilibrium haberi non posse in sphæroide compressa ad polos, sed in producta. Et quidem, ubi non ita multum receditur ab illa ratione, jam valor formulæ evadit exiguus, & formula ipsa non erronea. Nam si ratio sit 3 ad 6 erit $\frac{3t}{5p} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$, ac valor formulæ $-\frac{5nr}{2m}$ satis exiguus. Is deinde valor perpetuo decrescit, decrescente densitate nuclei, donec ea evanescente, & nucleo prorsus vacuo, evadat $1 - \frac{3t}{5p}$ valor infinitus, adeoque totius formulæ valor = 0.

valor negativus ubi ratio minor quam 3 ad 5, & productio ad polos.

209. Jam vero hic se statim objiciunt quædam, quæ prima fronte videntur paradoxa, & penitus absurda. Et primo quidem illud consequitur, minima etiam, & prorsus insensibili vi centrifuga, sive rotatione etiam, quæ mille annis vix absolvatur, posse admodum sensibilem haberi compressionem. Utcumque enim sit exiguus valor n respectu m , si $3t$ satis proximè accedat ad $5p$, tota formula satis magnum habebit valorem. Comprimitur igitur fluidum motu usque adeo insensibili compressione satis magna, quæ alicubi etiam prope ejusmodi rationem in infinitum excrescet. Utut enim formula eruta ex hypothesi compressionis exiguæ erronea esse possit in casu compressionis ingentis, ut adeo transitus per infinitum fieri

Minima vi centrifuga posse haberi magnâ elevationem, ubi ratio sit proximè rationi 3 ad 5.

fieri possit extra eum locum, quem formula ipsa indicat; adhuc tamen non potest valor, qui crescendo transit in negativum, non transire alicubi per infinitum. Nullus autem erit limes, ultra quem exiguus esse non possit motus, & vis centrifuga, cum compressione ingenti. Porro videtur evidens per sese, vim centrifugam adeo exiguam nihil ad sensum debere deflectere directionem gravitatis, & nihil ad sensum turbare sphaericæ figuræ æquilibrium. Turbat tamen, & ubi parum admodum coegerit a sphaerica figura racerere in casu valoris negativi, crescente inæqualitate gravitatis in polo, & in æquatore semper magis, & crescente in æquatore vi repulsiva materiæ in centro collocatæ, habebitur nova elevationis ulterioris causa, & elevatio initio semper major, serie quadam continuo crescente, donec, ubi formulæ valor est positivus, deveniatur ad æquilibrium, & ubi est negativus, fugiat fluidum in infinitum æquilibrium nusquam invento, & nusquam revocatum.

Quo pacto haberi possit æquilibrium in sphaeroide producta ad polos, licet habeatur in æquatore vis centrifuga.

210. Alterum paradoxum est illud, quod si densitas fluidi sit multo major densitate nuclei, debeat cum motu circa suum axem id fluidum conjungere productionem ad polos, & depressionem ad æquatorem. Videtur autem quæcumque sit densitatum ratio, in sphaeroide producta ad polos nec æquilibrium canalium, nec directionem superficiei perpendicularem haberi posse: & tamen id ipsum omnino consequitur. Erit nimirum quædam determinata productio ad polos, quæ æquilibrium admittet. Id autem idcirco accidet, quod in sphaeroide producta vis in axe est minor quamvis in æquatore juxta num. 156. Præterea massa illa in centro posita repellens in ratione directa simplici distantiarum, cum repellat æque canales æquales, repellet præterea magis fluidum in canali tendente ad polum, ut pote longiore, quam in canali tendente ad æquatorem, & id quidem excessu respondente excessui longitudinis. Hinc fieri potest, ut vis centrifuga respondens canali tendenti ad æquatorem

com-

compenset accuratè illa bina capita, ex quibus vis in canali tendente ad polum minuitur. Atque id ipsum accidit in casu formulæ abeuntis in negativam, ut facta demonstratione pro eo casu, facile etiam immediate demonstratur.

211. Verum in eo casu notandum maxime illud, quod fluidum sine ulla vi centrifuga collocatum in figura sphaerica esset etiam prorsus in æquilibrio. Accedente conversione, pondus in canali tendente ad æquatorem decrescet, & idcirco fluidum ibi elevabitur, & deprimetur ad polos. At quo magis mutabitur figura, eo magis ab æqualitate recedent binorum canalium pondera, viribus singularum particularum majorem habentibus inæqualitatem vis, quam ut ulla inæqualitate longitudinum compensari possit. Adeoque non abibit in eam figuram, quam requirit æquilibrio, nimirum productam ad polos, sed ab ea in infinitum recedet, & demum dissolvetur fluidum ipsum, ac vi repulsiva e centro, & vi centrifuga e conversione perpetuo prævalentibus vi attractionis in sphaeroidem, abibit in infinitum.

In eo casu fluidum constitutum extra cum æquilibrii statum recessurum ab eodem magis.

212. Hinc ad habendum æquilibrio in eo casu, oportet habeat immediate illam figuram productam ad polos quæ cum ipso æquilibrio conjungitur. Eam si accipiat, retinebit. At si eam amittat & utcumque paullo minorem compressionem acquirat, non regredietur, sed perpetuo magis recedet ab ea figura ipsa. In minori enim distantia a sphaera, canalis tendens ad polum minus amittet ponderis, quam canalis tendens ad æquatore, in quo idcirco fluidi altitudo perpetuo augebitur, & per id ipsum aucta semper magis inæqualitate, semper productio fiet minor, tum fiet transitus ad compressionem in polo, & elevationem in æquatore, quæ itidem in infinitum augebitur. Atque itidem censeo, piget enim diutius in iis immorari, ubi casu aliquo elevetur magis fluidum in polis, quam æquilibrio requirat, inæqualitatem pariter augeri debere magis, & fluidum ab æquilibrio semper magis recedere.

Constitui debere in eo statu, ut æquilibrio habeat, sed ipsum minimo motu amissurum.

Idem ibi acci-
dere quod in Au-
toris theoria in
limite non cohæ-
sionis.

213. Nimirum id ipsum ibi accidet, quod in mea theoria physicæ generalis punctorum indivisibilium, quæ certa lege pro certis distantis se mutuo repellunt, pro aliis attrahunt. In ipso transitu a vi repulsiva ad attractivam, crescentibus distantis, eum limitem, in quo fit is transitus, appello limitem cohæsionis, cum vero, in quo crescente distantia fit transitus e contrario a vi attractiva ad repulsivam, dico limitem non cohæsionis, & primi quidem generis limites ubi bina puncta habuerint, servant ita, ut inde per vim demota, se restituant; secundi autem generis limites servant quidem, sed vel tantillum inde dimota, recedunt per se magis, & eum limitem fugiunt. Ita & hic fluidum tuetur id æquilibrium, quod habet in casu valoris positivi formulæ, & inde dimotum eo se sponte restituit, at e contrario si agatur de æquilibrio, quem negativa formula exhibet, ipsum a fluido facile admodum amittitur quovis utcumque exiguo motu, & amissum non recuperatur, sed perpetuo magis ab eo receditur. Quamobrem id æquilibrii genus videtur omnino ineptum ad figuram Telluris vel per diurnam rotationem, vel in maris æstu acquirendam.

Aptior Clerautii
theoria nuclei
elliptici ad ex-
plicandam, si o-
porteat produ-
ctionem.

214. Atque eam ipsam ob causam si Terra cum rotatione diurna conjungeret productionem ad polos, aptior sane esset Clerautii theoria, qui nucleum solidum figuræ productæ concipit, cui affusum fluidum accipiat deinde formam productam itidem, sed minus, quamquam eum videtur innuere D' Alembertus, ubi detecta productione fluidi cum æquilibrio per nucleum sphericum, sed minus densum, concludit, eo pacto haberi posse productionem ejusmodi, etiam sine solido nucleo producto. Nam Clerautius ipse ejusmodi generalem formulam proposuerat pro figura fluidi affusi nucleo elliptico, quæ in casu nuclei spherici, & exiguæ altitudinis fluidi reducitur ad illam ipsam D' Alemberti formulam, & meam, quæ, nucleo minus densa respectu fluidi quam in ratione 3 ad 5, negativum valorem exhibet, & productionem indicat.

215. Habet ipse in opere de figura Telluris edito anno 1743 generalem formulam §. 31 partis 2 pro ellipticitate sphaeronidis, in quam componitur fluidum, quod ambiat nucleum solidum ellipticum densitatis homogeneae, sed discrepantis a densitate nuclei. Est ipsi semidiameter figuræ fluidi r , figuræ nuclei a , ellipticitas hujus, sive excessus semidiametri æquatoris supra semiaxem divisus per ipsam semidiametrum æquatoris a , densitas fluidi 1 , densitas nuclei $1+f$, ratio vis centrifugæ in æquatore ad gravitatem ibidem ϕ . Evadit autem formula generalis pro ellipticitate ipsius fluidi,

Formula Cle-
rautil.

$$\frac{6a^3fa + 5a^3f\phi + 5\phi}{10a^3f + 4}$$

216. Pro nucleo sphaerico fit $a = 0$, & primus numerator terminus evanescit. Pro exigua fluidi altitudine fit $a = 1$, adeoque formula evadit $\frac{5f\phi + 5\phi}{10f + 4}$. In ea ponatur

Ejus reductio ad D'Alembertianam, & hic traditam.

$\frac{\phi}{p}$ pro ϕ , & $\frac{\Delta}{\delta}$ pro $\frac{1+f}{1}$, sive $\frac{\Delta}{\delta} - 1$ pro f , r pro 1 , qui sunt valores correspondentes apud D'Alembertum, ac evadit numerator $\frac{\phi r}{p} \left(\frac{5\Delta}{\delta} - 5 + 5 \right) = \frac{\phi r}{p} \times \frac{5\Delta}{\delta}$, denominator $\frac{10\Delta}{\delta} - 6$, adeoque valor formulæ $\frac{\phi r}{p} \times \frac{5\Delta}{10\Delta - 6\delta}$
 $= \frac{\phi r}{p} \times \frac{1}{2 - \frac{6\delta}{5\Delta}} = \frac{\phi r}{2p \left(1 - \frac{3\delta}{5\Delta} \right)}$, prorsus ut apud D'Alembertum, & apud me.

217. Hypothesis nuclei elliptici non modo utilis est ad conciliandam productionem ad polos cum rotatione, sed etiam ad conciliandam cum eadem quamcumque compressionis magnitudinem, & quamcumque absolutam differentiam gravitatis in diversis latitudinibus. Quamobrem in eam nunc Geometriæ itidem ope juxta instituti mei rationem inquirendum esset. Verum quoniam

Hypothesis nuclei elliptici, & aliarum figurarum ejusdem car hic omisa. In hypothesibus hic expositis, quæ ratio incrementi gravitatis. Tab. 4, F. 21.

N n n

ut

ut infra videbimus, longitudini pendulorum *satisfacit* nucleus etiam sphaericus, graduum autem series ellipsim respuit, & irregularitatem praefert, ab ea hic perquisitione abstinere, & agam de discrimine gravitatis in hypothesebus hucusque expositis. Si fluidum homogeneum est cum nucleo, erit per num. 174 incrementum gravitatis ab aequatore ad polos, ut quadratum sinus latitudinis, atque id ipsum accidet in casu heterogeneitatis. Habetur enim generaliter illud: si quantitas quavis D parum mutetur, mutatio potentiae D^m erit potentia mD^{m-1} ducta in ejus mutationem, adeoque ob D ad sensum constantem mutatio ipsius potentiae sequetur rationem eandem, ac mutatio quantitatis simplicis. Porro in secunda hypothesi, quae ellipsim accuratam requirit, vis tota in superficie est per num. 134, ut normalis, sive reciproce, ut perpendiculum e centro in tangentem, nimirum quamproxime reciproce, ut distantia. Sola autem vis in massam in centro positam in ea hypothesi est directe, ut distantia, & ei in prima hypothesi succedit vis reciproca quadrato distantiae. Quare omnium earum virium mutatio est, ut mutatio distantiae, nimirum ut quadratum sinus latitudinis. Habetur igitur in secunda hypothesi ea ratio, & in prima itidem addita-menta vero illa perquam exigua AM , Tt rem nihil ad sensum turbant.

Formula pro excessu gravitatis in polo, & in quovis loco supra gravitatem in aequatore in casu homogeneitatis nuclei, & fluidi.

218. Discrimen binorum casuum homogeneitatis, & heterogeneitatis erit in absoluta differentia gravitatis in aequatore a gravitate in polis. Gravitas primitiva in aequatore ad ejus defectum a gravitate in polo sphaeroidis compressae in casu homogeneitatis erit juxta num. 155 ut CA , vel proximè CE ad $\frac{1}{4} AE$. Sit igitur $CE = r$, $AE = x$, gravitas absoluta in aequatore m , vis centrifuga n , & erit differentia virium in aequatore, & polo $\frac{mx}{5r} + n$; erit autem juxta num. 158 $x = \frac{5nr}{4m}$. Quare erit ea differentia $\frac{1}{4} n + n = \frac{5}{4} n$. Quod si sinus latitudinis di-

catur

catur , ad radium = 1 , erit ipsius quadrato proportiona-
lis excessus gravitatis in quovis loco supra gravitatem in
æquatore , adeoque erit $\frac{1}{2}ns^2$ in hac hypothefi homoge-
neitatis excessus gravitatis in loco quovis , supra gravita-
tem in polo .

219. Quod si orbes diverfi etherogenei fint , & massa
in centro collecta agat in fecunda hypothefi in ratione di-
recta distantiarum , fit ad massam reliquam , quemadmo-
dum & supra pofuimus , ut q ad t , ac $t + q = p$, erit per

Formula pro eo-
dem in casu cu-
juscumque den-
sitatis nuclei pro
fecunda hypo-
thefi .

num. 199 , ut r ad $\frac{tx}{5p} - \frac{qx}{p} + \frac{rn}{m}$, vel pofito $p - t$ pro q ,

ut r ad $\frac{tx}{5p} - x + \frac{tx}{p} + \frac{nr}{m} = \frac{\delta tx}{5p} - x + \frac{nr}{m}$, ita gravitas m ad

differentiam gravitatis = $\frac{6mtx}{5pr} - \frac{mx}{r} + n$. Est autem $x =$

$\frac{nr}{2m(1 - \frac{t}{p})}$ per num. 199. Igitur pofito pro x hoc va-

lore , erit differentia gravitatis $\frac{3tn}{5p(1 - \frac{t}{p})} - \frac{tn}{2(1 - \frac{t}{p})}$

+ n , five $\frac{6tn}{10p-6t} - \frac{5pn}{10p-6t} + \frac{10pn-6tn}{10p-6t} = \frac{5pn}{10p-6t}$

= $\frac{n}{2(1 - \frac{t}{p})}$, ubi ratio t ad p est ratio denfitatis nostro-

rum marium ad mediam denfitatem Telluris .

220. At in prima hypothefi , in qua massa in centro
collecta agat in ratione reciproca duplicata distantiarum ,
differentia virium erit major . Nam e tribus differentiis
virium , quas superiore numero defumpimus ex num. 199

Formula pro
prima .

ad primam illam proportionem , prima $\frac{tx}{sp}$, quæ agit in

sphæroidem homogeneous , & tertia , quæ pertinet ad vim
centrifugam , manent in regressu , a fecunda hypothefi ad

primam : fecunda = $\frac{qx}{p}$, quæ pertinet ad massam in cen-

N n n 2 tro

tro collectam, & exprimitur in fig. 21 a lineola *HI*, mutatur in $\frac{2qx}{p}$, quam ibidem exprimit lineola *HL* priori contraria, & ejus dupla. Quamobrem satis erit a superiore formula differentię $\frac{5pn}{10p-6t}$ auferre $-\frac{mqx}{rp}$,

& ipsi addere $\frac{2mqx}{rp}$, sive ipsi addere $\frac{3mqx}{rp}$, ut habeatur

formula pro prima hypothesi. Est autem $\frac{5pn}{10p-6t} = \frac{5n}{2}$

$\times \frac{p}{5p-3t}$, & ob $x = \frac{nr}{2m(1-\frac{t}{5p})}$, sive $\frac{5pnr}{2m(5p-3t)}$, est $\frac{3mqx}{rp} = \frac{3q}{p} \times \frac{5pn}{2(5p-3t)} = \frac{5n}{2} \times \frac{3q}{5p-3t} = \frac{5n}{2} \times \frac{3p-3t}{5p-3t}$.

Quare tota hujusmodi formula jam erit $\frac{5n}{2} \times \frac{4p-3t}{5p-3t}$.

Theorema elegans inde deductum.

221. At hęc oritur elegantissimum theoremata, quod longe alia methodo invenit Clerautius, & quod elegantior adhuc exhibet nexum quendam inter binas hasce meas hypothefes, quę, quod pertinet ad figuram, æquipollent, in gravitatis autem absoluta differentia plurimum discrepant. Assumatur nimirum differentię inventę ratio ad gravitatem totam m , sive $\frac{5n}{2m} \times \frac{4p-3t}{5p-3t}$, & illi addatur

ellipticitas $\frac{x}{r}$, sive $\frac{5pn}{2m(5p-3t)}$, nimirum $\frac{5n}{2m} \times \frac{p}{5p-3t}$

& habebitur $\frac{5n}{2m} \times \frac{5p-3t}{5p-3t} = \frac{5n}{2m}$. Est autem, ut vidimus,

$\frac{5n}{4m}$ ellipticitas in casu homogeneitatis. Quare dupla elli-

pticitas in casu homogeneitatis æquatur fractioni, quę exprimit rationem differentię gravitatum in æquatore, & polo ad gravitatem totam, ac ellipticitati, quę habetur, si Tellus paribus a centro distantis homogenea sit;

& hæc

& hæc habetur si illa ratio auferatur a dupla ellipticitate in casu homogeneitatis, nimirum ab $\frac{1}{117}$; nam ea ellipticitas est per num. 159 respectu semiaxis $\frac{1}{11}$, & ejus duplum $\frac{1}{59}$.

222. Porro in prima mea hypothesi ellipticitas debet esse ipsa illa differentia gravitatum divisa per totam gravitatem, cum per num. 121 sint vires in verticibus semiaxium reciprocè proportionales ipsis semiaxibus, licet alia esset ipsius differentiae gravitatis expressio per densitates. Quare si hanc ellipticitatem, quam differentia gravitatum per observationes definita vocemus ellipticitatem secundæ hypothescas, primam autem, quæ nucleo paribus a centro distantis equè denso respondet, vocemus ellipticitatem hypothescos primæ, habebitur hoc elegans theorema. *Ellipticitas in casu homogeneitatis est media arithmeticè proportionalis inter ellipticitates earum binarum hypothesum.*

Aliud inde proveniens.

223. Patet autem jam & illud, licere per observationes pendulorum factas in diversis Terræ locis inquirere in figuram Telluris, & in ipsam gravitatis primitivæ naturam, posito, quod Tellus paribus a centro distantis sit homogenea. Nam in primis pendulorum isochronorum longitudo est, ut gravitas. Quare si pendulorum ejusmodi incrementa ab æquatore ad polos non sint, ut quadrata sinuum latitudinis; vel Newtoniana gravitatis lex non est accurata, vel Tellus non est homogenea, nec orbis concentrici homogenei sunt, nec gravitas dirigitur ad datum centrum ita, ut sit constans, vel in ratione distantiae a centro, in quibus hypothesibus deberent ea incrementa ejusmodi rationem sequi.

Quæ seri jam possunt perquisitiones ope pendulorum isochronorum.

224. Si ejusmodi rationem sequantur, & Telluris orbis concentrici homogenei sint, ac gravitate Newtoniana præditi, & binæ habeantur observationes pendulorum, altera sub æquatore, altera in loco satis remoto, facile inde eruetur ellipticitas methodo exposita num. 220. Fiat ut quadratum sinus latitudinis ejus loci ad quadratum radii, vel ut dimidium sinus versu latitudinis duplicatæ ad radium,

Ratio ellipticitatis eruendæ.

dium, ita differentia longitudinis penduli in loco dato a longitudine penduli sub æquatore ad quartum, & habebitur differentia longitudinis penduli in polo, cum radius sit sinus latitudinis 90° , & diameter sinus versus ejus dupli. Hæc differentia dividatur per longitudinem penduli totam, & habebitur ellipticitas in secunda hypothefi. Hujusmodi ellipticitas auferatur ab $\frac{1}{13}$, & habebitur quæfita ellipticitas pro casu Telluris paribus a centro distantis homogeneæ, & gravitate Newtoniana præditæ.

Formula pro ratione densitatis.

225. Poterit etiam definiri ratio densitatum per ipsas pendulorum longitudines observatas ope formulæ

$\frac{5n}{2m} \times \frac{4p-3t}{5p-3t}$, quæ exhibet differentiam gravitatis in æquatore, & polo. Si differentia pendulorum inventa pro iis binis locis dicatur h , & longitudo totalis l , erit

$\frac{5n}{2m} \times \frac{4p-3t}{5p-3t} = \frac{h}{l}$. Quare $\frac{4p-3t}{5p-3t} = \frac{2mh}{5nl}$, sive $20mpl - 15ntl = 10mpb - 6mth$, vel $20nl - 10mb = 15nl - 6mth$.

Quare demum $\frac{r}{p} = \frac{20nl - 10mb}{15nl - 6mth}$, quæ quidem formula evadit 1, nucleo eandem habente densitatem cum solido, si fuerit $20nl - 10mb = 15nl - 6mth$, sive $5nl = 4mb$, sive $\frac{h}{l} = \frac{5n}{4m}$, quæ in eo casu est ellipticitas, & ratio differentiarum gravitatum ad gravitatem.

226. Porro facile deducitur & illud, in sphæroide parum compressa, si differentia gravitatum sit major, quam $\frac{1}{13}$ totius, quam differentiam requirit homogeneitas, densitatem versus centrum in prima hypothefi fore majorem, ellipticitate vero minorem. Nam in formula

$\frac{2m}{5n} \times \frac{4p-3t}{5p-3t}$, erit $5p$ multo major terminus, quam $3t$, adeoque & $4p-3t$ terminus positivus. Crescente p , crescet numerator, & denominator, sed ob idem $3t$ utriusque ablatum, ratio illius ad hunc crescet, adeoque crescet etiam ratio differentiarum gravitatis ad totam gravitatem, quam

Crescente densitate versus centrum, differentia gravitatum major, ellipticitas minor.

226. Porro facile deducitur & illud, in sphæroide parum compressa, si differentia gravitatum sit major, quam $\frac{1}{13}$ totius, quam differentiam requirit homogeneitas, densitatem versus centrum in prima hypothefi fore majorem, ellipticitate vero minorem. Nam in formula

$\frac{2m}{5n} \times \frac{4p-3t}{5p-3t}$, erit $5p$ multo major terminus, quam $3t$, adeoque & $4p-3t$ terminus positivus. Crescente p , crescet numerator, & denominator, sed ob idem $3t$ utriusque ablatum, ratio illius ad hunc crescet, adeoque crescet etiam ratio differentiarum gravitatis ad totam gravitatem, quam

adeoque & $4p-3t$ terminus positivus. Crescente p , crescet numerator, & denominator, sed ob idem $3t$ utriusque ablatum, ratio illius ad hunc crescet, adeoque crescet etiam ratio differentiarum gravitatis ad totam gravitatem, quam

quam exprimit ea formula , & ea ablata ab $\frac{1}{17}$ decrefcet ellipticitas .

227. Quod fi incrementum longitudinis penduli non fit , ut quadratum finuum latitudinis , fed in quavis ratione mutetur ab æquatore ad polum , poterit inveniri lex gravitatis directæ ad centrum , quæ fatisfaciat ei mutationi ; quod quidem admodum facile præftabitur in fig. 2 , fi vis centrifuga in æquatore fit fatis exigua refpectu gravitatis ibidem in eo fenfu , quem expoſui numero 73 . Facto enim quovis angulo FRB , & affumpta FK ad FC , ut eſt $\frac{1}{2} Fr$ ad FV , ductâque K parallela FV , quæ occurrat in s rectæ Cr , fatis erit assumere sQ ad RV , ut eſt longitudo penduli , feu gravitas ſub æquatore , ad longitudinem penduli , feu gravitatem in latitudine proxime æquali angulo FRB . Ductâ enim curvâ per omnia puncta Q , habebitur lex gravitatis , quæ datam ejus mutationem exhibeat . Verum & hîc compreffio erit ad ſemidiametrum æquatoris , ut dimidia vis centrifuga in æquatore ad gravitatem ibidem , & decrementum diſtantiæ erit proxime , ut quadratum ſinus latitudinis .

Incremента utcumque irregularia poſſe conciliari cum vi quadam tendente ad centrum .

228. In omnibus autem hiſce caſibus debet & gravitas primitiva , & reſidua in eadem latitudine , longitudinibus locorum utcumque mutatis , eſſe eadem , cum debeat figura fluidi eſſe ſphærois orta ex converſione curvæ cujuſdam circa proprium axem , parallelis omnibus exiſtentibus accurate circulis , & vi gravitatis in iis omnibus accurate æquali . Si autem in diverſis longitudinibus , & eâdem latitudine inveniatur diverſa gravitas , tum vero gravitas primitiva omnino non poterit dirigi ad idem unicum centrum , poterit autem ſæpe ejuſmodi etiam inæqualitas conciliari cum æquilibrio in hypothefi attractionis , dummodo denſitas in iisdem etiam a centro diſtantiis fit diverſa certâ quadam lege , vel prorfus irregulariter , prout ipſa gravitas certâ quadam lege , vel omnino irregulariter diverſa erit in diverſis longitudinibus , vel latitudinibus locorum .

Quid cum ejuſmodi vi conciliari non poſſit , poſſit cum gravitate Newtoniana .

229. Et quidem inæqualitas hæc denſitatum ſatis ma-

Alia, quorum hic tractatio o-
longe mittitur .

gna in iisdem etiam distantis, si assumatur certis quibusdam legibus, ut & si nucleus certis quibusdam figuris præditus sit; figuræ Telluris, & mutationes gravitatis longe aliæ obvenient, & infinitum esset ea persequi, quorum deinde applicatio ad Naturam esset nulla sine hypothesebus prorsus arbitrariis, & confictis. Quamobrem ego ea etiam omnia omitto, & addam tantummodo nonnulla, quæ pertinent ad inæqualitates quasdam densitatis, & figuræ irregularitates, quas est admodum probabile existere in Natura, & quæ tam hic, quam in sequenti capite nobis usui futura sunt.

Deviatio penduli quiescentis, & incrementum gravitatis ex globo unius miliaris imposito superficiæ Terræ ad latus.
Tab. 4. Fig. 22.

230. Sit in fig. 22 Tellus *BAD* figuræ sphericæ, & paribus centro distantis homogæna. Sit autem in ipsa ejus superficie globus *E*, cujus semidiameter sit unius miliaris, Geographici, qualium 60 gradum medium circuli maximi complent. Ponderus ex *F* suspensum sine ejusmodi globo imposito dirigeretur per rectam *FG* tendentem ad Terræ centrum *C*. Sed vi globi deflectet per *FI* ita, ut, ducta *IG* perpendiculari ad *FC* sit, ea ad *FG*, ut est vis in globum ad vim in Terram. Est autem ejusmodi ratio eadem ex Newtoni demonstratis, ac ratio semidiametri globi ad semidiametrum Terræ. Quare hinc duo deduci possunt: primo quidem deduci potest angulus *IFG* deviationis penduli, secundo incrementum gravitatis *FI* supra *FG*.

Deviatio penduli calculo indicata.

231. Quod ad primum pertinet, erit, ut semidiameter Terræ, quæ quidem est ejusmodi miliariorum proxime 3438, ad semidiametrum globi *E* unius miliaris, ita *FG* ad *GI*, sive ita radius 10000 ad tangentem anguli quæsitæ *GFI*, quæ evadit 29 quamproximè, nimirum tangens unius minuti primi. Quamobrem ejusmodi massa detorquet pendulum angulo minuti unius; globus autem major, vel minor magis, vel minus densus, sed exiguus respectu totius Telluris, ut nimirum deviatio exigua sit proportionalis suæ tangenti, detorquebit pendulum magis, vel minus in ratione diametri, vel densitatis auctæ, vel imminutæ, ac in majori distantia a globo minore minus in ratione reciproca duplicata distantie ab ejus centro.

232. In-

232. Incrementum autem gravitatis ad gravitatem totam erit, ut *FG* ad ejus differentiam ab *FI*, quæ differentia juxta ea, quæ demonstrata sunt opusculo 4 n. 349 est proxime tertia post duplam *FG*, & *GI*, sive $\frac{29 \times 29}{200000} =$

Incrementum gravitatis nullum ad sensum .

$\frac{841}{200000}$, minor, quam $\frac{1}{200}$. Quare gravitas ad incrementum erit in ratione majore, quam sit 100000 ad $\frac{1}{200}$, sive 20000000 ad 1; unde patet id incrementum insensibile prorsus esse.

233. At si is globus esset infra *G* ita, ut jaceret in recta *FC*, ut nimirum si infra superficiem sit, ubi densitas per id intervallum sit tanto major, tum deviatio penduli esset nulla, & incrementum gravitatis ad gravitatem totam esset, ut 1 ad 3438. Id incrementum in pendulo oscillante ad singula minuta secunda non est prorsus insensibile. Nam juxta num. 68 penduli longitudo, ubi minima est sub æquatore, est minus, quam linearum 440, adeoque plusquam octava lineæ parte pendulum ipsum contraheret, ac massa octuplo densior, vel octuplo majorem habens semidiametrum infra superficiem delitescens, & reliquæ Telluri immixta pendulum per unam lineam contraheret.

si globus sit infra superficiem, deviatio nulla incrementum $\frac{1}{8}$ lineæ .

234. Globus a positione *A* ad positionem *E* perpetuo delatus per circuli quadrantem primum effectum parit perpetuo majorem, secundum perpetuo minorem, qui tamen eos effectus præstat in pendulis sibi proximis; nam in pendulo etiam solis decem passuum millibus remoto præstare debet effectum decies decuplo, sive centuplo minorem. Illud autem omnino patet, si is globus sit superficiem proximus infra ipsam situs, pendulum autem non ipsi immineat, sed ad latus sit, vix quidquam debere augere vim gravitatis, sed debere adhuc multum deflectere pendulum. Præterea idem præstare cavitatem aliquam, quæ sit superficiem Telluris proxima, in contrariam partem,

Quid in intermediiis positionibus globi: quid in aliqua distantia in superficie: quid alte infra ipsam: quid cavitas .

o o o

tem,

tem, cum ex ea parte desit materia, & vis gravitatis ex ea parte sit minor, quam esset sine ejusmodi cavitate. Quod si globus multo altius demersus sit infra superficiem, pondus in *C* situm necessario trahet multo obliquius, adeoque magis augebit gravitatem, quam possit detorquere ejus directionem, sed ut eundem effectum præstet debet habere, vel diametrum, vel densitatem majorem in ratione duplicata distantiae centri auctæ, cum in ea ratione inversa vis singularum particularum decrescat.

Multo minus
turbari eodem
globo, ubi is
maxime turbat,
longitudinem
penduli oscillan-
tis, graduum
mensuram.

235. Illud etiam colligitur facile, incrementum gravitatis, quo penduli oscillant ad singula secunda augetur longitudo in situ sibi maximè favente, multo minus debere turbare seriem longitudinum eorum pendulorum, quam deviatio penduli quiescentis in situ sibi maximè favente turbet seriem graduum. Nam ea massa, quæ pendulum prius octava lineæ parte producit, adeoque cum id sit linearum proxime 439, ipsum mutat minus, quam $\frac{1}{3700}$ sui parte, eadem penduli deviationem parit unius minuti, quæ ubi unicum gradum dimetitur, inducit in eum errorem, qui est pars sexagesima totius gradus, nimirum hexapedarum proxime 950, multo majorem toto discrimine invento inter gradus remotissimos; ubi autem dimetitur gradus tres simul, adhuc inducit errorem $\frac{1}{170}$ partis, sive hexapedarum plusquam 310 adhuc immanem.

Quid ex majore,
vel minore den-
sitate versus cæ-
trum: quid ex
eadem versus æ-
quatorem in su-
perficie.

236. Notandum autem & illud, quod per sese patet, omnia hujusmodi incommoda multo minora esse, si Tellus versus centrum sit multo densior, sed etiam esse multo majora, si ea rarior sit, vel etiam vacuo nucleo constet. Si prope superficiem sit multo densior versus polos, quam versus æquatorem, patet ex hisce, quæ hic demonstravimus, gravitatem debere esse minorem ad æquatorem etiam ex eo capite, & densitas duplo major ad polos per altitudinem milliariorum 8 pareret per se sola discrimen unius lineæ in longitudine penduli oscillant ad singula secunda.

237. Newtonus censuit prope æquatorem debere densitatem esse potius majorem in partibus nimirum a Sole quodammodo veluti tostis . Ego contra , cum tam multa corpora dilatentur caloris vi , & vi frigoris adstringantur , opinor debere potius rariora ibi esse corpora ob id ipsum . Sed externi caloris , & frigoris vis ad tantam altitudinem infra superficiem non pertingit , ut effectum sensibilem edat in partem utramlibet .

Densitatem versus æquatorem debere potius esse minorem .

238. Videtur majorem in internis partibus densitatem significare illa Condaminii , ac Bouguerii observatio , qua attractionem montis ingentis Americani invenerunt 7 secundorum , ita nimirum exiguam , & quadrante ita exiguo , ut sub sensum vix cadat , quæ in tanta molis monte debuisset esse multo major , si ejus densitas densitati mediæ Telluris par extitisset . Verum montes quidem plerique , ut ego arbitror , effecti sunt intumescantibus interni caloris vi stratis superficiali proximis ; quod quidem si ita contingit , nihil ibi materiæ accedit , & vacuus intra viscera hiatus compensat omnem illam apparentem materiæ in montem assurgentis congeriem .

Densitatem in internis partibus majorem e-rui non posse ex exigua attractione montis ingentis .

239. Crediderim ego sane majorem effectum deviationis penduli haberi posse , ubi perpetuum Telluris solum assurgit per ingentem tractum , ut a mari infero ad superum perpetuo assurgit Italia , quam ubi in coniformam assurgit mons . Et quidem tum multo etiam minor altitudo sufficit ad effectum satis ingentem . In dissertatione de Observationibus Astronomicis edita anno 1742 habeo num. 21 problema , quo quæritur attractio corpusculi collocati in centro sphaeræ cujusdam in stratum ejusdem sphaeræ clausum plano verticali transeunte per centrum , plano horizontali transeunte per centrum , alio plano huic parallelo ad datam ab eo distantiam , & superficie ipsius sphaeræ . Posito , quod particulæ cujuscumque vim referat ejus massa divisa per quadratum distantiae , ut exprimente r ad c rationem radii ad circumferentiam , attractio corpusculi siti in superficie sphaeræ cu-

Major effectus perpetui soli assurgentis . Determinatio effectus strati certæ magnitudinis .

juspam habentis radium r sit $\frac{2}{3} cr$ juxta num. 154, & posito radio strati sphaerici propositi = m , distantia binorum planorum horizontalium = 1, quæ respectu m sit satis exigua, contemptis terminis, qui dividuntur per m^2 , m^4 &c, inveno attractionem = $2 \log. m + 2.96$. Inde vero primum calculo inito pro altitudine pedum 50, sive passuum 10, quorum semidiameter Terræ contineat millia 4000, qui est proximè numerus pedum Parisiensium contentus in semidiametro Terræ, ut ea contineat ejusmodi unitates constantes passibus denis 40000, pro distantia vero m milliariorum 100, ut m sit = 10000, inveno vim gravitatis $\frac{2}{3} cr$ ad vim in illud stratum esse, ut est 10000000 ad 128, quæ est ratio radii ad tangentem $2''$, $38'''$, & ea esset aberratio penduli constituti prope ejusmodi stratum, si id esset ejusdem densitatis cum media densitate Terræ.

Effectum ejusmodi esse ad sensum proportionalem soli crassitudini strati.

240. Deinde noto illud etiam, satis aucto, vel immutato radio sphaeræ, cujus stratum assumitur, vix quidquam mutari ejus logarithmum, si numerus m sit magnus, cum logarithmi ingentium numerorum parum mutantur, adeoque parum admodum mutari valorem formulæ, eundem autem, mutata statim crassitudine mutari fere in eadem ratione, mutata autem densitate media Telluris, & manente densitate strati, mutati in ratione reciproca densitatis mutatae.

Solum elevatum ad distantiam 100 passuum deviare pendulum per $4'$

241. Hinc autem consequitur, illud solum perpetuo elevatum ad distantiam 100 milliariorum, & assurgens per passus 100, cujusmodi altitudines passim occurrunt, parere deviationem $20''$, $280''' = 24''$, $40'''$, cujus altitudo si ad mille passus assurgeret, plus quam 4 minutorum deviationem secum traheret in pendulo.

Inde methodum estimandi mediam densitatem Telluris per stratum marini æstus.

242. Atque inde ego tum quidem & methodum deduxi detegendi rationem mediæ densitatis totius Telluris ad densitatem aquæ, quam methodum ibidem proposui. Si nimirum in aliquo ex iis locis Angliæ, & continenti interjectis, in quibus quandoque maris æstus ad 50 pe-

50 pedes affurgit, ad ipsum maris littus sit turris, & in ea pendulum longius, ubi adveniente æstu succedit strato aeris stratum aquæ crassum pedes 50, & ad multa passuum millia protensum, deberet pendulum ipsum moveri nonnihil aquam versus, & microscopio adhibito motus is ingens appareret; qui quidem si duorum circiter secundorum esset, indicaret densitatem marium mediam æqualem densitati aquæ, cavitatibus compensantibus marmorum, ac metallorum prævalentem densitatem. Sin autem major, vel minor esset, minoris, vel majoris densitatis mensuram proderet, qua methodo haud scio, an ulla sit aptior, & an ulla alia ad rem ita apta unquam sit proposita ad æstimandam quantitatem materiæ in tota Tellure.

243. Sed eo omisso, ut redeamus ad rem nostram, patet illud, inæqualitates plurimas prope superficiem Irregularem Telluris tantum prope superficiem debere turbare & pendula isochrona & gradus, sed hos multo magis. ubique occurrere, sola elevatiora, hiatus vel apertos, vel occultos, montium juga, metallorum fodinas, atque alia ejusmodi, quorum actio videatur æquivalere posse actioni etiam globi unius milliarii. Quare non est sperandum, ut progressus longitudinis pendulorum ab æquatore ad polum ita regularis sit, ut aliquot centesimis linæ partibus non aberret ab incremento proportionali duplæ latitudinis sinui verso, nec ut nullæ occurrant deviationes pendulorum, quæ graduum mensuram turbent, quanquam hanc quidem multo magis turbare debent, quam illam.

244. Atque hoc pacto demonstrata jam hinc habentur Quid jam hinc demonstratum, quid inde agrediendum. plurima etiam ex iis, quæ primo opusculo proposita fuerant a num. 46, & patet aditus inquirendi in Telluris figuram, ac densitatem per observationes pendulorum oscillantium ad singula minuta secunda, quorum longitudines gravitati proportionales sunt, ut supra etiam diximus.

245. Pendulorum ejusmodi longitudines observatæ Quæ pendulorum longitudines hic adhibendæ, & unde assumendæ. passim occurrunt apud Auctores, & satis amplum earum seriem

seriem collegit Bremondus in annotationibus ad Transactiones Anglicanas ab eo Gallicè editas. Verum sunt ibi plures observationes parum admodum accuratæ, & quidem pleræque ex iis non ea diligentia, nec peractæ instrumentis adeo accuratis, ut ea sunt, quæ nunc adhibentur. Hinc reliquis ego omissis omnibus, quinque tantummodo seligam, quarum priores quatuor occurrunt in Bouguerii opere de Figura Telluris pag. 342, quas ipse ab aeris etiam impedimento liberavit, reducens ad eas, quæ haberentur in vacuo, & caloris inæqualitate, postremam inde deduco, & ex differentia $59''$, quam Maupertuisius invenit horis 24 in eodem Grahami pendulo Pelli in Lapponia, ac Parisiis, unde deducitur ratio ponderum in iis locis 100137 ad 100000, ex qua ratione factis, ut 100000 ad 137, ita longitudo penduli Parisiensis Bougueriana in vacuo linearum 440.67 ad quartum, prodit $\theta. 60$, quo addito ipsi longitudini penduli Parisiensis habetur longitudo ipsius Pelli 441.27.

Observationes
Romæ institutæ
cur nulli nunc
usui.

246. Pro ipsius penduli longitudine plures ego superiore mense observationes inii cum Condaminio in hoc Collegii Romani Musæo usus eo ipso pendulo, quo ipse in America est usus, & deinde Caillius ad promontorium Bonæ Spei, sed quoniam accuratum numerum oscillationum eodem illo pendulo inventarum vel in America, vel Parisiis nusquam Condaminus ipse adhuc edidit, nec secum habet, editurus olim cum cæteris observationibus suis pluribus, non possum comparationem harum gravitatum cum æquinoctiali, vel Parisiensi instituere, & invenire accuratam penduli longitudinem pro hisce locis. Eas idcirco observationes hinc omitto, quas ego alibi, vel potius Condaminus ipse publici juris faciet. Interea hæc quinque adhibebo, quas continet sequens tabella.

Tabella ad eam
rem pertinens:
quid ea conti-
neat.

247. In ea in prima columna adest locus observationis, in secunda latitudo loci, in tertia dimidium sinus versi latitudinis duplicatæ ad radium = 10000, in quarta longitudo penduli expressa lineis pedis Parisiensis, in quinta ejus differentia a prima. LO-

Locus observa- tionis	latitudo	$\frac{1}{2}$ sin. vers.	longit. penduli	diffe- rentia
Sub Æquatore	0, 0	0	439, 21	0
<i>A Portobello</i>	9, 34	271	439, 30	, 09
<i>A Petit-Goave</i>	18, 27	1002	439, 47	, 26
Parisiis	48, 50	5667	440, 67	1, 46
Pelli	66, 48	8450	441, 27	2, 06

248. Jam vero in primis videre licet hoc pacto , quantum aberrant a ratione sinus versi latitudinis duplicatae . Fiat ut differentia primi dimidii sinus versi a postremo 8450 ad radium 10000 , ita differentia primi , & postremi penduli 2. 06 ad differentiam primi ab eo , quod habere deberet in polo , quod quidem invenitur 244 . Tum ut radius ad quodvis aliud dimidium sinus versi , ita hic numerus 2. 44 ad quartum , qui erit differentia debita accuratae rationi sinuum verforum latitudinis duplicatae . Eo pacto obtinentur ejusmodi differentiae a primo pendulo 0 , 7 , 24 , 138 , 206 . Hæ differentiae congruunt cum iis , quæ habentur in tabella intra paucas centesimas lineæ partes , secunda intra 2 , tertia intra 2 , quarta intra 8 , discrimine utique perquam exiguo .

Differentia penduli ex calculo , & ex observatione satis congruentes .

249. Deinde possunt assumi dena binaria longitudinum , & factis , uti est differentia dimidiorum sinuum verforum ad radium , ita differentia earum longitudinum ad quartum , qui erit differentia debita pendulo sito in ipso polo . Verum quoniam priores tres longitudines parum admodum a se invicem differunt , iis omissis reliqua binaria erunt 7 . Ea singula non ita multum discrepant in ejusmodi totali differentia exhibenda , & in singulis inventa differentia exhibet juxta num. 125 ellipticitatem pro secunda hypothese numeri 222 , si eadem dividatur per longitudinem penduli sub æquatore , & pro prima , si ea ellipticitas auferatur a fractione $\frac{1}{113}$. .

Adhibenda esse binaria omnia observationum non nimis proximarum . Quo pacto adhiberi debeant .

Tabella ejusmodi comparationum.

250. Habentur in tabella sequenti ejusmodi producta. Continet prima columna longitudes, quæ comparantur, expressas numeris denotantibus earum ordinem expositum num. 247, secunda continet differentiam illam totalem inventam, tertia ellipticitatem inde provenientem pro secunda illa hypothefi, quarta pro prima.

1, & 5	2. 44	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{319}$	1, & 4	2. 58	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{355}$
2, 5	2. 41	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$	2, 4	2. 54	$\frac{1}{173}$	$\frac{1}{343}$
3, 5	2. 42	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$	3, 4	2. 57	$\frac{1}{171}$	$\frac{1}{351}$
4, 5	2. 16	$\frac{1}{203}$	$\frac{1}{265}$				

Consensus omnium binariorum dempto unico.

251. Patet ex hac tabella non ita multum a se invicem differre determinaciones hujusmodi. Dempta enim quarta, quæ petita ab observationibus satis proximis aliquanto magis aberrat, reliquæ satis belle inter sese conveniunt potissimum pro prima hypothefi. Demptâ illâ, erit differentia omnium media 249, ex qua secundæ hypotheseos ellipticitas $\frac{1}{176}$ primæ autem $\frac{1}{319}$.

Tellurem habere eam minus densam, quam sint maria.

252. At quoniam in casu homogeneitatis differentia totalis juxta num. 214 deberet esse $\frac{5}{4}n$, nimirum $\frac{1}{330}$ totius,

patet observationes homogeneitati obfistere. Quoniam vero majorem observationes exhibent gravitatis differentiam, facile deducitur, si Tellus orbes sphericos habeat homogeneos, eam magis densam esse debere, quam sint nostra maria, juxta num. 226.

Ratio ejusmodi densitatum quæ sit.

253. Ratio autem densitatis mediæ haberi potest ex formula numeri 225 ope longitudinis sub æquatore, & differentiæ cujusvis alterius penduli ab eo. Sed satius erit adhibere differentiam mediam inventam linearum 2. 49, vel potius ejus differentiæ rationem ad gravitatem totam

tam $\frac{1}{176}$. Satis erit hunc valorem substituere in formula numeri 225, in qua

$$\frac{r}{p} = \frac{20nl - 10mb}{15nl - 6mb}; \text{ sive } \frac{20 - 10 \times \frac{mb}{nl}}{15 - 6 \times \frac{mb}{nl}}. \text{ Est}$$

enim $\frac{n}{m} = \frac{1}{289}$, $\frac{b}{l} = \frac{1}{176}$. Quare $\frac{mb}{nl} = \frac{289}{176}$. Hoc numero

$$\text{substituto, habetur } \frac{3520 - 2890}{2640 - 1734} = \frac{630}{906} = \frac{105}{151}, \text{ satis}$$

proxime $\frac{2}{3}$. Nimirum densitas marium ad densitatem mediam Telluris, ut 105 ad 151, vel ut 2 ad 3.

254. Eadem in secunda mea hypothese e contrario veniret major. In eâ, differentiâ gravitatis divisâ per gravitatem juxta num. 219, & 222, evadit $\frac{n}{2m(1 - \frac{1r}{lp})}$, qua

$$\text{facta} = \frac{b}{l}, \text{ eruitur } \frac{r}{p} = \frac{5}{3} - \frac{5nl}{6mb} = \frac{5}{3} - \frac{880}{1734} = \frac{1005}{867},$$

vel proxime $\frac{2}{3}$. Sed de iis iterum aliquid in fine sequentis capitis.

C A P U T I I.

De figura Telluris, qua oritur ex mensura graduum.

255. **G** Radum Telluris dicimus eum tractum, ex cuius extremis finibus ductæ binæ rectæ normales ipsius superficiei, ubi conveniunt, angulum continent unius gradus. Si Tellus est sphaerica, rectæ omnes superficiei perpendiculares concurrunt in centro; adeoque si ea secetur plano quovis, rectæ normales sectioni ipsi, quæ inter se parallelæ non sunt, coeunt aliubi, & si satis remota sint sectionis puncta, ex quibus discedunt, angulum continent unius gradus. Quamobrem in sphaera in quavis positione habentur gradus, & omnes gradus sectionum transeuntium per centrum, nimirum gradus circulorum maximorum sunt æquales inter se.

Quid sit gradus generaliter, quid in sphaera.

256. In corpore abludente a sphaera non semper binæ rectæ superficiei perpendiculares sibi invicem occurrunt. Si id corpus sit ortum ex conversione curvæ cujusdam

Quid gradus meridiani in aliis solidis rotatione genitis.

dam circa proprium axem , & concipiatur sectio quævis per axem , quæ in casu Telluris appellatur meridianus , ea erit æqualis semper curvæ genitrici , & omnes rectæ perpendiculares spuperficieï , quæ ducuntur per puncta ejusmodi sectionum , jacent in earum planis , adeoque , si parallelæ non sint inter se , debent sibi invicem occurrere , & ubi occurrunt angulum quendam continent , qui ubi fuerit unius gradus , is arcus sectionis illius dicitur gradus meridiani .

257. Si secetur id corpus plano perpendiculari axi , patet , omnes sectiones fore circulos qui dicuntur paralleli , ac circuli paralleli gradus est is ejus arcus , ex cujus extremis punctis ductæ binæ rectæ lineæ ad ejus intersectionem cum axe angulum continent unius gradus . Patet autem in eo casu , cujusvis paralleli gradus omnes æquales esse inter se , gradus autem diversorum parallelorum esse , ut eorum radios , sive ut ordinatas curvæ genitricis perpendiculares axi , quæ eorum ciculorum sunt radii . Patet itidem , gradus omnium meridianorum in eodem parallelo æquales esse inter se , cum eadem curva cum meridianis omnibus conversione sui continua congruat aliis post alios .

258. Gradus autem ejusdem meridiani in diversis ejus locis diversæ magnitudinis sunt . Si eorum ratio quæreretur accurata in curvis etiam maxime cognitis , problema esset satis implexum . Sed is Meridiani arcus , qui gradum unum , vel alterum non excedit , haberi solet pro circulari , & unus gradus Meridiani habetur pro gradu circuli cujusdã , qui eandem habet curvaturam , quam habet is arcus Meridiani alicubi circa medium . Curvatura autem curvæ cujuscumque in puncto ejus quocunque dicitur ea , quam habet circulus , qui ibidem eam osculatur . Porro circulus curvæ osculator dicitur non is , cujus arcus cum ejus arcu accurate confundatur , quod nulli arcui utcumque exiguo accidit , sed qui ad eam accedit magis , quam ullius alterius circuli arcus ita , ut in angulo ,

Quid gradus paralleli in iisdem æqualitas graduum ejusdem paralleli , & graduum meridiani sub eodem parallelo .

Gradus ejusdem meridiani inæquales . Quid sit circulus osculator .

lo, quem arcus curvæ tum arcu circuli osculatoris continet in puncto osculi, nullus circulus duci possit, quemadmodum, ut Euclides demonstravit, inter rectam, quæ circum tangit, & arcum ipsius circuli intra angulum, quem continet in contactu, nulla alia recta potest interferi.

259. Porro illud accuratissime per Geometriam demonstrari potest, ut quarto meorum Elementorum tomo demonstrabo, nullum esse arcum curvæ cujusvis continuum, in quo non adsint infinita puncta circum osculatorem habentia, & licet in punctis quibusdam curvarum, quæ ego anomala apello, possit nullus haberi osculator circulus, curvaturâ omnem circularem curvaturam excedente, vel deficiente a quavis circulari curvatura; ea tamen puncta anomala non possunt esse ubique in arcu continuo utcumque exiguo, sed debent distare a se invicem ita, ut inter bina quævis, quæ se proximè excipiunt omnia puncta circum osculatorem habeant suum; ac dum in eo arcu concipitur punctum quodvis, quod ad alterum ex anomalis accedat motu continuo, mutatur etiam continua mutatione radius osculatoris circuli, qui & radius osculi dicitur, qui quidem vel evanescit, vel in infinitum excrefcit, ubi id punctum recidit in alterum ex illis anomalis.

Generales quædam proprietates arcuum curvarum omnium relate ad radium osculi.

260. Demonstratur & illud, in quavis curva centrum circuli osculatoris, si quod est, esse in recta normali ad curvam ipsam ducta per punctum osculi, ut & illud, omnia centra circulorum osculatorum curvæ cujusvis esse in curva ejus evoluta, cui nimirum si advolvatur justæ cujusdam longitudinis filum, evolvaturque, prior illa curva generetur; ut e contrario si curvæ cujuspiam evolutione alia curva generetur, rectam tangentem quamcumque evolutæ fore normalem genitæ, & ejus segmentum inter evolutam, & genitam interceptum fore radium circuli osculantis genitam in ejus concursu cum ipsa, cu-

Centrum osculi in normali ad curvam, & in perimetro evolutæ.

jus nimirum circuli centrum sit in ipsa evoluta, atque in eo ejus contactu.

Proprietates nonnullæ radii osculi, & gradus ipsius relati ad gradum curvæ.

261. Porro si binæ rectæ normales cuilibet curvæ transeant per bina ejus puncta infinite proxima inter se, & sibi invicem occurrant, demonstratur illud, ultimum earum concursum haberi in ipso centro circuli osculatoris. At ubi angulus est major, ut gradus unius, binæ normales per ejus extrema puncta ductæ possunt concurrere utlibet procul a centro circuli osculatoris. Fieri itidem potest, ut arcus unius gradus plurimum differat a gradu circuli osculantis curvam ubique intra eum arcum, quod quidem tum accidere potest, cum curvatura pergendo ab altero ejus extremo ad alterum primo quidem perpetuo crescit, tum perpetuo decrescit, vel viceversa. At ubi curvatura ab altero extremo ad alterum perpetuo crescit, vel perpetuo decrescit semper; tum unus gradus curvæ eo pacto definitus, quo eum supra definivimus, erit semper æqualis uni gradui cujuspiam e circulis ipsum osculantibus in aliquo e punctis interjacentibus, licet possit distare plurimum a gradu circuli curvam osculantis in puncto medio arcus ejusdem.

Quando liceat assumere gradum curvæ pro gradu circuli ejus arcum osculantis circa medium.

262. Hæc quidem omnia demonstrari accurate possunt per simplicem etiam Geometriam; verum ubi curvaturæ mutatio non est ita magna, tum vero gradus curvæ nihil ad sensum differt longitudine a gradu circuli osculantis ipsam curvam circa medium, unde fit, ut datâ mensurâ gradus, censeatur data etiam mensura radii circuli curvam osculantis alicubi circa medium ipsum gradum, quæ nimirum facile inveniatur ducto ipso gradu in 180, tum factis ut 355 ad 113, ita id productum ad radium ipsum.

Dato gradu paralleli, vel meridiani, dari ordinatâ ad axem, vel radium osculi.

263. Hinc jam fit, ut in ejusmodi solidis & dato gradu circuli paralleli, detur ordinata ad curvam generantem, inveniendâ nimirum eadem methodo, & dato gradu meridiani censeatur dari radius circuli osculantis curvam circa medium arcum ipsum, ac viceversa datâ illâ ordinatâ,

natâ , detur gradus circuli paralleli , & dato radio circuli meridianum osculantis in quodam puncto , censeatur datus ejusdem meridiani gradus jacens hinc , & inde ab illo puncto circa ipsum , qui gradus inveniantur factis , ut 113 ad 355 ita ea ordinata , vel is radius ad numerum , qui divisus per gradus 180 exhibeat quæsitum gradum ,

264. Præterea si solidum sit figuræ spheroidalis ortæ ab ovali quapiam linea habente centrum , ut est ellipsis , circulus parallelus , cujus planum transit per centrum , dicitur æquator ejus solidi , ac si e quovis alio puncto ducatur recta perpendicularis superficiei , quæ , cum in ipso meridiani plano jacere debeat , debet alicubi occurrere tam axi , quam radio æquatoris ; angulus non obtusus , quem ea recta cum radio æquatoris continet , dicitur latitudo illius puncti Meridiani , unde fit , ut angulus , non obtusus , quem eadem continet cum axe , sit latitudinis complementum , & in Tellure per plurima astronomicarum observationum genera latitudines locorum definimus , a figura meridiani nihil pendentes , & eâ etiam profus ignotâ , accurratè cognitâ . Gradus itidem meridiani pro data latitudine loci definire licet methodo , quam in primo opusculo innui , in quarto fusc exposui , ac adest methodus , qua & paralleli gradum definire liceat , quæ ad nostram expeditionem non pertinet .

Quid in ejusmodi solidis generis ab ovali diametro , quid latitudo ,

265. Porro in circulo si cognoscatur unus gradus ubicunque , totus circulus facile innotescit , ac in spherâ cognito unico gradu , ubicunque vel meridiani vel paralleli in data latitudine , innotescit radius spheræ , & spherâ tota . In ellipsi Appolloniana si dentur pro binis latitudinibus cognitâ bini gradus , ac per eos bini radii osculi , definiri potest ellipsis ipsa , & in spheroide genita conversione ejusmodi ellipses circa alterum e suis axibus , datis binis gradibus binorum parallelorum , vel binis ejusdem meridiani , vel gradu meridiani , & gradu paralleli , pro datis latitudinibus , & quidem in hoc prostremitate casu , dato gradu paralleli vel in eadem latitudine communi gradui meridiani , vel in diversa ,

Quibus gradibus datis detur circulus , spherâ , ellipsis , spheroidis .

versa, inveniri potest ellipsis, quæ sphæroidem generat, & sphærois tota. Pro curvis autem sublimioribus plures requiruntur circuli osculatores dati pro datis latitudinibus ad ipsas determinandas, prorsus, ut bina puncta rectam determinant, tria non in directum in centia circulum, quinque sectionem conicam, & ita porro.

Quo pacto per
radius osculi da-
tos detur curva
quævis.

266. Generaliter autem, ut dato certo punctorum numero, inveniri possunt infinitæ numero curvæ lineæ diversarum admodum specierum, quæ per ea transeant, series autem punctorum continua curvam determinat, ita & dato certo quovis numero radiorum osculi pro datis latitudinibus, infinitæ numero curvæ inveniri possunt, quæ ipsis satisfaciant; dato autem generaliter radio osculi per latitudinem datam determinatur curva: ac & illud fieri potest, ut sphærois compressa ad polos radium habeat osculi in ipso polo minorem, quam in æquatore, curvaturam nimirum minorem ibi, quam hic, si curva generans non sit Ellipsis, sed aliud quoddam ovalis genus.

Cur de Telluris
irregularitate
dubitari ceptum

267. Quoniam theoria gravitatis generalis Ellipsium Apollonianam exhibet pro curva genitrice, sive Tellus homogenea sit tota, & ejusdem densitatis cum mari, sive ita regulariter heterogenea, ut paribus circumquaque a centro distantis homogenea sit, idcirco sub initium creditum est posse ejus figuram determinari definitis binis gradibus latis a se invicem remotis ubicunque. Sed posteaquam plures, quam duo definiti sunt, determinationibus non consentientibus, de nucleo inæqualis formæ, vel de irregularitate densitatis dubitari est ceptum, de qua nunc quidem post mensuram nostram potissimum, cum Gallica Australi collatam, multo potiore jure dubitari potest.

Argumentum
totius capituli.

268. En igitur totum argumentum hoc capite pertractandum, quod plura objicit problemata ad hanc rem pertinentia, quorum ego geometricas solutiones habeo; & aliquas quidem jam olim in prima illa mea de

Figur-

Figura Telluris dissertatione exhibui , nunc autem omnia ordine suo plenius pertractabo .

269. Ac primo quidem, quod pertinet ad circulos osculatores in sectionibus conicis , id ego in tertio Elementorum meorum tomo per simplicem Geometriam , & quidem finitam accuratissimè persecutus sum , & plura theoremata eo pertinentia demonstravi in corollariis propositionis 9 , quibus nunc utar . Inter ea est illud num. 520 . *Radii circularum osculatorum inter se sunt in ratione reciproca triplicata perpendiculari e centro in tangentem , ac directà triplicata normalis ad utrumlibet axem terminata ; unde illud colligitur num. 523, radium circuli osculatoris esse quartum continuè proportionalem post dimidium latus rectum principale , & normalem axi transverso . Eodem pacto colligi poterat itidem generalius , esse quartam continuè proportionalem post dimidium latus rectum axis utriuslibet , & normalem ipsi terminatam .*

Theorema de circulis osculatoribus in ellipt.

270. Deinde data loci latitudine , datur ratio ordinatæ axi ad normalem , & ad subnormalem ipsius , ad quas est, ut cosinus latitudinis ad radium , & ad sinum , vel ut radius ad secantem latitudinis, & tangentem. Sit enim in fig. 23 *CB* semidiameter æquatoris , *Ee* axis , *HI* ordinata ipsi perpendicularis , *IF* normalis , *HF* subnormalis, angulus *HIF* erit mensura latitudinis loci *I* cum *HI* parallela *CB* producta tendat æquatorem versus , & normalis *FI* ad zenith. Assumpta autem normali *FI* pro radio, est *HI* cosinus , *HF* sinus anguli *HIF* ; assumpta autem pro radio normali *HI*, est *IF* secans , *HF* tangens ejusdem anguli.

Data loci latitudinis, dari rationem normalem ad ordinatam & subnormalem - Tab. 4. F. 23

271. Sunt autem aliæ binæ Ellipseos proprietates , quæ hic erunt summo usui . Primo quidem si diametro *Ee* fiat circulus occurrens ordinatæ *HI* in *A* , semiaxi *CB* in *D* , erit semper *HI* ad *HA* in constanti ratione *CB* ad *CD* , vel *CE* , qua proprietate jam sæpius hic usi sumus , & habetur elementorum meorum tomo 3 num. 365 . Deinde est subnormalis *HF* ad abscissam a centro *HC*, ut *CB*² ad *CD*², vel *CE*². Id ibidem habetur num. 462. His positis

Aliæ binæ ellipseos proprietates .

fitis problemata, quæ huc pertinent facile solvuntur. Exhibebo autem solutiones diversas ab iis, quas simplicissimas sane, & admodum elegantes, ac geometricas itidem exhibui in mea dissertatione illa de Figura Telluris.

Problema præmissum, & ejus analysis.

272. At prius præmitto hujusmodi Problema. Data ordinata in data latitudine, & data specie Ellipseos, invenire axem, & diametrum æquatoris. Data latitudine, datur ratio datæ HI ad HF , sive radii ad tangentem ipsius latitudinis. Hinc datur HF . Datur autem ratio CB ad CE , in qua ratione simplici cum sit data HI ad HA , & in eadem duplicata data HF ad HC dabitur utraque, adeoque & CA ob angulum rectum CHA . Quare datur & CE , & CB , quæ habet ad ipsam rationem datam.

Constructio ejusdem.

273. Sit ratio semiaxis ad semidiametrum æquatoris m ad n ; Ducatur HI æqualis datæ ordinatæ, & fiat angulus HIF æqualis latitudini datæ, & IHF rectus; tum fiat, ut m ad n , ita HI ad HA , & ut m^2 ad n^2 , ita HF ad HC . Capta $CE = CA$ in directum cum CH , & CB ipsi perpendiculari, quæ sit ad eam, ut m ad n , habebuntur quæsitæ semiaxes.

Solutio problematis inde deducta: aliud lemma propositum.

274. Quoniam autem dato gradu paralleli datur ordinata HI , juxta num. 263, patet dato eo gradu, & specie Ellipseos, dari ipsius Ellipseos axes. Sed adhuc hoc aliud præmittam lemma. In Ellipsi differentia quadratorum binarum ordinarum quarumvis axi utrilibet ad differentiam subnormalium, quæ ipsis respondent, est; ut quadratum semiaxis ejusdem ad quadratum alterius.

Ejus lemmatis demonstratio.

275. Cum enim sit per num. 271, HI^2 , & hi^2 ad HA^2 , & ha^2 , ut CB^2 ad CE^2 , erit & $hi^2 - HI^2$. $ha^2 - HA^2$:: CB^2 . CE^2 . Est autem ob $CA = Ca$ differentia quadratorum ha , HA eadem, ac HC , hC , & cum per eundem numerum sit HC^2 , & hC^2 ad HF^2 , & hf^2 , ut EC^4 ad CB^4 , erit etiam $HC^2 - hC^2$. $HF^2 - hf^2$:: CE^4 . CB^4 . Quare; conjunctis rationibus, erit $hi^2 - HI^2$ ad $HF^2 - hf^2$, ut CB^2 ad CE^2 , & EC^4 ad CB^4 conjunctim, sive ut EC^2 ad CB^2 . Q. E. D.

276 Posito hoc lemmate sponte fuit solutio hujus problematis . *Datis binis gradibus binorum parallelorum data latitudinis in spheroidē elliptica , invenire speciem , & magnitudinem ellipseos genitricis .* Datis enim iis binis gradibus ; dabuntur per num.263 binæ ordinatæ *HI* , *hi* , & datis binis latitudinibus dabuntur per num.270 binæ subnormales *HF* , *hf* . Dabitur igitur , & ratio differentię quadratorum illarum ad differentiam quadratorum harum , adeoque ratio quadrati *CE* ad quadratum *CB* , & proinde ratio ejus rationis subduplicata , nimirum ratio *CE* ad *CB* , quæ speciem ellipseos exhibet , quæ simul cum altera ordinata data exhibet per num.272, & magnitudinem semiaxium *CE* , *CB* .

Inventio ellipseos genitricis ex datis binis gradibus binorum parallelorum .

277. Ubi agitur de sola specie , pro ordinatis *HI* , *hi* apponi possunt ipsi numeri graduum . Constructio autem problematis geometrica potest esse hujusmodi . Capiatur in fig. 24 in latere anguli recti *IHF* segmentum *HI* ad arbitrium , tum *Hi* ad *HI* , ut est gradus major ad minorem . Fiant anguli *HIF* , *Hif* æquales latitudinibus , quæ iis respondent , & centris *I* , *f* radiis *Hi* , *HF* inveniantur in iis lateribus ejusdem anguli recti productis puncta *B* , *E* , eritque semidiameter æquatoris ed semiaxem , ut *HB* ad *HE* . Exprimunt enim *HI* , *Hi* fig. 24 ordinatas , fig.23; *HF* , *Hf* subnormales ; *HE*² , *HB*² differentias quadratorum illarum , & harum , adeoque ipsæ *HE* , *HB* rationem semiaxium per num. 274.

Constructio pro inveniēda specie .
Tab. 4 , F.23
24

278. Quod si dato gradu paralleli , & meridiani in eadem latitudine , quærat species , & magnitudo ellipseos , problematis solutio habetur multo expeditior ; sed præmittendum hoc aliud lemma ad conicas sectiones pertinens . Si in fig.23 ex concursu *F* normalis cum axe ducatur usque ad ordinatam recta *FL* parallela radio circuli *CA* , ea æquabitur dimidio lateri recto axis *Ee* , eruntque *HL* , *HI* , *HA* continue proportionales . Est enim *FL* ad *CA* , sive *CE* , ut *FH* ad *CH* , sive per num.271 ut quadratum *CB* ad quadratum *CE* , vel ut dimidium latus rectum

Investigatio ejusdem ex dato gradu paralleli , & meridiani eodem in loco .
Tab. 4 , F.23

Q q q

axis

axis Ee ad eandem CE , adeoque FL æqualis ipsi dimidio lateri recto axis ejusdem. Cum vero sit $HI^2 \cdot HA^2 :: CB^2 \cdot CE^2 :: HF \cdot HC :: HL \cdot HA$, patet, esse HL, HI, HA in proportione continua.

Solutio ejus problematis.

279. Dato vero gradu paralleli in I , habetur per n.263 ordinata IH , & ob datam latitudinem HIF datur IF . Dato autem gradu meridiani in eadem latitudine, datur radius ellipsis osculans in I , adeoque datur & ejus ratio ad normalem datam FI , ea autem per n.269 est duplicata rationis ipsius FI ad dimidium latus rectum axis ipsius, & normalem. Quare datur & id latus rectum principale, & facto centro in F , intervallo ejus dimidii lateris recti principalis invenietur punctum L , ac assumpta HA tertia post HL, HI , invenietur punctum A ; unde ducta AC parallela LF determinabit centrum C , & semiaxem CE æqualem ipsi AC , ac alter semiaxis CB erit medius inter CE , & id dimidium latus rectum principale. Atque eo pacto patet simul & speciem, & magnitudinem obtineri.

Difficultas ubi queritur idem ex dato gradu paralleli uno in loco, & meridiani in alio. Initium analyticos algebraice.

280. Si autem detur gradus paralleli in una latitudine, & gradus meridiani in alia, problema evadit multo sublimius, & ad ejus solutionem requiruntur curvæ multo altiores. Innuam tantummodo, quo pacto id problema solvi possit per calculum finitum ex hisce ipsis principiis.

Ponatur dimidium latus rectum axis $Ee = x$, $CE = y$. radius osculi in i datus per gradum meridiani in ea latitudine $= a$, ordinata $HI = b$, sinus latitudinis in $i = s$, cosinus $= c$, ad radium $= 1$, tangens latitudinis in $I = t$. Cum sit a quarta continue proportionalis post x , & normalem if , erit ipsa $if = \sqrt[3]{ax^2}$, adeoque $hi = c \sqrt[3]{ax^2}$, $hf = s \sqrt[3]{ax^2}$.

Binæ incognitæ cum binis æquationibus ad solutionem. Problema admodum altum.

281. Erit autem & $HF = bt$ ob $HI = b$. Jam vero ut x ad y , ita HI^2 ad HA^2 , hi^2 ad ba^2 , HF ad HC , hf ad bC . Quare dantur analyticè quadrata HA, HC, ba, bC , quorum priora duo simul si fiant $= y^2$, & posteriora duo $= y^2$,

habent-

habentur binæ æquationes cum binis incognitis, sed æquatio inde orta plurimum affurgit, quæ quidem me absterruit ab investigatione solutionis geometricæ, quæ nimirum, ubi per curvas fit nimis compositas, minus est elegans. Fieri autem potest, ut alicubi extet multo expeditior, & simplicior solutio, quam ego non viderim, sed nec magnæ sane utilitatis est ea solutio, cum gradus circuli paralleli multo minus accurati haberi possint.

282. Multo utilius est problema, quo datis binis meridiani gradibus in diversis latitudinibus, quæraturspecies, & magnitudo ellipseos. Id autem solvitur multo quidem facilius, & eodem fere reducitur, quo primum e superioribus tribus problematis. Est autem hujusmodi. *Datis binis gradibus meridiani in diversis latitudinibus, invenire speciem, & magnitudinem ellipseos.* Quoniam dantur ii gradus, dabitur eorum ratio, & ratio ejusdem subtriplicata, nempe per n. 269 ratio normalium *IF*, if ad se invicem. Cum igitur dentur, & latitudines, adeoque per n. 270 rationes earum normalium ad ordinatas *HI*, *hi*, & ad subnormales *HF*, *hf*; dabitur & ratio ipsarum *HI*, *hi* ad *HF*, *hf*, & ratio differentiarum quadratorum illarum ad differentiam quadratorum harum, quæ exhibet speciem ellipseos, ut supra num. 276.

Determinatio
speciei ellipseos
ex binis gradi-
bus meridiani.

283. Data specie, magnitudo facile invenietur ope hujus alterius lemmatis pertinentis ad conicas sectiones, nimirum: tangens anguli *HAC* ad tangentem anguli *HIF* est, ut *CE* ad *CB*. Est enim tangens prior ad posteriorem in ratione composita ex directa *CH* ad *FH*, & reciproca *HA* ad *HI*; nimirum ex directa duplicata *CE* ad *CB*, & directa simplici *CB* ad *CE* conjunctim, adeoque tantummodo ex directa simplici *CE* ad *CB*.

Lemma pro de-
terminatione
magnitudinis.

284. Posito hoc lemmate, cum detur species ellipseos, & latitudo *HIF* cum sua tangente, dabitur & tangens anguli *AIC*, adeoque is angulus, & proinde dabitur etiam, ratio *CA*, sive *CE* ad *FI*, cum nimirum ea sit composita ex rationibus *CA* ad *AH*, sive radii ad cosinum anguli

Determinatio
ipsa.

Q q q 2

CAH,

CAH, *AH* ad *HI*, sive *CE* ad *CB* ratione data ob datam ellipseos speciem, ac demum *HI* ad *IF*, seu cosinus anguli *HIF* ad radium, quæ rationes omissio radio reducuntur ad has duas semidiametri æquatoris ad semiaxem, & cosinus latitudinis ad cosinum anguli, cujus tangens ad tangentem latitudinis est, ut semiaxis ad semidiametrum æquatoris. Datur autem ratio dimidii lateris recti axis *Ee* ad *CE* duplicata rationis *CB* ad *CE*. Datur igitur & ratio ejusdem dimidii lateris recti ad *IF*, cujus duplicata erit ratio normalis *IF* ad radium circuli osculatoris, quartum nimirum continuè proportionalem post ipsum, & normalem eandem *IF* per num. 269. Data igitur ea ratione, & dato radio osculi, dabitur *IF*, & inde per regressum dabitur *CA*, sive *CE*, ac per ipsam *CB*, & magnitudo ellipseos.

Constructio pro
invenienda spe-
cie.

Tab. 4, F. 24

285. Constructio pro specie invenienda potest esse hujusmodi. Fiant in fig. 24 anguli *HIF*, *HIO* ad eandem partem æquales binis latitudinibus datis, prior majori, posterior minori. Producat *OI* in *o*, ut sit *Oo* ad *IF* in ratione subtriplicata gradus respondentis latitudini *HIO* ad gradum respondentem latitudini *HIF*. Ducatur *oi* parallela *HO*, quæ occurrat *HI* in *i*; tum *if* parallela *oO*, & centris *I*, *f*, radiis *Hi*, *Hf* inveniuntur puncta *E*, *B*, ut prius, eritque *HE*, ad *HB* ratio semidiametri æquatoris ad semiaxem. Erit enim *IF* ad *if*, sive *oO* hic, ut in fig. 23. Erunt autem hic anguli *HIF*, *Hif*, sive *HIO* æquales angulis *HIF*, *hif* figuræ 23. Hinc ratio rectarum *FI*, *fi* hic tam ad rectas *HI*, *Hi*, quam ad rectas *HF*, *Hf* hic, ut ibi ratio rectarum *FI*, *fi* ad rectas *HI*, *hi*, & *HF*, *hf*. Quare & differentiarum quadratorum hic, ut ibi, nimirum hic HE^2 ad HB^2 , ut ibi CE^2 ad CB^2 .

Constructio pro
invenienda ma-
gnitudine.

Tab. 4, F. 23

286. Pro invenienda magnitudine fiat in fig. 23 semicirculus *EDe*, & angulus *ECA*, cujus tangens ad tangentem latitudinis sit, ut in inventa ellipseos specie est *CE* ad *CB*, ducatur *AH*, & fiat *HI* ad *AH* in eadem ratione inventa *CB* ad *CE*, tum angulus *HIF* æqualis latitudini,

tudini , & capiatur tertia post *CE* assumptam , & *CB* inventam ex data specie ellipseos ; tum quarta continuè proportionalis post hanc , & *IF* . Demum fiat , ut hæc postremo inventa ad *CE* , ita radius osculi inventus ex gradu ad semiaxem , quo invento invenitur per speciem datam etiam semidiameter æquatoris .

287. Si libeat pro hoc casu , cujus nobis usus major erit , formulam algebraicam eruere , ponatur *CE* = 1 , Formula algebraica pro specie.

CB = *x* , gradus propior æquatori *g* , remotior *G* , tum $g^{\frac{1}{2}}$ = *a* , $G^{\frac{1}{2}}$ = *A* , ac normales *if* , *IF* poterunt poni = $g^{\frac{1}{2}}$, $G^{\frac{1}{2}}$ five *a* , *A* . Sit sinus prioris latitudinis ad radium 1 = *s* , posterioris = *S* , cosinus illius *c* , hujus *C* , & erit *hi* = *ac* , *HI* = *AC* , *hf* = *as* , *HF* = *AS* , eritque $a^2c^2 - A^2C^2$, $A^2S^2 - a^2s^2$:: 1 . $xx = \frac{A^2S^2 - a^2s^2}{a^2c^2 - A^2C^2}$, five cum fit $c^2 = 1 - ss$, $C^2 =$

$$1 - SS , \text{ erit } xx = \frac{A^2S^2 - a^2s^2}{a^2 - a^2s^2 - A^2 + A^2S^2} , \text{ adeoque } \frac{1}{xx} = \frac{A^2S^2 - a^2s^2 + 1^2 - A^2}{A^2S^2 - a^2s^2} = 1 - \frac{A^2 - a^2}{A^2S^2 - a^2s^2} .$$

288. Quoniam autem inde deducitur proportio hujusmodi $xx . 1 :: 1 . 1 - \frac{A^2 - a^2}{A^2S^2 - a^2s^2}$, erit etiam $xx . xx$ Elegans eccentricitatis determinatio .

$1 - 1 :: 1 . \frac{A^2 - a^2}{A^2S^2 - a^2s^2} :: A^2S^2 - a^2s^2 . A^2 - a^2$; & quoniam $x^2 - 1$ est quadratum distantiae foci a centro , five eccentricitatis , erit eccentricitas ad semiaxem conjugatum in ratione subduplicata *AA* — *aa* ad *AASS* — *aass* .

289. Si eccentricitas sit exigua facile derivabitur formula multo simplicior pro differentia semidiametri æquatoris a semiaxe . Nam erit *x* quamproxime = 1 , adeoque $xx - 1 = \frac{AA - aa}{AASS - aass}$. Porro $xx - 1 = CB^2 - CD^2$, nempe Reductio formulæ pro casu exiguae eccentricitatis : ejusdem conspiratio cum formula Maupertuisii .

(facta *Cd* = *CD*) = *DB* × *Bd* , five proximè = 2*CD* × *BD* , vel , ob *CD* = *CE* = 1 , proximè = 2*BD* = $\frac{AA - aa}{AASS - aass}$

Cum vero sit $AA = G^{\frac{2}{3}}$, & $aa = g^{\frac{2}{3}}$, & G parum differat a g , erit proximè $A^2 - a^2 = \frac{2}{3} \times G^{-\frac{1}{3}} \times (G - g)$, vel $\frac{2}{3} \times g^{-\frac{1}{3}} \times (G - g)$, unde consequitur $BD = \frac{1}{3} \times \frac{G-g}{GSS - gss}$, formula eadem, quam longe alia methodo invenit: Maupertuisius in Commentariis Acad. Paris. ad an. 1737, ubi habet $\frac{E-F}{3(Eff - Fss)}$; sunt enim ipsi valores E, F, f, s , qui mihi G, g, S, s .

Uterior redu-
tio pro gradibus
in polo, & in
æquatore.

290. Ea vero, abeunte puncto i in æquatorem E , ubi evanescit s , evadit simplicior $\frac{1}{3} \times \frac{G-g}{GSS}$, & puncto quoque i abeunte in polum in B , ubi evadit sinus $S = 1$ habetur $\frac{G-g}{3G}$, nimirum hujusmodi theorema: *Semidiameter æquatoris ad ejus differentiam a semiaxe est proxime, ut gradus meridiani in æquatore ad trientem differentia graduum ibi, & in polo.*

Generale theo-
rema pro eo ca-
su, quæcunque
sit eccentricitas

291. At pro eo simplicissimo casu multo elegantius pro quavis utcunque magna ellipticitate ex num. 269 eruitur hujusmodi theorema. *Est semidiameter æquatoris ad semiaxem in ratione subtriplicata gradus in axe ad gradum in æquatore.* Sunt enim gradus in ratione reciproca triplicata perpendiculari e centro in tangentem, & perpendiculara ejusmodi, ubi contactus sunt in axium vertice, sunt ipsi semiaxes ad contactum terminati. Quoniam autem in quantitatibus parum a se invicem discrepantibus est cubus ad cuborum differentiam proximè, ut quantitas simplex ad triplum differentia quantitarum ipsarum simplicium, ex hoc ipso theoremate, ubi ellipticitas exigua sit, profluit illud superius.

Incrementa gra-
dum ab æqua-
tore ad polum,
ut decremēta
distantiarum a
centro, & ut qua-
drata sinuum la-
titudinis.

292. Ex eo, quod gradus sint reciprocè, ut cubi perpendicularorum e centro in tangentem, facile etiam deducitur, incrementum graduum ab æquatore ad polos fore proximè, ut est quadratum sinus latitudinis, vel ut est sinus

finus versus latitudinis duplicatæ , in qua ratione est decrementum distantiae , & incrementum gravitatis ab æquatore ad polos . Ubi enim satis exiguæ sunt , differentia & quadratorum , & cuborum , & potestatum quarumvis , sunt , ut ipsæ laterum differentia . Quare incrementa graduum erunt , ut decremента perpendiculari . Porro pro perpendiculari e centro in tangentem assumi potest ipsa distantia centri a contactu in ellipsi parum abludente a circulo , etiam ubi agitur de ratione differentia unius perpendiculari ab alio ; nam perpendicularum est latus , distantia vero basis trianguli rectanguli , ac interceptiunt angulum exiguum pendentem ab ellipticitate , unde facile deducitur methodo simili ei , qua usi sumus supra num. 232 differentiam perpendiculari a basi , sive errorem , qui committi posset , esse quantitatem exiguam ordinis secundi , & tuto contemni . Erit igitur decrementum perpendiculari , adeoque & incrementum gradus proxime , ut decrementum distantia , sive in ea ratione , quam diximus .

293. Hinc autem facile eruitur illud , pro decremento gradus , quod etiam locum habet in incremento distantia , & decremento gravitatis a polo ad æquatorem , & quod etiam supra adhibuimus num. 194 , nimirum ea omnia esse proxime , ut quadratum cosinus latitudinis , vel ut sinum versus dupli complementi latitudinis ipsius . Nam quadratum sinus , & cosinus æquantur constanti quadrato radii , ut excessus gradus in quovis loco supra gradum in æquatore , cum defectu a gradu in polo æquatur toti constanti differentia gravitatis in æquatore , & polo . Quare cum quadratum sinus sit , ut totalis differentia ad priorem partem , sive ad illum excessum , erit & illud idem quadratum radii ad quadratum cosinus , ut est eadem totalis differentia ad posteriorem partem , sive ad illum defectum , qui proinde erit , ut quadratum cosinus . Id autem est , ut sinus versus arcus dupli , nimirum ut sinus versus dupli complementi , & eadem est demonstratio pro distantia , & gravitate .

Decrementa contra a polo ad æquatoré , ut quadrata cosinum ejusdem .

294. Ope

Methodus inquirendi in figuram Telluris per binos gradus.

294. Ope hujus, vel prioris theorematis, ex quo hoc ipsum deductum est, eruitur methodus satis expedita inquirendi in speciem ellipseos ex binis gradibus Meridiani observatis in binis latitudinibus quibuscunque, ut & ex binis longitudinibus penduli observatis in binis itidem locis latitudinis diversæ eandem itidem in primi capitis sine determinavimus. Fiat enim primum, ut semidifferentia sinuum versorum latitudinis utriusque duplicatæ ad radium, ita differentia graduum observatorum ad quartum, & habebitur differentia graduum in æquatore, & polo. Tum erit, ut triens hujus differentię ad gradum utrumvis assumptum proxime pro gradu medio, ita differentia semidiametri æquatoris a semiaxe sive compressio ad semidiametrum Terræ mediocrem. Hoc secundum rite fieri patet ex num. 291; illud primum facile demonstratur. Cum enim decrementa graduum sint, ut sunt sinus versi latitudinum duplicatarum; erit differentia decrementorum usque ad binos eos gradus, quæ eadem est, ac differentia eorundem graduum ad decrementum debitum toti quadranti, ut differentia sinuum versorum duplicatarum latitudinum, ad quas ii gradus pertinent, ad differentiam sinuum versorum duplæ latitudinis, & dupli quadrantis, quorum sinuum prior est =, posterior est diameter, seu duplus radius. Quare est, ut differentia illorum sinuum versorum ad duplum radium, vel semidifferentia ad radium, ita differentia illorum graduum ad differentiam gradus in æquatore a gradu in polo.

Ellipticitas quo pacto inveniatur ex binis gradibus.

295. Ellipticitas autem, sive ratio differentię binorum semiaxium ellipseos genitricis ad semiaxem alterum facile invenitur, dividendo trientem differentię graduum in æquatore, & polo inventam per gradum integrum. Inventa autem una ellipticitate, quam exhibent bini gradus, facile inde eruitur ea, quam exhibent bini alii; cum nimirum ea ellipticitas sit directè, ut differentia graduum, & reciprocè, ut differentia sinuum versorum latitudinum duplicatarum.

296. At-

297. Atque hinc jam facile est investigare, an cum Newtoniana gravitate, & densitate paribus a centro distantis pari cohæreant gradus observationibus definiti, uti sub finem capitis primi investigavimus, an cum eadem conciliari possent pendula oscillantia ad singula minuta secunda. Gradus, quorum mensuram habemus omnino accuratam sunt hi tantummodo; is quem, Maupertuisius cum sociis definivit in Laponia; ii, quos Cassinus cum Caillio definivit in Gallia, gradu Piccarti post mutationes quatuor certo demum definito; is, quem Bouguerius, ac Condaminus definiverunt in Quitensi Provincia; is, quem nuperrime Caillius ad Promontorium Bonæ Spei dimensus est, quibus & hunc nostrum addo in Pontificia ditone definitum. Hi quidem omnes sunt accuratissime definiti, mensuris ad eundem modulum exactis, habita ratione omnium motuum Fixarum, adhibitis egregiis sectoribus, & omnibus præcautionibus necessariis ad rem bene gerendam. Sunt præterea & alii alibi ab aliis definiti, ut ille Norwoodi in Anglia, & Snellii olim in Holandia, quem Muschembroekius prius, tum Cassinus reformavit. Sed iis multo minus fidendum esse, est omnino certum. Norwoodi determinatio intra limites multo laxiores exacta est, & ipse mensuræ modulus non ita certus, & instrumenta non ita exacta, ut ejus gradus cum nostris hisce comparari possit.

Inquisitio in gravitatem Newtonianâ & densitatem Telluris per gradus.

298. Snellii gradus, ut a Cassino de Thurry demum reformatus est, multo ille quidem est accuratior. Quæ ad eum pertinent, & plures ejus reformationes videre est in ipso de Thurry Schediasmate in Commentariis Academiæ Parisiensis ad annum 1747. Is gradus respondet latitudini $52^{\circ}, 4', 17''$. E Snellii determinatione prædiisset hexapedarum 55020. Eum Meischembroekius rectificatis triangulis, & retentis observationibus astronomicis Snellii, reduxit ad hexapedas 57033. Jacobus Cassinus repetitis observationibus Astronomicis anno 1701 ipsum inven-

Snellii gradus adhuc post omnes reformationes minus certus.

rat 56496, De Thurry ejus filius novam basim dimensus, sed paternis adhibitis observationibus Astronomicis eum demum reduxit ad hexapedas 57145. Puto, nullius audaciæ esse dubitare ahduc aliquid de iis Astronomicis observationibus intra pauca secunda, cum nec praxis astronomica, nec instrumentorum fabrica eo tempore usque adeo excultæ essent, ut deinde est præstitum.

Series graduum
unde deimprom-
pta.

299. Graduum satis accuratè definitorum seriem hic apponam, & primo quidem aderit numerus, qui eorum ordinem referet, ut singuli possint & nominari, tum latitudo medio gradui debita, deinde ipse gradus. Primum gradum Lapponicum desumpsi ex notissimo Maupertuisii opusculo; Sed 16 hexapedas detraxi ob neglectam refractionem, quod & alii in eo gradu jam præstant; insequentibus 11 ex opere Cassini De Thurry *Meridienne verifiée*; duodecimum ex nostris observationibus; decimum tertium ex Bouguerii, & Condaminii operibus assumpto medio; postremum ex pagella Caillii ipsius, qui eum dimensus est, & humanissime sua manu scriptam mensuram communicavit Mairanio, qui eam ad me transmisit.

	latitudo o.	Gradus hexapedæ
1	66. 20	57422
2	49. 56	57084
3	49. 23	57074
4	49. 3	57069
5	47. 58	57071
<hr/>		
6	47. 41	57057
7	46. 51	57055
8	46. 35	57049
9	45. 45	57050
10	45. 43	57040

II . . .

Q U I N T U M . 499

11	44.	53	_____	57042
12	43.	31	_____	57048
13	43.	1	_____	56979
14	0.	0	_____	56753
15	—33.	18	_____	57037

Accedit hisce meridiani gradibus gradus circuli paralleli, quem Cossinus de Thurry, & Caillius definiverunt hexapedarum 41618, debetur autem latitudini 43°. 32'.

300. Jam hinc plurimæ comparationes institui possent, cum bini quicumque gradus definiant compressionem Telluris in hypothesei Newtonianæ ellipseos. Proximi gradus inter se adhiberi quidem non debent, cum error perquam exiguus observationis maximum in conclusione errorem secum trahat ob differentias nimis exiguas. Hinc si ex Gallicis omnibus adhibeatur tertius tantummodo Piccardianus, nimirum debitus latitudini 49°. 23', toties, & cum tanta cura ad trutinam revocatus, habebuntur gradus 5, nimirum primus in Lappomia, tertius in Gallia, & postremi tres, in Italia, in Quitensi Provincia, ad Promontorium Bonæ Spei. Primo quidem investigare licet quod supra in fine primi capituli præstitimus pro pendulis, an excessus graduum reliquorum supra gradum meridiani primum æquatori proximum respondeant sinibus versis latitudinum duplicatarum, & quantum inde aberrent, & id quidem præstiti, tum quæsi differentiam, quam exhibent binaria singula ex illa ipsa hypothesei proportionalitatis cum iis sinibus versis, quam, si eam legem omnes ejusmodi excessus servarent, exhiberent eandem. Triens autem ejus differentie per gradum æquatori proximum divisus exhibet ellipticitatem, quam fractionem reduco ita, ut numerator sit unitas.

Quinque gradus ad perquisitionem opportuni.

301. Proponam igitur binas: in prima singulorum ex iis quinque gradibus primo locum, tum latitudinem, deinde dimidium sinum versum duplæ latitudinis, tum excessum ejus gradus supra primum gradum respondentem

Binarum tabellarum, quæ cōsequuntur, notio

R r r 2

lati-

latitudini = 0 deinde eundem excessum erutum calulo ex hypothese proportionalitatis, ac demum errorem. Deinde exhibebo secundam ejus ope, in qua in prima columna erunt numeri graduum combinatorum, in secunda excessus, qui ab iis infertur pro gradu in polo supra gradum in æquatore, in tertia fractio, quæ habetur ex triente ejus excessus diviso per gradum primum, nimirum ellipticitas. Sunt autem ejusmodi binaria decem. Caillii gradus nostro major productam exhibet figuram, hinc differentiam, & ellipticitati ejus collatæ cum nostro gradu præfigam signum negativum in secunda tabella, ut ejus errori in prima itidem negativum. En autem ipsam tabellam primam.

Gradus	Lati- tudo o	$\frac{1}{2}$ lin.v. ad rad. 10000	Hexa- pedæ	Diff. a primo observ	Diff. com- putata	Error
Quitensis	0, 0	0	56751	0	0	0
Prom.B.S.	33,18	2987	57037	286	240	-46
Romanus	42,59	4648	56979	228	372	144
Parisien.	49,23	5762	57074	323	461	138
Lapponic.	66,19	8386	57422	671	671	0

Irregularitas
primæ tabellæ.

302. In hac tabula habetur in postrema columna, quantum aberrant a ratione duplicata sinuum latitudinis, vel a sinibus versis latitudinis duplæ gradus intermedii, posito, quod extremi sint accurati, & dum in tertio, & quarto gradus computatus excedit observatum, in secundo ab eo deficit. Mutatis extremis etiam nonnihil, ipsi cum secundo nihil ad sensum ab ea lege discreparent, at tertius, & quartus cum ea conciliari omnino non possunt. Sed jam videndum in sequenti tabula, qui proveniat e binis quibusque combinationibus excessus gradus postremi supra primum, & quæ inde eruatur ellipticitas.

Bina-

Binariū	Excessus postremi	Ellipti- citas	Binariū	Excessus postremi	Ellipti- citas
1, 5	800	$\frac{1}{213}$	2, 4	133	$\frac{1}{218}$
2, 5	713	$\frac{1}{232}$	3, 4	853	$\frac{1}{200}$
3, 5	1185	$\frac{1}{244}$	1, 3	491	$\frac{1}{247}$
4, 5	1327	$\frac{1}{228}$	2, 3	350	$\frac{1}{246}$
1, 4	542	$\frac{1}{214}$	1, 2	957	$\frac{1}{28}$

303. Possent combinari & gradus paralleli definitus a Cassino de Thurry, & Caillio, cum quovis ex hisce meridiani gradibus per illud arduum problema num. 280; sed paralleli gradus multo minus accurate determinari potest. Patet autem jam satis ex hac tabula, quam irregulares sint hi gradus, qui tam diversas inter se exhibent combinationes. Si inter omnes 10 combinationes assumatur medium, erit medius excessus 222, atque hinc ellipticitas $\frac{1}{237}$, sed abjectis sexta, & nona combinatione, quæ tam immaniter a reliquis discrepant, & in distantia non ita magna sunt a se invicem, medium erit 286, ex quo ellipticitas $\frac{1}{297}$. Sed adhuc hoc medium a pluribus earum octo determinationum plurimum distat.

Irregularitas secundæ: medium inter determinationes.

304. Porro hinc jam patet hæc graduum determinationes non cohærere cum ellipsi Newtoniana, nec vero cum ulla ellipsi utcumque magis, vel minus compressa; nam bini quique gradus eandem semper ellipsim deberent exhibere; ex ipso autem eo diffensu patet, nec differentias ipsas proportionales esse sinus versus latitudinum duplicatarum, quod si haberetur, eadem, ut monui ellipticitas ex binis quibusque gradibus consequeretur.

Gradus hosce non cohærere cū ulla ellipsi.

305. Nonnulli, ut nuperrime Eulerus in schediasmate, cujus summam quandam mihi humanissime communicavit hic Romæ præsens, dum hæc scribo, Condaminius, observationibus vim inferunt, ut omnia concilient. Et is quidem gradum Lapponiensem, Africanum, Quitensem, mutatio-

Conciliatio Euleriana, vi nimia observationibus illata.

ne

ne adhibita hexapedarum 19 in singulis, conciliat cum ellipſi Newtoniana, ſed Gallicus Piccardi gradus corrigendus illi eſt hexapedis 169, quem idcirco ſibi maximè ſuſpectum eſſe profitetur, & novas in Gallia meſuras deſiderat. At id quidem errorem expoſcit intolerabilem ſane in gradu cum ingenti cura definito a peritiſſimis viris. Nec, vèro cum tam multi gradus in Gallia definiti ſint per tot baſes toties determinatas, per tot aſtronomicas obſervationes, qui omnes a meſura, quam Eulerus expoſceret, diſcedunt diſcrimine adeo immani, cum a ſe invicem, & a Piccardiano illo tanto minus differant, quam ille pro errore requireret, cumque & hie noſter in Italia cum Piccardiano ſatis congruat, nam pro differentia latitudinis $6^{\circ}.23'$ exhibet differentiam in gradibus hexapedarum 95, nimirum 15 hexapedarum circiter, ut par eſt, in gradus ſingulos; nullo pacto tam multis obſervationibus tantam inferre vim licet; quod eo magis evidentè patebit, ſi ea conſiderentur, quæ opusculo quarto expoſui de limite, citra quem contineri debent errores, qui in meſuris ejuſmodi per hæc noſtra tempora admitti poſſint.

Bougueriana hypotheſis a Caillii gradu evertitur. Generale problemata determinandi curvam ex datis gradibus.

306. Alii ad alias hypotheſes confugiunt, ut Bouguerius ad eam, quod graduum incrementa ſint, ut quadratoquadrata ſinuum latitudinis, non ut quadrata tantummodo. Sed & eam hypotheſim, quæ quidem cum gradu Lapponico, Gallico, Piccardiano reformato, ac Quirenti ſatis belle conſentit, & quæ cum noſtro hoc etiam conſentit itidem ſatis belle, gradus Caillii ad Promontorium Bonæ Spei deſeruit, præterquamquod nulla phyſicâ cauſâ ejuſmodi potiſſimum proportio fulciebatur. Is quidem generaliter per calculum infiniteſimalem proponit generalem ſolutionem problematis, quo data graduum ſerie inveniatur curva, ex qua caſus quorſdam particulares deducit, illum in primis, quem adhibuit tum quidem cum ſucceſſu, ſed quem Caillii gradus hie demum, uti monui, proſus evertit. Ejuſmodi problematis generalis conſtructionem hie proponam ſolius Geometriæ ope, ut ſupe-

superiora etiam pertractavi, ac ad meam de re tota sententiam, quam primo opusculo proposui post comparationes nonnullas demum delabar.

307. Ad inveniendam curvam meridiani ex datis gradibus consideretur in fig. 25 quadrans FHG curvæ generantis evolutione sua quadrantem meridiani ADB . Sit quævis ejus tangens HD occurrens semidiametro æquatoris CA in M , meridiano in D , quæ debet esse æqualis radio circuli curvam osculantis in D , ac arcui HF una cum primo radio FA . Consideretur arcus ejus curvæ infinitesimus Hh pro continuatione ipsius tangentis, & sint HL , hl , DE perpendiculares AC , & hl parallela eidem.

Meridiani ortus a curvæ ejusdem evolutione. Tab. 4, Fig. 25

308. Angulus EMD exprimit latitudinem loci, cum MA producta tendat ad æquatorem, MD ad Zenith. Quare & angulus HbI , qui æquatur interno, & opposito hMI , adeoque EMD , erit æqualis latitudini loci, & erit Hh , ad HI , ut radius ad sinum latitudinis, & Hh ad hl , sive IL , ut radius ad cosinum latitudinis ipsius. Est autem Hh incrementum arcus FH , adeoque & radii circuli osculatoris, qui datur, dato gradu ad latitudinem quamvis. Quare hinc admodum facile deducitur constructio problematis per curvarum quadraturas. Nam ex analogia exposita rectangulum sub Hh , & sinu latitudinis æquatur rectangulo sub radio, & incremento HI ordinatæ LH , ac rectangulum sub Hh , & cosinu ejusdem æquatur rectangulo sub radio, & hl , sive IL incremento abscissæ FL , adeoque tota ordinata LH æquatur summæ priorum rectangulorum applicatæ ad radium, abscissæ FL summæ posteriorum, nimirum utraque areæ datæ, ubi dentur omnes circulatorum osculatorum radii respondentes omnibus latitudinibus, applicatæ ad rectam datam.

Analysio geometrica pro inveniendâ ea evoluta.

309. Sit nimirum in fig. 26. ADA' quadrans circuli, cujus radius FA sit æqualis radio FA fig. 25 circuli curvam osculantis in æquatore in A definitus a primo gradu sub ipso æquatore, & assumpto pro quavis latitudine, quam exprimat in figura 26 arcus AD , radio osculi AH , $A'H'$

Constructio pro ipsa evoluta, & curva meridiani ejus opo. Tab. 4, Fig. 25

in

in recta AF , $A'F$ producta, ducantur DI , HI parallelæ AF , FA' occurrentes sibi invicem in I , & DI' , $H'I'$ parallelæ $A'F$, FA sibi invicem occurrentes in I' , ac per omnia puncta I , I' ducantur curvæ FIL , AIM' , quæ datis radiis osculi per latitudines, dabuntur. Accipiat jam in figura 25 abscissa FL æqualis areæ $AFH'I'$ figuræ 26 applicatæ ad rectam FA , & in eadem fig. 25 ordinata LH æqualis areæ FHI figuræ 26 applicatæ ad ipsam FA , ac punctum H in fig. 25 erit ad curvam FHG evolutam curvæ quæsitæ ADB , cui si advolvatur filum per GHF , & addatur FA æqualis illi FA figuræ 26, ejus evolutione describetur curva ADB quæsitæ.

Demonstratio
cōstructionis Bi-
ni casus a Bou-
guerio confide-
rati. Consensus
prioris cū pluri-
bus observatio-
nibus.

310. Nam Hb , & $H'b'$ in fig. 26 debuit esse eadem, ac in fig. 25. Si autem ibidem rectæ DI , di , DI' , di' occurrant radiis FA , FA' in E , e , E' , e' , erit DE , DE' , sive HI , $H'I'$ sinus, & cosinus latitudinis, adeoque areola $I'H'b'i'$, & $I'Hbi$ debuit æquari producto ex radio FA , & lineola HI , & hi figuræ 25; & proinde tota area $AFH'I'$, & FHI illius, toti FL , & HL hujus ductæ in FA utriuslibet, nimirum sola FL , vel HL hujus æqualis areæ $AFH'I'$, vel FHI illius applicatæ ad FA , uti est præstitum.

Solutionis hujus
Generalis a Bou-
guerio propositæ
bini casus ab eo
considerati: pri-
mus cum quibus
congrueret.

311. Huc redit ipsa solutio generalis a Bouguerio etiam proposita, qui multa, quæ ad ipsam generalem solutionem illustrandam pertinent, acutissime persequitur, & plures peculiare hypotheses considerat. Binas autem potissimum excolit, illam, in qua excessus graduum supra primum ab æquatore gradum, sive illæ rectæ FH in fig. nostra 26 sint, ut quadrata sinuum latitudinis, & illam, in qua sint, ut eorum quadrato-quadrata. Primam secutus hypothesim, quæ est illa ipsa, quam Newtoniana requirit theoria, cum elliptica Telluris forma, invenerat ille omnia conspirare, quæ eo usque innotuerant. Gradum meridiani Laponicum, gradum æquatori proximum, & vero etiam gradum Gallicum Piccardi reformatum per observationes astronomicas Academicorum, qui e circulo polari redierant, ac ipsum definiyerant hexapedis 57183, qui

qui quidem ita reductus, satis belle congruebat cum eadem hypothefi, in qua ipsum illud maxime confirmaverat, quod definita inde magnitudine totius sphæoridis, gradus ille etiam paralleli observatus congruebat intra solas 11 hexapedas cum eo, quem calculus exhibebat.

312. At paullo post constitit certo illud, Picardum non in Astronomicis tantummodo observationibus errasse, sed etiam in Geodeticis, quæ ibi pluribus vicibus summa cum diligentia repetitæ sunt, ac innotuit demum, ipsos Piccardi errores se, raro admodum, & felici successu, compensasse, ac ipsum gradum esse hexapedarum 57074., quem ille definiverat hexapedis 57060. Tum vero rejicienda ea hypothefis fuit, & alia inquirenda. Invenit autem, hosce tres gradus ejusmodi esse, ut excessus Gallici, & Lapponiensis supra Quitensem sub æquatore sequantur quamproxime rationem quadrato-quadratorum sinuum latitudinis, & hanc hypothefim arripuit, ac in ea problema solvit.

Secunda Bouguerii hypothefis post correctionem postremam gradus Piccardi.

313. Et quidem hic etiam noster Italicus non multum ab eadem hypothefi dissentit. In secunda enim ejus tabula pag: 305 habetur pro latitudine 43° gradus 56961, cum noster in eadem latitudine sit 57979, solis 18 hexapedis major, & ille paralleli gradus dissentit itidem parum admodum, qui e Bouguerii tabula deberet esse hexapedarum 41633, major solis 15 hexapedis invento 41618. Dissentit quidem multo magis postremus Gassini, & Caillii in Gallia, qui est hexapedarum 57048 in latitudine 43°, 31', cum pro eadem ex Bouguerii tabula eruatur 56969, nimirum 79 hexapedis minor; sed id quidem ipsum non multum absterruit, cum nullam ejus discriminis mentionem fecerit, licet 5 annis ante ejus librum Cassini Meridiana prodierit cum iis mensuris. At multo jam magis Caillii gradus ad Promontorium Bonæ Spei ab hac nova ejus hypotefi abludit. Is enim in latitudine 33°, 18' ex Bouguerii tabula esset 56841, quem observatio exhibuit

Consensus aliorum cum eadem: eadem a Caillii gradu eversa.

hibuit 57037, fere 200 hexapedis longiorem, quod hanc hypothesim prorsus evertit.

Cailliani gradus
consensus cū pri-
ore, aliorum dif-
sensus.

314. Hic Caillii gradus ab illa maiore hypothesi excessum proportionalium quadratis solis latitudinum multo sane minus dissensisset. Eum enim prior Bouguerii tabula requirit 56986, discrepantem ab observato per hexapedas 51, quod discrimen multo minus evaderet, si Quitensis, & Laponiensis gradus corrigerentur nonnihil, sed Gallicus, ut vidimus, & hic noster Italicus tam immani inde discrimine distant, ut in observationes id ipsum rejici nullo modo possit. Quocumque te vertas, nihil certum, sibi constans, & regulare occurrit.

Aliarum hypo-
thesium gravita-
tis tendentis ad
datum centrū in-
venit perquisitio

315. Iis hypothesibus omissis, possent aliæ post alias assumi, quæ pluribus satisfaciunt gradibus; & posset ex observationibus, quas habemus hucusquæ deduci evoluta illa figuræ 25, assumendo saltem ea sola ejus puncta, quæ ex gradibus dimensis deducuntur, quæ non ita pauca essent, si gradus omnes assumerentur, quos num. 299 exposuimus, tum inquiri posset in radios osculi curvarum, quæ oriuntur ex gravitate ad datum centrum directa, in quas superiore capite inquisivimus, ut definiretur gravitatis lex, quæ ejusmodi gradus præberet. Sed hoc postremum ipsum difficultates haberet plures, & admodum probabile est, legem illam, quæ ejusmodi gradus exhiberet, non consensuram cum incremento gravitatis ab æquatore ad polum, quæ sola jam ejusmodi legem definit.

Irregularitas re-
quisita a gradi-
bus aliquando in
majore latitudi-
ne minoribus.

316. Præterea illud irregularitatem summam secum traheret, quod alicubi in majore distantia ab æquatore minores sint gradus, nec id quidem tantummodo in exiguo tractu, ut in Gallia, ubi in serie numeri 299 habetur gradus major in latitudine 45°, 45', quam in latitudine 46°, 35'; sed & in majore, cum nimirum gradus Caillii ad Promontorium Bonæ Spei in latitudine 33°, 18' sit major nostro in Italia in latitudine 43°. 1', quod quidem arguit

guit vel hemisphærium australe a nostro boreali admodum diversum, vel curvam illam evolutam figuræ 25 admodum irregularem, quæ nimirum si perpetuo ductu incurvatur versus centrum C, ut figura exhibet, debent gradus ab æquatore ad polum perpetuo crescere.

317. Sed iis omissis noster hic gradus, si comparetur cum Cassiniano in Gallia australi in eadem fere latitudine definito, excludit omnes ejusmodi gravitatis hypotheses ad unicum centrum directæ. Hic enim noster ab illo differt per 69 hexapedas, cum quo intra 7, vel 8 convenire deberet, cum in ea hypotesi debeat curva circa axem, ut vidimus, circumquaque sui æqualis esse, & similis, quas quidem hypotheses, ut innui etiam, superiore capite, illud quoque excludit, quod singulæ ad singulos effectus explicandos hypotheses configendæ non sunt, a gravitate autem ad unicum punctum directæ omnia cælestia phænomena, quæ mutuam gravitatem requirunt, plurimum abhorreant.

Ejusmodi hypotheses exclusæ a collatione gradus Romani, & poetæ Gallicæ.

319. Hinc noster hic ipse gradus suadet legem gravitatis, quæ pendeat a positione diversa partium materiæ, in quam tenditur, cum non appareat, a qua alia causa repeti possit inæqualitas graduum meridiani sub eodem parallelo, nisi a mutata pro materiæ dispositione directione gravium, & cum ea curvatura ab æquilibrio indicata. Favet igitur hic ipse Noster gradus Newtonianæ gravium theoriæ plurimum, a qua quidem omnino etiam excludit homogeneitatem materiæ, ac regularem quendam progressum densitatis vel a centro ad superficiem, vel potius prope superficiem ipsam ab æquatore ad polos, & irregularitatem aliquam indicat in ejus textu. Id ipsum profecto indicat idem ille progressus graduum seriei expositæ num. 299 per Galliam, qui sanè in differentia latitudinis non ita exigua, satis est irregularis, ut patebit solo intuitu, irregularitate omnino multo majore, quam, quæ videatur in hac Astronomiæ lucetimeri posse ex observandi methodis, & diligentia. Ip-

Ea collatio congruens cum gravitate pendente a positione partium materiæ, & irregulari textu ejusdem.

sam indicat, vel etiam evincit nostri hujusce gradus comparatio cum eo Promontorii Bonæ Spei, quo est minor, utut graduum decem in intervallo magis distet ab æquatore. Irregularitati autem ipsi plurimum adhuc magis favet illud, quod in fine primi opusculi supra innui, exemplum omnium Naturæ operum, quæ quidem in elementis simplicitatem summam præsefert ubique, in elementorum aggregatis inæqualitatem affectat.

Perquisitio figuræ Telluris e gradibus non absoluta, sed vix inchoata.

320. En igitur, quid de re tota sentiendum mihi videatur. In primis illud mihi persuasum est, quæstionem de magnitudine, & figura Telluris determinanda ex mensura graduum non solum absolutam adhuc non esse, sed esse vix inchoatam. Maupertuisius ex duobus gradibus Lapponiensi, & Gallico rem confectam arbitratus, Figuram Telluris determinatam Europæ in summam expectationem erectæ nunciavit: at eam determinationem ipse deinde commutavit. Bouguerius aliquanto post ex iisdem principiis, sed aliis assumptis gradibus, suo, & Lapponiensi, rem se itidem perfecisse arbitratus primo, consentientibus mensuris aliis, commutare deinde debuit sententiam suam, & mutata hypothese post mutatam Gallici gradus magnitudinem omnia explicavit, licet nulla ejus hypotheseos physica, ac mechanica ratio reddi posset. Mox Caillii gradus eam hypotheseim ipsam funditus evertit, noster autem omnia, quæ huc usque habita fuerant pro indubitatis, ut illud, Meridianos omnes æquales esse, pervertit multo magis. Quo plura per observationem definivimus huc usque in hoc genere, eo magis incerti reddimur de re tota.

Fructus ex ejusmodi perquisitionibus jam collectus.

321. Est tamen adhuc ingens hujusmodi perquisitionum fructus huc usque etiam habitus. Primo quidem, quod excludantur hypotheses omnes gravitatis ad datum tendentis centrum, quas hic noster gradus excludit. Deinde, ut gravitas mutua in particulas materiæ multo probabilior fiat irregulari hac mutatione curvaturæ curvæ equilibrii, a qua graduum magnitudo desumitur. Præterea

terea & illud , quod adhuc e solis etiam gradibus per mensuram definitis admodum probabile redditur Tellurem ad polos compressam esse ; cum nimirum gradus omnes intermedii , & noster hic , & ille Caillii Africanus , & Gallici omnes minores sint Lapponiensi , majores Qui-
tensi .

322. At quanta potissimum Telluris compressio sit , quæ sit forma meridiani cuiusque , qui densitatis progressus a superficie ad centrum , id ex sola graduum dimensione omnino non novimus , nec vero illud , an ingens quæpiam habeatur in intimis Terræ visceribus irregularitas in textu materiæ , an inæqualitates hæ omnes , & irregularitates sint effectus minorum inæqualitatum , quas in superficie cernimus . Quin immo quoniam graduum mensura determinat curvaturam curvæ æquilibrii , ne illud quidem constat , an ipsa æquilibrii curva in se redeat , an infinitis etiam spiris circumagatur , quod sane fieri posset . Si enim per gravium directionem in loco quovis , & per polum concipiatur planum quoddam , & in eo curva linea , quæ ex illo puncto digressa , perpetuo perpendicularis ubique sit ad gravium directiones in omnibus sui punctis , eam irregulariter contorqueri debere patet in mutæ gravitatis generalis theoria ex ipsa montium , ac vallium irregularitate , ac irregulari textu partium Terræ superficiæ promixarum , quæ ejus curvæ irregularitas tanta etiam esse posset , ut flexum mutaret circulo osculatore in infinitum abeunte alicubi , vel in nihilum , tum etiam in negativum , licet ea curva a sphærica , vel regulari cujusdam ellipseos forma parum admodum , & vero etiam nihil ad sensum discederet , nisi forte actio in totam internam Telluris massam multo minus irregularem multo magis prævalens actionem ejusmodi irregularitatum minueret . Eam autem contorqueri patet ex ipso graduum inventorum irregulari progressu , quanquam ex iis colligi videatur & illud , cohiberi omnino , & plurimum minui a prævalente illa totius Tellu-
ris

Quid adhuc incertum. Irregularitas curvæ æquilibrii -

ris actione actionem inæqualitatum ejusmodi, cum gradu irregularitas ipsa respectu totorum graduum perquam exigua inventa sit. Adhuc tamen fieri posset, ut æquilibrii curva, curvaturæ ipsius, non ita magna, sed nec omnino insensibili, mutatione continua, post integrum in eo plano gyrum, in se ipsam non rediret, sed illo puncto vel inferior, vel superior in infinitum contorqueretur, quod quidem an accadat, incertum omnino est.

Ex pendulis, & gradibus simul conjici posse irregularitatē esse superficiei proximam.

323. Hæc omnia prorsus incerta sunt, si solas graduum dimensiones consideremus. At si iis jungamus pendulorum isochronorum longitudines, quas huc usque per observationes satis accuratas habuimus, licebit in primis, satis valida conjectura inferre illud, irregularitates in Telluris textu in superficie potius esse, & prope ipsam, quam in intimis ejus visceribus. Illæ enim, ut vidimus num. 243 multo magis irregulares reddunt graduum dimensiones, quam longitudines pendulorum, contra vero hi; ac illud jam vidimus, pendulorum longitudines satis congruere cum regularitate, & Elliptica Telluris forma, longitudines graduum esse admodum irregulares.

Observationes posse componi eū densitate paribus a centro distantibus pari.

324. Deinde colligi & illud potest, observationes, quæ huc usque habitæ sunt non pugnare cum nucleo habente densitatem eandem paribus a centro distantibus, quod quidem nonnulli arbitratur. Demonstravit Clerautius, quod quidem & ex iis patet, quæ demonstravi a num. 221, si differentia gravitatis in æquatore, & polo divisa per gravitatem totalem exhibeat fractionem majorem, quam sit $\frac{1}{230}$ totius, quod haberi deberet in casu homogeneitatis, nucleus autem paribus a centro distantibus, eandem densitatem habeat, & gravitate mutua Newtoniana præditus sit, debere densitatem mediam nuclei esse majorem densitate marium, sed ellipticitatem minorem, quam $\frac{1}{230}$, quæ ab ipsa homogeneitate requiritur. Invenit autem ejusmodi fractionem majorem revera esse, & affirmavit ellipticitatem minorem erui e graduum mensura; unde intulit, ea duo conciliari non posse, nisi
assuma-

assumatur certa nuclei ipsius ellipticitas . Majorem illam fractionem nos etiam invenimus supra num. 251, nimirum $\frac{1}{176}$. Verum ellipticitatem e gradibus sumendo inter omnes decem determinationes mediam, invenimus non majorem $\frac{1}{110}$, sed minorem, nimirum $\frac{1}{233}$. Illa quidem prior fractio $\frac{1}{176}$ requireret ellipticitatem $\frac{1}{332}$ juxta num. 241, minorem adhuc, quam $\frac{1}{233}$; sed adhuc hæc duo manifesta sunt; primo quidem minorem haberi ex omnibus quinque graduum combinationibus simul compositis, ut oportebat; deinde vero exiguo errore in gravium directione, nec ita magno in gravitatis vi orto ex irregularitate Telluris superficiei proxima facile fieri posse, ut imminutâ primâ fractione e pendulorum longitudinibus derivata, adeoque auctâ ellipticitate, quæ ex ipsa oritur, imminuta vero itidem ellipticitate media, quam graduum combinationes exhibent, res ad æqualitatem, & concordiam reducatur .

325. Sed adhuc exiguus est quinque pendulorum, & quinque graduum rite observatorum numerus. Optandum illud, ut multo plures habeantur observationes utriusque rei; & quod pertinet ad dimensiones graduum, est, quo ipsos multo accuratius, & tutius liberemus ab effectu irregularitatis superficiei proximæ. Id obtinebitur primo, si observationes astronomicæ fiant in summis montibus potius, quam in plano. Tum enim, si quid est densioris materiæ, vel vacui prope superficiem, id in pendulorum directione, & proinde in graduum mensura, ob obliquitatem respectu ponderis in edito siti, multo minus deviare poterit instrumentorum astronomicorum pendula. Quod si in omnibus, vel plurimis saltem e stationibus editioribus poligoni fiant observationes astronomicæ, tum vero fortuita illa irregularitate in contrarias partes temere agente, sumendo inter omnes determinationes mediam, multo tutius judicari poterit de singulorum graduum mensura. Id & laborem requirit multo sane majorem, & impensas, extractis in ipsis monti-

Plures observationes requiri. Quid graduum accuratiori determinationi acile.

montibus observatoriolis ligneis, ac diuturniore in iis mora; at nihil est, quod Astronomorum patientia, & magnificentia Regum superare non possit.

Si pendula, & gradus non convellant, non necessario confugiendum ad nucleû ellipticum: posse gravitatis legem in exigua distantia discrepare a Newtoniana.

326. Quod si post plurimas ejusmodi observationes inveniatur & media fractio e pendulorum longitudine eruta, & ellipticitas media derivata a gradibus, major, quam $\frac{1}{190}$, ne tum quidem ad nucleû ellipticitatem necessario confugiendum erit. Illa mea secunda hypothesis massæ e centro agentis in ratione distantiarum directa, ellipticitatem requirit juxta num. 224 semper æqualem fractioni e gravitate derivatæ. Et quidem si ex decem graduum binariis, rejectis illis binis, quæ num. 303. rejecimus, reducatur ellipticitas graduum ad $\frac{1}{195}$, quam pendula isochrona juxta num. 251 exhibent $\frac{1}{176}$, exiguum sane discrimen inter binas ejusmodi determinaciones invenitur. Massæ e centro ita agentis hypothesis arbitraria est, & cum cæteris Naturæ phænomenis nequaquam consentiens; at & illa ellipticitas nucleû, quæ omnia conciliet, est itidem arbitraria, cum ex plurimis aliis figuris id ipsum obtineri possit. Ex alia parte nec illud satis constare arbitror, an nimirum gravitatis lex in hac vicinia prope superficiem Terræ satis proximè sequatur rationem reciprocam duplicatam distantiarum. Ego, qui vires mutuas punctorum omnium materiæ censeo ab unica curva linea exprimi omnes, quam in pluribus meis dissertationibus exposui, censeo, in maximis distantis, in quibus Planetæ a Sole distant, & Luna a Terra, ejusmodi rationem sequi quamproximè; in minimis ab ea in immensum recedere. Fieri posset, ut in hisce mediis, in quibus nos in Telluris superficie siti a reliquis ejus partibus distamus, tantum ab ea aberraret, quantum est satis ad hoc, ut summa virium æquivaleat actioni nucleû spherici paribus a centro distantis homogenei, una cum massa quadam in centro agente in ratione distantiarum directa, quod quidem si omnino ita se haberet; omnia satis secum invicem congruerent.

327. Ac-

327. Accedit, quod & perpetuus quidam regularis progressus densitatis ab æquatore ad polos in strato Telluris satis crasso superficiei proximo pendulorum inæqualitatem augere plurimum posset, inæqualitate graduum parum admodum immutata. Nam, ut num. 233. vidimus, massa æquivalens spheræ habenti radium 8 miliariorum per integram lineam penduli longitudinem, mutat, quam mutationem stratum perpetuum multo majorem reddit. Idem autem stratum, si perpetua quadam lege ab æquatore ad polos mutetur, vix ullam deviationem penduli parit, cum ea pendeat a sola differentia densitatis ejus strati ad boream, & ad austrum; mensuram autem graduum mutat adhuc multo, ac multo minus, cum ejus mutatio pendeat a sola differentia deviationum penduli jam exiguarum in initio, & sine arcus assumpti.

Quid præter perpetuus progressus densitatis ab æquatore ad polum.

328. Utraque autem hæc causa, nimirum & recessus aliquis gravitatis a ratione reciproca duplicata distantiarum, & progressus aliquis densitatis in locis superficiei Terræ proximis, prout regularis fuerit, & simplex, vel irregularis, & satis composita, explicare etiam poterit id, quod plures pendulorum isochronorum, & graduum observationes exhibebunt, si forte ea duo vel ejusmodi obverint, ut quadratis sinuum latitudinis respondeant quidem eorum excessus, sed inter se non conveniant in exhibenda Telluris ellipticitate, & media densitate, vel nec ipsi sinuum quadratis respondeant.

Observationes futuras per ejusmodi causas explicari posse.

329. Illud omnino hic iterum monendum censeo, videri mihi evidentissimum sane, compressionem Telluris ad polos ex observationibus huc usque institutis esse admodum probabilem; irregularitatem curvaturæ ejus superficiei, quæ directioni gravium sit perpendicularis in hac a centro distantia, in qua nos homines vivimus, esse omnino certam; veram figuram superficiei regularis cujuspiam, ad quam abrasis montibus, & vallibus oppletis, sibi proximam reduceretur aspera hæc, & irregularis Terræ superficies, atque ipsam ejus compressionis magnitudinem esse adhuc maxime incertam.

Quid certum; quid adhuc incertum sit.

T t t

330. Diu-

Alia, que cum ellipticitate Telluris connectuntur. Exigua spes rem perficiendi per Lunæ parallaxes.

330. Diuturni laboris, plurimarum observationum, & meditationum fructus erit olim accurata determinatio veræ ellipticitatis Telluris, quam & pendula isochrona, & graduum dimensiones, de quibus egimus, & vero etiam marini æstus phænomena, æquinoctiorum præcessio, Lunæ parallaxes, quæ omnia inde pendent, rite inter se collata determinabunt. Quanquam id, quod ad Lunæ parallaxes pertinet, parum admodum spei mihi conciliat, cum illud reputo, unum milliare elevationis majoris superficiei, non nisi unico minuto secundo mutare ipsam horizontalem Lunæ parallaxim, ut adeo eadem parallaxis in Meridiano a tota ellipticitate, quæ Newtono milliaria 17 non excedit, vix 8, vel 10 secundis mutari possit. Ubi autem de phænomeno agitur, quod, ut ejusmodi parallaxis, vix unquam immediate observari potest, sed magna ex parte a lunaribus repeti motibus debet, haud scio, an unquam futurum sit, ut definiri possit intra limites aliquot secundorum. Sed ea omnia longiorem perquisitionem exposcunt.

Solutio facillior problematis, quo figura queritur ex gradu meridiani, & parallæli. Theorema eo conducens.

331. Iis hic ego omissis finem hujusmodi meditationibus meis imponam, sed in ipso fine exhibebo solutionem admodum expeditam ejus problematis, quod num. 280 affirmavi esse multo sublimius, & cujus analyticam solutionem ibidem innui, problematis nimirum, quo queritur species, & magnitudo ellipseos genitricis ex dato gradu paralleli in una latitudine, & gradu meridiani in alia. Est id quidem altum, si generaliter solvendum sit pro quavis ellipticitate utcumque magna. At si agatur de ellipticitate exigua, qua hic nobis est opus, solutionem habet admodum expeditam, quæ mihi in mentem venit, posteaquam reliqua jam fuerant typis impressa. Pendet autem solutio ab hujusmodi theoremate. *Ubi ellipticitas sit exigua, differentia dimidii lateris recti axis utriuslibet a semiaxe altero, ad differentiam ejusdem a normali terminata ad eundem priorem axem, est proxime in ratione duplicata radii ad cosinum latitudinis.*

Q U I N T U M. 515

332. Demonstratur facile id theorema ex eo, quod n. 278 est demonstratum, existente FI normali in fig. 23 rectam FL parallelam CA esse æqualem dimidio lateri recto axis Ee , & HA , HI , HL esse continuè geometricè proportionales. Nam in primis si in CB producta sumatur Cl æqualis dimidio lateri recto FL , erunt CD , CB , Cl continuè proportionales in eadem ratione; adeoque erit Bl ad IL , ut Cl , vel FL ad LH , sive proximè FI ad IH , ut radius ad cosinum latitudinis HIF ; & si FL occurrat ellipsi in O , ob FI perpendicularem arcui IO , & ipsum arcum perquam exiguum, haberi poterit pro recto etiam angulus IOL ; cumque ob LO , IF proxime parallelas haberi possit & ILO pro æquali HIF , erunt similia triangula rectangula LOI , IHF , & erit LI ad LO , itidem ut FI ad IH , sive ut radius ad cosinum latitudinis. Quare erit Bl , nimirum differentia dimidii lateris recti axis Ee a semiaxe altero CB , ad LO , quæ ob angulum FIO rectum haberi potest pro differentia dimidii lateris recti FL a normali FI , in eadem ratione duplicata.

Demonstratio
ipſius.
Tab. 4. F. 23

353. Sit jam dimidium latus rectum $FL = 1$, ejus differentia a CB , sive $Bl = x$, cosinus latitudinis loci I ad radium 1 sit C , loci i sit c , & erit $1.CC :: x.LO = CCx$, adeoque normalis FI erit $= 1 - CCx$. Inde autem duo deducuntur. Primo quidem IH , factis, ut 1 ad C , ita $FI = 1 - CCx$ ad $HI = C - C^3x$: deinde radius circuli osculantis ellipsim in I , qui cum per num. 269 sit quartus continue proportionalis post FL , & FI , differet ab FL proximè per triplam LO , adeoque erit $= 1 - 3CCx$. Quare radius osculi in i erit $1 - 3ccx$. Erit igitur radius paralleli in I , ad radium osculi in i , ut $C - C^3x$ ad $1 - 3ccx$. Sunt autem ii radii, ut gradus paralleli in I , qui dicatur G , ad gradum meridiani in i , qui dicatur g . Quare habebitur $C - C^3x. 1 - 3ccx :: G. g$, sive $Cg - C^3gx = G - 3ccGx$, adeoque $3ccGx - C^3gx = G - Cg$, & demum $x = \frac{G - Cg}{3ccG - C^3g}$, quæ fractio exhibebit rationem $Bl = x$ ad $Cl = 1$, sive BD ad CB , nimirum ellipticitatem.

Solutio proble-
matis inde deri-
vata.

Eadem theoria applicata ad alioseres casus, & alia problema-
ta.

334. Si utriusque gradus latitudo sit eadem, erit $C = c$,

& formula $x = \frac{G - cg}{cc(3G - cg)}$. Eadem autem methodo

solvi potest etiam problema, quo dentur duo gradus binorum parallelorum, vel bini gradus meridiani. In primo casu positis gradibus in I , & $i = G$, & g , erit C

$- C^3x$. $c - c^3x :: G . g$, & inde $x = \frac{cG - Cg}{c^3G - C^3g}$. In

secundo vero casu erit $1 - 3CCx$. $1 - 3ccx :: G . g$,

& inde $x = \frac{G - g}{3 \times (ccG - CCg)}$, quæ formula ob G pa-

rum abludentem a g , & $cc - CC = SS - ss$, parum admodum differt ab inventâ numero 289, nimirum $\frac{1}{3} \times$

$\frac{G - g}{GSS - gss}$. Inde pariter, si detur ellipsis, adeoque Cl ,

IB , ac ponatur ratio gradus ad radium, sive fractio $\frac{835}{1108 \times 113}$

$= n$, & fiat pro quavis latitudine, cujus cosinus C , gradus meridiani $n(1 - 3CCx)$, & gradus paralleli $n(C - C^3x)$,

poterit facile construi tabula graduum utriusque generis pro ellipsoide. Patebit autem defectum graduum meridiani a gradu in polo fore $= 3CCx$, sive, ut quadratum

cosinus latitudinis CC . Gradum autem meridiani fore æqualem gradui æquatoris, ubi $n(1 - 3CCx) = n(1 - x)$,

sive $3CC = 1$, nimirum quadratum cosinus latitudinis $\frac{1}{3}$ quadrati radii, nempe ipsa latitudo $54^\circ, 44'$.

Solutio alterius problematis: fractus ex observationibus.

335. Data autem specie ellipseos, & dato radio osculi in latitudine data, invenitur magnitudo ellipseos prorsus ut num. 284. Porro si gradus paralleli in Gallia definitus in latitudine $43^\circ, 32'$ hexapedarum 41618 juxta num. 299 ponatur pro G , tum ii gradus Meridiani, qui habentur in tabella n. 301 pro g ; in formula n. 333 obveniunt ellipticitates $\frac{1}{117}, \frac{1}{144}, \frac{1}{146}, \frac{1}{139}, \frac{1}{174}$, quarum media $\frac{1}{167}$. sed gradus paralleli incertus est intra limites nimis crassos.

F I N I S.

Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE.	Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE.
3.	24.	que	que	199.	10.	II ^h	II ^h , OO ^h
7.	1.	utrumque	utrumque	17.	EE		EE ^h
	21.	, etiam	etiam, (not	200.	29.	li	III ^h
30.	11.	Idem est major	vix quidquam est mi-	205.	4.	est	&
	not.3	paralleles	parallaxes	21.	filo		filo
35.	1.	gradus, & minuta	hexapedæ	206.	5.	semipollicis	semipollicis
41.	18.	collimandam	collimandam	207.	18.	intesectione ob	intesectione ad
44.	11.	Interamnanos	Interamensem	32.	apertura		apertura
45.	28.	posset	non posset	208.	2.	civitate	cavitate
60.	18.	diligentia	diligentia	209.	26.	superficii	crassitudinis
	36.	perspectum	prospectum	210.	not.1	ocularis	objective
63.	8.	acclivæ	acclive	18.	OO ^h O		OO ^h O ^h
65.	8.	Circarum	Circarum	211.	11.	circa H	circa H ^h
67.	4.	stante	stante	213.	1.	In	In
71.	22.	conjugimus	conjugimus	15.	DnE		nDE
72.	32.	collineabat	collineabat	35.	fi		fi-
73.	6.	æstimationis	æstimationis	not.1	Tab. 1		Tab. 2.
	16.	telescopio	telescopio	215.	12.	14 PE ^h	X
	22.	pe	per	16.	finem H		finem H ^h
74.	7.	potuit	paruit	216.	29.	indieis	indieis
76.	35.	æquo	æquæ	217.	10.	CC ^h GG ^h	CC ^h , GG ^h
80.	30.	im	in	219.	22.	affixum	affixum
82.	22.	Romandiolam	Romandiolam	221.	2.	pedis	pollicis
94.	33.	apparebant	apparerent	6.	traversa		traversa
100.	19.	interiisse	interiisse	224.	17.	ipsum ad	ipsum
102.	30.	Barberinæ	Burghesæ	not.3	circino		circino
113.	8.	Vulfinia	Vulfinio	225.	19.	fig. 4	fig. 1
	13.	Prasolenzæ	Pratolenzæ	227.	12.	quovis	quivis
118.	8.	aliquanto	aliquando	229.	9.	levam	lavam
119.	25.	cælo	edo	230.	not.2	traditi	graditæ
	30.	peracti	peractis	233.	5.	31	21
	35.	expeditiones	expeditionis	234.	4.	E ^h ... ED ^h	D... EE ^h
132.	35.	primus	primus	12.	utiufque		utriufque
134.	7.	Testim	Tesium	236.	34.	Cymi	Cycni
	not.2	ball	balli	244.	10.	bi ^h tr ^h	bit ^h
142.	33.	distantiæ	distantia	13.	complementi arcus		arcus
144.	15.	denique	denique	246.	31.	AB,	AB
153.	4.	foret	foret	247.	27.	devenient	deveniet
169.	4.	focils.	focils,	249.	31.	1'. 25 ^h	1'. 20 ^h
171.	10.	aliquam	aliquem	33.	1'. 5 ^h . $\frac{3}{4}$		1'. 5 ^h
173.	7.	metueremus	metueremus	34.	16 ^h		16 ^h . $\frac{1}{4}$
183.	17.	alitudinem	alitudinem	250.	2.	100	1000
192.	not.1	Geometricis	Geometricis	4.	que-		que-
193.	30.	quam	quam	251.	5.	27 ^h	31 ^h
194.	1.	fig. 3	fig. 13	6.	8'. 12 ^h		8'. 8 ^h
	4.	ferreæ	ferreæ	8.	8'. 22 ^h , 8 ^h . 21 ^h		12 ^h , 12 ^h ... 12'. 21 ^h
	8.	adstrictam	adstrictam	20.	errorem		error
	28.	habere	habere	23.	, illud		illud,
295.	11.	fiat	fiat	252.	3.	accessus	accessus
	16.	saraminibus	saraminibus	4.	28		38
296.	not.4	situs	situs	18.	mini		nihil
297.	5.	immisa in eam ap-	immisa in eam aper-	253.	35.	sive	sive parallello
	7.	telescopii	telescopii	255.	4.	I'E ^h	I'E ^h

Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE.	Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE.
260.	11.	figura	figura 7	347.	10.	mentis	mentis
262.	28.	PL	PM, vcl proximé PL	29.	temeri		temeri
263.	2.	bt ad bt	bt' ad b't	348.	15.	Demantur	Demantur
264.	24.	esse, Nam	esse, nam	352.	2.	bafis	error
	not. 2	a plane	a plano	9.	definitæ		definitæ
265.	31.	Z ^o	ZO	353.	7.	ab	ad
266.	26.	ZL ^o	ZL'	359.	25.	dele illud aliquo conjungendo	
208.	26.	polo	zenith	360.	31.	ade	ade-
272.	34.	xe	ex	362.	16.	IH	IH ¹
273.	5.	promutius	promotius	367.	25.	reçus	rectus, angulus ad F
275.	18.	9. 49	o. 49	30.	TX		FX
	21.	sumatur	sumantur	32.	Tb		Fb
276.	21.	accecedit	acceedit	not. 3		adde Tab. 3, fig. 19	
279.	2.	s	s	368.	4.	ua	Va
280.	not. 2	axem	circa axem	5.	ui		Vi
283.	not. 2	scheſma	ſchema	22.	H, L		H, I
	21.	CI	in Ca	372.	4.	Tb	Fb
	34.	in leCa	in Ca	374.	16.	BD	CD
284.	4.	333	3t3	378.	22.	longior	brevior
286.	4.	tranſverſis	tranſverſus	393.	26.	ad CL	ob CL
288.	4. 5.	ab	ab'	394.	28.	F'V	FV
	33.	ſupponitur	ſuperponitur	396.	27.	KQ	Kq
290.	6.	ipſa	ipſam	398.	4.	VQA ſit	ſit
291.	22.	quam	quas	399.	23.	KCr	KCr
	27.	utroque	utroque	404.	11.	= #	# ¹ / ₃
292.	8.	demifſo	demifſo	14. 25. 17	(xx + yy)		(xx + yy) ³
294.	6.	diviſioum	diviſionum	406.	24.	Fac	Fad
295.	35.	numurus	numerus	33.	QK ²		Q'K ²
300.	36.	differetia	differetia	407.	3.	KQ'	Kq
314.	1.	conſtructionem	conſtructionem	32.	CF		quadratorum CF
	not. 1	duplici	duplici	409.	9.	KQ	Kq
317.	3.	ſinus ſinus	ſinus	14.	nan		nan
	4.	dimidi	dimidii	411.	not.	utrumque	utrumque
	6.	dividendo	per converſionem ra- tionis	412.	9.	initio	inito
	32.	radius dimidii anguli	radius	413.	3.	F'K'	FK'
	34.	tangente	ragéte dimidii anguli	7.	VdG		VdG
318.	26.	dividendo	per converſionem ra- tionis	418.	33.	elegantior	elegantior
				420.	23.	ihl ad ho ² , ut mC ²	ihl ad ho ² , ut mC ²
				29.	Gf, Gf		GF, Gf
319.	28.	oris	ris	422.	2.	ellipticæ	ellipticæ
320.	17.	altero,	, altero	not. 3	continuationis		continuationis
325.	not. 2	Tab. 3, Fig. 2	Tab. 1, Fig. 2	425.	2.	quadam	quodam
				19.	preſſionis		preſſionis
327.	27.	BA	BA, Bc	426.	18.	continuum	continuum
333.	23.	EN	MN	428.	8.	& A	& B
	24.	ACE	CAE	429.	not. 3	adde Tab. 4, Fig. 15, 16	
334.	15.	1 ^o . 7 ^o	1 ^o . 7 ^o	13.	ut		ut ſit
339.	not. 2	priore	prior e	430.	12.	alteram	, alteram
	27.	7. ¹ / ₂	7. ¹ / ₂	16.	Q &		F, &
342.	not. 1	obſervatione	obſervationes	34.	ad DI		ad dI
	21.	azimuthus	azimuthus	432.	5.	angulis	angulus
343.	30.	ad An	ad An'	433.	19.	centrum eſt	centrum, eſt
344.	1.	In	In'	436.	4.	calculum	calculus

Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE.	Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE.
436.	33.	RD	BD	471.	38.	longe	gna
437.	23.	AP	DP	472.	32.	minor	minor,
441.	14.	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	473.	21.	contraheret	produceret
448.	11.	arus	arcus	474.	4.	in C	in F
449.	33.	fluidum	solidum	not. 1		graduum	quam graduum
451.	9.	amittitur	amittitur	476.	24.	mutati	mutari
452.	not. 2	ufui	arcu	477.	7.	marium	Terræ
453.	13.	cuplicata	duplicata		36.	amplum	amplam
455.	28.	4300	4300000	not. 3		pendulum	pendulorum
	29.	$\frac{1}{2150}$	$\frac{1}{1075000}$	478.	16.	vauco	vacuo
		trigesima	decimamillesima	480.	18.	$\frac{1}{335}$	$\frac{1}{337}$
	31.	casu casu	casu	not. 3		habere eam minus	videri magis
457.	1.)	$\frac{x}{p}$	$\frac{qx}{p}$	481.	21.	aliubi	alicubi
	2.)	$\frac{p}{x}$	$\frac{p}{x}$		27.	semper	semper
	13.	1640	1740	482.	4.	superficiel	superficiel
460.	19.	$\frac{m}{2n}$	$\frac{m}{2n}$	483.	1.	tum arcu	cum arcu
461.	1.	ponentur	ponerentur	486.	31.	debitari	dubitari
not. 2		proximæ	proxima	487.	16.	teçum	reçum
462.	10.	recedere	recedere	488-	31.	ac	æ quadratorum
	29.	quamvis	quam vis	489.	22.	ed	ad
463.	14.	vis, quam	, quam	491.	34.	AIC	HAC
465.	3.	sphæronidis	sphæroidis	495.	21.	decremeto	decremento
	6.	ellepticitas	ellipticitas	497.	6.	mensuram	mensuram
466.	23.	additamenta	• Additamenta	29.		Commentariis	Commentariis
467.	14.	3m ... n	3m ... n	499.	7.	Cosinus	Cassius
	22.	$\frac{rx}{sp}$	$\frac{rx}{sp}$	501.	31.	obsevationibus	obsevationibus
469.	3.	$\frac{1}{130}$	$\frac{1}{230}$	502.	21.	Bouguegius	Bouguerius
	12.	hypothescas	hypothescas	505.	22.	57979	56979
	14.	hypothescos	hypothescos	506.	3.	paiore	priore
470.	15.	2ompl	2ompl		15.	hucufquæ	hucufque
	19.	solido	fluido			Ubicunque occurrit	
	26.	ellipticitate	ellipticitatem			poligonum	polygonum
						stannum	stannum
						eccliptica	ecliptica
						Thurry	Thury

Norit præterea Lector primum illud, pag. 184 litteras V, U, U, promiscue positas esse pro eadem unica littera U adhibita in fig. 6, tab. 1. Deinde illud, tabulam, quæ habetur in fine opusculi 3, impressam esse post reditum Mairii Urbino; & ideo Callii, ac Fori Sempronii loca ibi aliquantò accuratius, ac certius definiri, quam in mappa, & quam essent, cum primi opusculi impressa est pag. 119, in qua de novo ejus excursu in eam plagam mentio fuerat facta.